

# PRINCÍPIOS de TELECOMUNICAÇÕES

PRT60806

AULA 17: MODULAÇÕES ANALÓGICAS - FM

PROFESSOR: BRUNO FONTANA DA SILVA

2014



# DEFINIÇÃO DE FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA

- Seja uma função trigonométrica do tipo

$$f(t) = A \cos(\theta(t))$$

cujo ângulo  $\theta(t)$  é uma função do tempo (varia com o passar do tempo).

Já conhecemos o caso mais comum das funções trigonométricas tradicionais, em que  $\theta$  varia linearmente com o tempo:

$$\theta(t) = \omega t + \phi$$

# DEFINIÇÃO DE FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA

Suponha um ângulo mais genérico, cuja variação em função do tempo **não é linear**.

Podemos definir a “**frequência instantânea**” da função trigonométrica para um **instante muito pequeno de tempo** como sendo:

$$\omega_{\text{inst}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

que é um caso geral de velocidade angular instantânea.

Quanto maior a variação de  $\Delta\theta$  para o mesmo intervalo de tempo, maior a velocidade (**frequência angular**) instantânea naquele instante.

# MODULAÇÕES DE ÂNGULO

Dada um sinal de portadora  $p(t)$  baseado em uma função trigonométrica, temos dois parâmetros gerais que podem ser modulados:

- Amplitude
- Ângulo

$$p(t) = A(t) \cos(\theta(t))$$

Usando o ângulo como  $\omega t + \theta$  com  $\omega$  e  $\theta$  fixos e modulando a amplitude, temos a **modulação AM**.

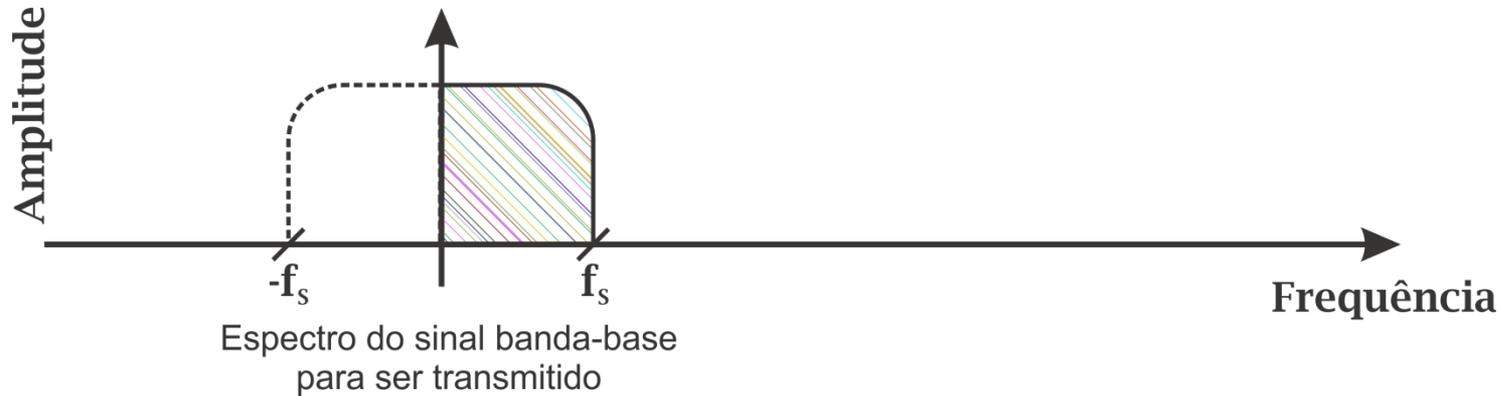
Se escolhermos uma **amplitude fixa** e **modularmos o ângulo**, temos duas possibilidades: **modulações PM e FM**.

# SINAL MODULANTE (INFORMAÇÃO)

- Deseja-se transmitir o sinal

$$m(t)$$

Assumindo ser um sinal em banda base, com largura de banda do espectro  $B_s$ .



# MODULAÇÕES DE ÂNGULO

No caso das modulações de ângulo, o ângulo  $\theta(t)$  pode ser modulado de duas formas:

$$p(t) = A_p \cos(\theta(t))$$

- PM (modulação de fase)

$$\theta_{PM}(t) = \omega_p t + \left( \theta_p + k_{PM} \times m(t) \right)$$

- FM (modulação de frequência)

$$\omega_{instFM}(t) = \omega_p + k_{FM} \times m(t)$$

# MODULAÇÃO DE FREQUÊNCIA (FM)

Vamos analisar o caso específico da modulação da frequência instantânea da portadora.

- FM (modulação de frequência)

$$\omega_{\text{instFM}}(t) = \omega_p + k_{\text{FM}} \times m(t)$$

- $k_{\text{FM}}$  é uma constante que representa uma relação entre tensão e frequência angular (VCO - voltage controlled oscillator).

Sejam os picos do sinal  $m(t)$  limitado entre  $+A_m$  e  $-A_m$  ( $V_{pp}=2A_m$ , amplitude  $A_m$ ), os valores mínimos e máximos de frequência instantânea do sinal FM modulado serão:

$$\omega_{\text{max}}(t) = \omega_p + k_{\text{FM}}A_m$$

$$\omega_{\text{min}}(t) = \omega_p - k_{\text{FM}}A_m$$

# Banda da Modulação FM

A quantidade  $k_{FM} A_m$  é denominada desvio de frequência angular  $\Delta \omega$ .

Podemos ainda dizer que há um desvio de frequência em Hz  $\Delta f = \Delta \omega / (2\pi)$

O desvio de frequência ocorre ao redor da frequência central  $\omega_p$ .

Os pioneiros da modulação FM imaginaram que a banda ocupada por um sinal modulado FM seria contida dentro do intervalo:

$$\begin{aligned} B_{FM}(\text{Hz}) &= \frac{\omega_{\max}(t) - \omega_{\min}(t)}{2\pi} \\ B_{FM}(\text{Hz}) &= \frac{2k_{FM}A_m}{2\pi} \end{aligned} \longrightarrow B_{FM}(\text{Hz}) = 2\Delta f$$

Dessa forma, escolhendo a constante  $k_{FM}$  adequadamente, seria possível reduzir a banda do sinal modulado tanto quanto fosse desejado.

# Banda da Modulação FM

Entretanto, **havia um problema nessa formulação.**

**Segundo os teoremas de Fourier, uma cossenóide de duração infinita ocupa apenas uma frequência singular no domínio da frequência, pois é um sinal periódico.**

**Mas no caso da modulação FM, se analisarmos um sinal cossenoidal de duração  $T$  segundos, que não se repete (é aperiódico, pois a frequência será modulada), a análise em frequência desse sinal se espalha ao redor de frequências  $1/T$ .**

# Banda da Modulação FM

**Conclusão:** além das bandas duas laterais adjacentes ao redor da frequência central (da portadora), a modulação FM se espalha por mais **bandas laterais**.

Com uma análise matemática mais detalhada, chega-se a conclusão que a **largura de banda significativa de um sinal de modulação FM** é dada por:

$$B_{FM}(\text{Hz}) = 2\Delta f + 2B_s$$

Ou seja, por menor que se consiga fazer o valor de  $\Delta f$ , a modulação FM ocupa pelo menos 2 vezes a banda do sinal em banda base (no melhor caso, FM banda estreita  $\Delta f \ll B_s$ , ocupa a mesma banda da modulação AM-DSB).

# Índice de modulação FM

A **taxa de desvio de frequência** é um parâmetro similar ao índice de modulação AM, e portanto é conhecida como índice de modulação FM.

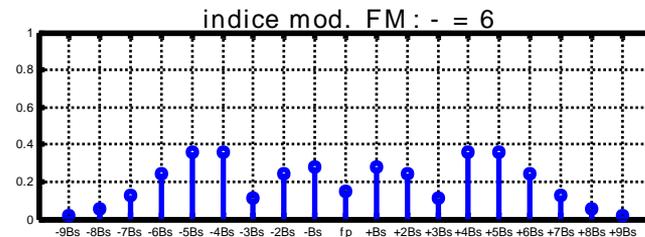
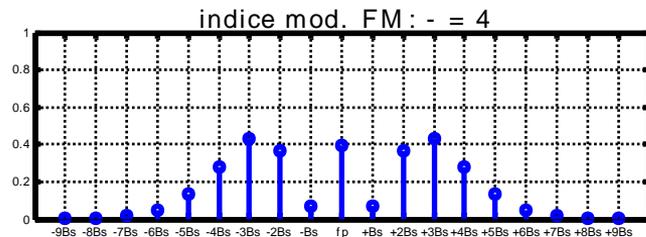
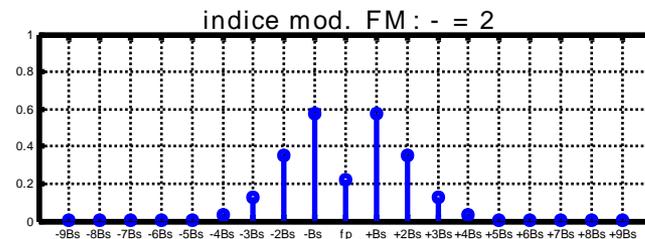
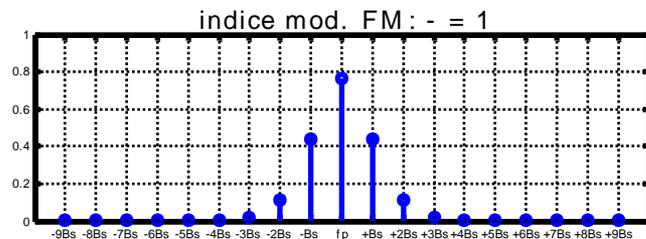
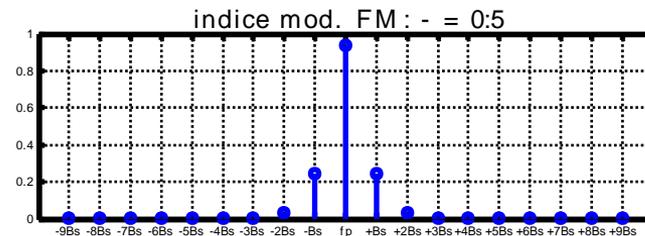
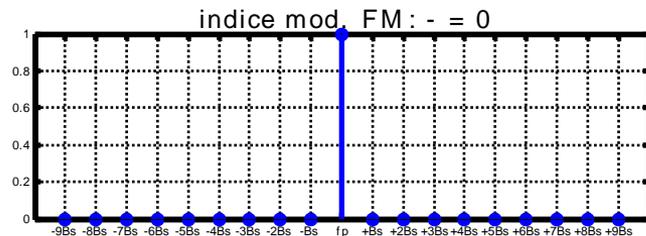
A definição do **índice de modulação FM** é a razão entre o desvio de frequência instantânea máximo pela banda do sinal a ser transmitido:

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f}{B_S}$$

A quantidade de bandas laterais significativas (98% da potência do sinal) geradas na modulação FM é definida como:

$$n_{SB} = \lceil \beta_{FM} + 1 \rceil$$

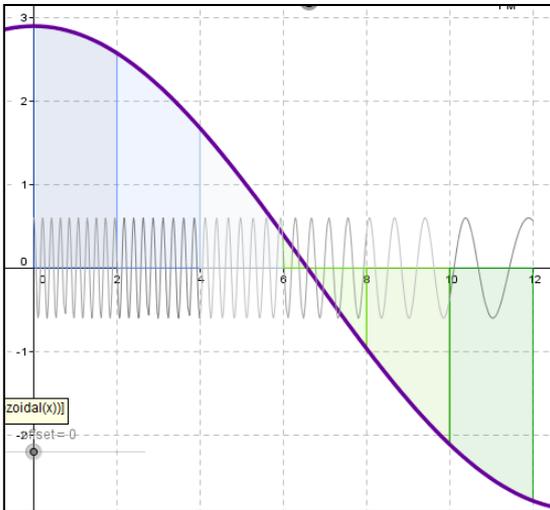
# Banda do sinal FM x índice de modulação



# ESTRUTURA DO MODULADOR FM

Para implementação de um modulador FM, é necessário um bloco chamado **oscilador controlado por tensão (VCO – voltage controlled oscillator)**.

É um conversor de um sinal de tensão (Volts) para um desvio de frequência (Hz).



O objetivo do VCO é gerar uma frequência maior quando a amplitude do sinal de entrada for mais positiva e gerar uma frequência menor quando a amplitude do sinal de entrada for mais negativa.

Quando a amplitude do sinal de entrada for zero, o VCO gera uma frequência central da portadora,  $f_p$ .

# MODULAÇÃO FM: CARACTERÍSTICAS

É **mais resiliente ao ruído** (a maior parte dos ruídos são baseados em amplitude).

**Amplificadores** no transmissor/receptor **não precisam ser lineares**, pois a amplitude do sinal modulado é constante. O uso de amplificadores não lineares aumenta a eficiência dos sinais.

**Demodulador é mais complexo** em relação ao detector de envoltória do AM-DSB. É necessário também um receptor sincronizado com Tx em fase/frequência.

**Eficiência espectral é baixa** em relação a outras modulações.

Bandas laterais se espalham demais, podendo causar **interferência em usuários adjacentes**.

# AM e FM: "APARÊNCIA" DO SINAL MODULADO

Comparação entre a modulação de tom (cosseno) usando AM e FM:

