

Trecho retirado da Revista do Instituto Nacional de Telecomunicações, edição de Novembro de 2006. Nome do artigo:

Projeto MI-SBTVD: STC-OFDM e Estimação de Canal

III. O Esquema Clássico da Combinação de Máxima Razão na Recepção (MRRC)

O crescimento dos serviços de comunicações sem-fio nos últimos anos, bem como a demanda por conteúdo multimídia como imagens e videoconferência, demandam o uso eficiente do espectro de frequências e requerem conexões sem-fio rápidas e confiáveis. São os chamados serviços de 4ª geração [1, 2]. Por outro lado, os terminais móveis estão se tornando cada vez menores e mais leves, o que impõe uma baixa potência de transmissão. É bastante conhecido que a utilização de múltiplas antenas não apenas aumenta a capacidade de canal do sistema de comunicações móveis [3, 4, 5, 6], mas também dá origem a uma outra dimensão, a dimensão espacial, com a qual técnicas de codificação eficientes podem ser propostas. Faz-se agora a apresentação do MRRC, que será a base de comparação para outros esquemas. A representação em banda básica do modelo clássico da MRRC para dois ramos é dada na Fig. 1. Considera-se que, em um certo instante de tempo, um único sinal s , pertencente a uma constelação de sinais S , seja transmitido pela única antena transmissora. O ganho do canal entre a antena transmissora e a antena receptora 0 é denotada por h_0 , e o ganho do canal entre a antena transmissora e a antena receptora 1 é denotado por h_1 , onde:

$$h_i = \alpha_i \exp(j\theta_i) \quad (1)$$

onde $i = 0, \dots, L-1$. O sinal presente nas duas antenas é degradado por um ruído aditivo, resultando nos seguintes sinais recebidos em banda básica:

$$r_i = h_i s + n_i \quad (2)$$

onde n_i representa o ruído, modelado por variáveis aleatórias complexas, com distribuição gaussiana e estatisticamente independentes. O sinal r_i é entregue ao estimador de canal, responsável em obter os coeficientes \hat{h}_i^* . Para a análise analítica do desempenho deste esquema, assume-se que o estimador de canal é ideal, ou seja, $\hat{h}_i = h_i$. Finalmente, o

sinal \hat{s} dado por:

$$\hat{s} = \sum_{i=0}^{L-1} r_i h_i^* \quad (3)$$

é utilizado pelo detector para estimar a informação transmitida. Logo, tem-se que:

$$\hat{s} = \sum_{i=0}^{L-1} (s \cdot h_i) h_i^* \quad (4)$$

$$\hat{s} = (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + \dots + \alpha_{L-1}^2) s + \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i \exp(-j\theta_i) n_i$$

O resultado apresentado em (14) mostra como o esquema apresentado na Fig. 1 garante ganho de diversidade. Observando o primeiro termo de (14) fica claro que a probabilidade de todos os coeficientes α_i^2 apresentarem um desvanecimento severo é pequena. É interessante aqui ressaltar que a razão sinal-ruído é proporcional à somatória dos termos α_i^2 . Esta somatória pode ser modelada como uma variável aleatória qui-quadrática com $2L$ graus de liberdade, e por essa razão oferece um grau de diversidade igual a L .

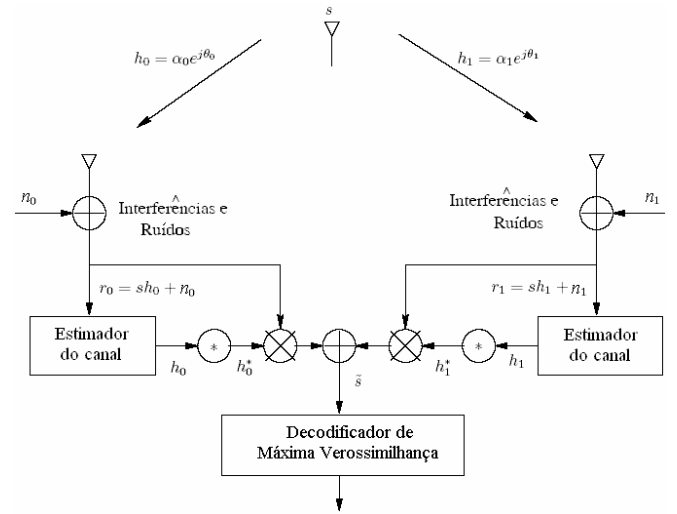


Fig. 1 - Esquema Clássico de Combinação de Máxima Razão na Recepção (MRRC)

Caso o algoritmo de máxima verossimilhança seja empregado em um receptor com duas antenas receptoras, este decidirá pelo sinal $s' \in S$ se

$$d^2(r_0, h_0 s') + d^2(r_1, h_1 s') \leq d^2(r_0, h_0 s'') + \dots \quad (5)$$

$$\dots d^2(r_1, h_1 s''), \quad \forall s'' \in S, s' \neq s''$$

onde $d^2(x, y)$ é a distância Euclideana quadrática entre os sinais x e y , que pode ser calculada pela expressão que se segue:

$$d^2(x, y) = (x - y)(x - y)^* \quad (6)$$

O esquema de combinação dos sinais recebidos no receptor MRRC para o caso de dois ramos é dado por:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_0 &= h_0^* r_0 + h_1^* r_1 \\ &= (\alpha_0^2 + \alpha_1^2) s + h_0^* n_0 + h_1^* n_1\end{aligned}\quad (7)$$

Expandindo (15) e utilizando as equações (16) e (17), o receptor decidirá pelo sinal $s' \in \mathcal{S}$ se:

$$\begin{aligned}(\alpha_0^2 + \alpha_1^2) |s'|^2 - \tilde{s} s' &\leq (\alpha_0^2 + \alpha_1^2) |s''|^2 - \tilde{s} s'' \\ \forall s'' \in \mathcal{S}, s'' \neq s'\end{aligned}\quad (8)$$

ou, equivalentemente, o receptor decidirá pelo sinal $s' \in \mathcal{S}$ se

$$\begin{aligned}(\alpha_0^2 + \alpha_1^2 - 1) |s'|^2 + d^2(\tilde{s}_0, s') &\leq (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 - 1) |s''|^2 + \dots \\ \dots d^2(\tilde{s}_0, s''), \forall s'' \in \mathcal{S}, s'' \neq s'\end{aligned}\quad (9)$$

Para o caso de constelações PSK

$$|s|^2 = E_s, \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad (10)$$

onde E_s é a energia do sinal, a regra de decisão em (19) pode ser simplificada para:

$$d^2(\tilde{s}_0, s') \leq d^2(\tilde{s}_0, s''), \quad \forall s'' \in \mathcal{S}, s'' \neq s' \quad (11)$$

Fica claro então o significado da formação do sinal \tilde{s} pelo combinador MRRC, como mostrado na Fig. 1. Vale ressaltar que a razão sinal-ruído é proporcional a $(\alpha_0^2 + \alpha_1^2)$, que é uma variável aleatória qui-quadrática com 4 graus de liberdade, e conseqüentemente oferece um grau de diversidade igual a 2. A probabilidade da atenuação da potência inserida no i -ésimo percurso estar abaixo de um limiar de recepção γ é dada por:

$$p[\alpha_i < \gamma] = \int_0^\gamma p(\alpha_i) d\alpha = p_{\gamma_i} \quad (12)$$

Logo, a probabilidade de todos os percursos apresentarem uma atenuação abaixo do limiar de recepção é dada por:

$$P_{\gamma_T} = P_{\gamma_0} P_{\gamma_1} P_{\gamma_2} \dots P_{\gamma_{L-1}} = P_{\gamma_i}^{L-1} \quad (13)$$

Para determinar o desempenho de um sistema de transmissão digital neste cenário, é necessário determinar a energia do sinal e a densidade espectral de ruído na saída do combinador. Como a densidade espectral de ruído de cada amostra n_i é N_0 , tem-se que a densidade de potência total é dada por:

$$N_{0_T} = N_0 \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i^2 \quad (14)$$

Já a energia do sinal na saída do combinador é dada por:

$$\bar{\varepsilon}_T = \bar{\varepsilon}_s \sum_{i=0}^{L-1} (\alpha_i^2)^2 = \bar{\varepsilon}_s \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i^4 \quad (15)$$

onde $\bar{\varepsilon}_s$ é a energia média dos símbolos da constelação empregada. Portanto, a razão sinal-ruído na saída do combinador é dada por:

$$SNR = \Gamma = \frac{\bar{\varepsilon}_s}{N_0} \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i^2 \quad (16)$$

Note que este resultado implica que a melhor razão sinal-ruído é obtida quando o ganho do i -ésimo braço é multiplicado pela atenuação apresentada no i -ésimo percurso. Isto significa que o percurso mais atenuado é o menos relevante na composição do sinal que será entregue ao detector. Outra observação importante é que, uma vez que a razão sinal-ruído do i -ésimo braço é dada por $\alpha_i^2 \bar{\varepsilon}_s / N_0$, então a razão sinal-ruído total pode ser vista como a soma das L razões sinal-ruído individuais. Deste modo, a razão sinal-ruído total pode ser alta, mesmo quando a razão sinal-ruído de cada braço é baixa.

A probabilidade de erro em um canal com desvanecimento plano, modelado pela distribuição de Rayleigh, pode ser obtida se a função densidade de probabilidade da razão sinal-ruído na saída do combinador for conhecida. Segundo [7], a probabilidade de erro de símbolo para um esquema MRRC com 2 antenas na recepção é dada por:

$$Pe = \left(\frac{1-\mu}{2} \right)^2 \sum_{k=0}^1 \binom{1+k}{k} \left(\frac{1+\mu}{2} \right)^k, \quad (17)$$

$$\text{onde} \quad \mu = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}_s / N_0}{1 + \bar{\varepsilon}_s / N_0}}$$

IV. O Esquema de Alamouti: Diversidade na Transmissão

Em 1998, Tarokh *et al.* [8] apresentaram uma proposta de codificação que ficou conhecida como codificação espaço-temporal em treliças (STTC – *Space-Time Trellis Code*). A idéia é acomodar a redundância no domínio temporal, através de transmissões sucessivas, e no domínio espacial, nas diferentes antenas, de modo a se conseguir ganhos de codificação. Tais ganhos resultam em uma economia em termos de energia de transmissão para uma mesma probabilidade de erro, e em um ganho de diversidade, pois são criados caminhos alternativos para a propagação da onda eletromagnética que transporta o sinal de informação. Se o sinal que percorre um dos caminhos é acometido por um desvanecimento profundo, há outras cópias do sinal que muito provavelmente não se encontram tão atenuadas, a partir das quais a informação poderá ser recuperada, produzindo assim o chamado “ganho de diversidade”. No entanto, a complexidade de decodificação para a STTC é elevada.

Uma técnica muito interessante que explora o uso de múltiplas antenas é conhecida como codificação espaço-temporal em bloco (STBC – *Space-Time Block Codes*), cuja

proposta inicial, para duas antenas transmissoras, foi feita por Alamouti [9]. Esta técnica chamou a atenção dos pesquisadores por sua simplicidade, baixa complexidade de codificação e de decodificação e eficácia no que diz respeito a ganho de diversidade.

A. O Caso de Uma Antena Receptora

A Fig. 2 mostra a representação em banda básica do esquema de Alamouti com diversidade na transmissão. O esquema usa duas antenas transmissoras e uma única antena receptora. Em um dado intervalo de modulação, dois sinais de informação são transmitidos simultaneamente a partir das duas antenas. O sinal transmitido pela antena zero é denotado por s_0 , e aquele transmitido pela antena um é denotado por s_1 . No período de símbolo seguinte, o sinal $-s_1^*$ é transmitido através da antena zero, e o sinal s_0^* é transmitido pela antena um, onde $*$ representa a operação de conjugação complexa. Essa estratégia de transmissão dos sinais de informação s_0 e s_1 é mostrada na Tabela I. Note que dois sinais de informação são transmitidos em dois intervalos de tempo, o que representa uma taxa de transmissão igual a 1 (símbolo/s/Hz). Note também que a redundância é acomodada no espaço (antenas) e no tempo (dois intervalos de modulação), daí o nome codificação espaço-temporal.

Tabela I - Sequência da Transmissão dos Sinais s_0 e s_1 no Esquema de Diversidade na Transmissão de Alamouti

Tempo	Antena 0	Antena 1
T	s_0	s_1
$t+T$	$-s_1^*$	s_0^*

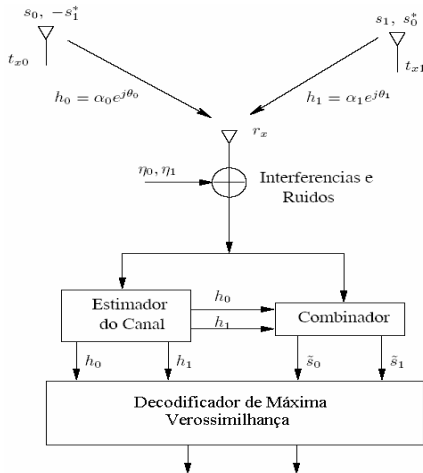


Fig. 2 - Esquema de Alamouti de Diversidade na Transmissão com Uma Antena Receptora

Considerando um canal cujas variações temporais sejam suficientemente lentas, os ganhos $h_0(t)$ e $h_1(t)$ podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} h_0(t) &= h_0(t+T) = h_0 = \alpha_0 \exp(j\theta_0) \\ h_1(t) &= h_1(t+T) = h_1 = \alpha_1 \exp(j\theta_1) \end{aligned} \quad (18)$$

onde T é a duração de um símbolo. Os sinais recebidos nos instantes t e $t+T$ são, respectivamente:

$$\begin{aligned} r_0 &= r(t) = h_0 s_0 + h_1 s_1 + n_0 \\ r_1 &= r(t+T) = -h_0 s_1^* + h_1 s_0^* + n_1 \end{aligned} \quad (19)$$

onde n_0 e n_1 são variáveis aleatórias complexas gaussianas, estatisticamente independentes, representando o ruído no receptor. O combinador, mostrado na Fig. 2, considerando uma estimação perfeita do canal, realiza o seguinte processamento linear:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_0 &= h_0^* r_0 + h_1 r_1^* = (\alpha_0^2 + \alpha_1^2) s_0 + h_0^* n_0 + h_1 n_1^* \\ \tilde{s}_1 &= h_1^* r_0 - h_0 r_1^* = (\alpha_0^2 + \alpha_1^2) s_1 - h_0 n_1^* + h_1^* n_0 \end{aligned} \quad (20)$$

que dá origem aos sinais \tilde{s}_0 e \tilde{s}_1 , os quais são enviados ao detector de máxima verossimilhança. O detector emprega a regra de decisão de máxima verossimilhança para cada um dos sinais transmitidos s_0 e s_1 , através da regra de decisão expressa em (19), ou em (21) para sinais PSK. Os sinais combinados resultantes em (29) são equivalentes àquele obtido do modelo MRRC de dois caminhos em (17). A diferença é que a variância dos símbolos transmitidos s_0 e s_1 é metade da do cso MRRC, uma vez que agora, consideram-se duas antenas na transmissão. Essa redução é que permite uma comparação justa entre os esquemas de Alamouti com duas antenas transmissoras e esquema MRRC com duas antenas receptoras. Entretanto, a ordem de diversidade resultante tanto do esquema MMRC de dois caminhos, quanto do esquema de Alamouti com um único receptor é igual a dois.

B. O Caso de Duas ou Mais Antenas Receptoras

Suponha agora que seja viável a instalação de múltiplas antenas no receptor. É possível se obter uma diversidade da ordem de $2L$ com duas antenas transmissoras e L antenas receptoras. Para efeito de ilustração será apresentado detalhadamente o caso de duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras. A generalização para L antenas receptoras segue o mesmo raciocínio. A Fig. 3 mostra a representação em banda básica do esquema de transmissão de Alamouti com duas antenas receptoras. A seqüência de transmissão dos símbolos de informação para essa configuração é idêntica ao caso de uma única antena receptora, como mostrado na Tabela I. A Tabela II define os ganhos dos canais entre as antenas transmissoras e as antenas receptoras, e a

Tabela III define a notação adotada para os sinais recebidos pelas duas antenas receptoras, onde:

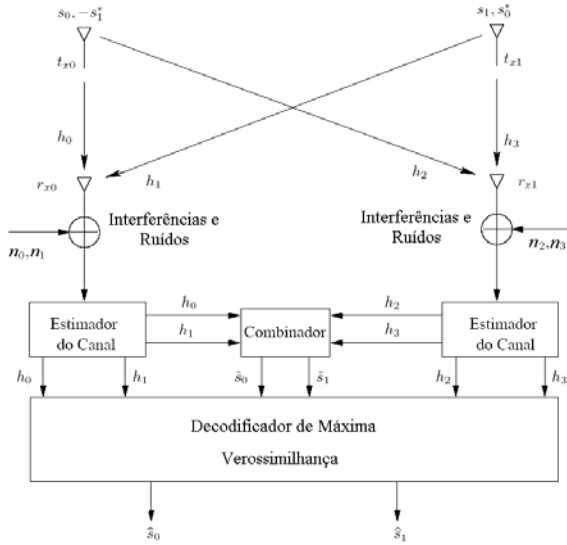


Fig. 3 - Esquema de Alamouti de Diversidade na Transmissão com Duas Antenas Receptoras

$$\begin{aligned}
 r_0 &= h_0 s_0 + h_1 s_1 + n_0 \\
 r_1 &= -h_0 s_1^* + h_1 s_0^* + n_1 \\
 r_2 &= h_2 s_0 + h_3 s_1 + n_2 \\
 r_3 &= -h_2 s_1^* + h_3 s_0^* + n_3
 \end{aligned} \quad (21)$$

e n_0, n_1, n_2 e n_3 são variáveis aleatórias complexas que representam os ruídos no receptor. O combinador da Fig. 3 produz dois sinais que são enviados ao detector de máxima verossimilhança:

$$\begin{aligned}
 \tilde{s}_0 &= h_0^* r_0 + h_1^* r_1 + h_2^* r_2 + h_3^* r_3 \\
 \tilde{s}_1 &= h_1^* r_0 - h_0^* r_1 + h_3^* r_2 - h_2^* r_3
 \end{aligned} \quad (22)$$

Substituindo-se as equações apropriadas, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \tilde{s}_0 &= (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2) s_0 + h_0^* n_0 + \dots \\
 &\quad \dots h_1^* n_1 + h_2^* n_2 + h_3^* n_3 \\
 \tilde{s}_1 &= (\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2) s_1 + h_1^* n_0 - \dots \\
 &\quad \dots h_0^* n_1 + h_3^* n_2 - h_2^* n_3
 \end{aligned} \quad (23)$$

Esses sinais combinados são enviados ao decodificador de máxima verossimilhança, que por sua vez detecta os sinais transmitidos s_0, s_1 , baseado no critério de decisão exposto em (15).

Tabela II - Ganhos dos canais entre as antenas transmissoras e receptoras

	Rx_0	Rx_1
Tx_0	h_0	h_2
Tx_1	h_1	h_3

Tabela III - Notação para os sinais recebidos nas duas antenas receptoras

Tempo	Rx_0	Rx_1
T	r_0	r_1
$t+T$	r_2	r_3

Os sinais combinados apresentados em (33) para o esquema de Alamouti com duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras são equivalentes aos obtidos para o esquema MRRC de 4 antenas [10]. Portanto, a ordem de diversidade resultante para os dois esquemas de diversidade é igual a quatro (2 antenas transmissoras \times 2 antenas receptoras = 1 antena transmissora \times 4 antenas receptoras = 4). É importante observar que da mesma maneira que foi demonstrado que é possível se decodificar os sinais utilizando-se duas antenas receptoras, é possível demonstrar [11] que, com um procedimento análogo, esta técnica pode ser aplicada para o caso de L antenas receptoras, obtendo-se uma diversidade da ordem de $2L$, quando se tem duas antenas transmissoras.

A Fig. 4 mostra as curvas de desempenho (probabilidade de erro de bit BER \times SNR) referentes ao esquema MRRC para duas e quatro antenas receptoras, e o esquema de Alamouti para uma e duas antenas receptoras e a curva para o caso em que não há diversidade alguma (uma antena no transmissor e outra no receptor). Em todos os casos, foi considerado um canal plano, com desvanecimento quasi-estático (constante durante um bloco de símbolos) do tipo Rayleigh. A modulação adotada foi a BPSK. Como dito anteriormente, a potência total transmitida é sempre a mesma, tanto para os dois casos do esquema MRRC quanto para os dois casos do esquema de Alamouti considerados na Fig. 4. Assim, os esquemas podem ser comparados de maneira justa. Esta compensação resulta em uma perda de 3 dB do esquema de Alamouti em relação ao esquema MRRC. Isso ocorre tanto no caso de diversidade 2 quanto no caso de diversidade 4. Apesar disso, percebe-se que os dois esquemas apresentarem o mesmo grau de diversidade, que é o resultado mais importante, sobretudo considerando-se que no esquema de Alamouti a diversidade (ou pelo menos parte dela) encontra-se no transmissor.

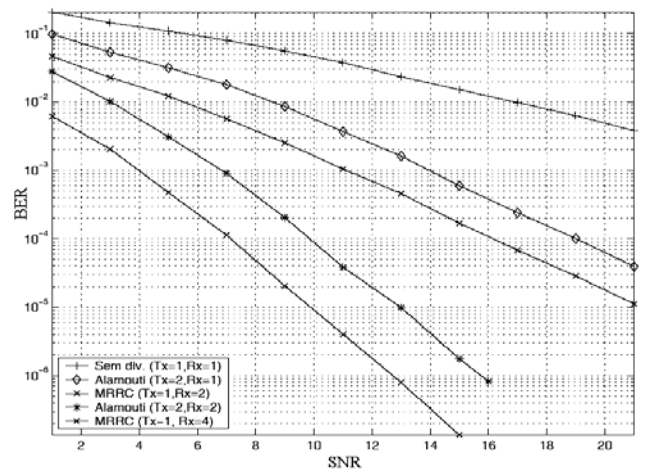


Fig. 4 - Comparação do desempenho de erro: MRRC \times Alamouti, em canais com desvanecimento Rayleigh.