Princípios de Telecomunicações

PRT60806

Aula 14: Filtros Digitais (noções)

Professor: Bruno Fontana da Silva

2014

INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

TÓPICOS

- **Funções discretas e amostragem**
- **Teorema da amostragem (noção)**
- **Tipos de filtros digitais (FIR, IIR)**
- **Exemplos de filtragem digital em tempo real**

sinais de tempo discreto

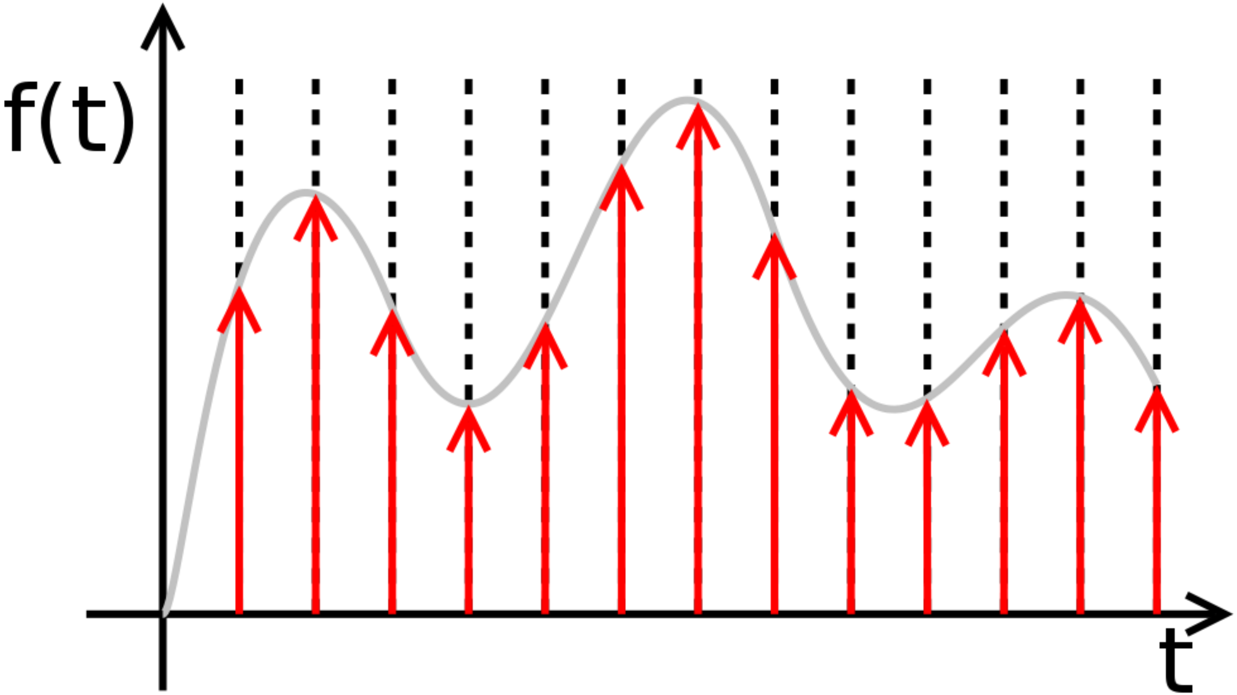
FUNÇÕES DISCRETAS

Amostragem de um sinal contínuo

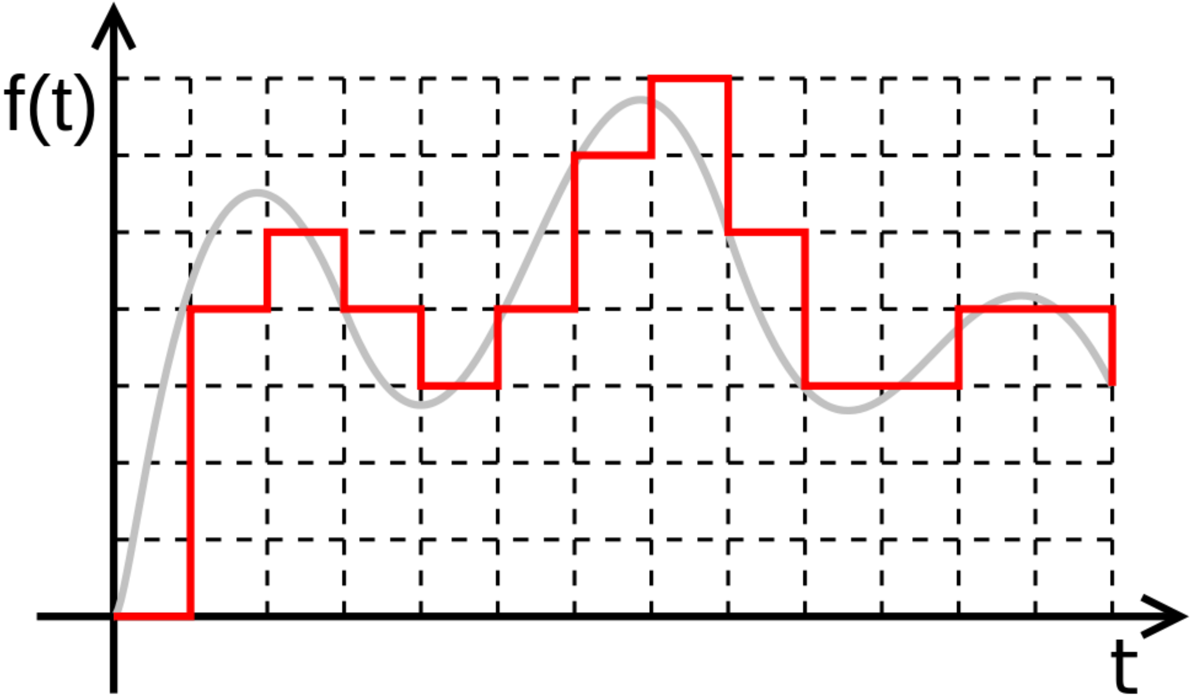
- No domínio digital, as amplitudes dos sinais (em cada instante de tempo) precisam ser quantizadas em valores finitos e representadas com uma quantidade limitada de bits. Esse processo se chama amostragem.

- A velocidade com que uma amostra do sinal contínuo é amostrado é denominada frequência de amostragem f_S (*sampling frequency*).
  Unidade de f_S : amostras/s.

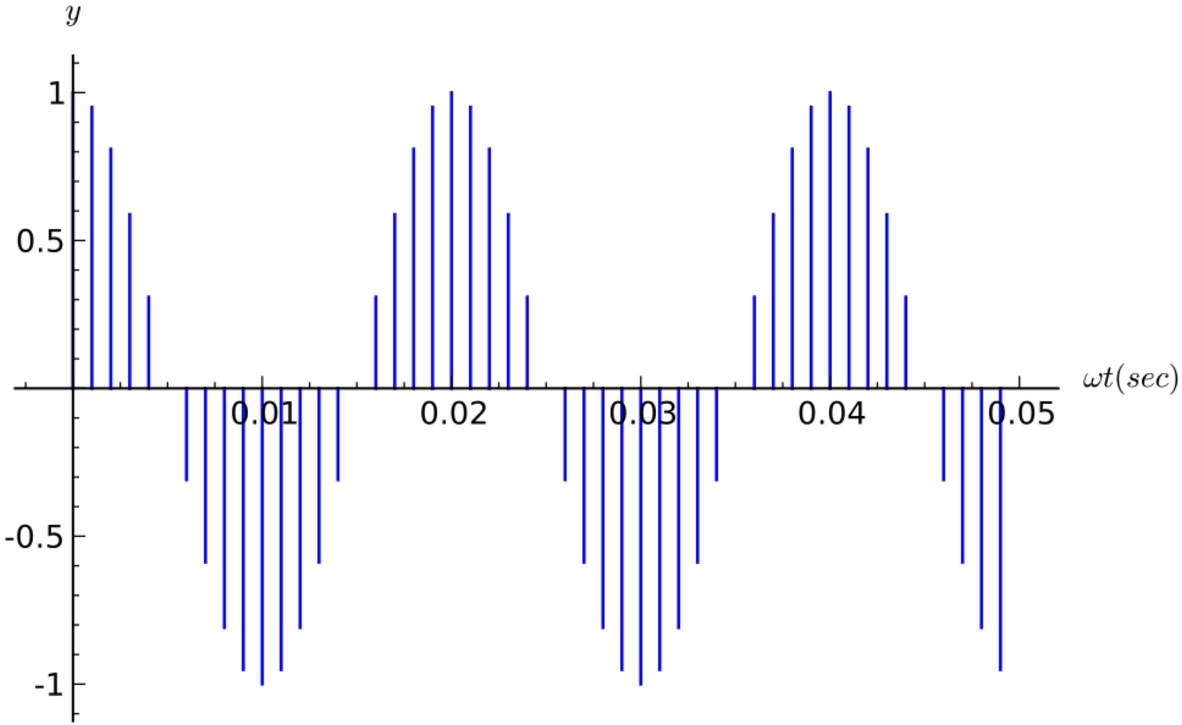
Exemplo: sinal contínuo sendo amostrado.
Esse processo dá início à conversão A/D (Analógico para Digital).



Exemplo: gerando um sinal contínuo a partir de amostras. Esse processo chama-se conversão D/A (Digital para Analógico).

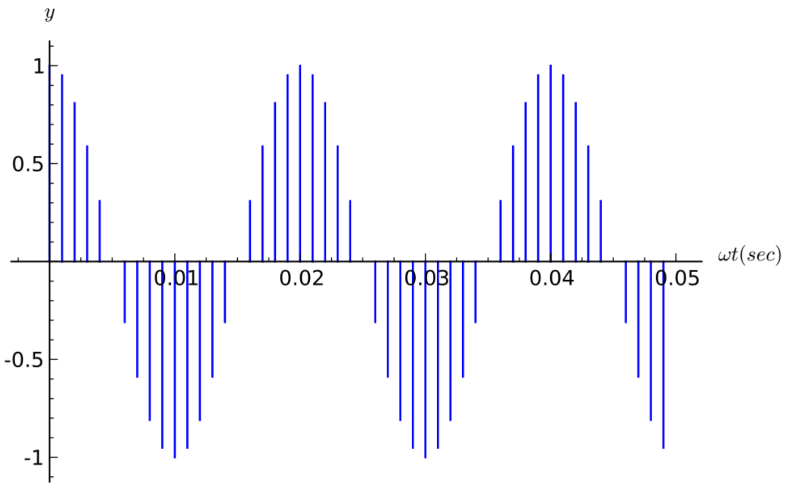


Exemplo: sinal senoidal amostrado. A frequência de amostragem precisa ser maior que a do sinal.



Quantas vezes a frequência de amostragem precisa ser maior que a do sinal para que tenhamos confiança na frequência do sinal amostrado?

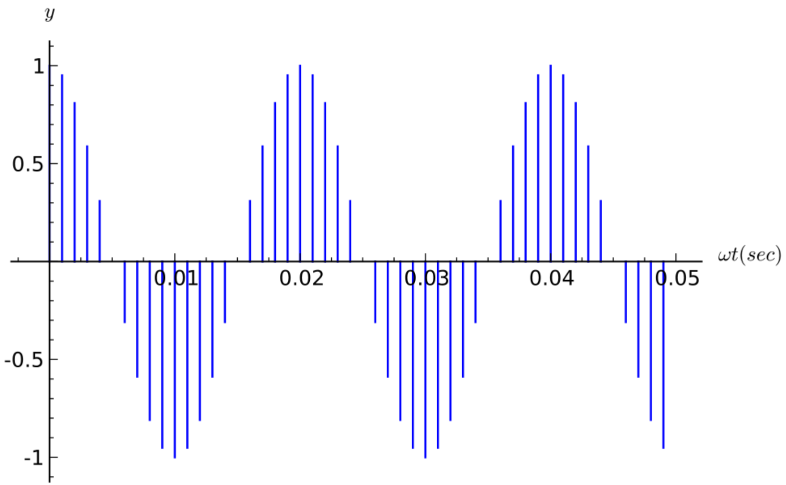
$$f_{Sampling} > k \times f_{cossine}$$



Teorema de Nyquist-Shannon

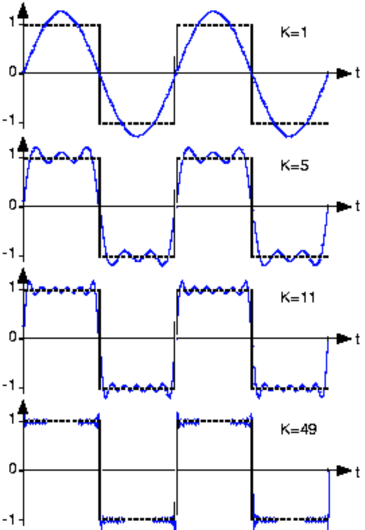
R: No mínimo o dobro da maior frequência do sinal (e de preferência, múltiplo inteiro ☺).

$$\min(f_{Sampling}) > 2 \times f_{cossine}$$



Teorema de Nyquist-Shannon

Ex1: Uma onda quadrada possui infinitas harmônicas. Teoricamente, para amostrá-la perfeitamente, precisaríamos de uma frequência de amostragem infinita. Entretanto, podemos ver pela figura abaixo que com 11 harmônicas o sinal fica próximo da onda quadrada ideal.



Se a frequência fundamental da onda quadrada for 10 kHz, considerando 11 harmônicas, no mínimo devemos amostrá-la com

$\mathbf{f_S}$=2×110kHz

$\mathbf{f_S}$=220 kHz

Teorema de Nyquist-Shannon

Ex2: Um dos padrões de amostragem de sinais de áudio é com a frequência de 44 kHz, pois a faixa audível do ouvido humano possui frequência máxima de aproximadamente 22 kHz.

Assim, para cobrir todo o espectro audível, no mínimo devemos amostrar os sinais de áudio com:

$\mathbf{f_s} = 2\times22$ kHz

$\mathbf{f_s} = 44$ kHz

processamento digital de sinais em tempo real

OPERAÇÕES COM AMOSTRAS DOS SINAIS

Processamento em Tempo real

Se todas as amostras de um determinado sinal estiverem disponíveis, é possível realizar diversos tipos de análise e tratar esse sinal da forma que acharmos melhor.

Entretanto, para processar um sinal **em tempo real**, só podemos contar com um número limitado de amostras do sinal (**memória digital limitada**).

Processamento em Tempo real

Filtros digitais podem possuir **memórias** das amostras de **entradas e/ou de saída** do filtro. O maior número de memórias (da entrada ou da saída) determina a ordem do filtro digital.

As amostras do sinal de entrada geralmente chegam de forma **seriada**.

$$\cdots\ x[k+2]\ \ x[k+1]\ \ x[k] \longrightarrow \boxed{\text{Filtro Digital}} \longrightarrow y[k]\ \ y[k-1]\ \ y[k-2]\ \cdots$$

Entradas **x**.
k é o índice de tempo discreto atual.

Saídas **y**.
k é um número inteiro.

Operações de Filtros Digitais em Tempo real

Ex: Operações com **memórias da entrada**:

$$y[5] = \frac{1}{3}x[5] + \frac{1}{3}x[4] + \frac{1}{3}x[3] + \frac{1}{10}x[2]$$

Ex: Operações com **memórias da saída**:

$$y[10] = \frac{1}{2}(x[10] + x[9]) + \frac{1}{2}(y[9] + y[8])$$

Filtros Digitais Genéricos (Tempo real)

(combina entrada atual com entradas/saídas anteriores):

$$\boldsymbol{y}[k] = \underbrace{\sum_{n=0}^{N} \mathrm{b_n} \boldsymbol{x}[k-n]}_{\text{N memórias das entradas}} - \underbrace{\sum_{m=1}^{M} \mathrm{a_m} \boldsymbol{y}[k-m]}_{\text{M memórias das saídas}}$$

Ordem do filtro: $\max(N, M)$

FIR e IIR

TIPOS DE FILTROS DIGITAIS QUANTO ÀS MEMÓRIAS

Filtros FIR (resposta finita)

- São filtros que **não são** recursivos **em relação à saída** (ou seja, sua resposta **só depende** de um conjunto finito de memórias **do sinal de entrada**).

$$y[k] = \sum_{n=0}^{N} \mathrm{b}_{\mathrm{n}} x[k-n]$$

- Somente algumas amostras de entradas passadas influenciam saídas atuais.

Filtros IIR (resposta infinita)

- São filtros recursivos que dependem de amostras das próprias saídas anteriores (realimentação das saídas anteriores).

$$y[k] = \sum_{n=0}^{N} \mathrm{b_n} x[k-n] - \sum_{m=1}^{M} \mathrm{a_m} y[k-m]$$

- Como as saídas anteriores dependem de amostras de entradas/saídas mais antigas, o filtro é dito como de "resposta infinita" (amostras passadas sempre influenciarão amostras futuras).

Prevendo o Futuro

- **Filtros são chamados de causais quando suas respostas só dependem de entradas atuais ou passadas.**

- **Quando uma amostra de saída de um filtro depende de uma amostra de entrada/saída "futuras", esse filtro é dito não-causal.**

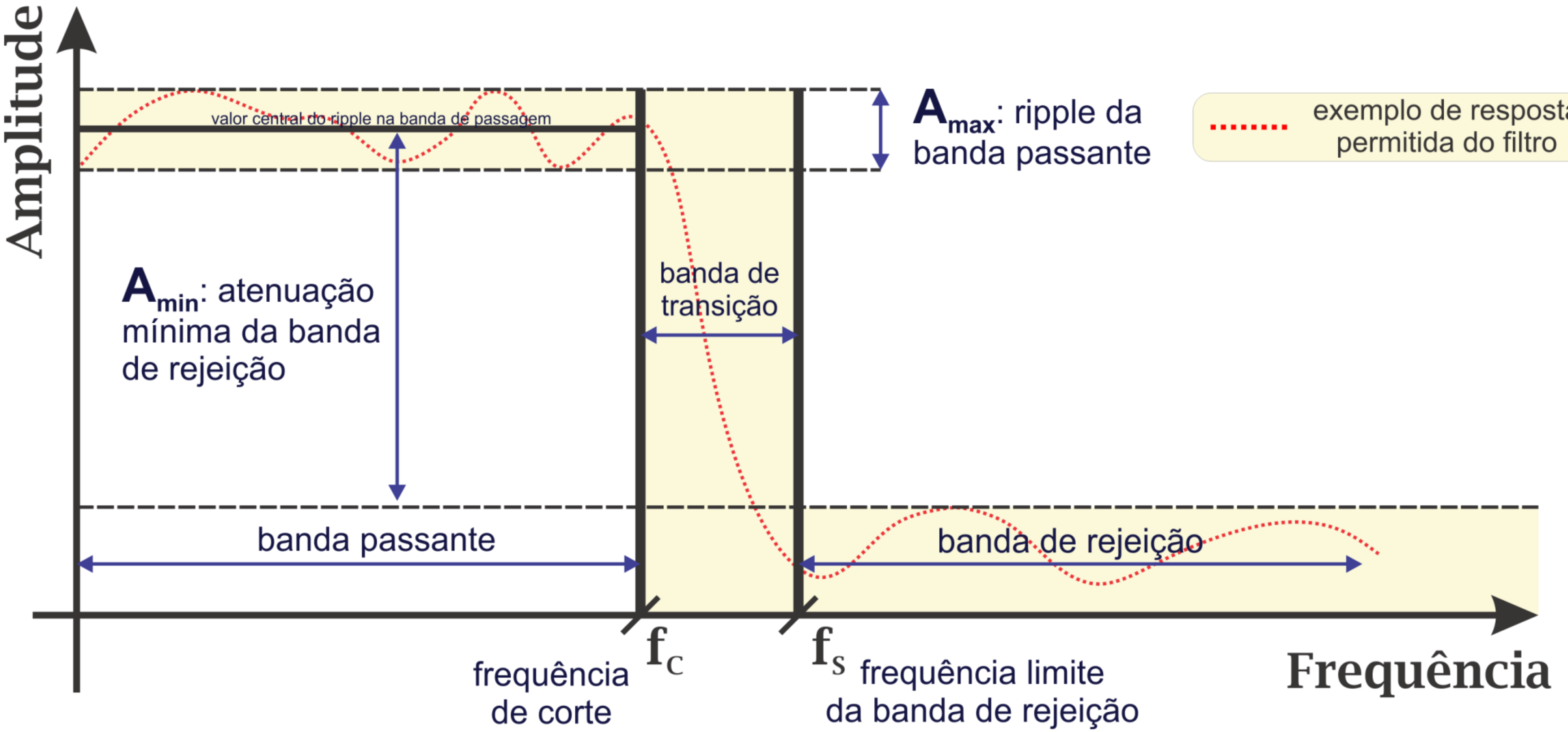
- **Na prática, filtros não-causais só podem ser implementados "offline" (ou seja, após obter todas as amostras de entrada desejadas). Aplicações deste tipo de filtro seriam pós-processamento de dados (áudio, vídeo, informação, etc).**

Gabarito usado no projeto e análise de filtros

PROJETO DE UM FILTRO DIGITAL

INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Gabarito de amplitude da função de transferência de um filtro



Referências

- Site interativo para projeto de filtros digitais
  http://www-users.cs.york.ac.uk/~fisher/mkfilter/

- Animação Java sobre resposta em frequência de filtros digitais:
  www.falstad.com/dfilter/