

### Exercícios

1. Haykin, 4Ed: 9.1–9.31, em especial:

- |          |           |           |           |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| (a) 9.5. | (c) 9.7.  | (e) 9.11. | (g) 9.22. |
| (b) 9.6. | (d) 9.10. | (f) 9.13. | (h) 9.29. |

2. Considere um canal binário *não-simétrico* com probabilidades de transição dadas por

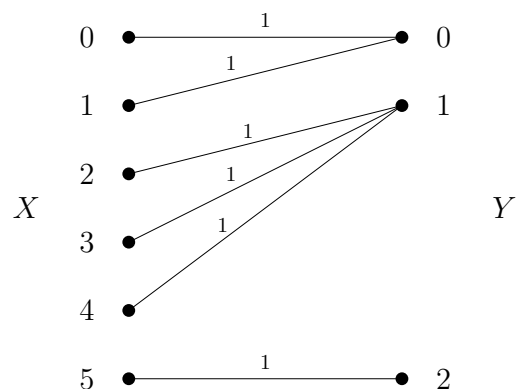
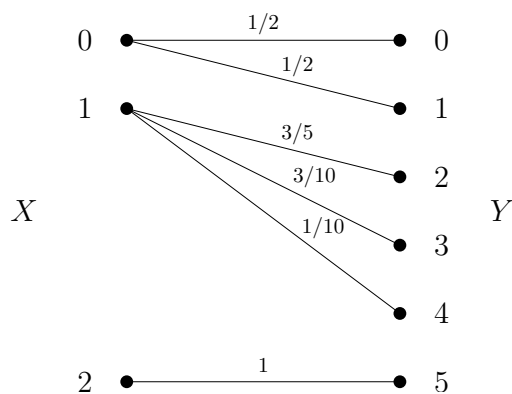
$$p_{Y|X}(0 | 0) = 2/3, \quad p_{Y|X}(1 | 0) = 1/3, \quad p_{Y|X}(0 | 1) = 1/10, \quad p_{Y|X}(1 | 1) = 9/10.$$

Faça a representação gráfica do canal. Supondo que  $p_X(0) = 3/4$  e  $p_X(1) = 1/4$ , encontre:

- |                        |                                       |
|------------------------|---------------------------------------|
| (a) $p_Y(y)$ .         | (d) $H(X   Y = 0)$ e $H(X   Y = 1)$ . |
| (b) $p_{X Y}(x   y)$ . | (e) $H(X   Y)$ .                      |
| (c) $H(X)$ .           | (f) $I(X; Y)$ .                       |

Comente os resultados.

3. Calcule a capacidade dos canais das figuras abaixo.



Para cada caso, determine uma distribuição de entrada que alcança a capacidade.

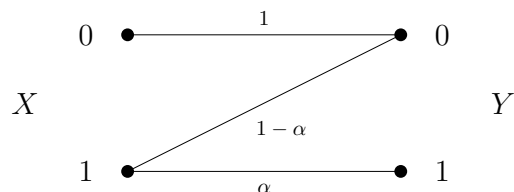
4. (a) Seja

$$\mathcal{H}(p) = p \log \frac{1}{p} + \bar{p} \log \frac{1}{\bar{p}},$$

onde  $\bar{p} = 1 - p$ . Mostre que

$$\mathcal{H}'(p) = \frac{d}{dp} \mathcal{H}(p) = \log \frac{\bar{p}}{p}.$$

(b) Considere o canal Z, cujo diagrama é mostrado abaixo.



Mostre que a capacidade do canal para  $\alpha = 1/2$  é dada por  $\mathcal{H}(1/5) - 2/5 \approx 0,322$  bit. Determine também a distribuição de entrada que alcança a capacidade.

(c) O canal Z pode ser modelado algebricamente pela equação  $Y = AX$ , em que  $A \sim \text{Bern}(\alpha)$  é independente de  $X$ . Calcule a capacidade do canal supondo que o ganho  $A$  seja conhecido pelo receptor. Compare o resultado com o item anterior.