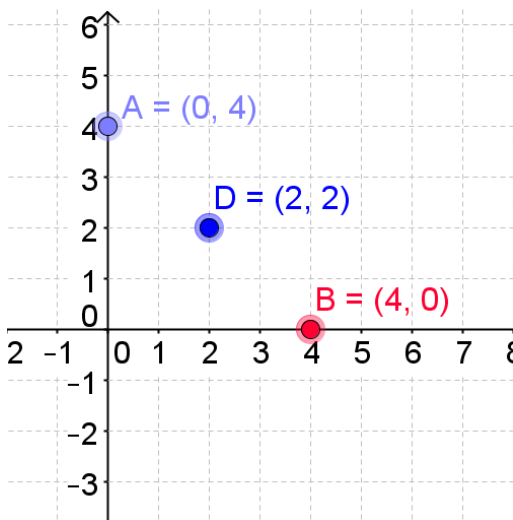


Avaliação Teórica – Eletrostática

Data: 01/09/2014

Nome do aluno: _____

1) Observe os pontos A(0,4), B(4,0) e D(2,2) na figura abaixo.



(a) Suponha uma carga $Q_1 = 10 \text{ nC}$ localizada no ponto A e uma carga $Q_2 = -5 \text{ nC}$ localizada no ponto B. Encontre o campo elétrico no ponto D(2,2), na forma vetorial.

$$\mathbf{E} = k \frac{Q_1}{|r_{AD}|^2} \frac{\mathbf{r}_{AD}}{|r_{AD}|} + k \frac{Q_2}{|r_{BD}|^2} \frac{\mathbf{r}_{BD}}{|r_{BD}|}$$

Como $|r_{AD}| = |r_{BD}|$, e $Q_1 = -2Q_2$, então:

$$\mathbf{E} = k \frac{Q_2}{|r_{AD}|^3} (\mathbf{r}_{BD} - 2\mathbf{r}_{AD})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r}_{BD} = (2,2) - (4,0) = -2\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y \\ \mathbf{r}_{BD} - 2\mathbf{r}_{AD} = (-2\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y) - (4\mathbf{a}_x - 4\mathbf{a}_y) = 6(\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_x) \\ k = \frac{1}{4\pi\epsilon} \xrightarrow{\epsilon=\epsilon_0} 9 \cdot 10^9 \frac{\text{F}}{\text{m}} \end{array} \right.$$

$$\mathbf{E} = 9 \cdot 10^9 \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{8\sqrt{8}} 6(\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_x)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{135}{4\sqrt{8}} (\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_x)$$

$$\mathbf{E} \cong 11,9324(\mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y) \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

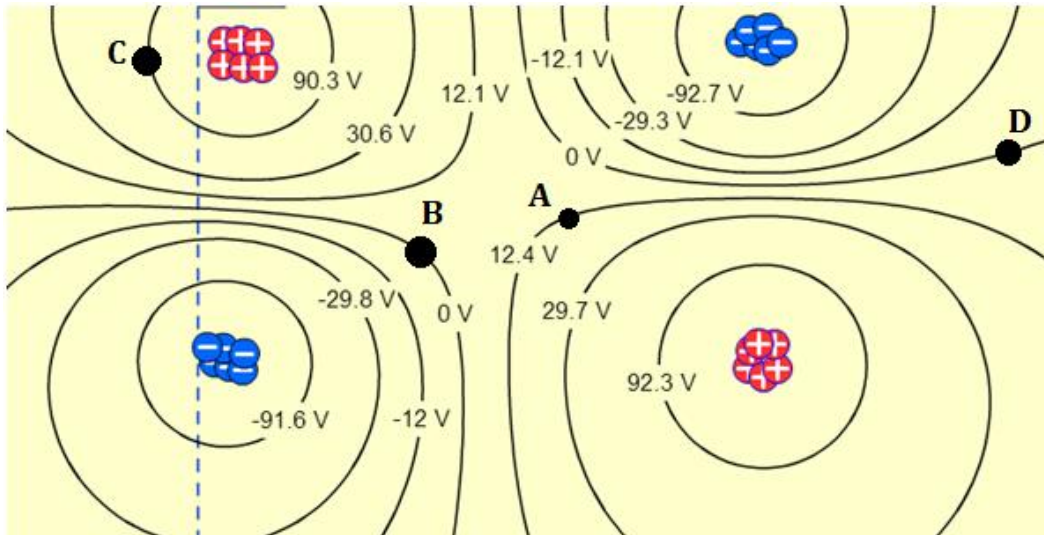
(b) Suponha agora que uma carga de $Q_3 = 2 \mu\text{C}$ seja colocada no ponto D. Determine o módulo e direção da força elétrica atuando sobre Q_3 . Indique a direção com uma seta na figura acima.

$$\mathbf{E}_3 = \frac{\mathbf{F}_3}{q_3} \rightarrow \mathbf{F}_3 = q_3 \mathbf{E}_3 = q_3 \mathbf{E}_D$$

$$\mathbf{F}_3 = 2\mu\text{E} = \frac{135}{2\sqrt{8}} \times 10^{-6} (\mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y)$$

$$\mathbf{F}_3 = 23,8648(\mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y) \mu\text{N}$$

2) Seja a seguinte distribuição de carga em uma região do espaço:



As linhas da figura representam superfícies ou contornos equipotenciais.
Os valores de potencial de cada superfície estão indicados.

(a) Qual a energia necessária para mover uma carga de 0.25 nC do ponto A para o ponto B?

$$W = \Delta U_{AB} = U_B - U_A = (V_B - V_A)q = (0 \text{ V} - 12.4 \text{ V}) \frac{1}{4} \text{ nC} = -3.1 \text{ nJ}$$

(b) Qual a energia necessária para mover uma carga de -0.25 nC do ponto B para o ponto A?

$$W = (12.4 \text{ V} - 0 \text{ V}) \left(-\frac{1}{4} \text{ nC}\right) = -3.1 \text{ nJ}$$

(c) Qual a energia necessária para mover uma carga de -0.25 nC do ponto A para o ponto B?

$$W = (0 \text{ V} - 12.4 \text{ V}) \left(-\frac{1}{4} \text{ nC}\right) = 3.1 \text{ nJ}$$

(d) Qual a energia necessária para mover uma carga de 0.25 nC do ponto B para o ponto A?

$$W = (12.4 \text{ V} - 0 \text{ V}) \left(\frac{1}{4} \text{ nC}\right) = 3.1 \text{ nJ}$$

(e) Qual a energia necessária para mover uma carga de 100 nC do ponto D para o ponto B?

$$W = (0 - 0 \text{ V})(100 \text{ nC}) = 0 \text{ J}$$

(f) Nos itens (a) e (b), quem é responsável por realizar trabalho?

O campo elétrico.

(g) Suponha que uma carga de 1 C seja colocada no ponto C, livre para movimentar-se. Indique com uma seta a provável direção de deslocamento dessa carga. Justifique sua resposta.

Direção apontando para fora do contorno equipotencial de 90.3 V , de forma perpendicular (ou radial à concentração de cargas); direção oposta aos potenciais elétricos mais negativos.

(h) Assumindo que a distância entre o ponto A e o ponto B seja de 0.5 m , qual seria a intensidade média do vetor de campo elétrico $|\mathbf{E}_{AB}|$ no ponto A?

Represente o sentido do vetor com uma seta na figura, entre os pontos A e B.

$$|\mathbf{E}_{AB}| = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{|V_A - V_B|}{d} = \frac{|12.4 - 0|}{0.5} = 24.8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Sentido: aponta de A para B (do maior para o menor potencial).

3) Seja o potencial elétrico descrito em função do espaço dado pela equação $V(x, y, z) = \frac{y}{x^2 z^3}$.

(a) Encontre o vetor de campo elétrico $\mathbf{E}(x, y, z)$,

descrevendo-o em função dos vetores unitários \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y e \mathbf{a}_z .

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \nabla V(x, y, z) = \frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} V(x, y, z) \mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} V(x, y, z) \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = -\frac{2y}{x^3 z^3} \mathbf{a}_x + \frac{1}{x^2 z^3} \mathbf{a}_y - \frac{3y}{x^2 z^4} \mathbf{a}_z$$

(b) Encontre a função de $|\mathbf{E}|$ (magnitude do campo elétrico) no ponto $P(x, y, 1)$.

$$|\mathbf{E}(x, y, z)| = \sqrt{\left(-\frac{2y}{x^3 z^3}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2 z^3}\right)^2 + \left(-\frac{3y}{x^2 z^4}\right)^2}$$

$$|\mathbf{E}(x, y, 1)| = \sqrt{\left(-\frac{2y}{x^3}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(-\frac{3y}{x^2}\right)^2}$$

$$|\mathbf{E}(x, y, 1)| = \sqrt{4\frac{y^2}{x^6} + \frac{1}{x^4} + 9\frac{y^2}{x^4}}$$

$$|\mathbf{E}(x, y, 1)| = \sqrt{4\frac{y^2}{x^6} + \frac{9y^2 + 1}{x^4}}$$

(c) Avalie a função encontrada no item (b) no ponto $Q(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)$.

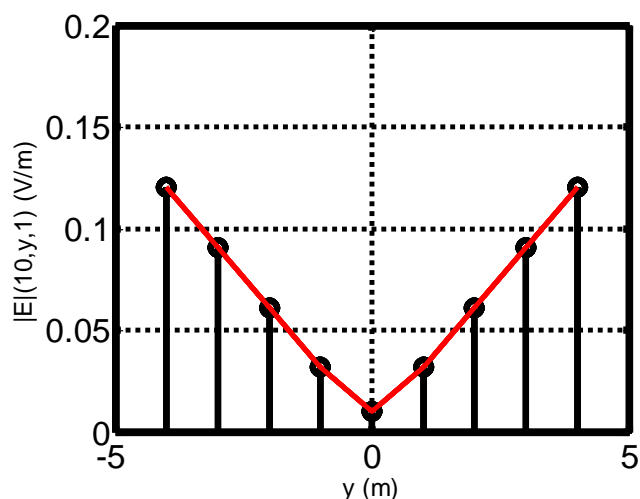
$$|\mathbf{E}(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)| = \sqrt{4\frac{2^{\frac{2}{2}}}{2^{\frac{6}{2}}} + \frac{9 \cdot 2^{\frac{2}{2}} + 1}{2^{\frac{4}{2}}}} = \sqrt{4\frac{2}{8} + \frac{9 \cdot 2 + 1}{4}} = \sqrt{1 + \frac{19}{4}}$$

$$|\mathbf{E}(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)| = 2,3979 \frac{V}{m}$$

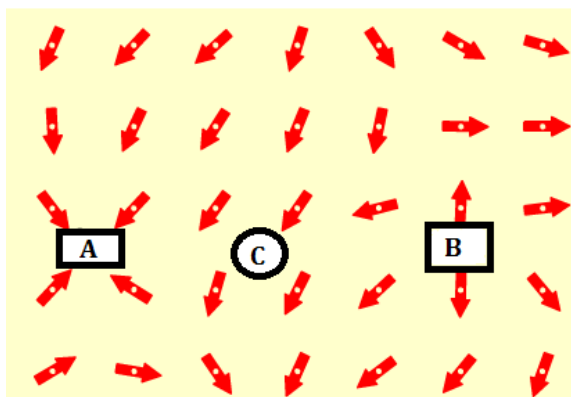
(d) Esboce o gráfico de $|\mathbf{E}| \times y$ no ponto $R(10, y, 1)$.

(pode fazer aproximações numéricas se necessário)

$$|\mathbf{E}(10, y, 1)| = \sqrt{\underbrace{4\frac{y^2}{10^6}}_{\cong 0} + \frac{9y^2 + 1}{10^4}} \rightarrow |\mathbf{E}(10, y, 1)| \cong \sqrt{\frac{9}{10^4} y^2 + \frac{1}{10^4}}$$



- 4) A Figura abaixo apresenta três objetos (A, B, C) imersos em um campo elétrico, o qual é representado pelas linhas de fluxo elétrico desenhadas na imagem.



Objetos imersos em campo elétrico representado pelas linhas de fluxo (setas).

Observando a figura, responda:

- a) Existe carga elétrica armazenada no objeto A? E no objeto B? E no objeto C?

Em caso afirmativo para algum dos objetos, determine o sinal das cargas em cada objeto.

Objeto A: sim, carga negativa (dreno de linhas de fluxo elétrico).

Objeto B: sim, há carga positiva (fonte de linhas de fluxo elétrico)

Objeto C: não, não há carga (linhas de fluxo atravessam diretamente).

- b) Qual a relação entre o divergente do campo elétrico ($\nabla \cdot \mathbf{E}$) e a presença (ou ausência) de cargas elétricas nos objetos A, B e C?

Considerando a forma pontual da Lei de Gauss sobre os objetos A, B e C, e assumindo que toda carga elétrica contida em qualquer um dos objetos esteja concentrada em pontos A, B e C; relacionamos o divergente do campo nesses pontos com a presença de cargas da seguinte maneira:

$\nabla \cdot \mathbf{E}_A < 0 \rightarrow$ Cargas negativas concentradas no ponto A (dreno de linhas de campo elétrico)

$\nabla \cdot \mathbf{E}_B > 0 \rightarrow$ Cargas positivas concentradas no ponto B (fonte de linhas de campo elétrico)

$\nabla \cdot \mathbf{E}_C = 0 \rightarrow$ não há carga elétrica no ponto C (não é fonte nem dreno de linhas)