$w_1[z]=w_4[z]-x[z]$

$w_2[z]=aw_1[z]$

$w_3[z]=w_2[z]+x[z]$

$w_4[z]=z^{-1}w_3[z]$

$y[n]=w_2[z]+w_4[z]$

$y[z]=aw_4[z]-ax[z]+z^{-1}w_2[z]+z^{-1}x[z]$

$ax[z]-z^{-1}x[z]+y[z]=aw_4[z]+z^{-1}w_2[z]$

Aula 18/09/2023

Quando os polos e os zeros estão próximos, diminui-se o erro na quantização.

Exemplo IIR paralelo

$$8+\frac{8z^{-1}-7}{1-0,7z^{-1}+0,125z^{-1}}=8+\frac{8z^{-1}-7}{(1-0,5z^{-1})(1-0,25z^{-1})}=\frac{A}{1-0,5z^{-1}}+\frac{B}{1-0,25z^{-1}}$$

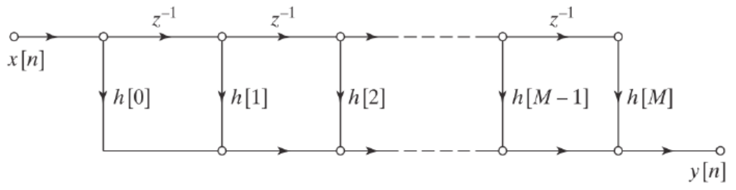
$$A=\frac{8(2)-7}{1-0,25.2}=\frac{9}{0},5=18 \qquad B=\frac{8(4)-7}{1-0,5.4}=\frac{32-7}{1-2}=-25$$

$$8+\frac{18}{1-0,5z^{-1}}-\frac{25}{1-25z^{-1}}$$

Realimentação em sistemas IIR

Aula 21/09/2023 - Filtros FIR

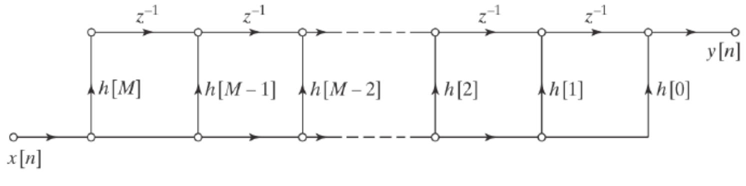
São filtros que não possuem o polinômio do denominador. São filtros não recursivos, ou seja, a saída não depende do passado da entrada.



Realização de um sistema FIR na forma direta.

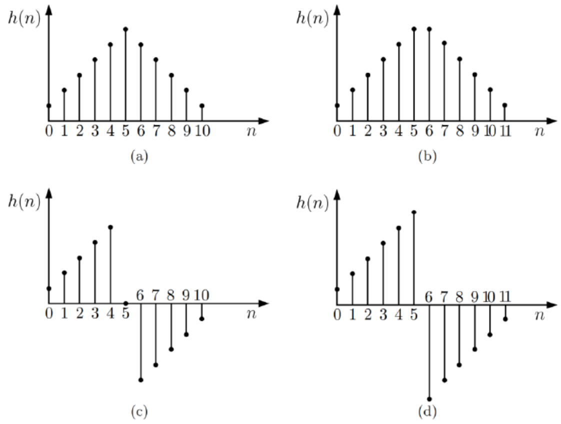
$y[n]=h[0]x[n]+h[1]x[n-1]+h[2]x[n-2]+...+h[M]x[n-M]$

Se a realização for transposta:



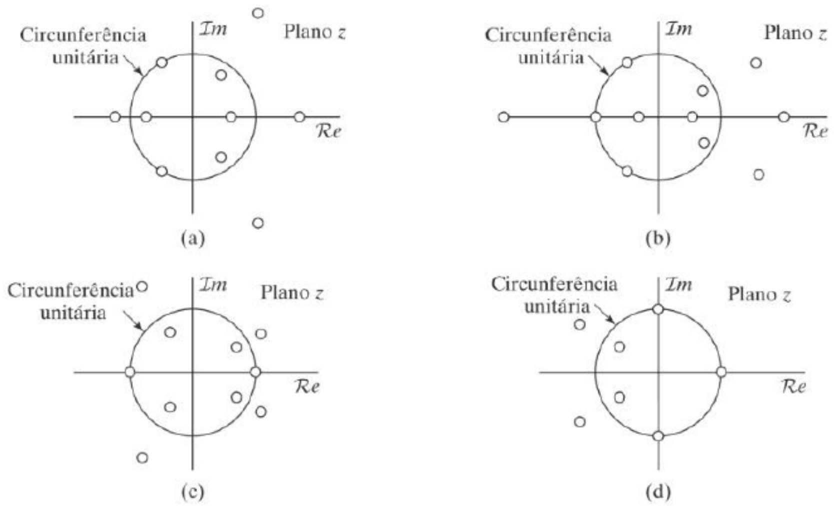
Realização transposta de um sistema FIR na forma direta.

Resposta ao impulso dos filtros de resposta ao impulso finita (FIR):



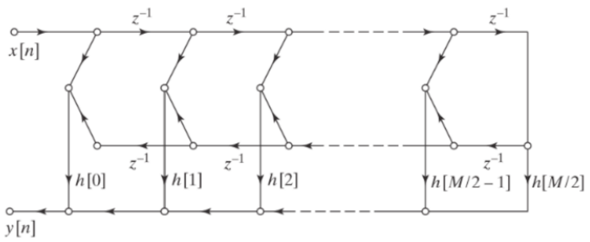
Exemplos de respostas ao impulso de filtros digitais FIR com fase linear: (a) Tipo I; (b) Tipo II; (c) Tipo III; (d) Tipo IV.

Filtro FIR NÃO possui polos, somente zeros:



Diagramas típicos de zeros para sistemas de fase linear. (a) Tipo I. (b) Tipo II. (c) Tipo III. (d) Tipo IV.

Sistemas do tipo IV:



Estrutura na forma direta para um sistema FIR de fase linear quando M é um inteiro par.

$$y[n]=h[0]x[n]+x\left[n-\frac{M}{2}\right]h\left[\frac{M}{2}\right]$$

Resolução de exercício:

$Y[z]=X[z]+C[z]$ substitui C[z] com: $C[z]=Z^{-1}A[z]+D[z]$

$Y[z]=X[z]+Z^{-1}A[z]+D[z]$, sendo:

$W[z]=Z^{-1}Y[z]+Z^{-1}A[z]\rightarrow Z^{-1}A[z]=W[z]-Z^{-1}Y[z]$

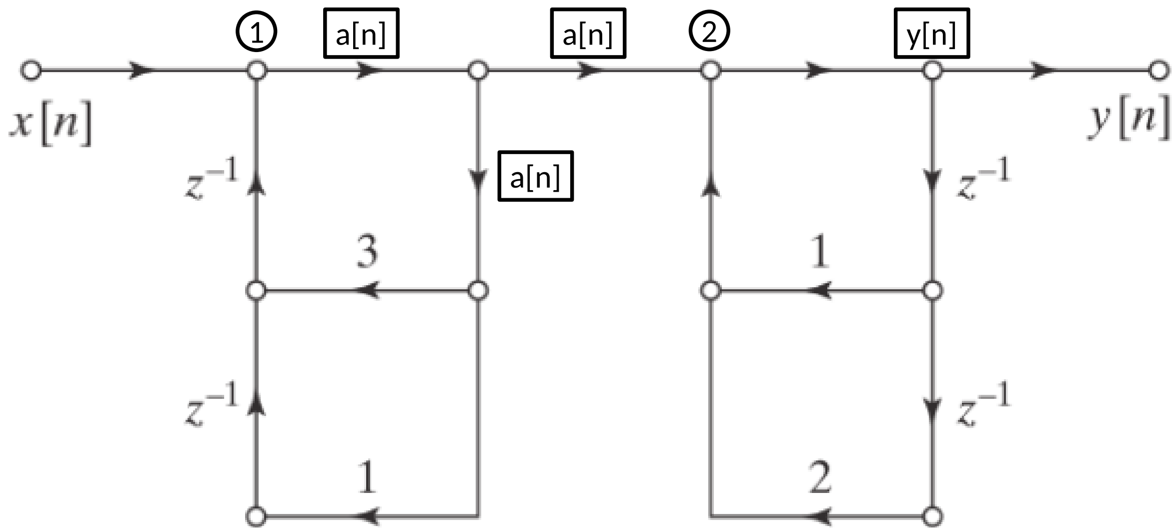
Substitui $Z^{-1}A[z]$ com: $Z^{-1}A[z]=W[z]-Z^{-1}Y[z]$

$Y[z]=X[z]+W[z]-Z^{-1}Y[z]+D[z]$

Alternativa → Substitui $Z^{-1}A[z]$ com: $Z^{-1}A[z]=C[z]-D[z]$

$Y[z]=X[z]+C[z]-D[z]+D[z]$, substitui C[z] com C[z] = Y[z] – X[z]

$Y[z]=X[z]+Y[z]-X[z]-D[z]+D[z]$



1: $a[n] = x[n] + 3a[n-1] + a[n-2] \rightarrow a[z] = x[z] + 3Z^{-1}a[z] + Z^{-2}a[z]$
2: $y[n] = a[n] + y[n-1] + 2y[n-2] \rightarrow y[z] = a[z] + Z^{-1}y[z] + 2Z^{-2}y[z]$

Sendo $y[z] = a[z] + Z^{-1}y[z] + 2Z^{-2}y[z]$, pode-se fazer: $a[z] = y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z]$.
Substituindo no primeiro termo:

$a[z] = x[z] + 3Z^{-1}a[z] + Z^{-2}a[z] \rightarrow y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z] = x[z] + 3Z^{-1}(y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z]) + Z^{-2}(y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z])$

Portanto:

$y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z] = x[z] + 3Z^{-1}(y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z]) + Z^{-2}(y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z])$

$y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z] = x[z] + 3Z^{-1}y[z] - 3Z^{-2}y[z] - 6Z^{-3}y[z] + Z^{-2}y[z] - Z^{-3}y[z] - 2Z^{-4}y[z]$

$x[z] = - 3Z^{-1}y[z] + 3Z^{-2}y[z] + 6Z^{-3}y[z] - Z^{-2}y[z] + Z^{-3}y[z] + 2Z^{-4}y[z] - Z^{-1}y[z] - 2Z^{-2}y[z] + y[z]$

$x[z] = - 4Z^{-1}y[z] + 7Z^{-3}y[z] + 2Z^{-4}y[z] + y[z]$

$x[z] = y[z](- 4Z^{-1} + 7Z^{-3} + 2Z^{-4} + 1)$

$$\frac{Y[z]}{X[z]}=\frac{1}{-4Z^{-1}+7Z^{-3}+2Z^{-4}+1}$$

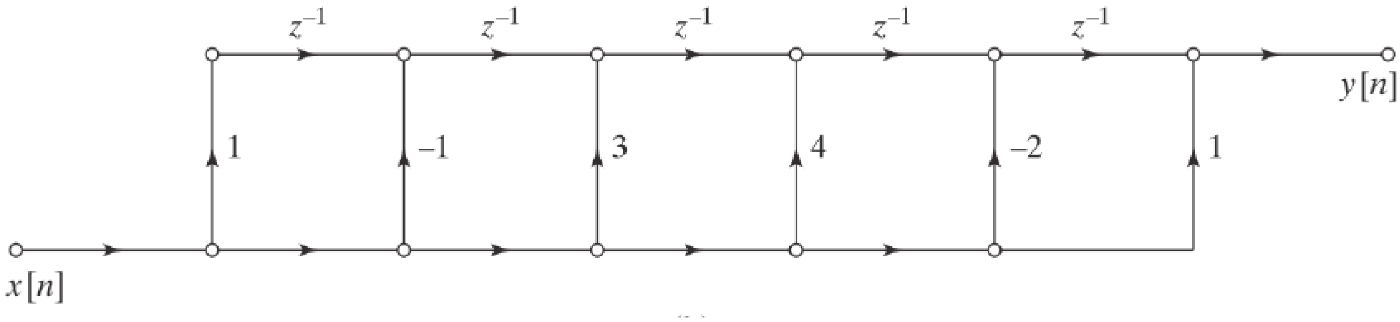
Obtendo a equação de diferenças:

- Sendo: $X[z] = - 4Z^{-1}Y[z] + 7Z^{-3}Y[z] + 2Z^{-4}Y[z] + Y[z]$

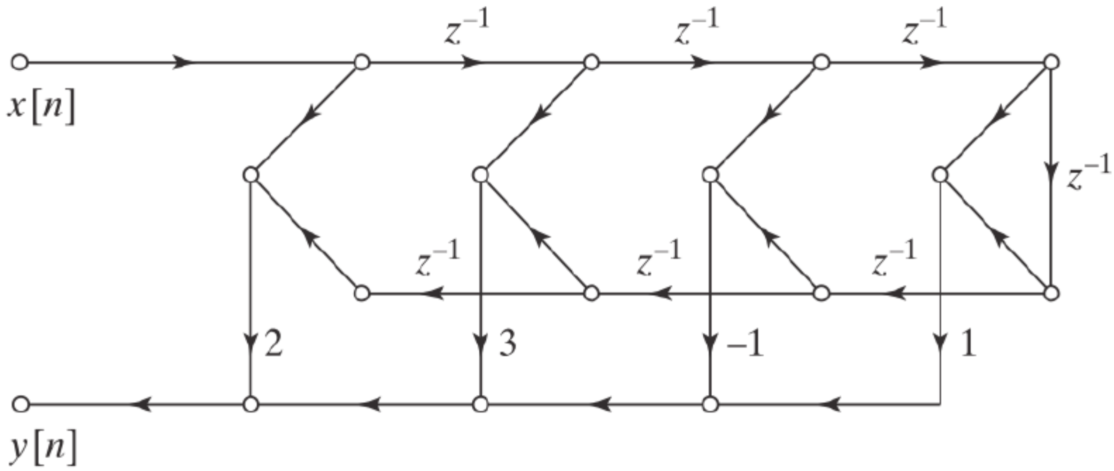
$x[n] = -4y[n-1] + 7y[n-3] + 2y[n-4] + y[n]$

$y[n] = x[n] + 4y[n-1] - 7y[n-3] - 2y[n-4]$

3) Determine a resposta ao impulso de cada um dos sistemas na Figura a seguir.

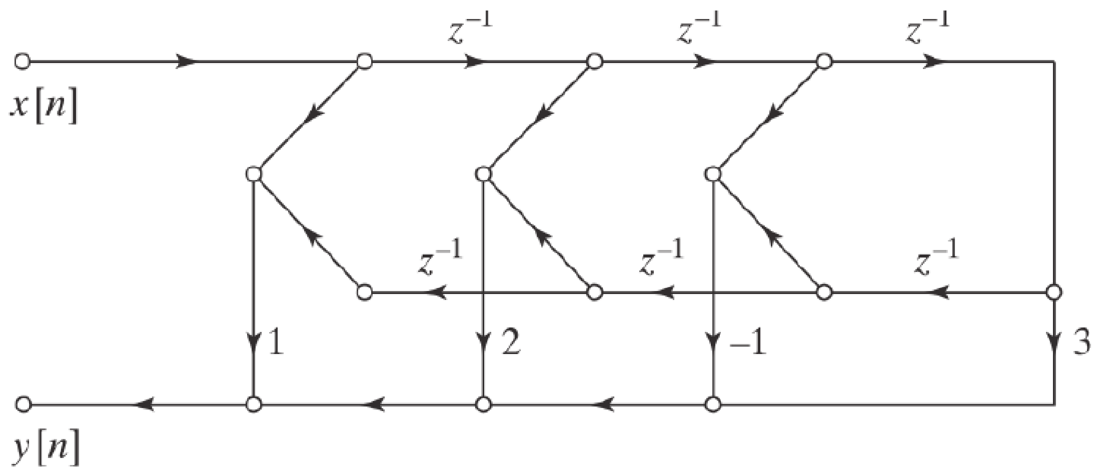


y[n] = x[n] - 2x[n-1] + 4x[n-2] + 3x[n-3] – x[n-4] + x[n-5]



(c)

y[n] = 2x[n] + 2x[n-7] + 3(x[n-1] + x[n-6]) - x[n-2] – x[n-5] + x[n-3] + x[n-4]
y[n] = 2x[n] + 2x[n-7] + 3x[n-1] + 3x[n-6] – x[n-2] – x[n-5] + x[n-3] + x[n-4]
y[n] = 2x[n] + 3x[n-1] – x[n-2] + x[n-3] + x[n-4] – x[n-5] + 3x[n-6] + 2x[n-7]
$y[n] = 2\delta[n] + 3\delta[n-1] - \delta[n-2] + \delta[n-3] + \delta[n-4] - \delta[n-5] + 3\delta[n-6] + 2\delta[n-7]$

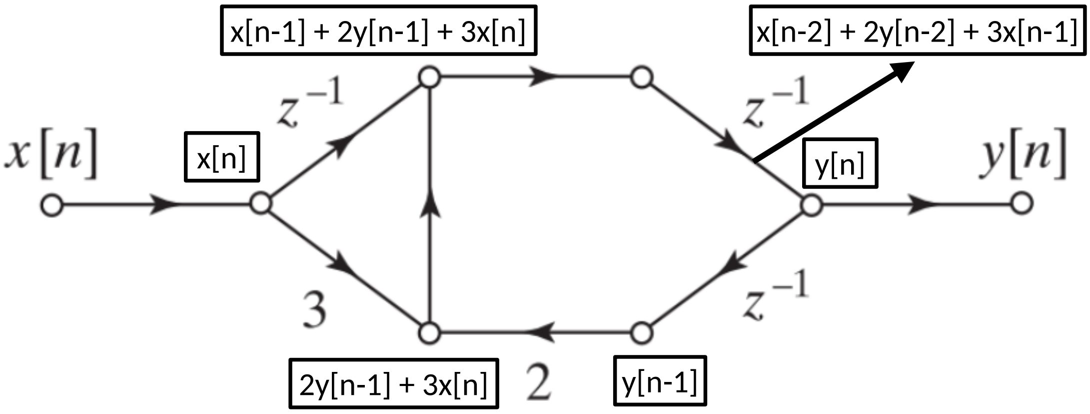


(d)

y[n] = x[n] + 2x[n-1] - x[n-2] + 3x[n-3] - x[n-4] + 2x[n-5] + x[n-6]

$y[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-2] + 3\delta[n-3] - \delta[n-4] + 2\delta[n-5] + \delta[n-6]$

5) O diagrama de fluxo de sinais na Figura a seguir representa um sistema LIT. Determine uma equação de diferenças que forneça uma relação entre a entrada x[n] e a saída y[n] desse sistema. Como é usual, todos os ramos do diagrama de fluxo de sinais têm ganho unitário, a menos que seja especificamente indicado o contrário.



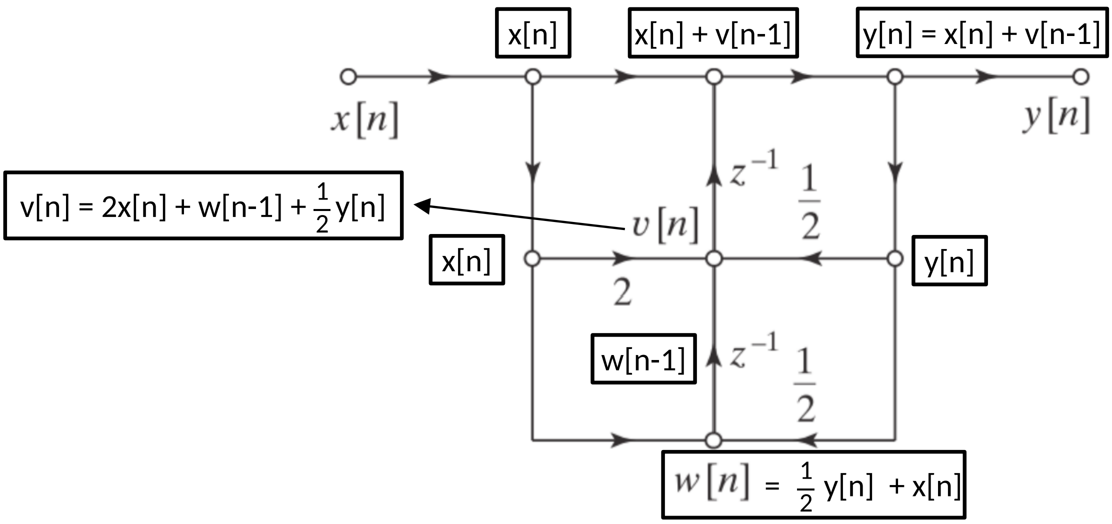
y[n] = x[n-2] + 2y[n-2] + 3x[n-1]

Dessa forma:

y[n] – 2y[n-2] = x[n-2] + 3x[n-1]

6) Considere o diagrama de fluxo de sinais mostrado na Figura a seguir.

a) Usando as variáveis de nó indicadas, escreva o conjunto de equações de diferenças representado por esse diagrama de fluxo.
b) Desenhe o diagrama de fluxo de um sistema equivalente que seja a cascata de dois sistemas de primeira ordem.
c) O sistema é estável? Explique.



a) Usando as variáveis de nó indicadas, escreva o conjunto de equações de diferenças representado por esse diagrama de fluxo.

y[n] = x[n] + v[n-1]

$$v[n-1]=2x[n-2]+w[n-2]+\frac{1}{2}y[n-1]$$

Substituindo e atrasando w[n-1] em 1 (w[n-2]):

$$v[n-1]=2x[n-1]+\frac{1}{2}y[n-2]+x[n-2]+\frac{1}{2}y[n-1]$$

Por fim:

$$y[n]=x[n]+2x[n-1]+\frac{1}{2}y[n-2]+x[n-2]+\frac{1}{2}y[n-1]$$

$$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]-\frac{1}{2}y[n-2]=x[n]+2x[n-1]+x[n-2]$$

$$Y[z]-\frac{1}{2}Z^{-1}Y[z]-\frac{1}{2}Z^{-2}Y[z]=X[z]+2z^{-1}X[z]+z^{-2}X[z]$$

$$Y[z]\left(1-\frac{1}{2}Z^{-1}-\frac{1}{2}Z^{-2}\right)=X[z]\left(1+2z^{-1}+z^{-2}\right)$$

$$H[z]=\frac{Y[z]}{X[z]}=\frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1-\frac{1}{2}Z^{-1}-\frac{1}{2}Z^{-2}}$$

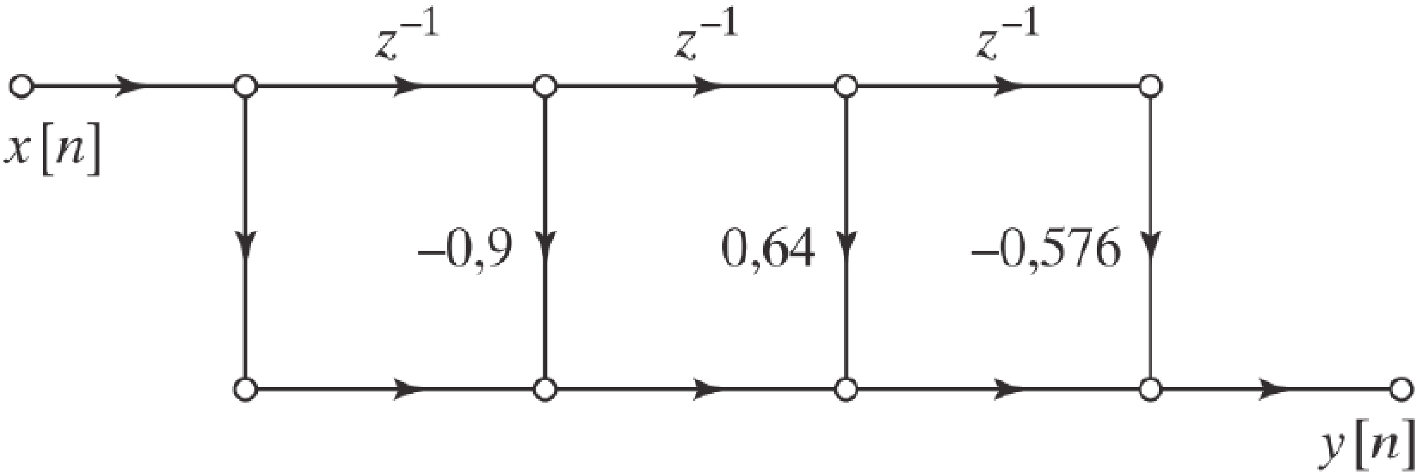
Multiplicando tudo por z^2:

$$H[z]=\frac{Z^2+2z+1}{Z^2-\frac{1}{2}Z-\frac{1}{2}}=\frac{(z+1)^2}{(z-1)\left(z+\frac{1}{2}\right)}=\frac{z+1}{z-1}\cdot\frac{z+1}{\left(z+\frac{1}{2}\right)}$$

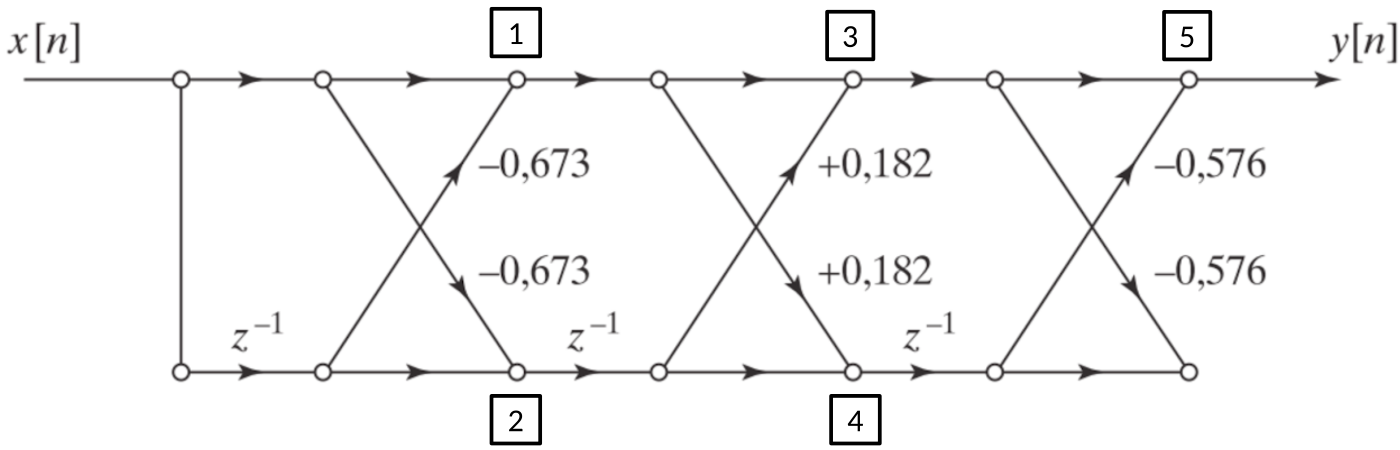
b) Desenhe o diagrama de fluxo de um sistema equivalente que seja a cascata de dois sistemas de primeira ordem.

Aula 02/10/2023

Considere o sistema FIR mostrado na Figura a seguir



a) Determine a função de transferência do filtro treliça abaixo.



1) x[n] – 0,673x[n-1]

2) x[n-1] – 0,673x[n]

3) x[n] – 0,673x[n-1] + 0,182x[n-2] - 0,122486x[n-1]

4) x[n-2] – 0,673x[n-1] + 0,182x[n] – 0,122486x[n-1]

5) y[n] = x[n] – 0,673x[n-1] + 0,182x[n-2] – 0,122486x[n-1] – 0,576x[n-3] + 0,387648x[n-2] – 0,104832x[n-1] + 0,070551936x[n-2]

y[n] = x[n] – 0,9x[n-1] + 0,64x[n-2] – 0,576x[n-3]

Passando tudo para Z:

$Y[z] = X[z] - 0{,}9Z^{-1}X[z] + 0{,}64Z^{-2}X[z] - 0{,}576Z^{-3}X[z]$

$Y[z] = X[z](1 - 0{,}9Z^{-1} + 0{,}64Z^{-2} - 0{,}576Z^{-3})$

Sendo assim, a função de transferência é dada por:

$A[z] = 1 - 0{,}9Z^{-1} + 0{,}64Z^{-2} - 0{,}576Z^{-3}$

b) Obtenha os coeficientes α da estrutura transversal.

Dados k1 = 0,673, k2 = -0,182, k3 = 0,576

Para i = 1, 2 e 3.

i = 1;
$\alpha_1^{(1)} = 0{,}673$

i = 2;
$\alpha_2^{(2)} = -0{,}182$
Se *i* > 1, então para *j* = 1;
Para *j* = 1;
$\alpha_1^{(2)} = \alpha_1^{(1)} - (-0{,}182)\alpha_1^{(1)} = \alpha_1^{(1)} + 0{,}182\,\alpha_1^{(1)}$
Fim

i = 3;
$\alpha_3^{(3)} = 0{,}576$
Se *i* > 1, então para *j* = 1, 2;
Para *j* = 1;
$\alpha_1^{(3)} = \alpha_1^{(2)} - 0{,}576\,\alpha_2^{(2)}$

Para *j* = 2;
$\alpha_2^{(3)} = \alpha_2^{(2)} - 0{,}576\,\alpha_1^{(2)}$
Fim
Fim

$\alpha_1^{(2)} = \alpha_1^{(1)} + 0{,}182\,\alpha_1^{(1)}$

Para encontrar $\alpha_1^{(3)}$, substitui-se $\alpha_1^{(2)}$ em $\alpha_1^{(3)} = \alpha_1^{(2)} - 0{,}576\,\alpha_2^{(2)}$:

$\alpha_1^{(3)} = \alpha_1^{(2)} - 0{,}576\,\alpha_2^{(2)} \rightarrow \alpha_1^{(3)} = \alpha_1^{(1)} + 0{,}182\,\alpha_1^{(1)} - 0{,}576\,\alpha_2^{(2)} \rightarrow \alpha_1^{(3)} = 0{,}673 + 0{,}182 * 0{,}673 - 0{,}576 * (-0{,}182)$

$\alpha_1^{(3)} = 0{,}673 + 0{,}122486 + 0{,}104832 = 0{,}900318$

Para encontrar $\alpha_2^{(3)}$, substitui-se $\alpha_1^{(2)}$ em $\alpha_2^{(3)}=\alpha_2^{(2)}-0{,}576\,\alpha_1^{(2)}$:

$$\alpha_2^{(3)}=\alpha_2^{(2)}-0{,}576\,\alpha_1^{(2)} \rightarrow \alpha_2^{(3)}=\alpha_2^{(2)}-0{,}576(\alpha_1^{(1)}+0{,}182\,\alpha_1^{(1)}) \rightarrow \alpha_2^{(3)}=\alpha_2^{(2)}-0{,}576\,\alpha_1^{(1)}-0{,}104832\,\alpha_1^{(1)}$$

$$\alpha_2^{(3)}=-0{,}182-0{,}576*0{,}673-0{,}104832*0{,}673=-0{,}640199936$$

Conforme obtido anteriormente:

$$\alpha_3^{(3)}=0{,}576$$

Portanto:

$\alpha_1^{(3)}=0{,}9$, $\alpha_2^{(3)}=-0{,}64$ e $\alpha_3^{(3)}=0{,}576$

Solução utilizando as equações recursivas

Seja: k1 = 0,673, k2 = -0,182, k3 = 0,576

- $A^{(0)}(z)=B^{(0)}(z)=1$
- $A^{(i)}(z)=A^{(i-1)}(z)-k_i z^{-1}B^{(i-1)}(z)$
- $B^{(i)}(z)=-k_i A^{(i-1)}(z)+z^{-1}B^{(i-1)}(z)$

Encontrando $A^{(1)}(z)$:

$A^{(i)}(z)=A^{(i-1)}(z)-k_i z^{-1}B^{(i-1)}(z) \rightarrow A^{(1)}(z)=A^{(0)}(z)-k_1 z^{-1}B^{(0)}(z) \rightarrow A^{(1)}(z)=1-k_1 z^{-1}.1 \rightarrow A^{(1)}(z)=1-k_1 z^{-1} \rightarrow$
$A^{(1)}(z)=1-0{,}673\,z^{-1}$

Encontrando $B^{(1)}(z)$:

$B^{(i)}(z)=-k_i A^{(i-1)}(z)+z^{-1}B^{(i-1)}(z) \rightarrow B^{(1)}(z)=-k_1 A^{(0)}(z)+z^{-1}B^{(0)}(z) \rightarrow B^{(1)}(z)=-k_1.1+z^{-1}.1 \rightarrow B^{(1)}(z)=-k_1+z^{-1} \rightarrow$
$B^{(1)}(z)=-0{,}673+z^{-1}$

Encontrando $A^{(2)}(z)$:

$A^{(2)}(z)=A^{(1)}(z)-k_2 z^{-1}B^{(1)}(z) \rightarrow A^{(2)}(z)=1-0{,}673\,z^{-1}-k_2 z^{-1}(-0{,}673+z^{-1}) \rightarrow A^{(2)}(z)=1-0{,}673\,z^{-1}-(-0{,}182)z^{-1}(-0{,}673+z^{-1}) \rightarrow$
$A^{(2)}(z)=1-0{,}673\,z^{-1}+0{,}182z^{-1}(-0{,}673+z^{-1}) \rightarrow A^{(2)}(z)=1-0{,}673\,z^{-1}-0{,}122486\,z^{-1}+0{,}182z^{-2} \rightarrow$
$A^{(2)}(z)=1-0{,}795486\,z^{-1}+0{,}182z^{-2}$

Encontrando $B^{(2)}(z)$:

$B^{(2)}(z)=-k_2 A^{(1)}(z)+z^{-1}B^{(1)}(z) \rightarrow B^{(2)}(z)=-k_2(1-0{,}673\,z^{-1})+z^{-1}(-0{,}673+z^{-1}) \rightarrow B^{(2)}(z)=-k_2+k_2 0{,}673\,z^{-1}-0{,}673\,z^{-1}+z^{-2} \rightarrow$
$B^{(2)}(z)=-(-0{,}182)+(-0{,}182)0{,}673\,z^{-1}-0{,}673\,z^{-1}+z^{-2} \rightarrow B^{(2)}(z)=0{,}182-0{,}122486\,z^{-1}-0{,}673\,z^{-1}+z^{-2} \rightarrow$
$B^{(2)}(z)=0{,}182-0{,}795486\,z^{-1}+z^{-2}$

Encontrando $A^{(3)}(z)$:

$A^{(3)}(z)=A^{(2)}(z)-k_3 z^{-1}B^{(2)}(z) \rightarrow A^{(3)}(z)=1-0{,}795486\,z^{-1}+0{,}182z^{-2}-k_3 z^{-1}(0{,}182-0{,}795486\,z^{-1}+z^{-2}) \rightarrow$
$A^{(3)}(z)=1-0{,}795486\,z^{-1}+0{,}182z^{-2}-0{,}182k_3 z^{-1}+0{,}795486k_3 z^{-2}-k_3 z^{-3} \rightarrow$
$A^{(3)}(z)=1-0{,}795486\,z^{-1}+0{,}182z^{-2}-0{,}182.0{,}576z^{-1}+0{,}795486.0{,}576\,z^{-2}-0{,}576.z^{-3} \rightarrow$
$A^{(3)}(z)=1-0{,}795486\,z^{-1}+0{,}182z^{-2}-0{,}104832z^{-1}+0{,}640199936\,z^{-2}-0{,}576.z^{-3} \rightarrow$
$A^{(3)}(z)=1-0{,}900318\,z^{-1}+0{,}640199936\,z^{-2}-0{,}576z^{-3}$