

## Avaliação Teórica 03 – Filtragem Analógica

Data: 26/09/14

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

Nos problemas a seguir, apresente a sequência dos cálculos e/ou raciocínios realizados.

Questões sem apresentar o desenvolvimento até a solução serão consideradas erradas.

Não esqueça as unidades e prefixos das grandezas físicas!

- 1) Circuitos RLC possuem uma característica interessante conhecida como ressonância. A ressonância é uma troca de energia entre capacitor e indutor, que ocorre de forma harmônica e oscilatória. A presença do resistor atenua essa troca de energia e faz com que a oscilação acabe com o passar do tempo. Em rádios analógicos antigos, filtros analógicos RLC eram utilizados para sintonizar frequências específicas. Além disso, existem várias combinações dos componentes R, L e C que permitem o projeto de qualquer tipo de filtro (passa-baixas [LPF], passa-altas [HPF], passa-banda [BPF] ou rejeita-banda [BSF]). Para o circuito RLC da Figura 1 abaixo:

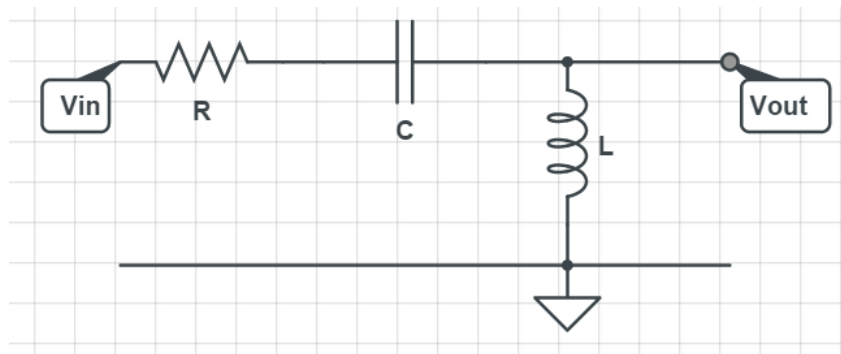


Figura 1 - Circuito ressonante

- (a) Encontre a função de transferência do circuito em função de  $\omega$ , L, C e R.

$$Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_2 = j\omega L$$

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2(\omega)}{Z_1(\omega) + Z_2(\omega)}$$

$$H(\omega) = \frac{Z_2(\omega)}{Z_1(\omega) + Z_2(\omega)} = \frac{j\omega L}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = \frac{j\omega L j\omega C}{j\omega C R + 1 + j\omega C j\omega L} = -\frac{\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$$

- (b) Substitua  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  na função de transferência do item (a) e encontre o ganho do filtro (ainda será função de R, L e C).

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$H\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = -\frac{1}{1 - 1 + \frac{jRC}{\sqrt{LC}}} = j\frac{\sqrt{LC}}{RC}$$

(c) Se  $L = 1\mu\text{H}$  e  $C = 1\text{pF}$ , encontre o valor de  $R$  para que o ganho de amplitude do filtro determinado no item (b) seja 20 dB.

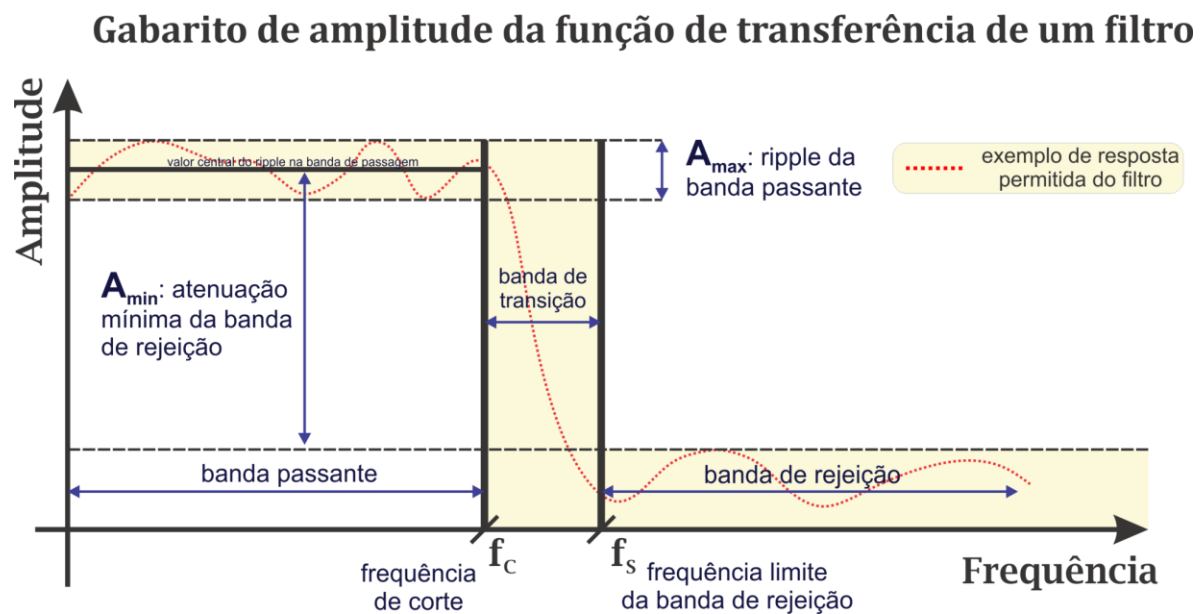
$$\frac{\sqrt{LC}}{RC} = 10$$

$$R = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$R = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{10^{-6}}{10^{-12}}} = \frac{1000}{10} = 100$$

Obs:  $\mu\text{H} = 10^{-6}$  H e  $\text{pF} = 10^{-12}$  F.

2) A Figura 2 abaixo mostra um exemplo de gabarito de um filtro passa-baixas (LPF).



Sobre os parâmetros do gabarito apresentados acima, explique de forma resumida os conceitos de:

(a) Banda passante

Faixa de frequência em que os sinais de entrada não são atenuados pela função de transferência.

(b) Banda de rejeição

Faixa de frequência em que os sinais de entrada são bastante atenuados pelo filtro (em relação à banda passante).

(c) Banda de transição

Faixa de frequências em que ocorre a transição dos ganhos do filtro entre a banda passante e a banda de rejeição.

(d) Ripple de banda passante/atenuação

Oscilação dos ganhos de amplitude do filtro na banda passante/de rejeição.

(e) Frequência de corte

Frequência que marca o começo da transição entre banda passante e banda de rejeição (marca o fim da banda passante e começo da banda de transição).

3) A equação abaixo representa o sinal de tensão trapezoidal  $v(t)$  da Figura 3.

$$v(t) = 57,3166 \cos\left(200 \times 10^6 \pi t + \frac{5\pi}{4}\right) + 6,3696 \cos\left(600 \times 10^6 \pi t - \frac{5\pi}{4}\right) + 2,2938 \cos\left(1 \times 10^9 \pi t + \frac{5\pi}{4}\right) \\ + 1,1709 \cos\left(1,4 \times 10^9 \pi t - \frac{5\pi}{4}\right) + 0,7085 \cos\left(1,8 \times 10^9 \pi t + \frac{5\pi}{4}\right) + 0,4737 \cos\left(2,2 \times 10^9 \pi t - \frac{5\pi}{4}\right)$$

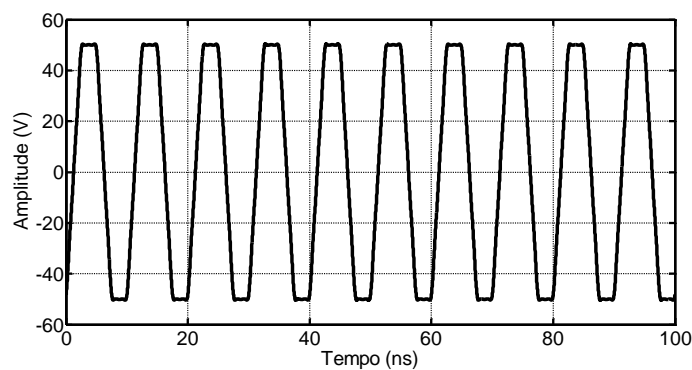


Figura 3 - Sinal  $v(t)$  trapezoidal.

Esse sinal trapezoidal é colocado na entrada de um filtro RLC baseado no circuito da Figura 1.

O diagrama de bode da função de transferência desse filtro é apresentado na Figura 4 (abaixo).

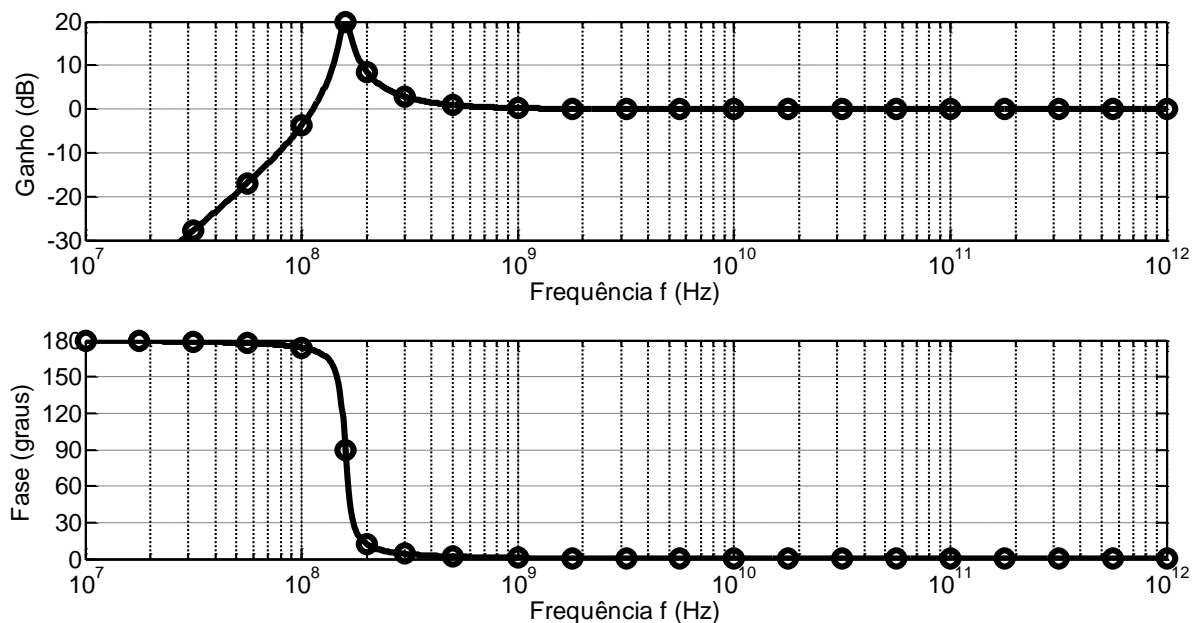


Figura 4 -  $H(\omega)$ : Diagrama de Bode do filtro RLC da Figura 1 com valores de  $R = 100\Omega$ ,  $L = 1\mu\text{H}$  e  $C = 1\text{pF}$ .

Com as informações apresentadas acima, responda às seguintes questões:

- (a) Classifique o filtro da Figura 4 quanto ao tipo (LPF, HPF, BPF ou BSF).

Filtro passa-altas (HPF).

- (b) Classifique o filtro da Figura 4 quanto ao tipo de implementação (Butterworth, Chebyshev ou Cauer).

Chebyshev Tipo I.

- (c) Qual o ganho (amplitude/fase) do filtro na frequência de 100 MHz? Apresente o valor na **forma polar**.

Observando no diagrama de Bode da função de transferência, o ganho do filtro em  $f = 100 \text{ MHz} = 10^8 \text{ Hz}$  é aproximadamente  $-4 \text{ dB}$  com ângulo  $173^\circ$  (ou  $0,63 \angle 173^\circ$ ).

- (d) Qual será a amplitude (dB) e a fase (graus) da componente de frequência fundamental na saída do filtro?

Componente fundamental:  $57,3166 \cos\left(200 \times 10^6 \pi t + \frac{5\pi}{4}\right)$ , frequência  $f = 100 \text{ MHz}$ .

$$|V_{\text{out}}|(f = 100 \text{ MHz}) = 57,3166 \times 0,63 = 36,109 \text{ V}$$

$$\angle V_{\text{out}}(f = 100 \text{ MHz}) = \frac{5.180}{4} + 173 = 38^\circ$$

- (e) Qual será a amplitude (em Volts) e a fase (graus) da 3ª harmônica na saída do filtro?

Terceira harmônica:  $6,3696 \cos\left(600 \times 10^6 \pi t - \frac{5\pi}{4}\right)$ , frequência  $f = 300 \text{ MHz}$

$$|V_{\text{out}}|(f = 300 \text{ MHz}) = 6,3696 \times \underbrace{1,41}_{\cong 3 \text{ dB}} = 8,9972 \text{ V}$$

$$\angle V_{\text{out}}(f = 300 \text{ MHz}) = -\frac{5.180}{4} + 5^\circ = -220^\circ \text{ ou } 140^\circ$$

- (f) Qual será a amplitude (em Volts) e a fase (graus) da 11ª harmônica na saída do filtro?

11ª harmônica:  $0,4737 \cos\left(2,2 \times 10^9 \pi t - \frac{5\pi}{4}\right)$ , frequência  $f = 1,100 \text{ GHz}$

$$|V_{\text{out}}|(f = 1,1 \text{ GHz}) = 0,4737 \times \underbrace{1}_{0 \text{ dB}} = 0,4737 \text{ V}$$

$$\angle V_{\text{out}}(f = 1,1 \text{ GHz}) = -\frac{5.180}{4} + 0^\circ = -225^\circ \text{ ou } 135^\circ$$

**Conversão da escala linear para a escala deciBel:**

$$x [\text{dBV}] = 20 \log(x [\text{Volts}])$$