Eletrônica Digital I (EDL I)

- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
- de Santa Catarina - Campus São José

- Prof. Glauco Cardozo
- glauco.cardozo@ifsc.edu.br

Algebra de Boole

- Propriedades

Propriedade	Complemento	Adição	Multiplicação
Identidade	$\overline{\bar{A}} = A$	$A + 0 = A$ $A + 1 = 1$ $A + A = A$ $A + \bar{A} = 1$	$A . 0 = 0$ $A . 1 = A$ $A . A = A$ $A . \bar{A} = 0$
Comutativa		$A + B = B + A$	$A . B = B . A$
Associativa		$A+(B+C) = (A+B)+C = A+B+C$	$A.(B.C) = (A.B).C = A.B.C$
Distributiva		$A+(B.C) = (A+B) . (A+C)$	$A.(B+C) = A.B + A.C$

Algebra de Boole

- Propriedades

Absorção

- $A + (A.B) = A$
- $A . (A+B) = A$

Outras Identidades

- $A + \bar{A}.B = A + B$
- $(A+B).(A+C) = A + B.C$

De Morgan

- $(A.B)' = \bar{A} + \bar{B}$
- $(A+B)' = \bar{A} . \bar{B}$

Algebra de Boole

- Propriedades

A+A.B = A

- A + A.B
- = A.(1+B) distributiva
- = A.(1) identidade da adição
- = A identidade da multiplicação

A.(A+B) = A

- A.(A+B)
- = (A.A) + (A.B) distributiva
- = A + (A.B) identidade da multiplicação
- = A pela prova do exercício acima

Algebra de Boole

- Propriedades

$A + \bar{A}.B = A + B$

- $A + \bar{A}.B = (A + \bar{A}.B)''$ identidade do complemento
- $= (\bar{A} . (\bar{A}.B)')' = (\bar{A} . (A + \bar{B}))'$ De Morgan
- $= (\bar{A}.A + \bar{A}.\bar{B})'$ distributiva
- $= (0 + \bar{A}.\bar{B})'$ identidade da multiplicação
- $= (\bar{A}.\bar{B})'$ identidade da adição
- $= A + B$ De Morgan

$A + \bar{A}.B = A + B$

- $A + \bar{A}.B = (A + \bar{A}).(A+ B)$ distributiva $\alpha+\beta.\gamma= (\alpha+\beta) .(\alpha+\gamma)$
- $= 1.(A+B)$ identidade da adição
- $= A + B$ identidade da multiplicação

Algebra de Boole

- Propriedades

$(A+B).(A+C) = A + B.C$

- $(A+B).(A+C)$
- $= A.A + A.C + B.A + B.C$ distributiva
- $= A.A + A.C + A.B + B.C$ comutativa
- $= A + A.C + A.B + B.C$ identidade da multiplicação
- $= A + A.(C+B) + B.C$ distributiva
- $= A.(1 + (C+B)) + B.C$ distributiva
- $= A.(1) + B.C$ identidade da adição
- $= A + B.C$ identidade da multiplicação

Algebra de Boole

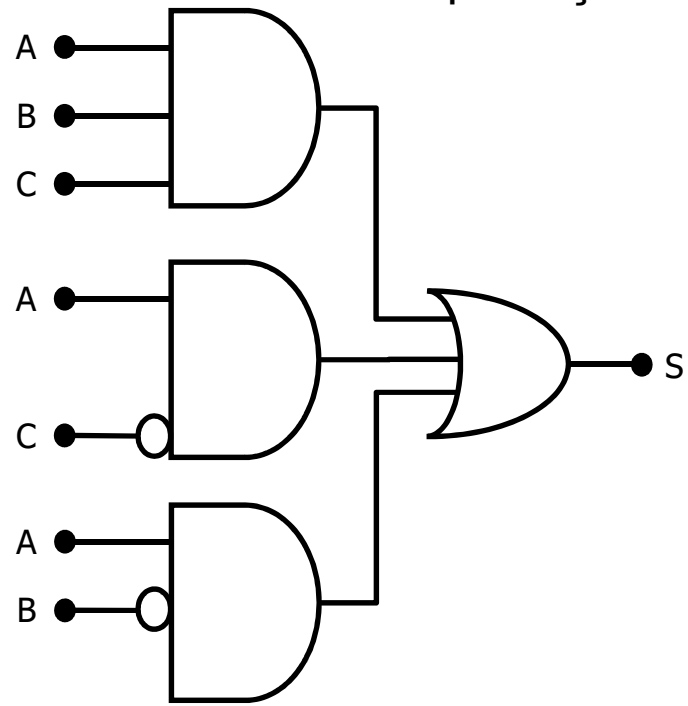
- Simplificação
  - Usando a álgebra booleana é possível simplificar expressões
  - Como cada circuito corresponde a uma expressão, simplificações de expressões significam em simplificações de circuitos
  - Há duas formas para simplificar expressões
    - Fatoração
    - Mapas de Veitch-Karnaugh

Algebra de Boole

- Fatoração
  - Consiste na aplicação dos postulados e propriedades da álgebra booleana, com o objetivo de simplificar a expressão
  - Por exemplo
    - S = A.B.C + A.C’ + A.B’
    - = A.(B.C + C’ + B’) distributiva
    - = A.(B.C + (C’ + B’)) associativa
    - = A.(B.C + ((C’ + B’)’)’) identidade do complemento
    - = A.(B.C + (C.B)’) De Morgan
    - = A.(B.C + (B.C)’) comutativa
    - = A.(1) identidade da adição ($D+\bar{D}=1$)
    - = A identidade da multiplicação

Algebra de Boole

- Fatoração
  - Portanto,
    - A.B.C + A.C’ + A.B’ = A
  - Essa expressão mostra a importância da simplificação de expressões e a consequente minimização do circuito, sendo o resultado final igual ao da variável A
  - Circuito antes da simplificação



  - Circuito após simplificação

Algebra de Boole

- Fatoração
  - Simplifique as expressões
    - $S = A'.B'.C' + A'.B.C' + A.B'.C$
    - $S = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$

Algebra de Boole

- Fatoração
  - Simplifique as expressões
    - $S = A'.B'.C' + A'.B.C' + A.B'.C$
      - $= A'.C'.B' + A'.C'.B + A.B'.C$
      - $= A'.C'.(B' + B) + A.B'.C$
      - $= A'.C'.(1) + A.B'.C$
      - $= A'.C' + A.B'.C$
    - $S = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.B$
      - $= \bar{A}.(\bar{B}+B)$
      - $= \bar{A}.(1)$
      - $= \bar{A}$

Algebra de Boole

- Formas Normais (Conônicas)
  - Toda expressão booleana pode ser escrita em uma forma padronizada, denominada **forma normal** ou **forma canônica**
  - Duas formas normais são
    - Forma Normal Conjuntiva (FNC), Produto de Somas ou Produto de Maxtermos
    - Forma Normal Disjuntiva (FND), Soma de Produtos ou Soma de Mintermos

Algebra de Boole

- Formas Normais (Conônicas)
  - Toda expressão booleana pode ser escrita em uma forma padronizada, denominada **forma normal** ou **forma canônica**
  - Duas formas normais são
    - Forma Normal Conjuntiva (FNC), Produto de Somas ou Produto de Maxtermos
    - Forma Normal Disjuntiva (FND), Soma de Produtos ou Soma de Mintermos

Algebra de Boole

- Derivação de Expressões Booleanas
  - Situações das variáveis de entrada para as quais a função vale 1
    - Soma de produtos (SdP)
    - Soma de mintermos;
  - Situações das variáveis de entrada para as quais a função vale 0
    - Produtos de somas (PdS)
    - Produto de maxtermos;

Algebra de Boole

- Soma de Produtos ou Soma de Mintermos

A B C	mintermo
0 0 0	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$
0 0 1	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$
0 1 0	$\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$
0 1 1	$\overline{A}\cdot B\cdot C$
1 0 0	$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$
1 0 1	$A\cdot\overline{B}\cdot C$
1 1 0	$A\cdot B\cdot\overline{C}$
1 1 1	$A\cdot B\cdot C$

A B C	F
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	0

$$F = \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C} + \overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot C + A\cdot B\cdot\overline{C}$$

Algebra de Boole

- Soma de Produtos ou Soma de Mintermos

A B C	maxtermos
0 0 0	$A+B+C$
0 0 1	$A+B+\overline{C}$
0 1 0	$A+\overline{B}+C$
0 1 1	$A+\overline{B}+\overline{C}$
1 0 0	$\overline{A}+B+C$
1 0 1	$\overline{A}+B+\overline{C}$
1 1 0	$\overline{A}+\overline{B}+C$
1 1 1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

A B C	F
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	0

$$F=(A+B+C)(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

Algebra de Boole

- Mapas de Karnaugh
  - método de simplificação utilizado para simplificar uma equação lógica ou para converter uma tabela verdade no seu circuito lógico correspondente

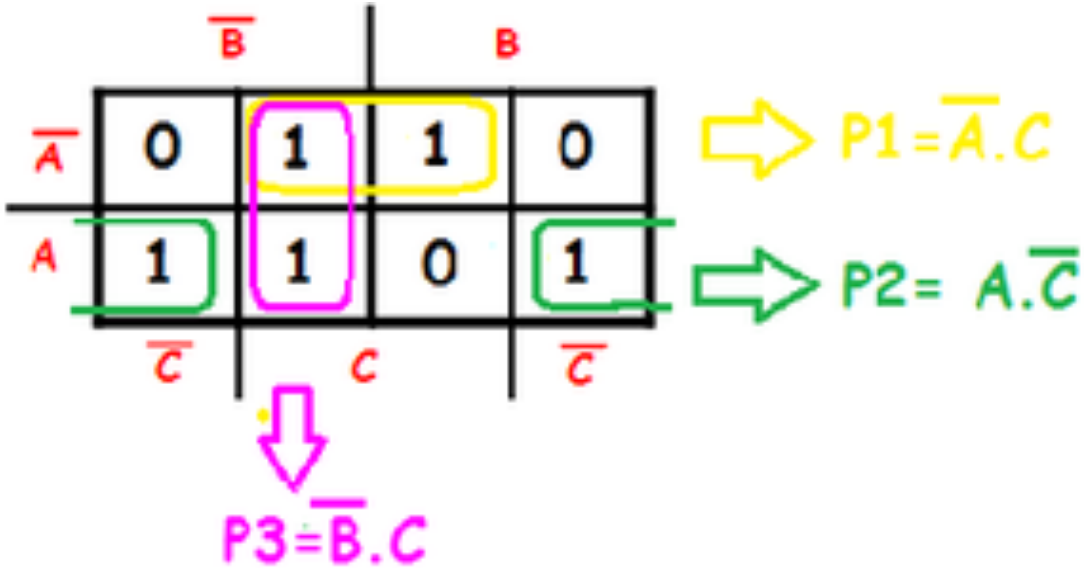
B \ A	0	1
0	0 (0)	0 (2)
1	0 (1)	1 (3)

Linha	A	B	f(A,B) = AB
0	0	0	0
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

Algebra de Boole

- Mapas de Karnaugh

	A	B	C	F
0.	0	0	0	S0=0
1.	0	0	1	S1=1
2.	0	1	0	S2=0
3.	0	1	1	S3=1
4.	1	0	0	S4=1
5.	1	0	1	S5=1
6.	1	1	0	S6=1
7.	1	1	1	S7=0



Algebra de Boole

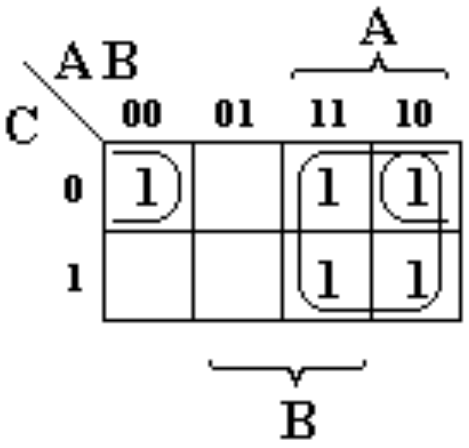
- Mapas de Karnaugh

F(A,B,C)

$$F = \Sigma m(0,4,5,6,7)$$

$$= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C$$

$$= A + \overline{B}\,\overline{C}$$



Algebra de Boole

- Mapas de Karnaugh

$$
\begin{aligned}
F &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A(\overline{B}\,\overline{C} + \overline{B}C + B\overline{C} + BC) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A(\overline{B} + B) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A.1 \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A(\overline{B}\,\overline{C} + 1) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A \\
&= (\overline{A} + A)\overline{B}\,\overline{C} + A \\
&= \overline{B}\,\overline{C} + A \\
&= A + \overline{B}\,\overline{C}
\end{aligned}
$$