

# **Material de apoio ao aprendizado de Circuitos Elétricos I**

## **Solução da Lista de Exercícios V**

### **Análise de Malha de Circuitos Elétricos CC e CA**

**Coordenador: Prof. Mr. Volney Duarte Gomes**

**Aluno: Anderson Gaspar de Medeiros**



## Introdução

O presente trabalho é o resultado do projeto **Material de Apoio ao Aprendizado de Circuitos Elétricos I**, disciplina do curso de Engenharia de Telecomunicações, aprovado pela **Chamada Pública 05/2016 - Programa de Apoio a Projeto de Ensino, Pesquisa e Extensão no Câmpus São José - EDITAL - Nº05/2016**. A disciplina circuitos elétricos I, estuda as técnicas de análise de circuitos e seus teoremas em cc e ca.

Visa deixar no ambiente Wiki IFSC Campus São José arquivos com as soluções da lista de exercícios de análise de malha de circuitos em cc e ca para consulta dos alunos. É composto por:

Lista de exercícios ..... Lista de Exercícios V.pdf  
Lista com os exercícios resolvidos ..... Solução da Lista de Exercícios V.pdf



## Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

### 2 Identificar as malhas.

#### 2.1 Identificar as malhas.

#### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

### 3 Obter as Equações Simultâneas

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.

\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.



**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

**5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.**

**5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.**

**5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.**

**6 Verificação dos resultados**

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$  ).**

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

**7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 1.1 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**

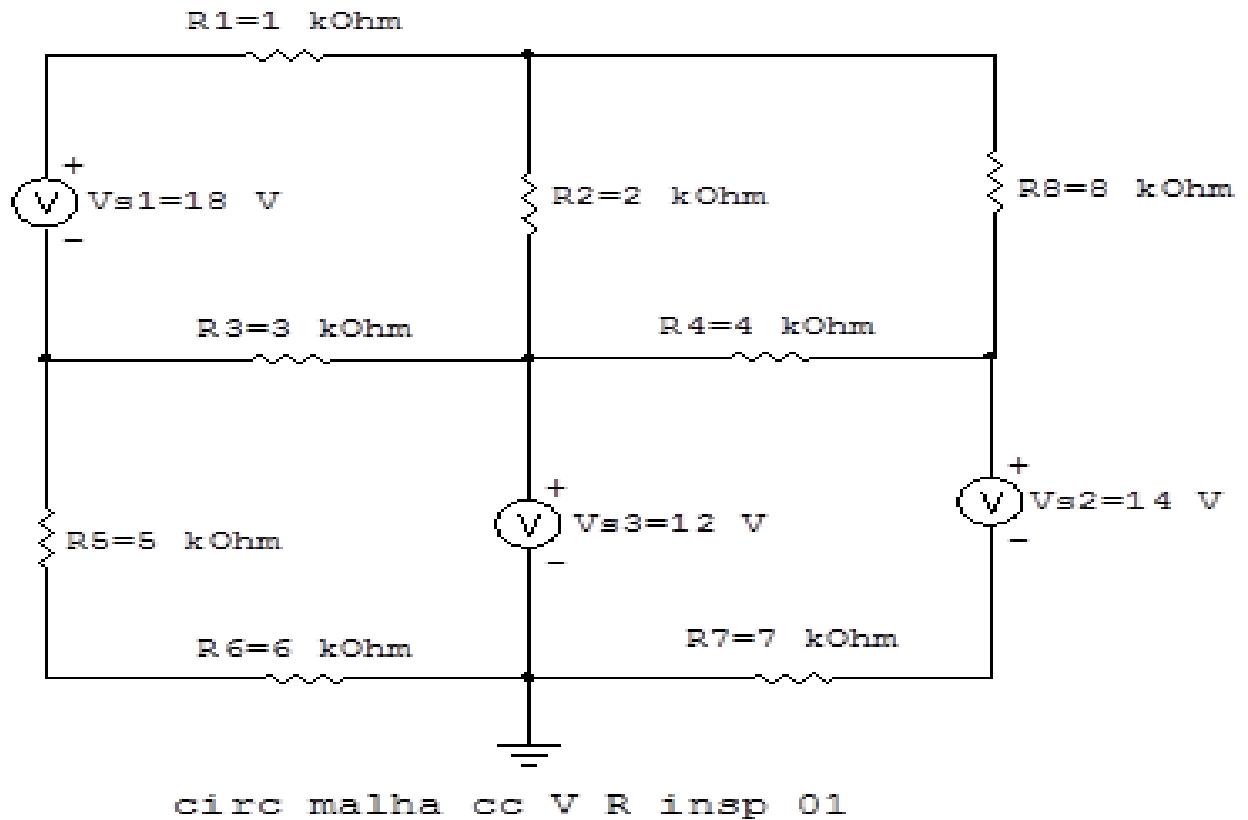


Figura 1: Circuito elétrico 1.1

## **Aplicando o Roteiro de Análise de Malha**

## 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.**



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

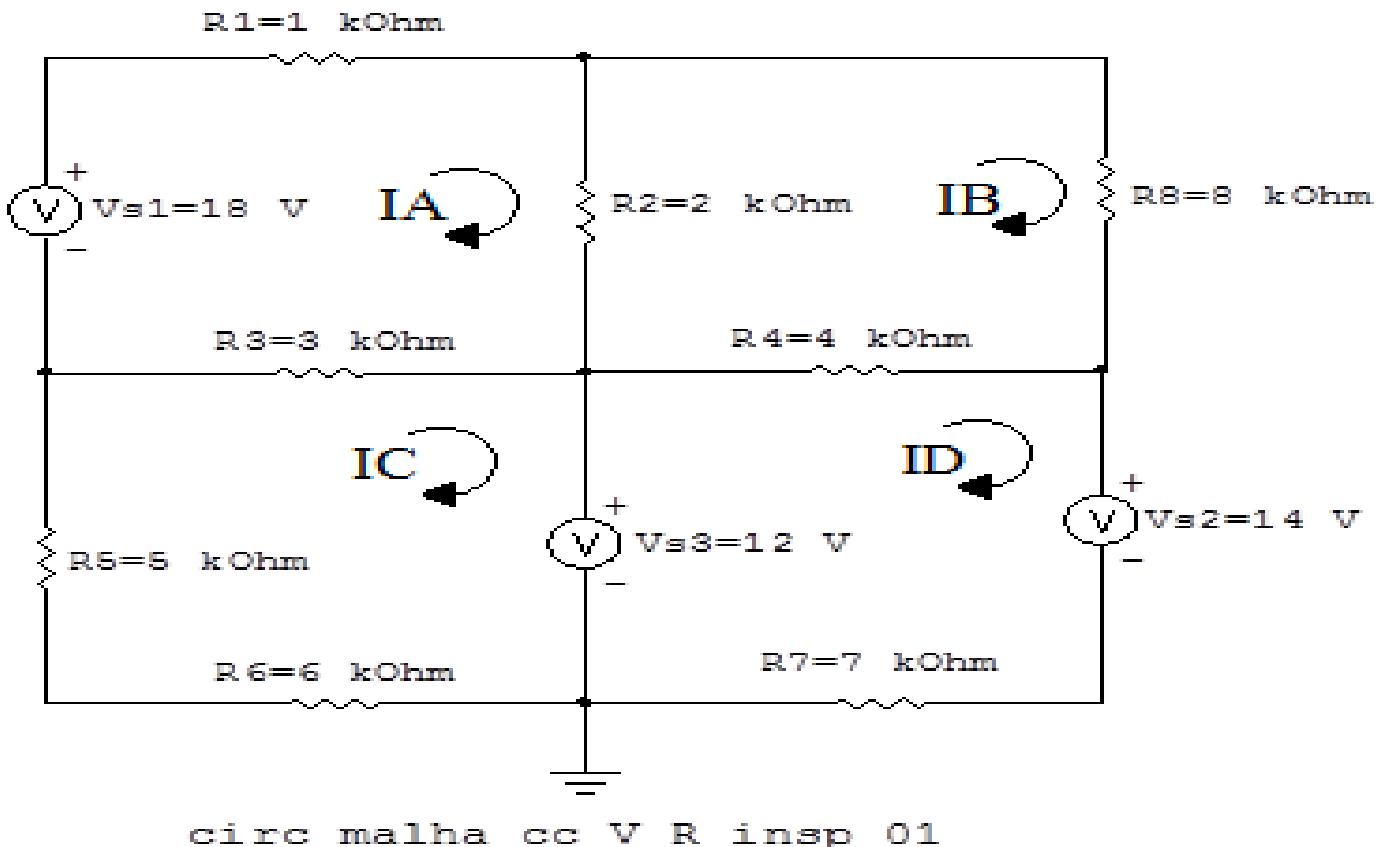


Figura 2: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 1\Omega \quad R3 = 3\Omega \quad R5 = 5\Omega \quad R7 = 7\Omega$$

$$R2 = 2\Omega \quad R4 = 4\Omega \quad R6 = 6\Omega \quad R8 = 8\Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(R1 + R2 + R3)IA + (-R2)IB + (-R3)IC + 0ID = Vs1$$

$$(-R2)IA + (R2 + R8 + R4)IB + 0IC + (-R4)ID = 0$$

$$(-R3)IA + 0IB + (R5 + R3 + R6)IC + 0ID = -Vs3$$

$$0IA + (-R4)IB + 0IC + (R4 + R7)ID = (Vs3 - Vs2)$$



Mostrado a seguir na forma matricial:

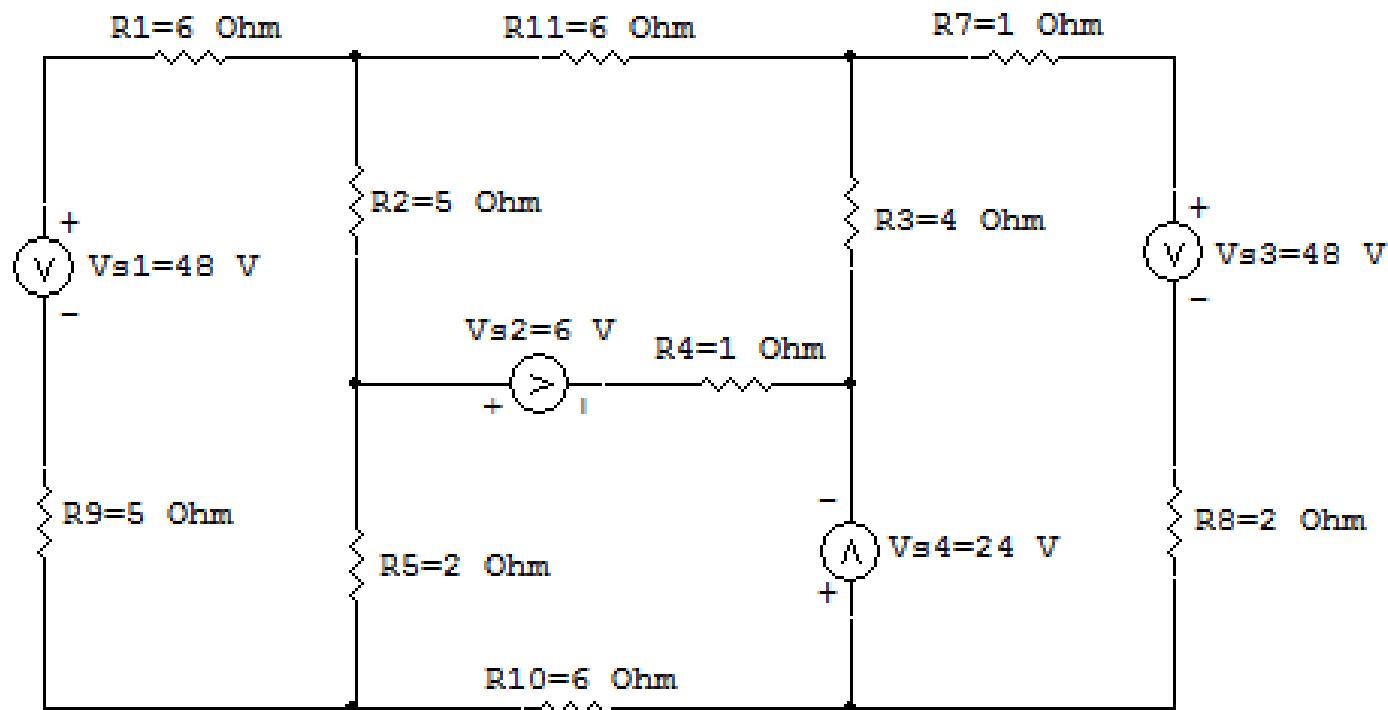
$$\begin{bmatrix} (R1+R2+R3) & -R2 & -R3 & 0 \\ -R2 & (R2+R8+R4) & 0 & -R4 \\ -R3 & 0 & (R5+R3+R6) & 0 \\ 0 & -R4 & 0 & (R4+R7) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Vs1 \\ 0 \\ -Vs3 \\ (Vs3-Vs2) \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:

$$\begin{bmatrix} 6\text{ k} & -2\text{ k} & -3\text{ k} & 0\text{ k} \\ -2\text{ k} & 14\text{ k} & 0\text{ k} & -4\text{ k} \\ -3\text{ k} & 0\text{ k} & 14\text{ k} & 0\text{ k} \\ 0\text{ k} & -4\text{ k} & 0\text{ k} & 11\text{ k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 0 \\ -12 \\ -2 \end{bmatrix}$$



**Questão 1.2 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**



`circ malha cc V R insp 02`

Figura 3: Circuito elétrico 1.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

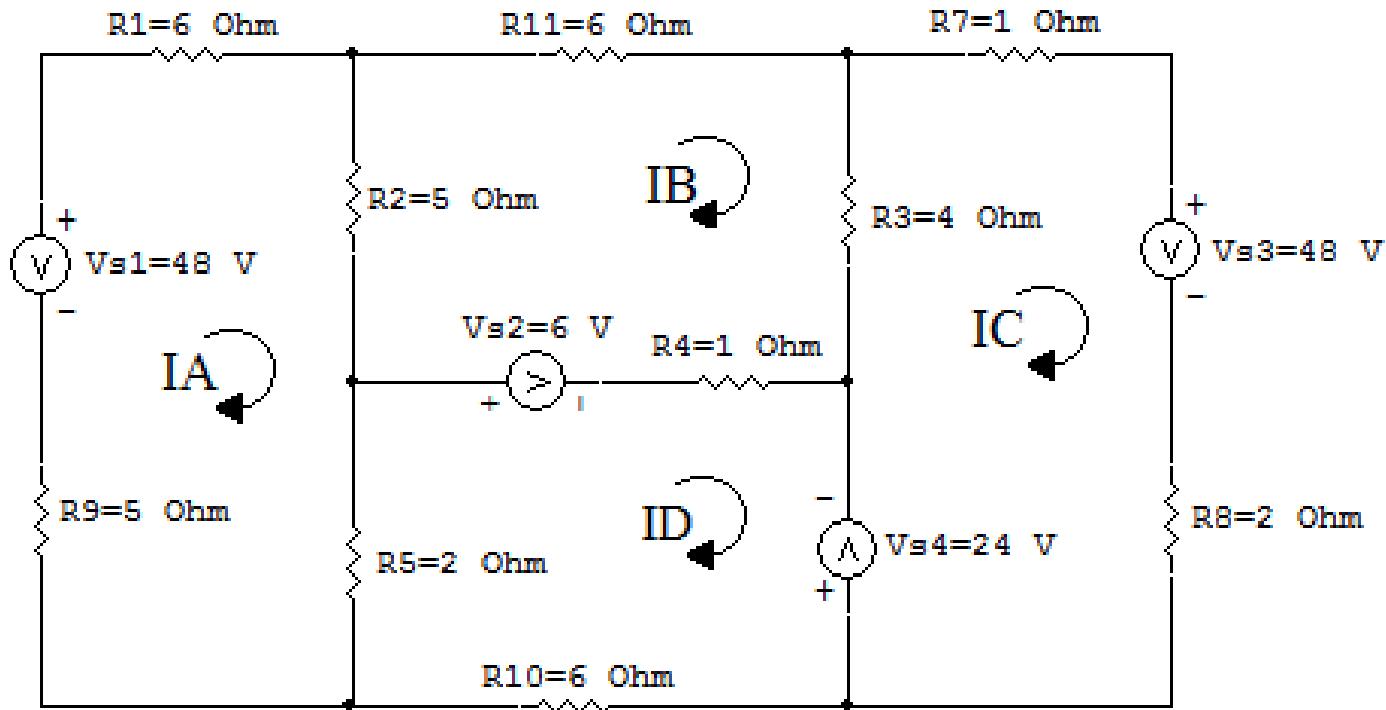
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V R insp 02

Figura 4: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 6 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R5 = 1 \Omega \quad R8 = 1 \Omega \quad R10 = 6 \Omega$$

$$R2 = 5 \Omega \quad R4 = 1 \Omega \quad R7 = 2 \Omega \quad R9 = 2 \Omega \quad R11 = 6 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(R1 + R2 + R5 + R9)IA + (-R2)IB + 0IC + (-R5)ID = Vs1$$

$$(-R2)IA + (R2 + R11 + R3 + R4)IB + (-R3)IC + (-R4)ID = Vs2$$

$$0IA + (-R3)IB + (R3 + R7 + R8)IC + 0ID = (-Vs3 - Vs4)$$

$$(-R5)IA + (-R4)IB + 0IC + (R5 + R4 + R10)ID = (-Vs2 + Vs4)$$



Mostrado a seguir na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (R1+R2+R5+R9) & -R2 & 0 & -R5 \\ -R2 & (R2+R11+R3+R4) & -R3 & -R4 \\ 0 & -R3 & (R3+R7+R8) & 0 \\ -R5 & -R4 & 0 & (R5+R4+R10) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Vs1 \\ Vs2 \\ (-Vs3-Vs4) \\ (-Vs2+Vs4) \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:

$$\begin{bmatrix} 18 & -5 & 0 & -2 \\ -5 & 16 & -4 & -1 \\ 0 & -4 & 7 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ 6 \\ -72 \\ 18 \end{bmatrix}$$

**Questão 1.3 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**

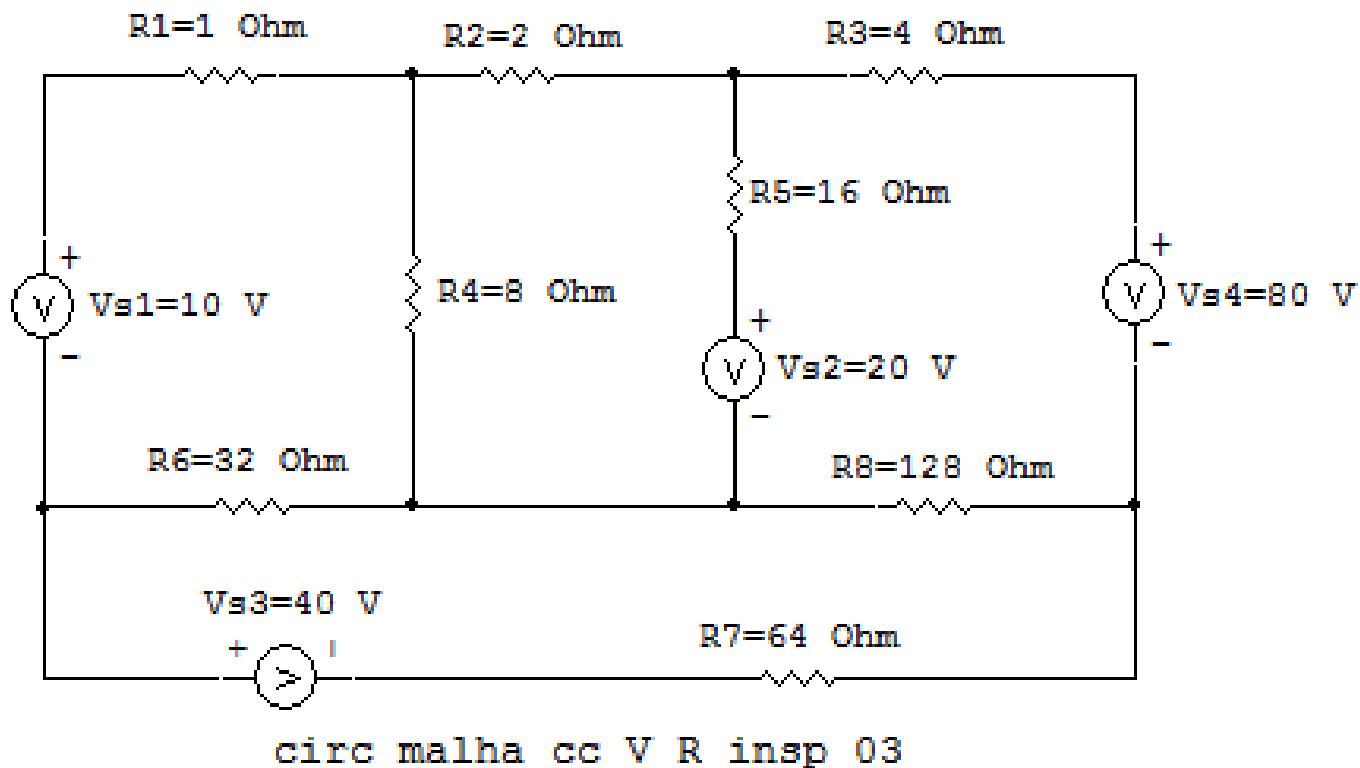


Figura 5: Circuito elétrico 1.3

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

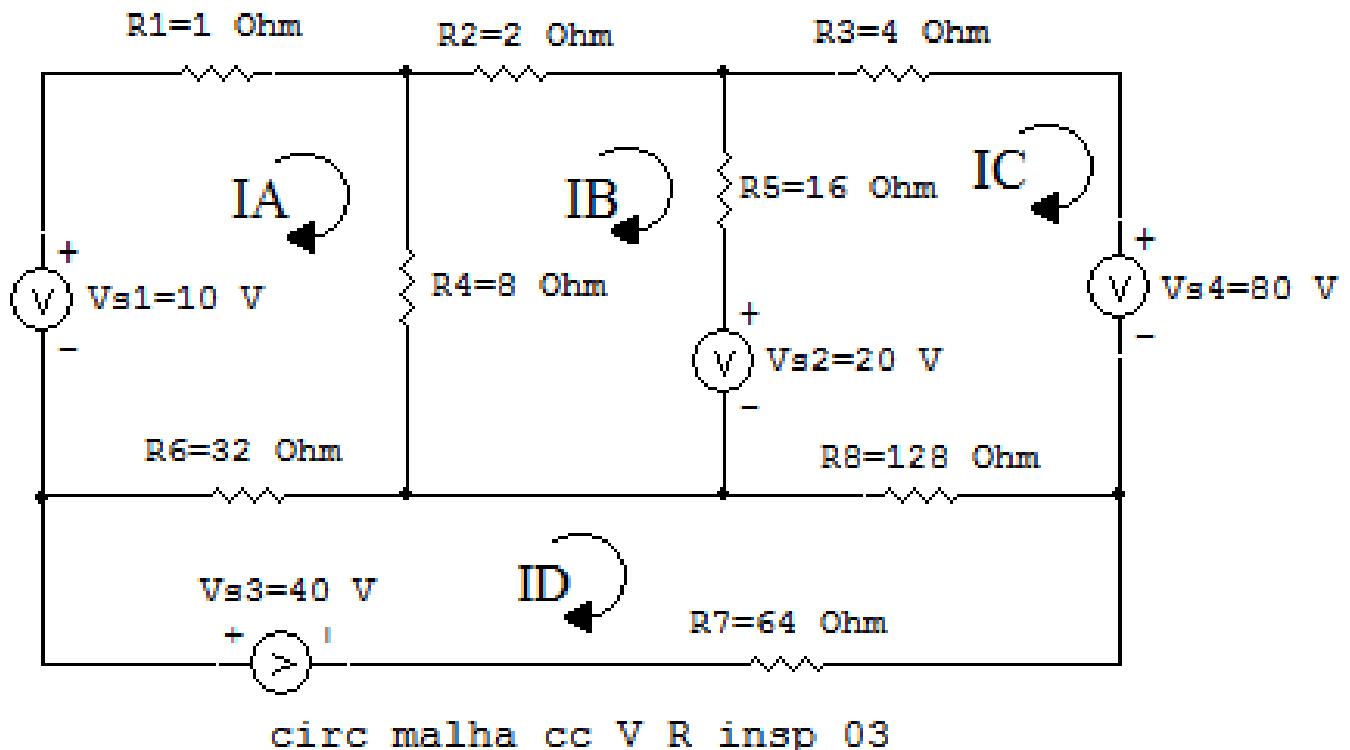


Figura 6: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 1 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R5 = 16 \Omega \quad R7 = 64 \Omega$$

$$R2 = 2 \Omega \quad R4 = 8 \Omega \quad R6 = 32 \Omega \quad R8 = 128 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(R1 + R4 + R6)IA + (-R4)IB + 0IC + (-R6)ID = Vs1$$

$$(-R4)IA + (R4 + R2 + R5)IB + (-R5)IC + 0ID = -Vs2$$

$$0IA + (-R5)IB + (R5 + R3 + R8)IC + (-R8)ID = (Vs2 - Vs4)$$

$$(-R6)IA + 0IB + (-R8)IC + (R6 + R8 + R7)ID = Vs3$$



Mostrado a seguir na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (R1+R4+R6) & -R4 & 0 & -R6 \\ -R4 & (R4+R2+R5) & -R5 & 0 \\ 0 & -R5 & (R5+R3+R8) & -R8 \\ -R6 & 0 & -R8 & (R6+R8+R7) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Vs1 \\ -Vs2 \\ (Vs2-Vs4) \\ Vs3 \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:

$$\begin{bmatrix} 41 & -8 & 0 & -32 \\ -8 & 26 & -16 & 0 \\ 0 & -16 & 148 & -128 \\ -32 & 0 & -128 & 224 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -20 \\ -60 \\ 40 \end{bmatrix}$$



**Questão 2.1 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**

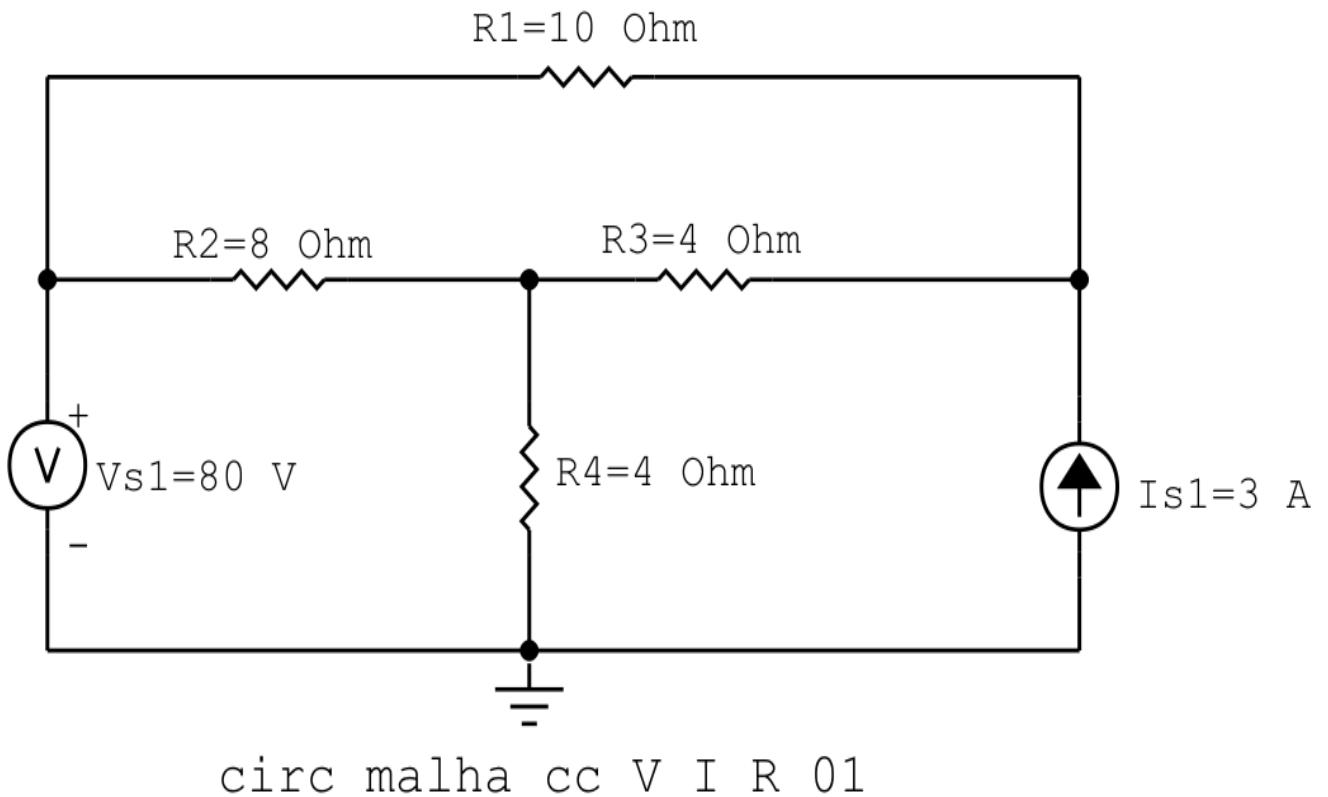


Figura 7: Circuito elétrico 2.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

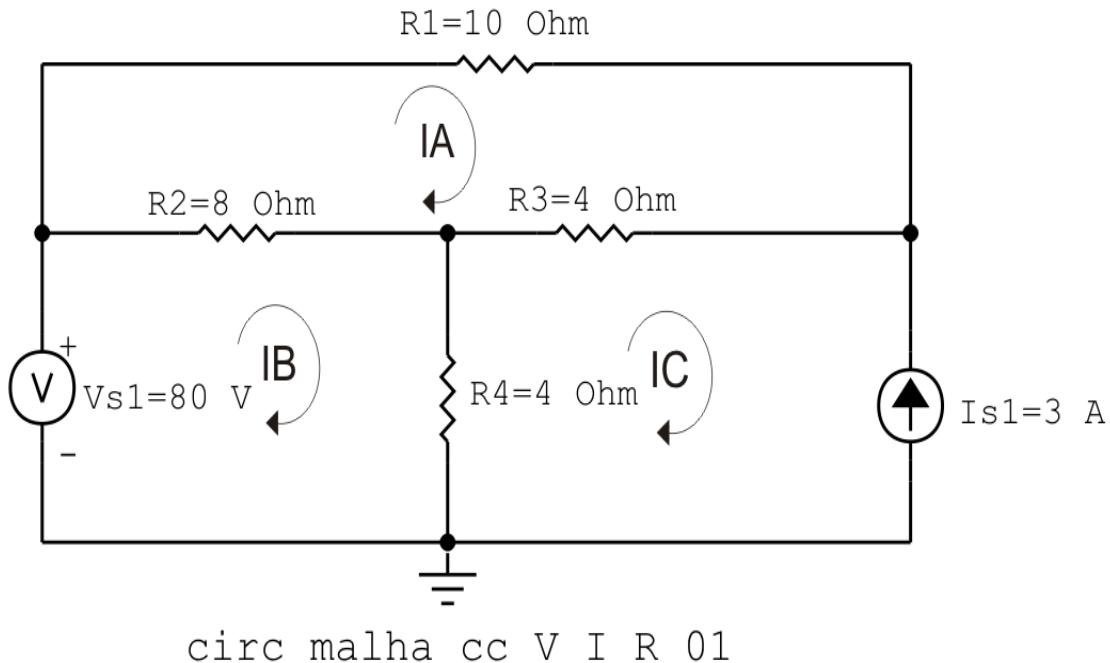


Figura 8: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 8 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R4 = 4 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 3 \text{ A, temos: } \Rightarrow IC = -3 \text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + R2(IA - IB) + R3(IA - IC) = 0$$



$$R1IA + R2IA - R2IB + R3IA - R3IC = 0$$

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB = R3IC \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$-Vs1 + R2(IB - IA) + R4(IB - IC) = 0$$

$$-Vs1 + R2IB - R2IA + R4IB - R4IC = 0$$

$$-R2IA + (R2 + R4)IB = Vs1 + R4IC \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vs1$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB = R3IC$$

$$(10 + 8 + 4)IA - (8)IB = 4(-3)$$

$$(22)IA - (8)IB = -12$$

**Na Equação 2:**

$$-R2IA + (R2 + R4)IB = Vs1 + R4IC$$

$$-(8)IA + (8 + 4)IB = (80) + ((4)-3)$$

$$-(8)IA + (12)IB = 68$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(22)IA - (8)IB = -12$$

$$-(8)IA + (12)IB = 68$$

$$\begin{bmatrix} 22 & -8 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 68 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 22 & -8 \\ -8 & 12 \end{vmatrix} = 264 - 64 = \Delta = 200$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -12 & -8 \\ 68 & 12 \end{vmatrix} = -144 - (-544) = \Delta_{IA} = 400$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{400}{200} \Rightarrow IA = 2 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 22 & -12 \\ -8 & 68 \end{vmatrix} = 1496 - 96 = \Delta_{IB} = 1400$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{1400}{200} \Rightarrow IB = 7 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 2 \text{ A}$$

$$IB = 7 \text{ A}$$

$$IC = -3 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

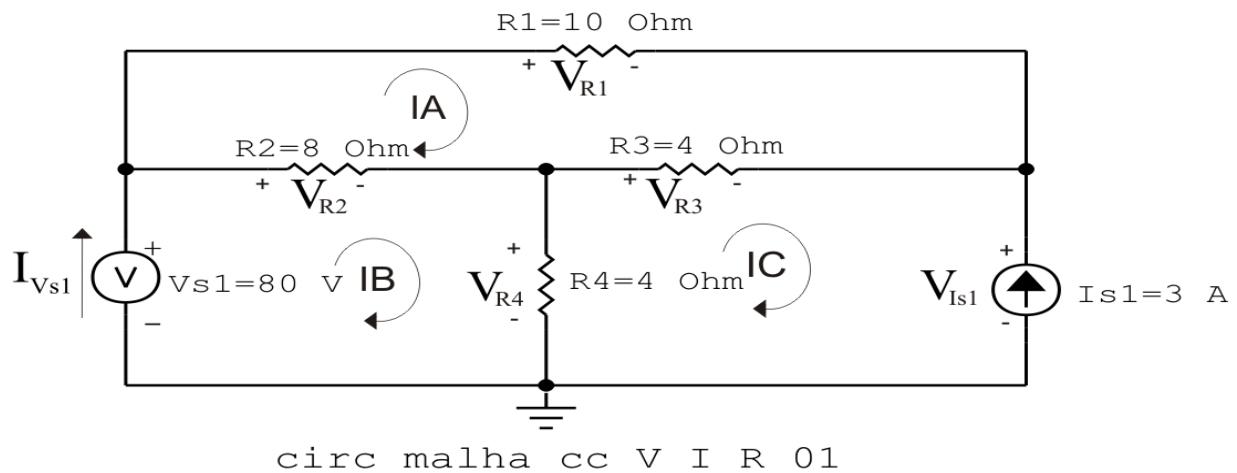


Figura 9: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.



## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (10)(2) \implies V_{R1} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (20)(2) \implies P_{R1} = 40 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = (IB - IA) = (7 - 2) \implies I_{R2} = 5 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (8)(5) \implies V_{R2} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (40)(5) \implies P_{R2} = 200 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (-3 - 2) \implies I_{R3} = -5 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R3I_{R3} = (4)(-5) \implies V_{R3} = -20 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (-20)(-5) \implies P_{R3} = 100 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R4$ :

$$I_{R4} = (IB - IC) = (7 - (-3)) \implies I_{R4} = 10 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (4)(10) \implies V_{R4} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (40)(10) \implies P_{R4} = 400 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $Is1$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R4} - V_{R3}) = (40 - (-20)) \implies V_{I_{s1}} = 60 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(60)(3) \implies P_{I_{s1}} = -180 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na fonte de tensão $Vs1$ :

$$V_{s1} = 80 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = 7 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1}I_{V_{s1}} = -(80)(7) \implies P_{V_{s1}} = -560 \text{ W}$$



## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$  ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

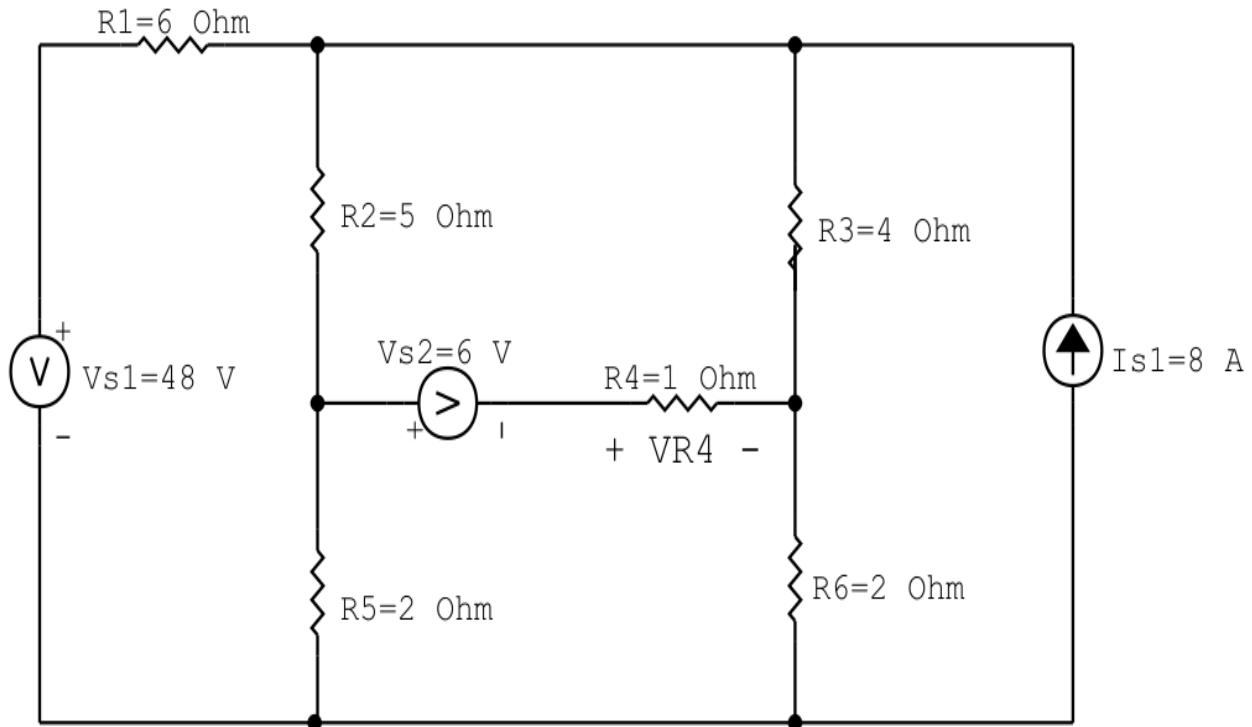
$$(-740) + (740) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 2.2 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 02

Figura 10: Circuito elétrico 2.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

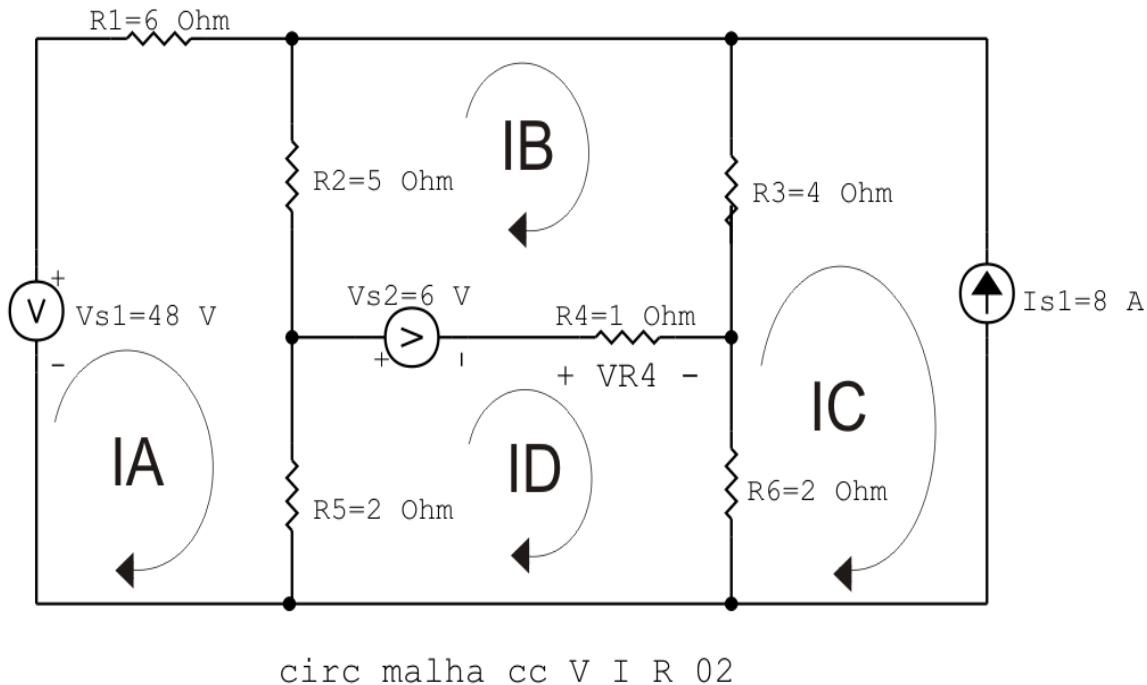


Figura 11: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 6 \Omega \quad R2 = 5 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R4 = 1 \Omega \quad R5 = 2 \Omega \quad R6 = 2 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 8 \text{ A, temos: } \Rightarrow IC = -8 \text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$-Vs1 + R1IA + R2(IA - IB) + R5(IA - ID) = 0$$



$$R1IA + R2IA - R2IB + R5IA - R5ID = Vs1$$

$$(R1 + R2 + R5)IA - R2IB - R5ID = Vs1 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$R2(IB - IA) + R3(IB - IC) + R4(IB - ID) - Vs2 = 0$$

$$R2IB - R2IA + R3IB - R3IC + R4IB - R4ID = Vs2$$

$$-R2IA + (R2 + R3 + R4)IB - R4ID = Vs2 + R3IC \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$R5(ID - IA) + Vs2 + R4(ID - IB) + R6(ID - IC) = 0$$

$$R5ID - R5IA + R4ID - R4IB + R6ID - R6IC = -Vs2$$

$$-R5IA - R4IB + (R5 + R4 + R6)ID = -Vs2 + R6IC \quad \dots \dots \dots \text{Equação 3}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vs1$ ,  $Vs2$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2 + R5)IA - R2IB - R5ID = Vs1$$

$$(6 + 5 + 2)IA - (5)IB - (2)ID = 48$$

$$(13)IA - (5)IB - (2)ID = 48$$

**Na Equação 2:**

$$-R2IA + (R2 + R3 + R4)IB - R4ID = Vs2 + R3IC$$

$$-(5)IA + (5 + 4 + 1)IB - (1)ID = (-6) + (4)(-8)$$

$$-(5)IA + (10)IB - (1)ID = -26$$

**Na Equação 3:**

$$-R5IA - R4IB + (R5 + R4 + R6)ID = -Vs2 + R6IC$$



$$-(2)IA - (1)IB + (2 + 1 + 2)ID = (-6) + (2)(-8)$$

$$-(2)IA - (1)IB + (5)ID = -22$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(13)IA - (5)IB - (2)ID = 48$$

$$-(5)IA + (10)IB - (1)ID = -26$$

$$-(2)IA - (1)IB + (5)ID = -22$$

$$\begin{bmatrix} 13 & -5 & -2 \\ -5 & 10 & -1 \\ -2 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ -26 \\ -22 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 13 & -5 & -2 \\ -5 & 10 & -1 \\ -2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 630 - 178 = \Delta = 452$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 48 & -5 & -2 \\ -26 & 10 & -1 \\ -22 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 2238 - 1138 = \Delta_{IA} = 1100$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{1100}{452} \Rightarrow IA = 2,433 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 13 & 48 & -2 \\ -5 & -26 & -1 \\ -2 & -22 & 5 \end{vmatrix} = -1814 - (-1018) = \Delta_{IB} = -796$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-796}{452} \Rightarrow IB = -1,761 \text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 13 & -5 & 48 \\ -5 & 10 & -26 \\ -2 & -1 & -22 \end{vmatrix} = -2880 - (-1172) = \Delta_{ID} = -1708$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-1708}{452} \Rightarrow ID = -3,778 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 2,433 \text{ A}$$

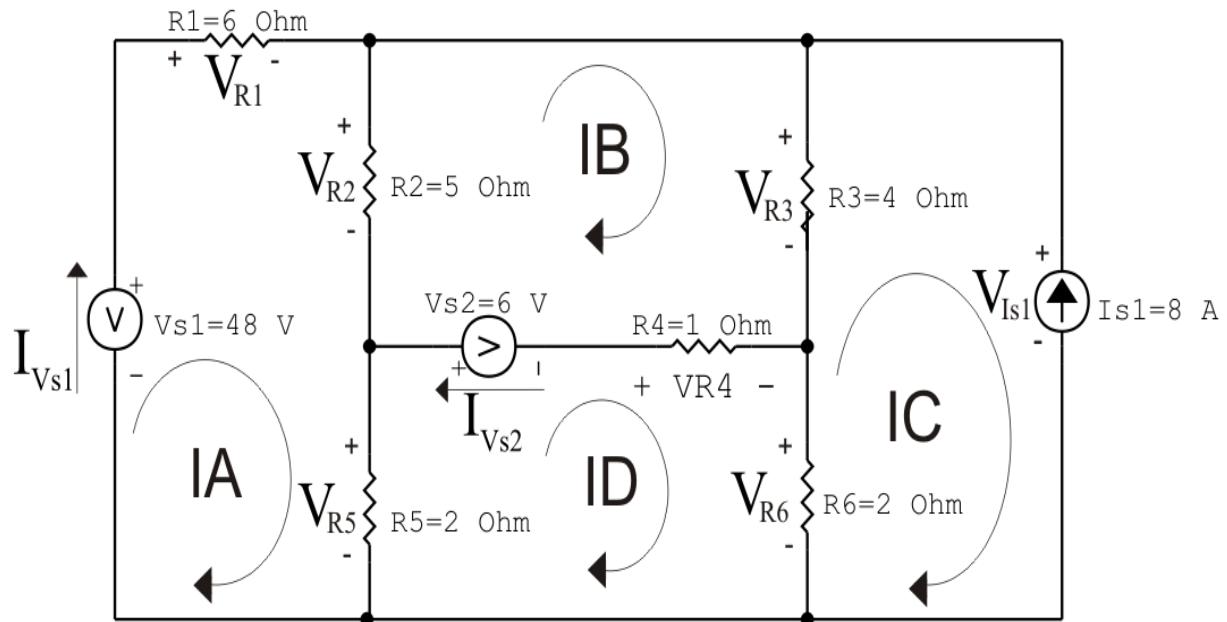
$$IB = -1,761 \text{ A}$$

$$IC = -8 \text{ A}$$

$$ID = -3,778 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 02

Figura 12: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \Rightarrow I_{R1} = 2,433 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (6)(2,433) \Rightarrow V_{R1} = 14,602 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (14,602)(2,433) \Rightarrow P_{R1} = 35,535 \text{ W}$$

**5.2.2 Na resistência  $R_2$ :**

$$I_{R2} = (IA - IB) = (2,433 - (-1,761)) \Rightarrow I_{R2} = 4,195 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (5)(4,195) \Rightarrow V_{R2} = 20,973 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (20,973)(4,195) \Rightarrow P_{R2} = 87,977 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R3} = (IB - IC) = (-1,761 - (-8)) \Rightarrow I_{R3} = 6,239 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (4)(6,239) \Rightarrow V_{R3} = 24,956 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (24,956)(6,239) \Rightarrow P_{R3} = 155,697 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = (IB - ID) = (-1,761 - (-3,778)) \Rightarrow I_{R4} = 2,018 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (1)(2,018) \Rightarrow V_{R4} = 2,018 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (2,018)(2,018) \Rightarrow P_{R4} = 4,071 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R5} = (IA - ID) = (2,433 - (-3,778)) \Rightarrow I_{R5} = 6,212 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (2)(6,212) \Rightarrow V_{R5} = 12,425 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (12,425)(6,212) \Rightarrow P_{R5} = 77,188 \text{ W}$$

**5.2.6 Na resistência  $R_6$ :**

$$I_{R6} = (ID - IC) = (-3,778 - (-8)) \Rightarrow I_{R6} = 4,221 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (2)(4,221) \Rightarrow V_{R6} = 8,442 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (8,442)(4,221) \Rightarrow P_{R6} = 35,638 \text{ W}$$

**5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 8 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R6} + V_{R4}) = (8,442 + 2,018) \Rightarrow V_{I_{s1}} = 33,398 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(33,398)(8) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -267,186 \text{ W}$$

**5.2.8 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 48 \text{ V}$$



$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = 2,433 \text{ A}$$
$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(48)(2,433) \implies P_{V_{s1}} = -116,814 \text{ W}$$

**5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s2}$ :**

$$V_{s2} = 6 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = (IB - ID) = (-1,761 - (-3,778)) \implies I_{V_{s2}} = 2,018 \text{ A}$$
$$P_{V_{s2}} = -V_{s2} I_{V_{s2}} = -(6)(2,018) \implies P_{V_{s2}} = -12,106 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{V_{s2}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6}) = 0$$

$$(-396,106) + (396,106) = 0$$

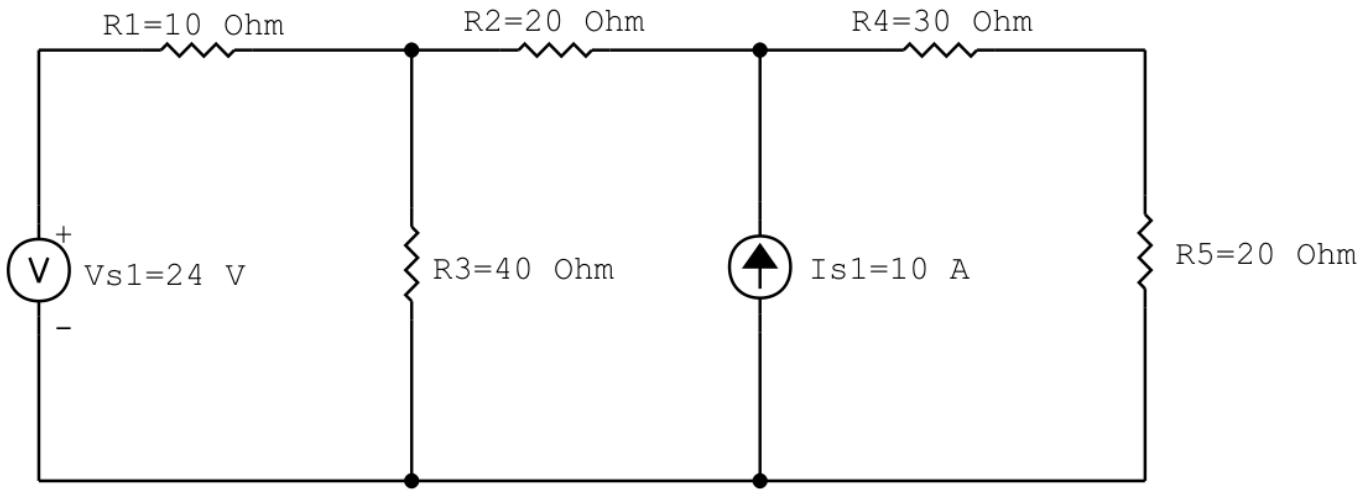
**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



## Questão 2.3 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.



circ malha cc V I R 03

Figura 13: Circuito elétrico 2.3

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

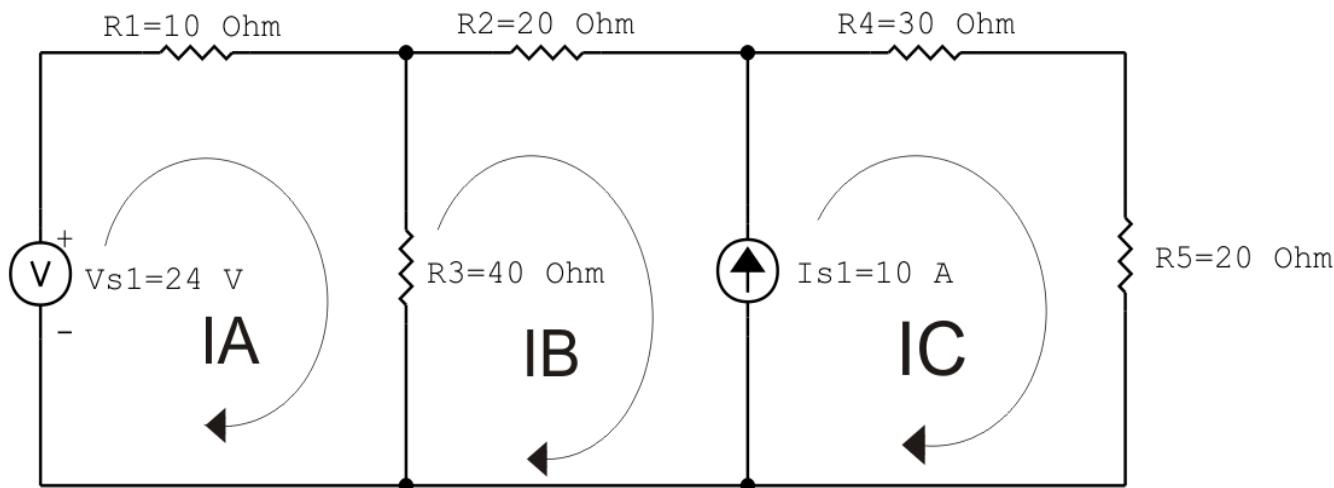
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 03

Figura 14: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.

\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 20 \Omega \quad R3 = 40 \Omega \quad R4 = 30 \Omega \quad R5 = 20 \Omega$$

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

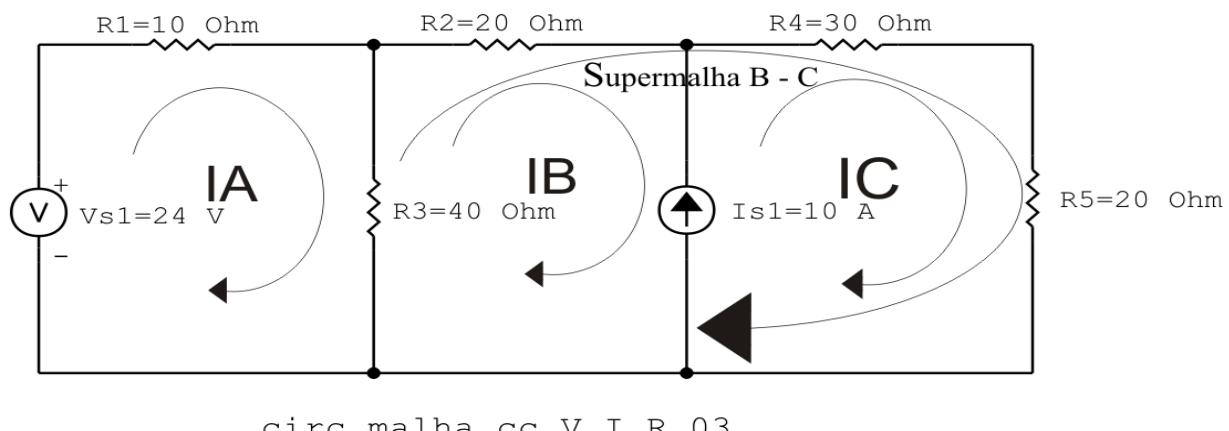


Figura 15: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

### **3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$-IB + IC = Is1$ , e como  $Is1 = 10\text{ A} \Rightarrow IC = 10 + IB$ .

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

## **Equação na Malha A :**

$$-Vs1 + R1IA + R3(IA - IB) = 0$$

$$R1IA + R3IA - R3IB = Vs1$$

### **Equação na Supermalha B-C :**

$$R3(IB - IA) + R2IB + R4IC + R5IC = 0$$

$$R3IB - R3IA + R2IB + R4IC + R5IC = 0$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

### **Na Equação 1:**

$$(R1 + R3)IA - R3IB = Vs1$$

$$(10 + 40)IA - (40)IB \equiv 24$$

$$(50)IA - (40)IB \equiv 24$$

**Na Equação 2:**

$$-R3JA + (R3 + R2)IB + (R4 + R5)IC = 0$$

$$-(40)IA + (40 + 20)IB + (30 + 20)(10 + IB) = 0$$

$$-(40)JA + (110)JB = -500$$

## ESPECIAIS



$$(50)IA - (40)IB = 24$$

$$-(40)IA + (110)IB = -500$$

**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} 50 & -40 \\ -40 & 110 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -500 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 50 & -40 \\ -40 & 110 \end{vmatrix} = 5500 - 1600 = \Delta = 3900$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 24 & -40 \\ -500 & 110 \end{vmatrix} = -2640 - 20000 = \Delta_{IA} = -17360$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-17360}{3900} \Rightarrow IA = -4,451 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 50 & -24 \\ -40 & -500 \end{vmatrix} = -25000 - (-960) = \Delta_{IB} = -24040$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-24040}{3900} \Rightarrow IB = -6,164 \text{ A}$$

Assim temos:

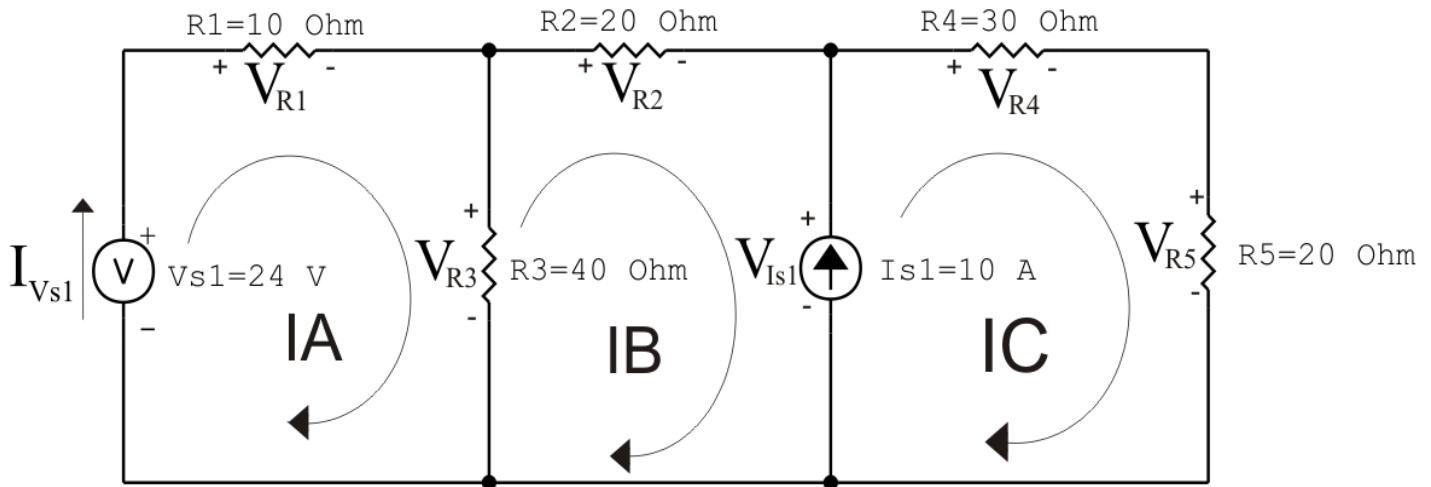
$$IA = -4,451 \text{ A}$$

$$IB = -6,164 \text{ A}$$

$$IC = 3,836 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 03

Figura 16: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -4,451 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (10)(-4,451) \implies V_{R1} = -44,513 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-44,513)(-4,451) \implies P_{R1} = 198,139 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = -6,164 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (20)(-6,164) \implies V_{R2} = -123,282 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (-123,282)(-6,164) \implies P_{R2} = 759,923 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IA - IB) = (-4,451 - (-6,164)) \implies I_{R3} = 1,713 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (40)(1,713) \implies V_{R3} = 68,513 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (68,513)(1,713) \implies P_{R3} = 117,350 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = 3,836 \text{ A}$$



$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (30)(3,836) \implies V_{R4} = 115,077 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (115,077)(3,836) \implies P_{R4} = 441,423 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R5$ :**

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 3,836 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (20)(3,836) \implies V_{R5} = 76,718 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (76,718)(3,836) \implies P_{R5} = 294,282 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 10 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R4} + V_{R5}) = (115,077 + 76,718) \implies V_{I_{s1}} = 191,795 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(191,795)(10) \implies P_{I_{s1}} = -1917,949 \text{ W}$$

**5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 24 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = -4,451 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(24)(-4,451) \implies P_{V_{s1}} = 106,831 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5}) = 0$$

$$(-1811,118) + (1811,118) = 0$$

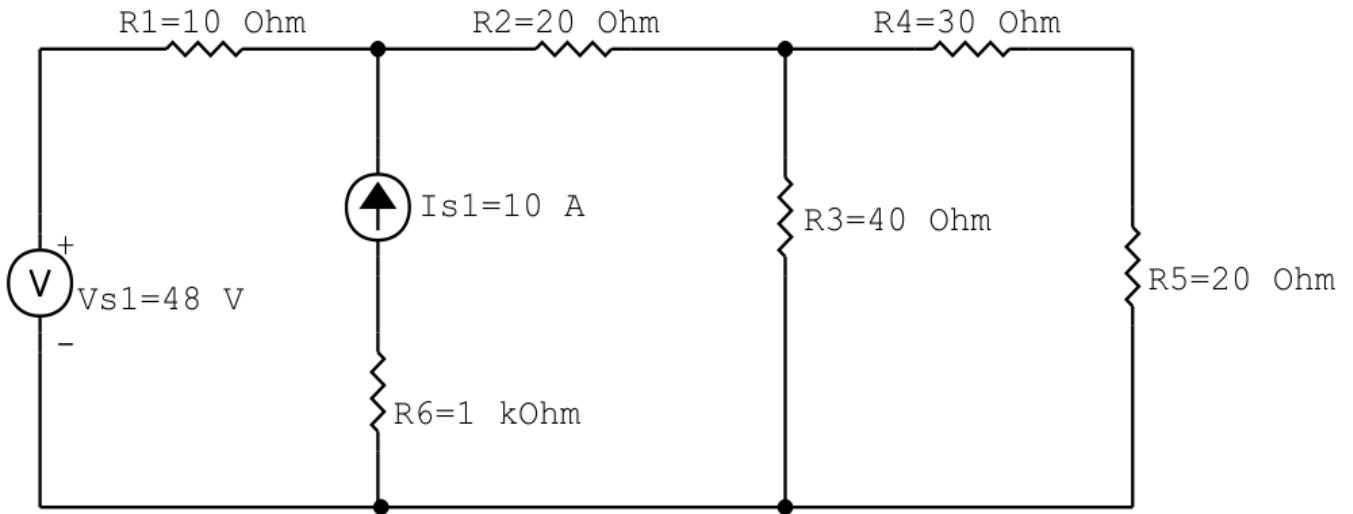
**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



## Questão 3.2 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.



circ malha cc V I R 04

Figura 17: Circuito elétrico 2.4

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

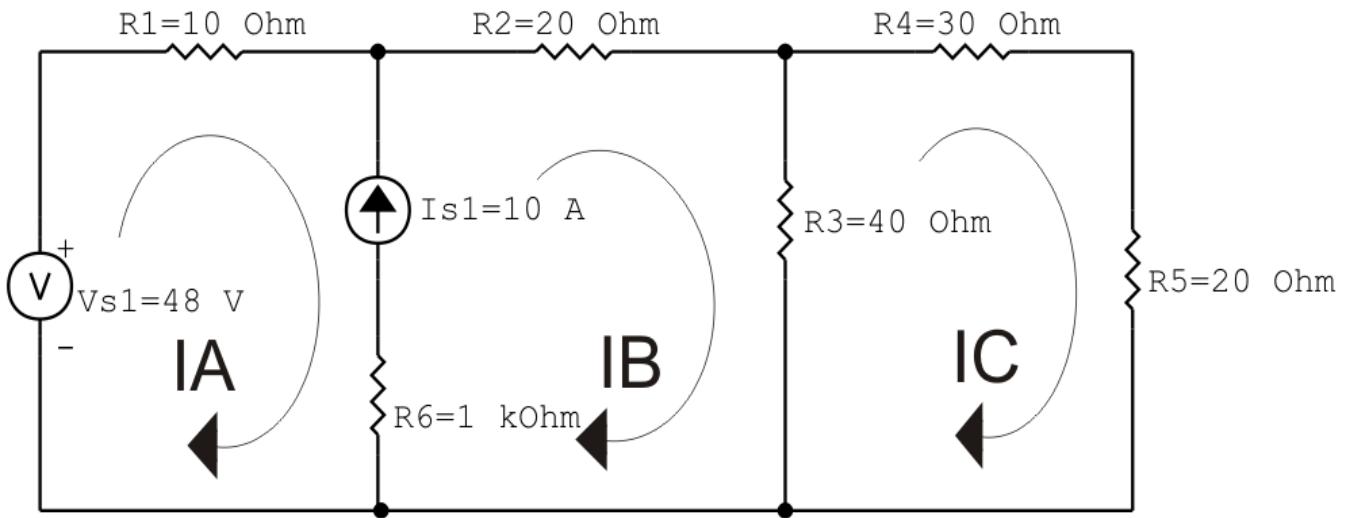
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 04

Figura 18: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.

\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 20 \Omega \quad R3 = 40 \Omega \quad R4 = 30 \Omega \quad R5 = 20 \Omega \quad R6 = 1 \text{ k}\Omega$$

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IA + IB = Is1, \text{ e como } Is1 = 10 \text{ A} \implies IB = 10 + IA.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Supermalha A-B :**

$$-Vs1 + R1IA + R2IB + R3(IB - IC) = 0$$

$$R1IA + R2IB + R3IB - R3IC = Vs1$$

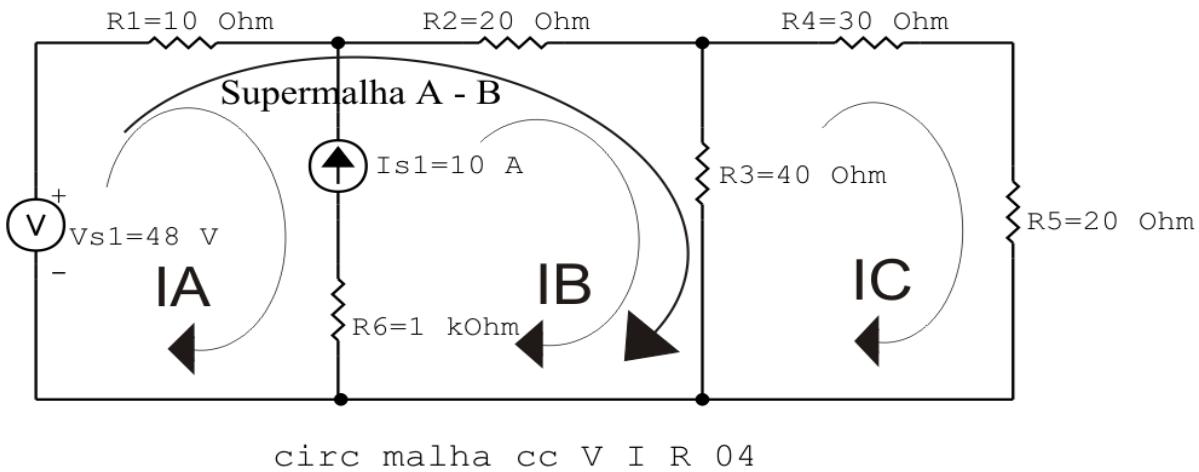


Figura 19: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

$$R1IA + (R2 + R3)IB - R3IC = Vs1 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$R3(IC - IB) + R4IC + R5IC = 0$$

$$R3IC - R3IB + R4IC + R5IC = 0$$

$$-R3IB + (R3 + R4 + R5)IC = 0 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vs1$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$R1IA + (R2 + R3)IB - R3IC = Vs1$$

$$(10)IA + (20 + 40)(10 + IA) - (40)IC = 48$$

$$(70)IA - (40)IC = -552$$

**Na Equação 2:**

$$-R3IB + (R3 + R4 + R5)IC = 0$$

$$-(40)(10 + IA) + (40 + 30 + 20)IC = 0$$



$$-(40)IA + (90)IC = 400$$

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(70)IA - (40)IC = -552$$

$$-(40)IA + (90)IC = 400$$

**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} 70 & -40 \\ -40 & 90 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -552 \\ 400 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 70 & -40 \\ -40 & 90 \end{vmatrix} = 6300 - 1600 = \Delta = 4700$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -552 & -40 \\ 400 & 90 \end{vmatrix} = -49\,680 - (-16\,000) = \Delta_{IA} = -33\,680$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-33\,680}{4700} \Rightarrow IA = -7,165 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 70 & -552 \\ -40 & 400 \end{vmatrix} = 28\,000 - 22\,080 = \Delta_{IC} = 5920$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{5920}{4700} \Rightarrow IC = 1,259 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -7,165 \text{ A}$$

$$IB = 2,834 \text{ A}$$

$$IC = 1,259 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

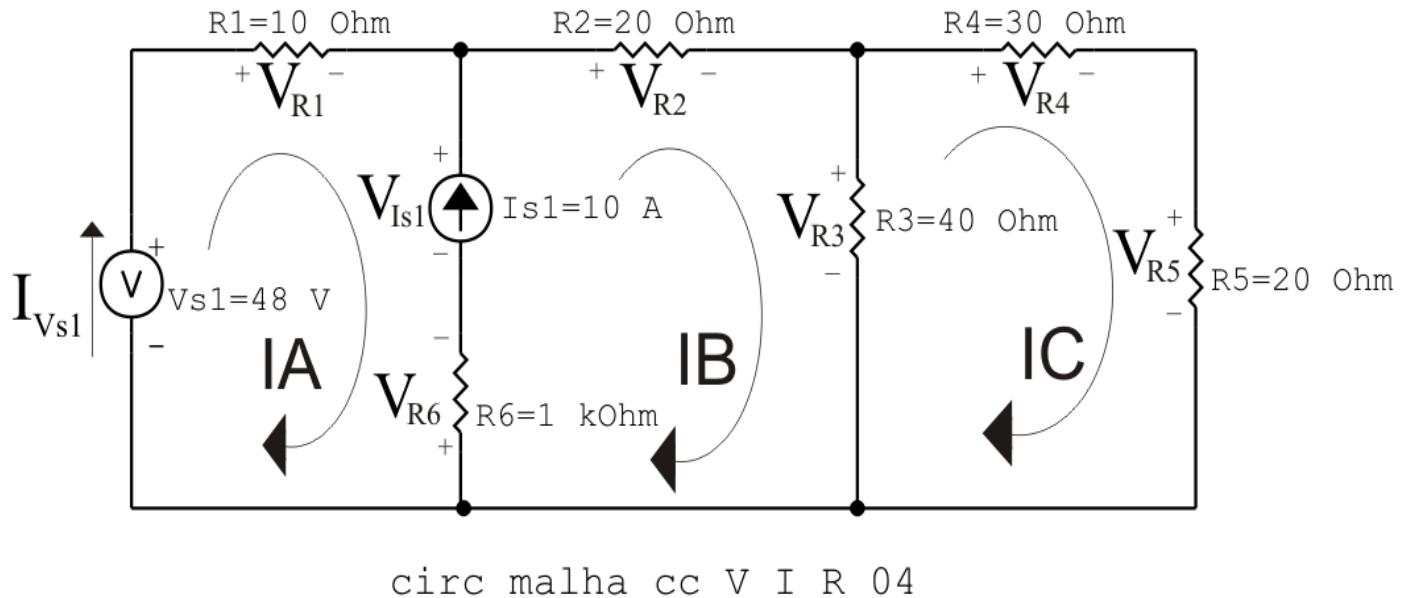


Figura 20: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -7,165 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (10)(-7,165) \implies V_{R1} = -71,660 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-71,660)(-7,165) \implies P_{R1} = 513,509 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = 2,834 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (20)(2,834) \implies V_{R2} = 56,681 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (56,681)(2,834) \implies P_{R2} = 160,636 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IB - IC) = (2,834 - (1,259)) \implies I_{R3} = 1,574 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (40)(1,574) \implies V_{R3} = 62,979 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (62,979)(1,574) \implies P_{R3} = 99,158 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = 1,259 \text{ A}$$



$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (30)(1,259) \implies V_{R4} = 37,787 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (37,787)(1,259) \implies P_{R4} = 47,5966 \text{ W}$$

5.2.5 Na resistência  $R5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 1,259 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (20)(1,259) \implies V_{R5} = 25,191 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (25,191)(1,259) \implies P_{R5} = 31,731 \text{ W}$$

5.2.6 Na resistência  $R6$ :

$$I_{R6} = I_{s1} \implies I_{R6} = 10 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (1000)(10) \implies V_{R6} = 10 \text{ kV}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (10\,000)(10) \implies P_{R6} = 100 \text{ kW}$$

5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 10 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R2} + V_{R3} + V_{R6}) = (56,681 + 62,979 + 10\,000) \implies V_{I_{s1}} = 10,119 \text{ kV}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(10\,119,660)(10) \implies P_{I_{s1}} = -101,196 \text{ kW}$$

5.2.8 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = -7,165 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(48)(-7,165) \implies P_{V_{s1}} = 343,966 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6}) = 0$$

$$(-100\,852,630) + (100\,852,630) = 0$$

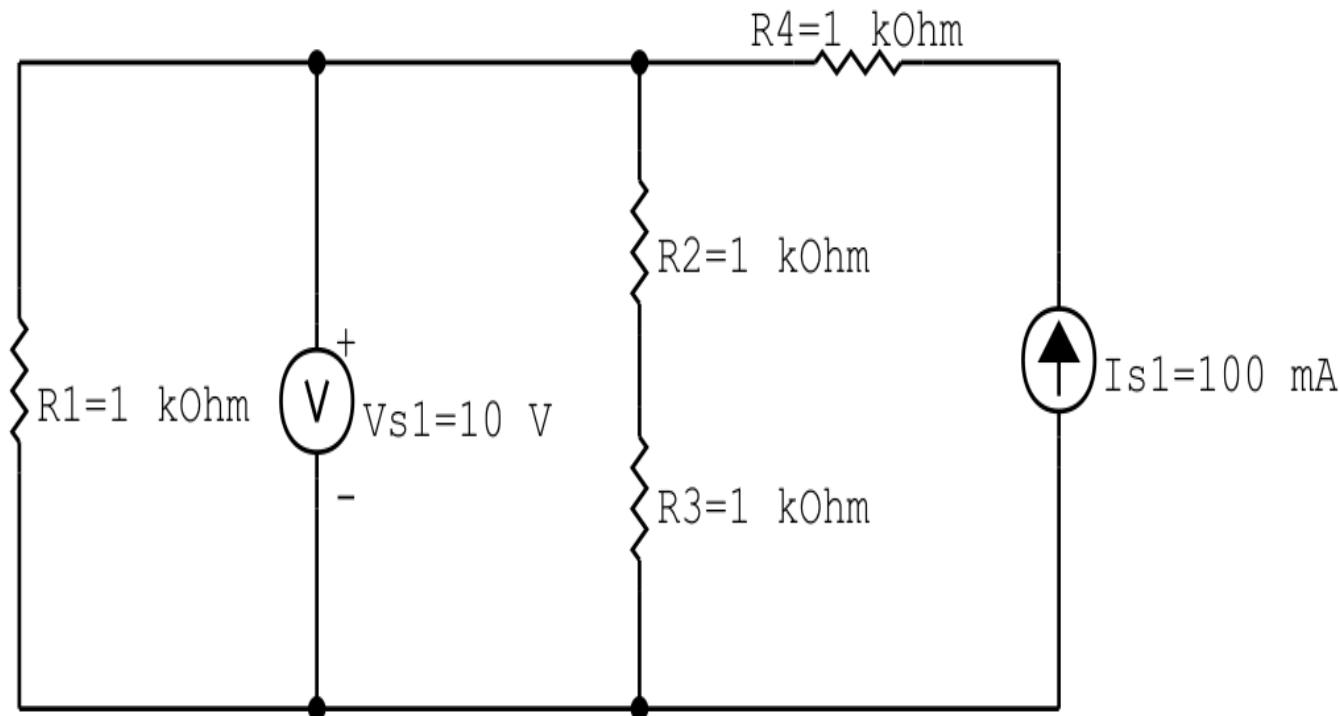


**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.5 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 05

Figura 21: Circuito elétrico 2.5

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

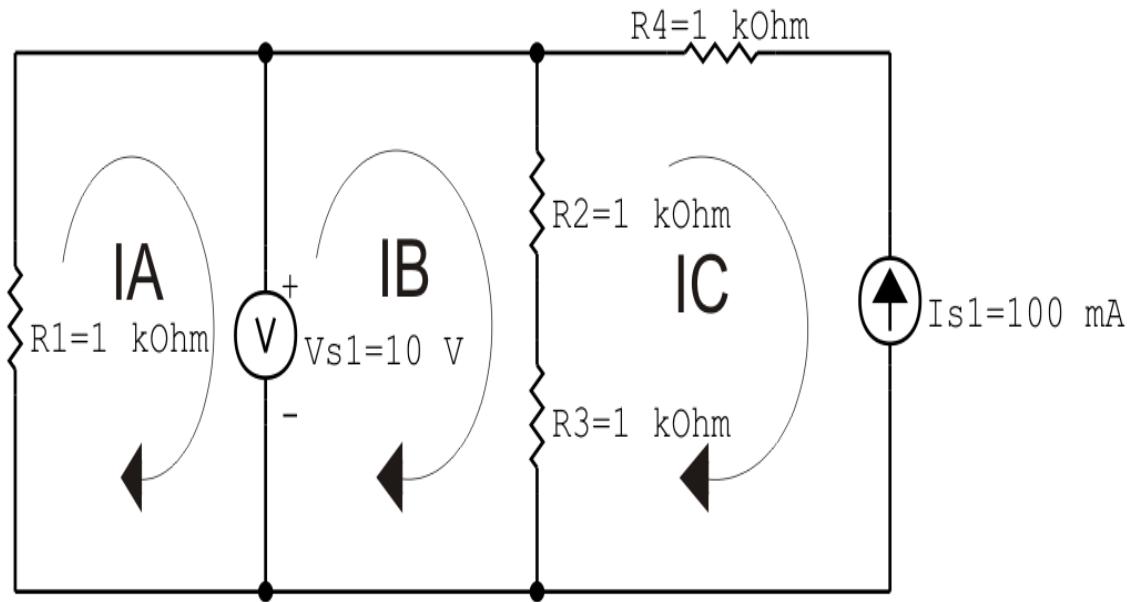
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 05

Figura 22: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R2 = 1 \text{ k}\Omega \quad R3 = 1 \text{ k}\Omega \quad R4 = 1 \text{ k}\Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 100 \text{ mA, temos: } \Rightarrow IC = -100 \text{ mA}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + Vs1 = 0$$

## **Equação na Malha B :**

$$R2(IB - IC) + R3(IB - IC) - Vs1 = 0$$

$$R2IB - R2IC + R3IB - R3IC = Vs1$$

$$(R2 + R3)IB = Vs1 + (R2 + R3)IC$$

$$IB = \frac{Vs1 + (R2 + R3)IC}{(R2 + R3)} \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

#### **4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$IA = \frac{-Vs1}{R1}$$

$$IA = \frac{-10}{1000}$$

$$IA = -0,01 \text{ A}$$

### **Na Equação 2:**

$$IB = \frac{Vs1 + (R2 + R3)IC}{(R2 + R3)}$$

$$IB = \frac{10 + (1000 + 1000)(-0,1)}{(1000 + 0\,1000)}$$

$$IB = \frac{-190}{2000}$$

$$IB = -0.095 \text{ A}$$

Assim temos:

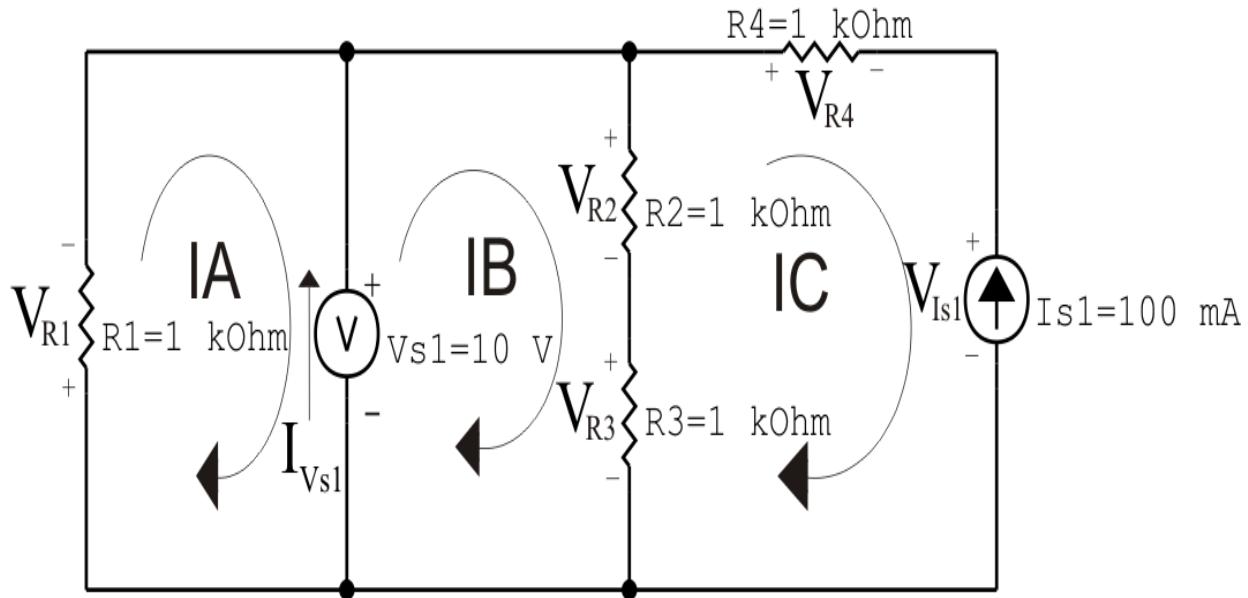
$$IA = -0.01 \text{ A}$$

$$IB = -0.095 \text{ A}$$

$$IC = -0,1 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 05

Figura 23: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -0,01 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (1000)(-0,01) \implies V_{R1} = -10 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-10)(-0,01) \implies P_{R1} = 0,1 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IB - IC) = (-0,095 - (-0,1)) \implies I_{R2} = 0,005 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (1000)(0,005) \implies V_{R2} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (5)(0,005) \implies P_{R2} = 0,025 \text{ W}$$



**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R3} = (IB - IC) = (-0,095 - (-0,1)) \Rightarrow I_{R3} = 0,005 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (1000)(0,005) \Rightarrow V_{R3} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (5)(0,005) \Rightarrow P_{R3} = 0,025 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = IC \Rightarrow I_{R4} = -0,1 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (1000)(-0,1) \Rightarrow V_{R4} = -100 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (-100)(-0,1) \Rightarrow P_{R4} = 10 \text{ W}$$

**5.2.5 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R3} + V_{R2} - V_{R4}) = (5 + 5 - (-100)) \Rightarrow V_{I_{s1}} = 110 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(110)(0,1) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -11 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (IB - IA) = (-0,095 - (-0,01)) \Rightarrow I_{V_{s1}} = -0,085 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(-0,085) \Rightarrow P_{V_{s1}} = 0,85 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

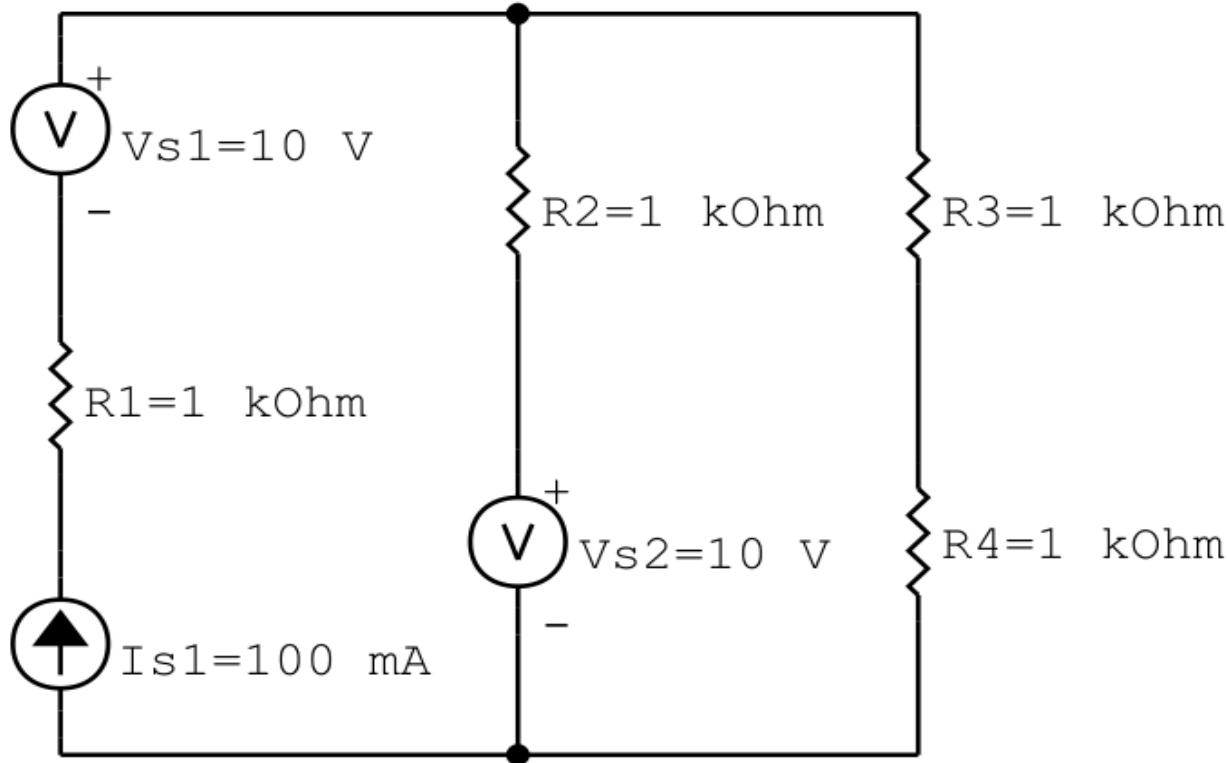
$$(-10,15) + (10,15) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.6 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc v i r 06

Figura 24: Circuito elétrico 2.6

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

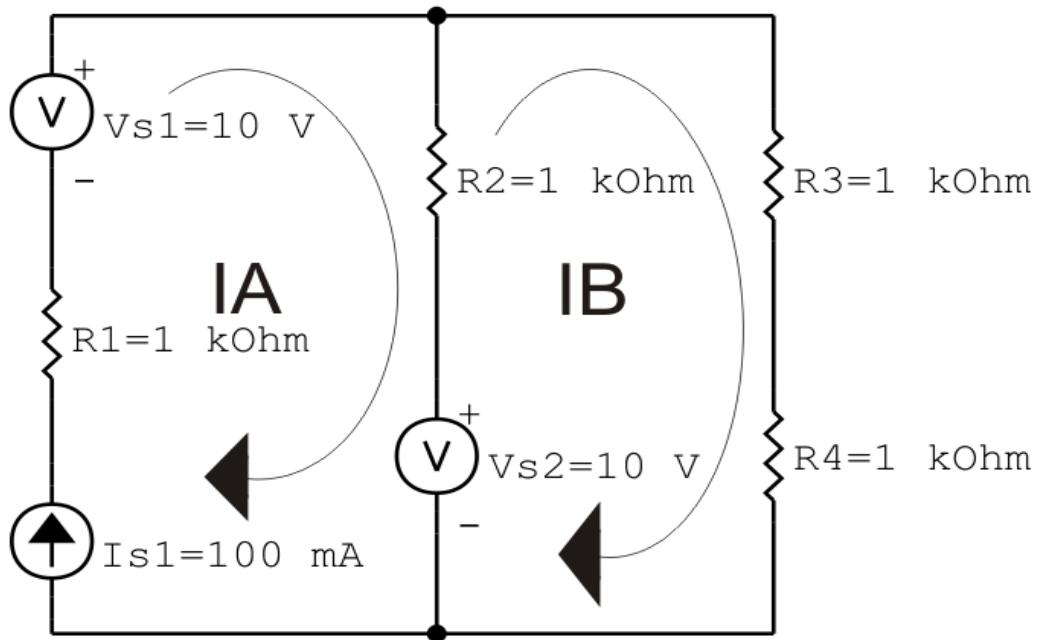
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 06

Figura 25: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R2 = 1 \text{ k}\Omega \quad R3 = 1 \text{ k}\Omega \quad R4 = 1 \text{ k}\Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IA = Is1, \text{ como } Is1 = 100 \text{ mA, temos: } \Rightarrow IA = 100 \text{ mA}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha B :**

$$R2(IB - IA) + R3IB + R4IB - Vs2 = 0$$

$$R2IB - R2IA + R3IB + R4IB = Vs2$$

$$(R2 + R3 + R4)IB = Vs2 + R2IA$$

$$IB = \frac{Vs2 + R2IA}{(R2 + R3 + R4)} \dots \text{Equação 1}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vs1$ ,  $Vs2$ ,  $IA$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$IB = \frac{Vs2 + R2IA}{(R2 + R3 + R4)}$$

$$IB = \frac{10 + (1000)(0,1)}{(1000 + 1000 + 1000)}$$

$$IB = \frac{110}{3000}$$

$$IB = 0,04 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 0.1 \text{ A}$$

$IB = 0.04 \text{ A}$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

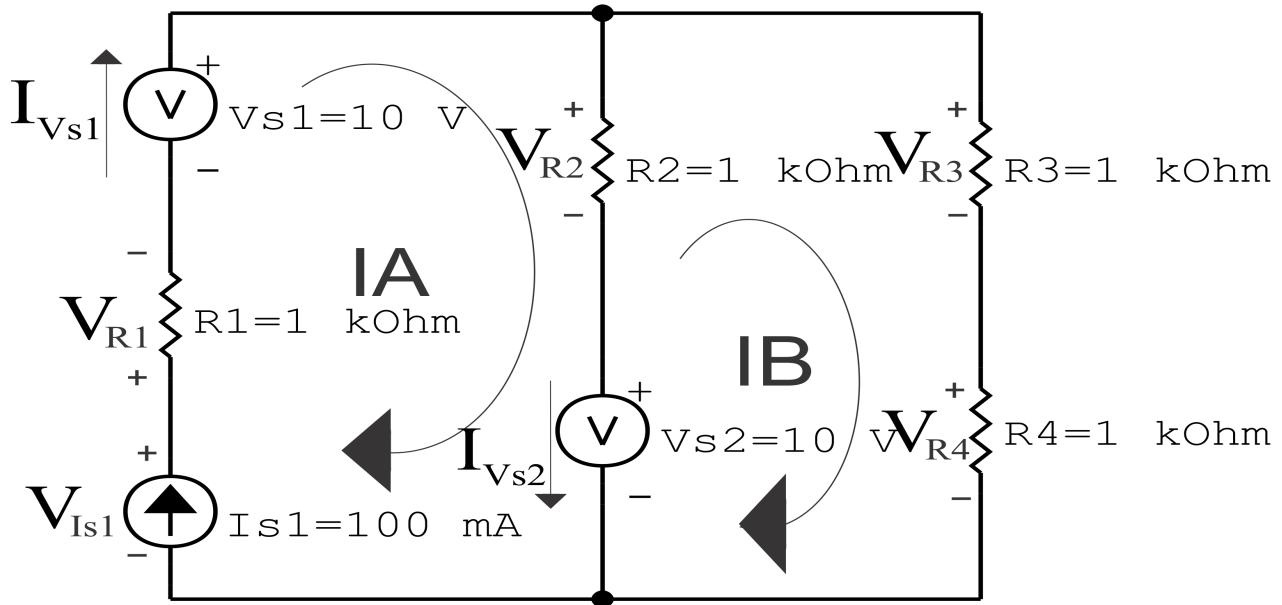


Figura 26: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (1000)(0,1) \implies V_{R1} = 100 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (100)(0,1) \implies P_{R1} = 10 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (0,1 - (0,04)) \implies I_{R2} = 0,06 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (1000)(0,06) \implies V_{R2} = 63,33 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (63,33)(0,06) \implies P_{R2} = 4,01 \text{ W}$$

#### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = IB \implies I_{R3} = 0,04 \text{ A}$$



$$V_{R3} = R3I_{R3} = (1000)(0,04) \Rightarrow V_{R3} = 36,67 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (36,67)(0,04) \Rightarrow P_{R3} = 1,34 \text{ W}$$

**5.2.4** Na resistência  $R4$ :

$$I_{R4} = IC \Rightarrow I_{R4} = 0,04 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (1000)(0,04) \Rightarrow V_{R4} = 36,67 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (36,67)(0,04) \Rightarrow P_{R4} = 1,34 \text{ W}$$

**5.2.5** Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R2} + V_{R1} - V_{s1} + V_{s2}) = (63,33 + 100 - 10 + 10) \Rightarrow V_{I_{s1}} = 163,33 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(163,33)(0,1) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -16,33 \text{ W}$$

**5.2.6** Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \Rightarrow I_{V_{s1}} = 0,1 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1}I_{V_{s1}} = -(10)(0,1) \Rightarrow P_{V_{s1}} = -1 \text{ W}$$

**5.2.7** Na fonte de tensão  $V_{s2}$ :

$$V_{s2} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = (IA - IB) = (0,1 - 0,04) \Rightarrow I_{V_{s2}} = 0,06 \text{ A}$$

$$P_{V_{s2}} = -V_{s2}I_{V_{s2}} = -(10)(0,06) \Rightarrow P_{V_{s2}} = 0,63 \text{ W}$$

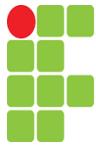
## 6 Verificação dos resultados

**6.1** A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{V_{s2}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

$$(-16,7) + (16,7) = 0$$



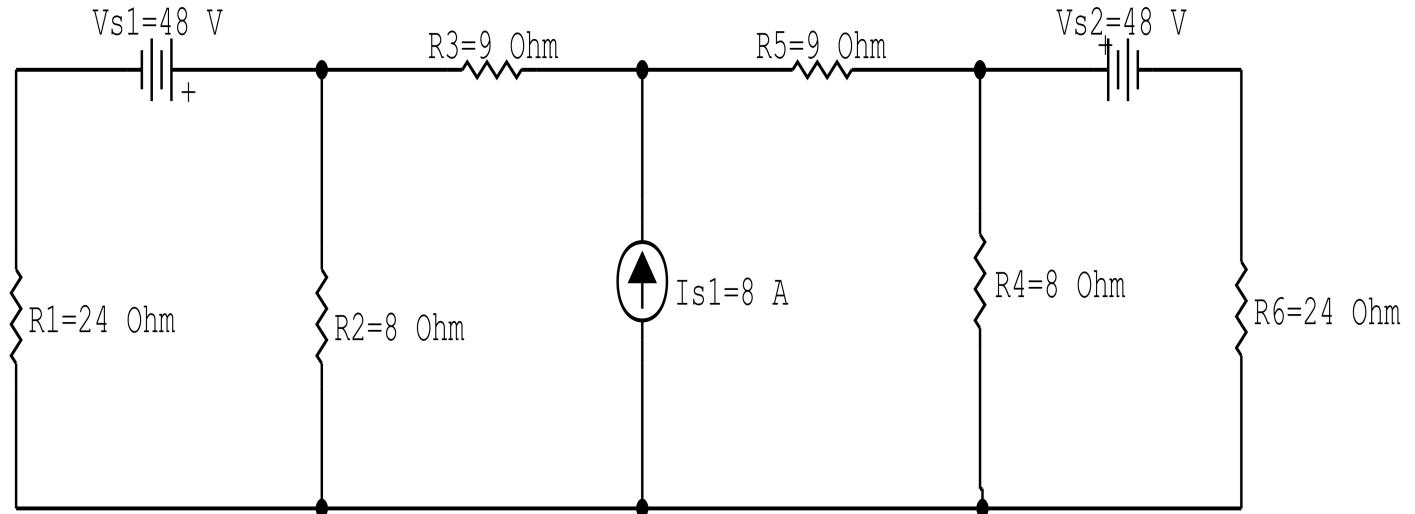
**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



**Questão 2.7 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 07

Figura 27: Circuito elétrico 2.7

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

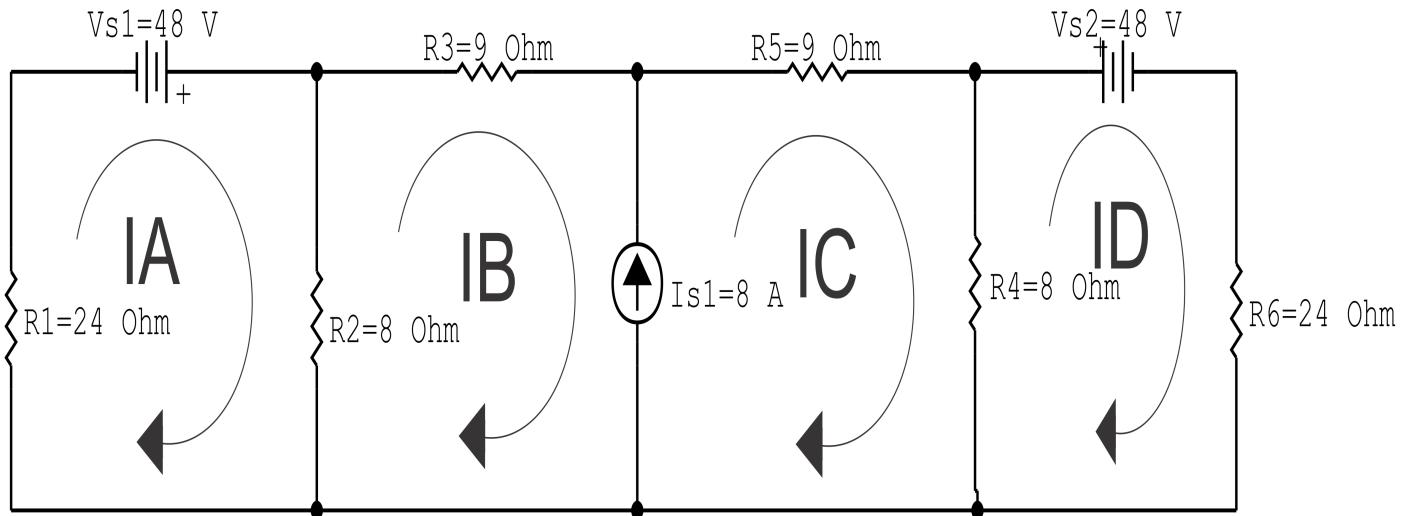
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 07

Figura 28: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.

\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 24 \Omega \quad R2 = 8 \Omega \quad R3 = 9 \Omega \quad R4 = 8 \Omega \quad R5 = 9 \Omega \quad R6 = 24 \text{ k}\Omega$$

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

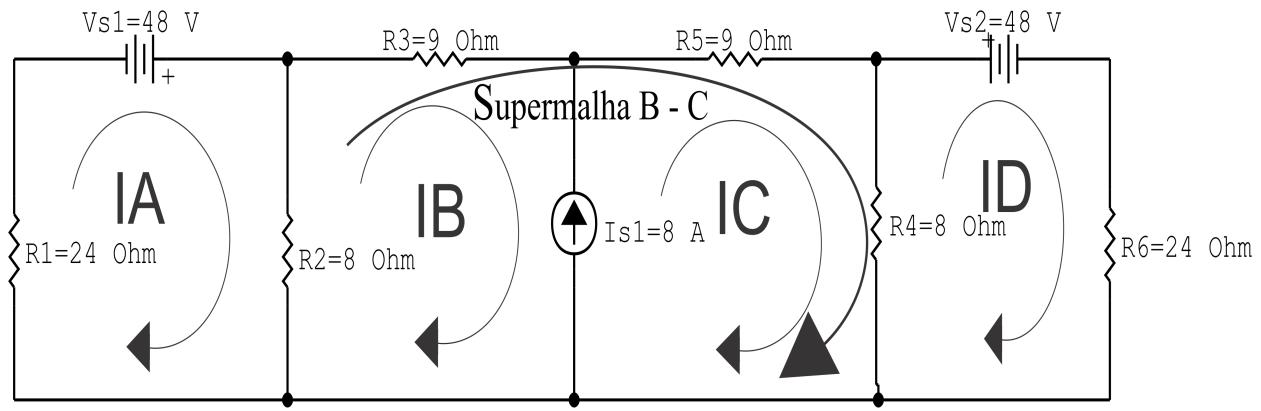
$$-IB + IC = Is1, \text{ e como } Is1 = 8 \text{ A} \implies IC = 8 + IB.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$R1IA - Vs1 + R2(IA - IB) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB = Vs1$$



circ malha cc V I R 07

Figura 29: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

$$(R_1 + R_2)I_A - R_2 I_B = V_{s1} \dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$R_2(I_B - I_A) + R_3 I_B + R_5 I_C + R_4(I_C - I_D) = 0$$

$$R_2 I_B - R_2 I_A + R_3 I_B + R_5 I_C + R_4 I_C - R_4 I_D = 0$$

$$-R_2 I_A + (R_2 + R_3) I_B + (R_4 + R_5) I_C - R_4 I_D = 0 \dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$R_4(I_D - I_C) + V_{s2} + R_6 I_D = 0$$

$$R_4 I_D - R_4 I_C + R_6 I_D = -V_{s2}$$

$$-R_4 I_C + (R_4 + R_6) I_D = -V_{s2} \dots \text{Equação 3}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ ,  $I_C$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**



$$(R1 + R2)IA - R2IB = Vs1$$

$$(24 + 8)IA - (8)IB = 48$$

$$(32)IA - (8)IB = 48$$

### Na Equação 2:

$$-R2IA + (R2 + R3)IB + (R4 + R5)IC - R4ID = 0$$

$$-(8)IA + (8 + 9)IB + (8 + 9)(8 + IB) - (8)ID = 0$$

$$-(8)IA + (8 + 9 + 8 + 9)IB - (8)ID = (8 + 9)8$$

$$-(8)IA + (34)IB - (8)ID = -136$$

### Na Equação 3:

$$-R4IC + (R4 + R6)ID = -Vs2$$

$$-(8)(8 + IB) + (8 + 24)ID = -48$$

$$-(8)IB + (32)ID = -48 + 64$$

$$-(8)IB + (32)ID = 16$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(32)IA - (8)IB = 48$$

$$-(8)IA + (34)IB - (8)ID = -136$$

$$-(8)IB + (32)ID = 16$$

$$\begin{bmatrix} 32 & -8 & 0 \\ -8 & 34 & -8 \\ 0 & -8 & 32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ -136 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 32 & -8 & 0 \\ -8 & 34 & -8 \\ 0 & -8 & 32 \end{vmatrix} = 34816 - 4096 = \Delta = 30720$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 48 & -8 & 0 \\ -136 & 34 & -8 \\ 16 & -8 & 32 \end{vmatrix} = 53248 - 37888 = \Delta_{IA} = 15360$$



$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{15\,360}{30\,720} \implies IA = 0,5 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 32 & -48 & 0 \\ -8 & -136 & -8 \\ 0 & 16 & 32 \end{vmatrix} = -139\,264 - (-16\,384) = \Delta_{IB} = -122\,880$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-122\,880}{30\,720} \implies IB = -4 \text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 32 & -8 & 48 \\ -8 & 34 & -136 \\ 0 & -8 & 16 \end{vmatrix} = 20\,480 - (35\,840) = \Delta_{ID} = -15\,360$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-15\,360}{30\,720} \implies ID = -0,5 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 0,5 \text{ A}$$

$$IB = -4 \text{ A}$$

$$IC = 4 \text{ A}$$

$$ID = -0,5 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

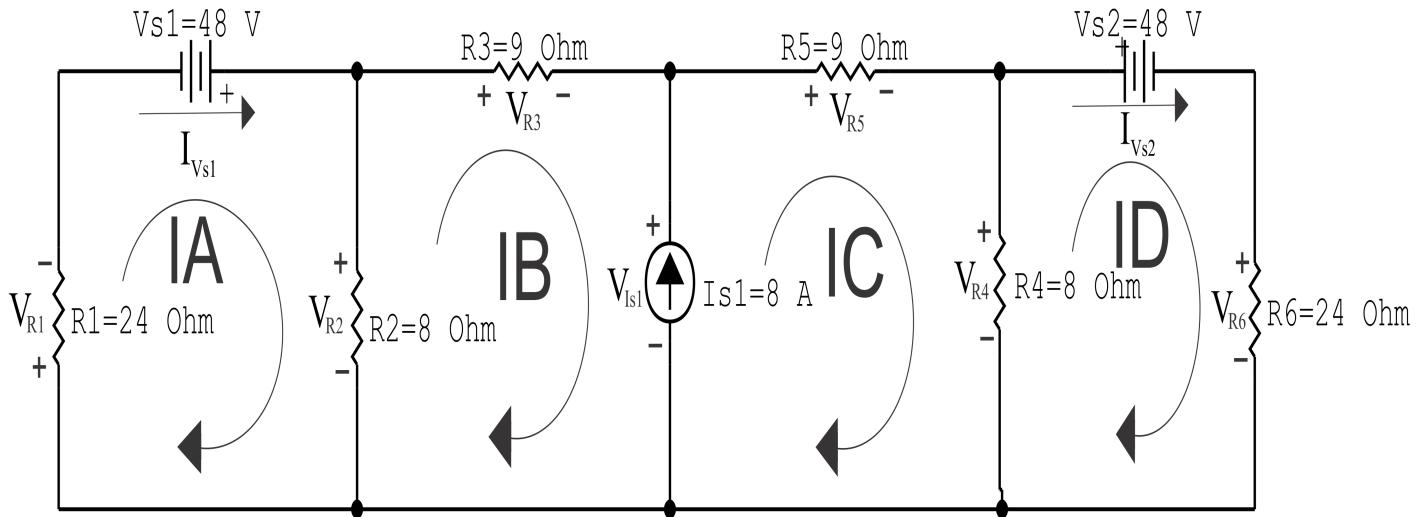


Figura 30: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 0,5\text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (24)(0,5) \implies V_{R1} = 12\text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (12)(0,5) \implies P_{R1} = 6\text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (0,5 - (-4)) \implies I_{R2} = 4,5\text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (8)(4,5) \implies V_{R2} = 36\text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (36)(4,5) \implies P_{R2} = 162\text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = IB \implies I_{R3} = -4\text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (9)(-4) \implies V_{R3} = -36\text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (-36)(-4) \implies P_{R3} = 144\text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IC - ID) = (4 - (-0,5)) \implies I_{R4} = 4,5\text{ A}$$



$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (8)(4,5) \Rightarrow V_{R4} = 36 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (36)(4,5) \Rightarrow P_{R4} = 162 \text{ W}$$

5.2.5 Na resistência  $R5$ :

$$I_{R5} = IC \Rightarrow I_{R5} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (9)(4) \Rightarrow V_{R5} = 36 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (36)(4) \Rightarrow P_{R5} = 144 \text{ W}$$

5.2.6 Na resistência  $R6$ :

$$I_{R6} = ID \Rightarrow I_{R6} = -0,5 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (24)(-0,5) \Rightarrow V_{R6} = -12 \text{ kV}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (-12)(-0,5) \Rightarrow P_{R6} = 6 \text{ kW}$$

5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 8 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R4} + V_{R5}) = (36 + 36) \Rightarrow V_{I_{s1}} = 72 \text{ kV}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(72)(8) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -576 \text{ kW}$$

5.2.8 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \Rightarrow I_{V_{s1}} = 0,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(48)(0,5) \Rightarrow P_{V_{s1}} = -24 \text{ W}$$

5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s2}$ :

$$V_{s2} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = ID \Rightarrow I_{V_{s2}} = -0,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{s2}} = -V_{s2} I_{V_{s2}} = -(48)(-0,5) \Rightarrow P_{V_{s2}} = -24 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$



$$(P_{V_{s1}} + P_{V_{s2}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6}) = 0$$

$$(-624) + (624) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



**Questão 2.8 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**

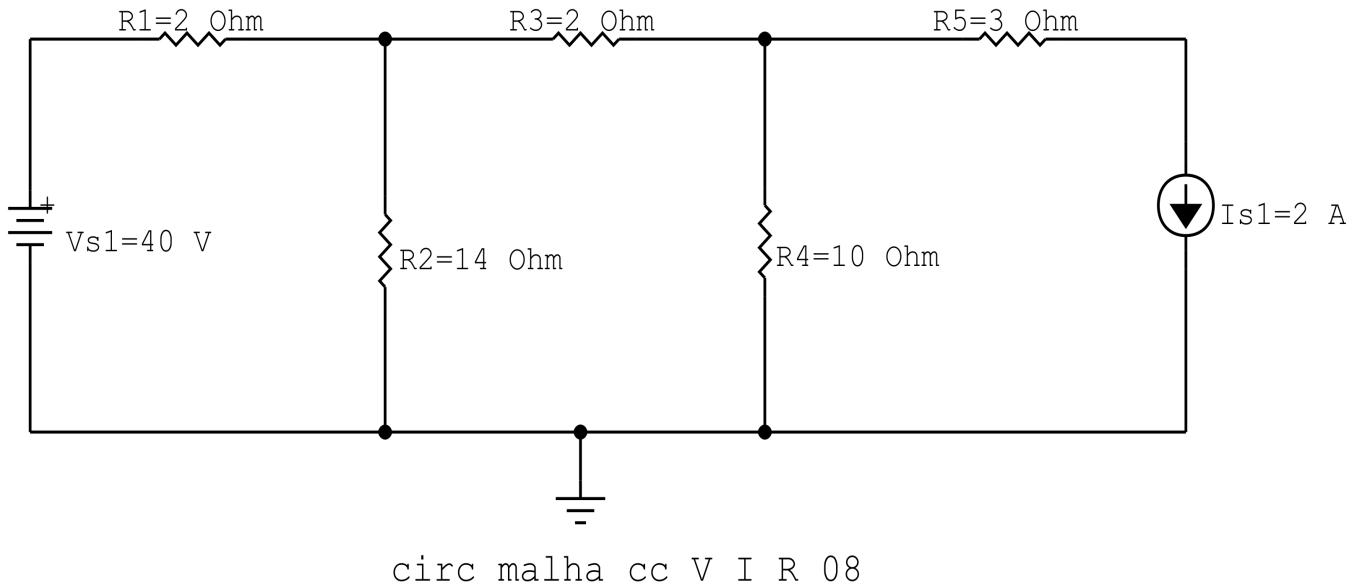


Figura 31: Circuito elétrico 2.8

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

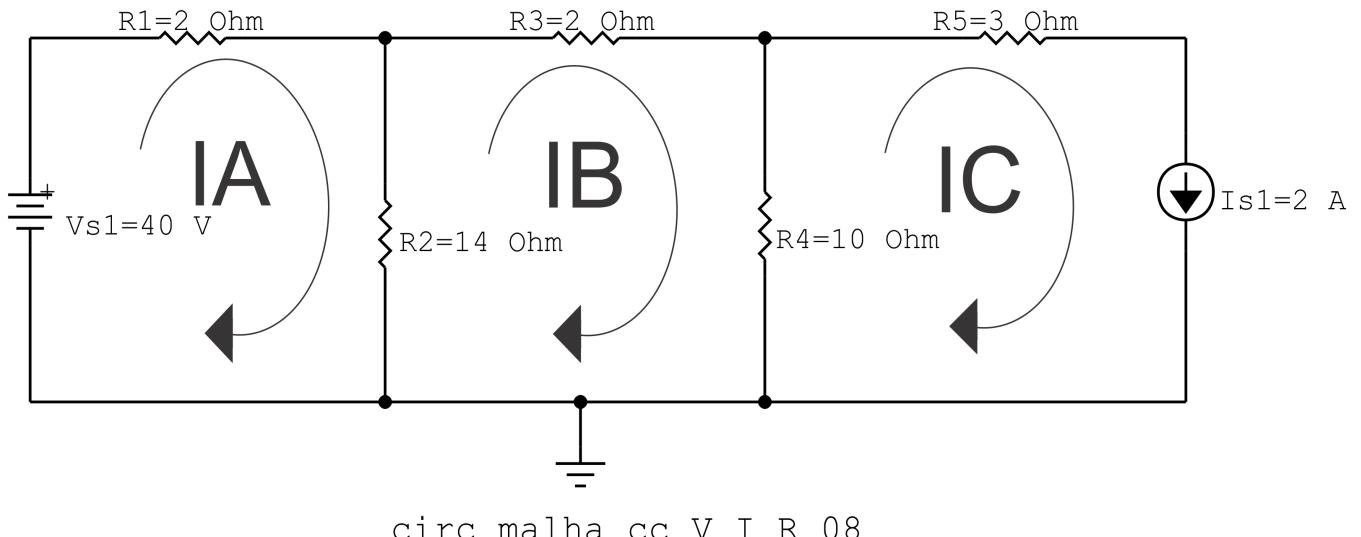


Figura 32: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.

\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 2\Omega \quad R2 = 14\Omega \quad R3 = 2\Omega \quad R4 = 10\Omega \quad R5 = 3\Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:****3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = Is1, \text{ como } Is1 = 3\text{ A, temos: } \Rightarrow IC = 3\text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.****3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$-Vs1 + R1IA + R2(IA - IB) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB = Vs1$$



$$(R1 + R2)IA - R2IB = Vs1 \dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$R2(IB - IA) + R3IB + R4(IA - IC) = 0$$

$$R2IB - R2IA + R3IB + R4IB - R4IC = 0$$

$$-R2IA + (R2 + R3 + R4)IB = R4IC \dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vs1$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2)IA - R2IB = Vs1$$

$$(2 + 14)IA - (20)IB = 40$$

$$(16)IA - (14)IB = 40$$

**Na Equação 2:**

$$-R2IA + (R2 + R3 + R4)IB = R4IC$$

$$-(14)IA + (14 + 2 + 10)IB = 102$$

$$-(14)IA + (26)IB = 20$$

#### EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(16)IA - (14)IB = 40$$

$$-(14)IA + (26)IB = 20$$

**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} 16 & -14 \\ -14 & 26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 16 & -14 \\ -14 & 26 \end{vmatrix} = 416 - 196 = \Delta = 220$$



$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 40 & -14 \\ 20 & 26 \end{vmatrix} = -1040 - (-280) = \Delta_{IA} = 1320$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{1320}{220} \Rightarrow IA = 6 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 16 & 40 \\ -14 & 20 \end{vmatrix} = 320 - -560 = \Delta_{IB} = 880$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{880}{220} \Rightarrow IB = 4 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 6 \text{ A}$$

$$IB = 4 \text{ A}$$

$$IC = 3 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

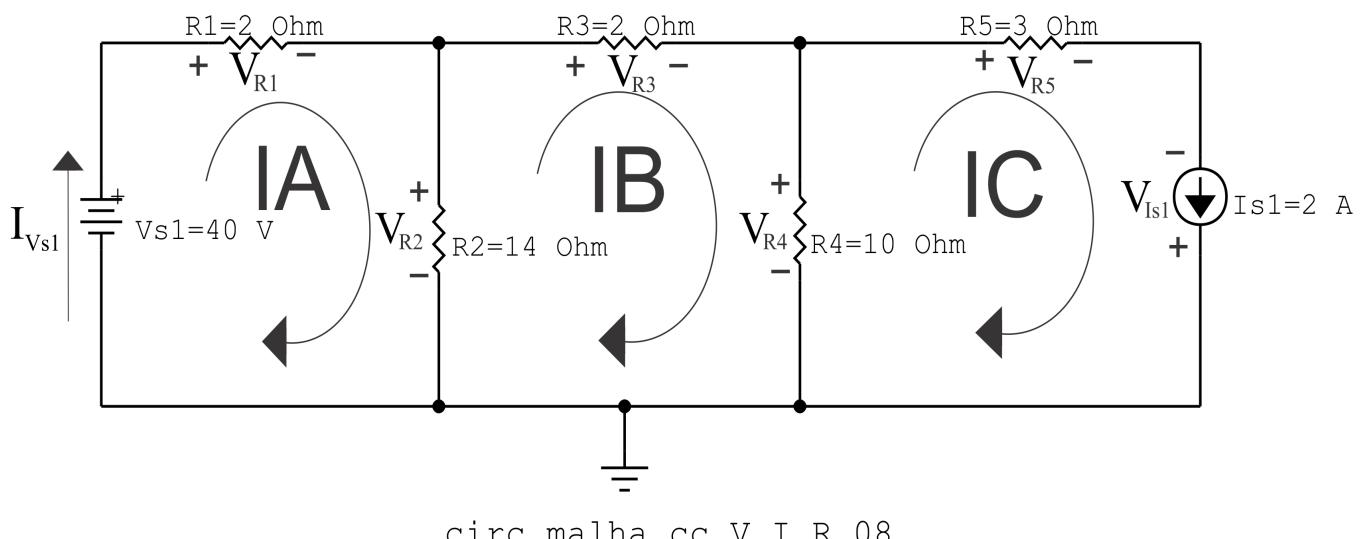
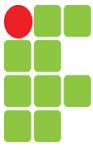


Figura 33: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.



## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 6 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (2)(6) \implies V_{R1} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (12)(6) \implies P_{R1} = 72 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (6 - (4)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (14)(2) \implies V_{R2} = 28 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (28)(2) \implies P_{R2} = 56 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R3$ :

$$I_{R3} = IB \implies I_{R3} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R3I_{R3} = (2)(4) \implies V_{R3} = 8 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (8)(4) \implies P_{R3} = 32 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R4$ :

$$I_{R4} = (IB - IC) = (4 - (2)) \implies I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (10)(2) \implies V_{R4} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (20)(2) \implies P_{R4} = 40 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R5I_{R5} = (3)(2) \implies V_{R5} = 6 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5}I_{R5} = (6)(2) \implies P_{R5} = 12 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 2 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -(V_{R4} - V_{R5}) = -(20 - 6) \implies V_{I_{s1}} = -14 \text{ kV}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(-14)(2) \implies P_{I_{s1}} = 28 \text{ kW}$$



5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 40 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = 6 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(40)(6) \implies P_{V_{s1}} = -240 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5}) = 0$$

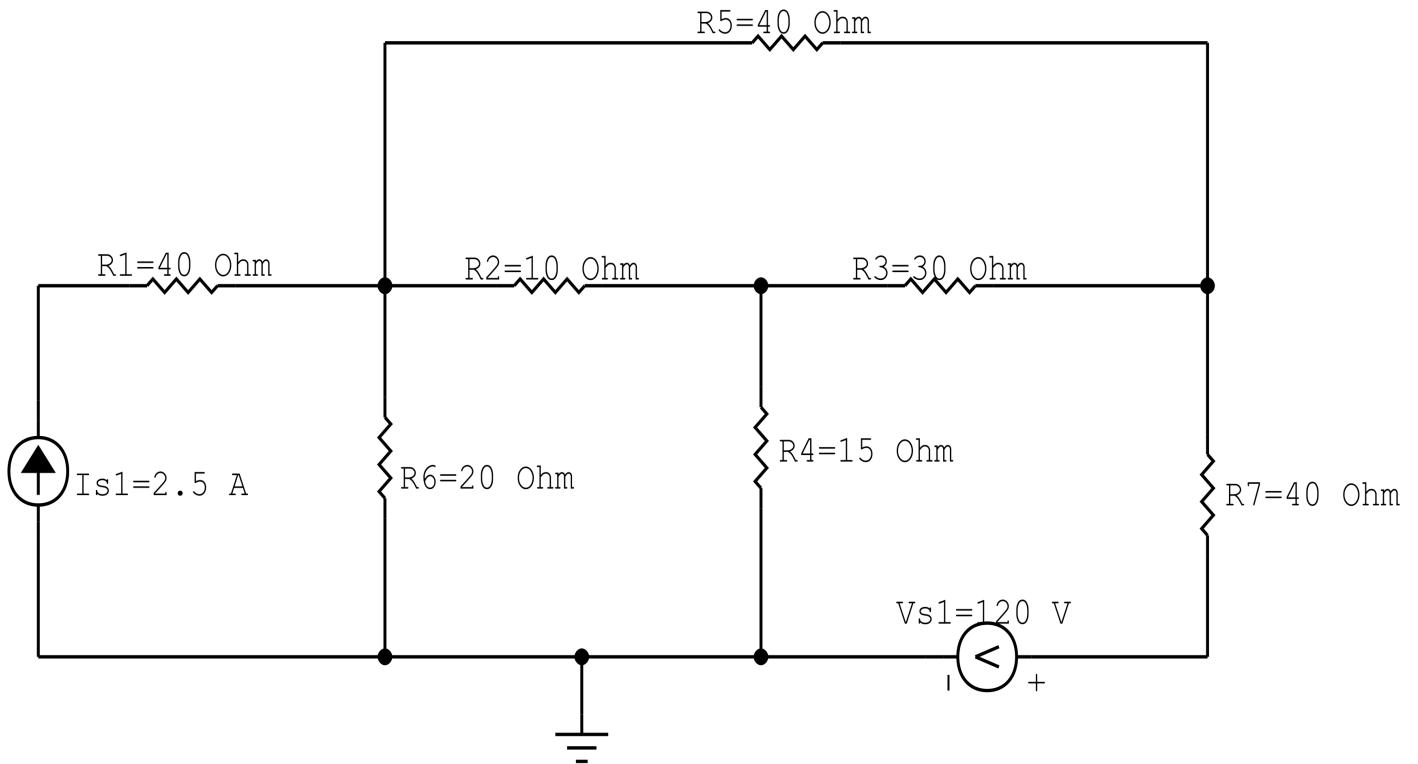
$$(-212) + (212) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 2.9 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 09

Figura 34: Circuito elétrico 2.9

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

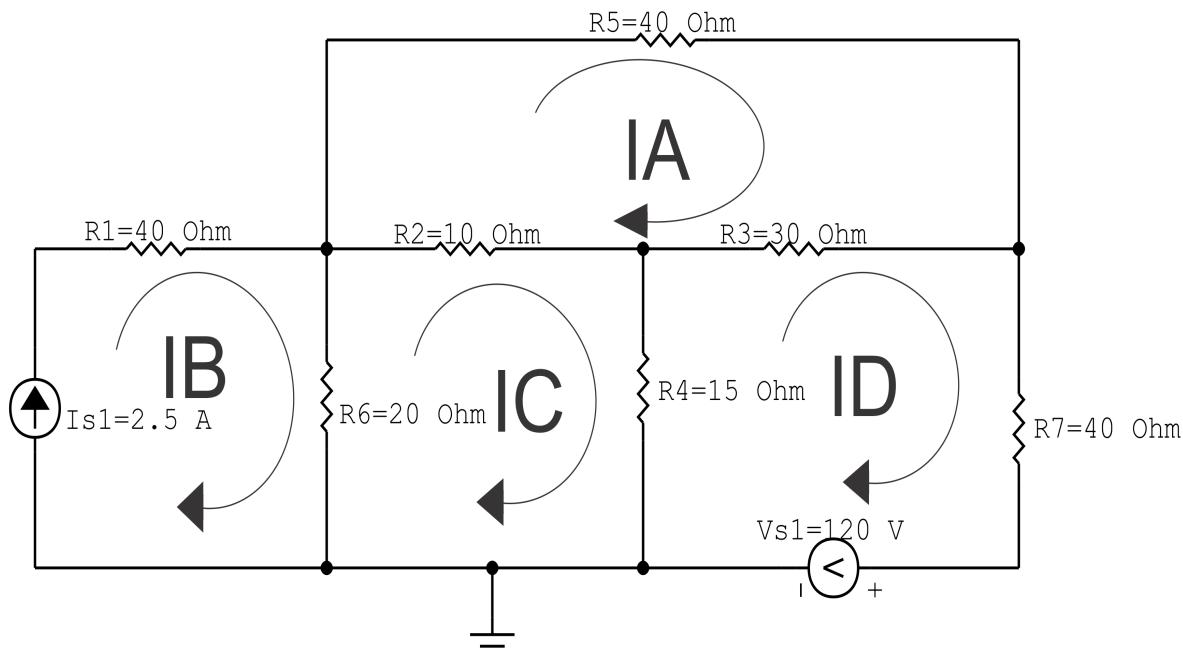
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 09

Figura 35: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$\begin{array}{lllll} R1 = 40 \Omega & R2 = 10 \Omega & R3 = 30 \Omega & R4 = 15 \Omega & R5 = 40 \Omega \\ R6 = 20 \Omega & R7 = 40 \Omega & & & \end{array}$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IB = Is1, \text{ como } Is1 = 2,5 \text{ A, temos: } \Rightarrow IC = 2,5 \text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

## **Equação na Malha A :**

$$R5IA + R3(IA - ID) + R2(IA - IC) = 0$$

$$R5IA + R3IA - R3ID + R2IA - R2IC = 0$$

## **Equação na Malha C :**

$$R6(IC - IB) + R2(IC - IA) + R4(IC - ID) = 0$$

$$R6IC - R6IB + R2IC - R2IA + R4IC - R4ID = 0$$

$$-R2IA + (R6 + R2 + R4)IC - R4ID = R6IB \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

## **Equação na Malha D :**

$$R4(ID - IC) + R3(ID - IA) + R7ID + Vs1 = 0$$

$$R4ID - R4IC + R3ID - R3IA + R7ID = -Vs1$$

#### **4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $V_{S1}$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R5 + R3 + R2)IA - R2IC - R3ID = 0$$

$$(40 + 30 + 10)IA - (10)IC - (30)ID = 0$$

$$(80)IA - (10)IC - (30)ID = 0$$

### **Na Equação 2:**

$$-R2IA + (R6 + R2 + R4)IC - R4ID \equiv R6IB$$



$$-(10)IA + (20 + 10 + 15)IC - (15)ID = (20)(2,5)$$

$$-(10)IA + (45)IC - (15)ID = 50$$

### Na Equação 3:

$$-R3IA - R4IC + (R4 + R3 + R7)ID = -Vs1$$

$$-(30)IA - (15)IC + (15 + 30 + 40)ID = (-120)$$

$$-(30)IA - (15)IB + (85)ID = -120$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(80)IA - (10)IC - (30)ID = 0$$

$$-(10)IA + (45)IC - (15)ID = 50$$

$$-(30)IA - (15)IB + (85)ID = -120$$

$$\begin{bmatrix} 80 & -10 & -30 \\ -10 & 45 & -15 \\ -30 & -15 & 85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \\ -120 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 80 & -10 & -30 \\ -10 & 45 & -15 \\ -30 & -15 & 85 \end{vmatrix} = 297\,000 - 67\,000 = \Delta = 230\,000$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 0 & -10 & -30 \\ 50 & 45 & -15 \\ -120 & -15 & 85 \end{vmatrix} = 4500 - 119\,500 = \Delta_{IA} = -115\,000$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-115\,000}{230\,000} \Rightarrow IA = -0,5\text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 80 & 0 & -30 \\ -10 & 50 & -15 \\ -30 & -120 & 85 \end{vmatrix} = 304\,000 - 189\,000 = \Delta_{IC} = 115\,000$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{115\,000}{230\,000} \Rightarrow IC = 0,5\text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 80 & -10 & 0 \\ -10 & 45 & 50 \\ -30 & -15 & -120 \end{vmatrix} = -417\,000 - (-72\,000) = \Delta_{ID} = -345\,000$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-345\,000}{230\,000} \Rightarrow ID = -1,5 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -0,5 \text{ A}$$

$$IB = 2,5 \text{ A}$$

$$IC = 0,5 \text{ A}$$

$$ID = -1,5 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

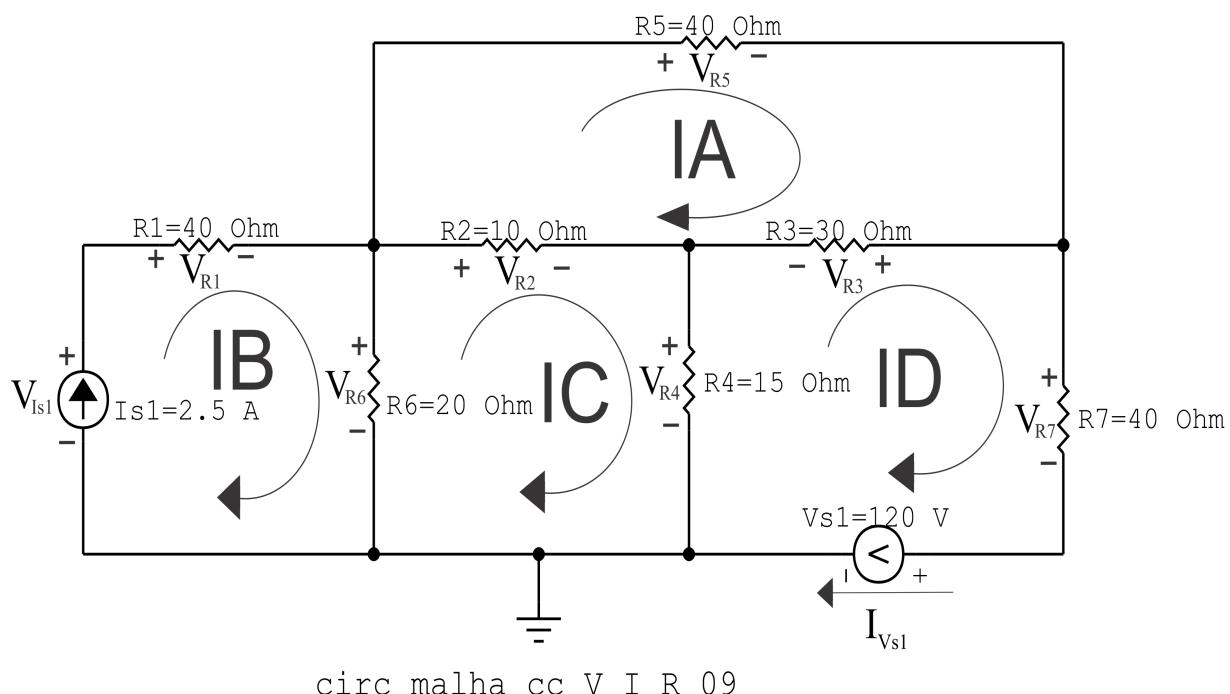


Figura 36: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.



## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IB \implies I_{R1} = 2,5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (40)(2,5) \implies V_{R1} = 100 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (100)(2,5) \implies P_{R1} = 250 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IC - IA) = (0,5 - (-0,5)) \implies I_{R2} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (10)(1) \implies V_{R2} = 10 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (10)(1) \implies P_{R2} = 10 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IA - ID) = (-0,5 - (-1,5)) \implies I_{R3} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R3I_{R3} = (30)(1) \implies V_{R3} = 30 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (30)(1) \implies P_{R3} = 30 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IC - ID) = (0,5 - (-1,5)) \implies I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (15)(2) \implies V_{R4} = 30 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (30)(2) \implies P_{R4} = 60 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = IA \implies I_{R5} = -0,5 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R5I_{R5} = (40)(-0,5) \implies V_{R5} = -20 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5}I_{R5} = (-20)(-0,5) \implies P_{R5} = 10 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na resistência $R_6$ :

$$I_{R6} = (IB - IC) = (2,5 - (0,5)) \implies I_{R6} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R6I_{R6} = (20)(2) \implies V_{R6} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6}I_{R6} = (40)(2) \implies P_{R6} = 80 \text{ W}$$



5.2.7 Na resistência  $R_7$ :

$$I_{R7} = ID \implies I_{R7} = -1,5 \text{ A}$$

$$V_{R7} = R_7 I_{R7} = (40)(-1,5) \implies V_{R7} = -60 \text{ V}$$

$$P_{R7} = V_{R7} I_{R7} = (-60)(-1,5) \implies P_{R7} = 90 \text{ W}$$

5.2.8 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 2,5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R1} + V_{R6}) = (100 + 40) \implies V_{I_{s1}} = 140 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(140)(2,5) \implies P_{I_{s1}} = -350 \text{ W}$$

5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 120 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = -ID \implies I_{V_{s1}} = 1,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(120)(1,5) \implies P_{V_{s1}} = -180 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7}) = 0$$

$$(-530) + (530) = 0$$

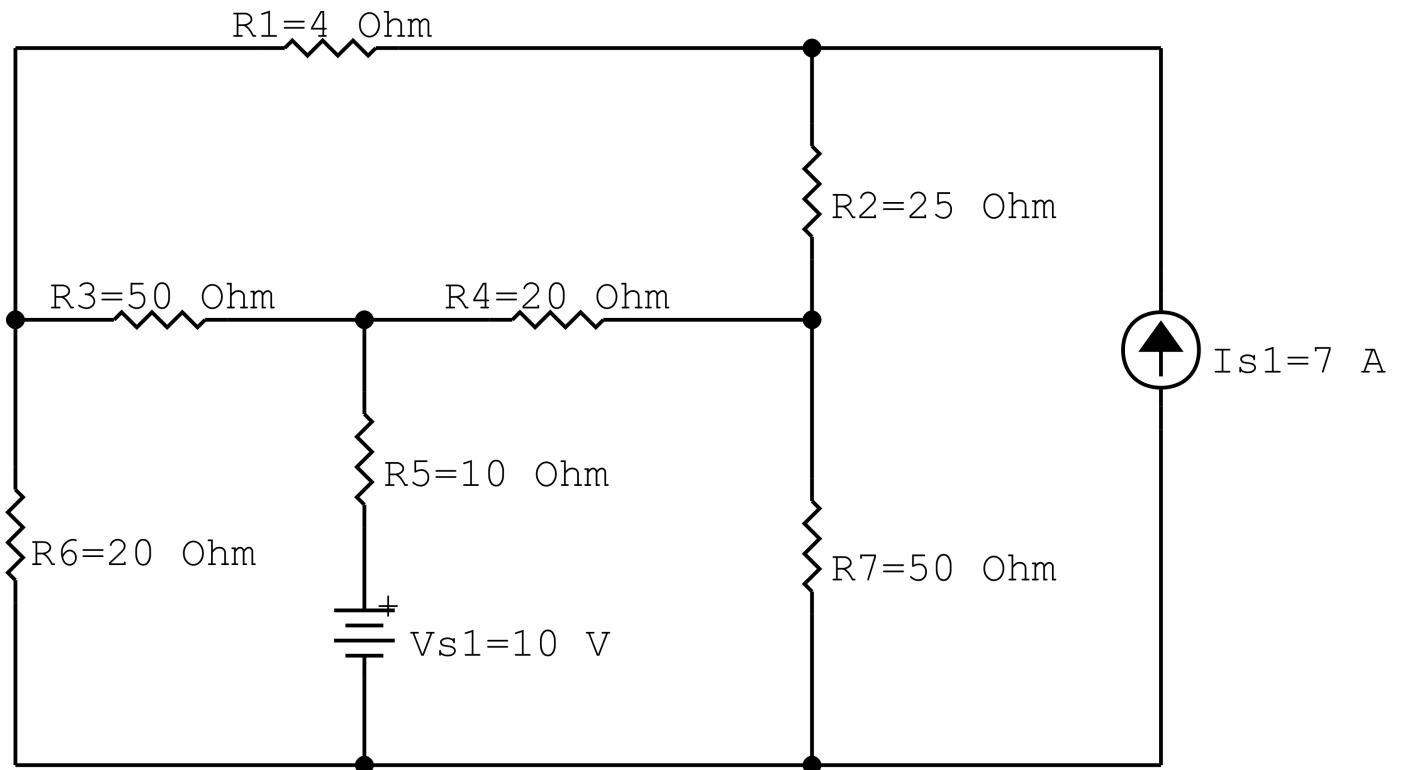
6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.



**Questão 2.10 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 10

Figura 37: Circuito elétrico 2.10

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

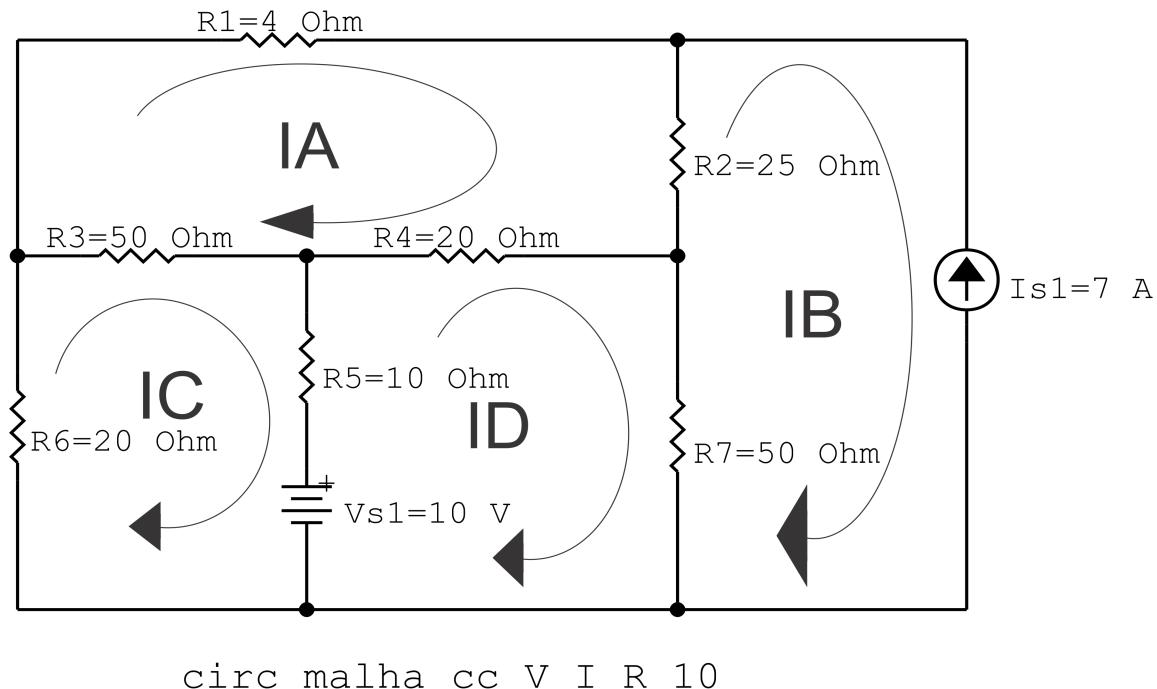


Figura 38: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 4 \Omega \quad R2 = 25 \Omega \quad R3 = 50 \Omega \quad R4 = 20 \Omega \quad R5 = 10 \Omega \\ R6 = 20 \Omega \quad R7 = 50 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IB = Is1, \text{ como } Is1 = 7 \text{ A, temos: } \Rightarrow IC = 7 \text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

## **Equação na Malha A :**

$$R1IA + R2(IA - IB) + R4(IA - ID) + R3(IA - IC) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB + R4IA - R4ID + R3IA - R3IC = 0$$

$$(R1 + R2 + R4 + R3)IA - R3IC - R4ID = R2IB \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

## **Equação na Malha C :**

$$R3(IC - IA) + R5(IC - ID) + Vs1 + R6IC = 0$$

$$R3IC - R3IA + R5IC - R5ID + R6IC = -Vs1$$

$$-R3IA + (R3 + R5 + R6)IC - R5ID = -Vs1 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

## **Equação na Malha D :**

$$R4(ID - IA) + R7(ID - IB) - Vs1 + R5(ID - IC) = 0$$

$$R4ID - R4IA + R7ID - R7IB + R5ID - R5IC = Vs1$$

#### **4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $V_{S1}$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2 + R4 + R3)IA - R3IC - R4ID = R2IB$$

$$(4 + 25 + 20 + 50)IA - (50)IC - (20)ID = (25)(-7)$$

$$(99)IA - (50)IC - (20)ID = -175$$

### **Na Equação 2:**

$$-R3IA + (R3 + R5 + R6)IC - R5ID = -Vs1$$



$$-(50)IA + (50 + 10 + 20)IC - (10)ID = -10$$

$$-(50)IA + (80)IC - (10)ID = -10$$

**Na Equação 3:**

$$-R4IA - R5IC + (R4 + R7 + R5)ID = Vs1 + R7IB$$

$$-(20)IA - (10)IC + (20 + 50 + 10)ID = (10) + (50)(7)$$

$$-(20)IA - (10)IB + (80)ID = -340$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(99)IA - (50)IC - (20)ID = -175$$

$$-(50)IA + (80)IC - (10)ID = -10$$

$$-(20)IA - (10)IB + (80)ID = -340$$

$$\begin{bmatrix} 99 & -50 & -20 \\ -50 & 80 & -10 \\ -20 & -10 & 80 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -175 \\ -10 \\ -340 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 99 & -50 & -20 \\ -50 & 80 & -10 \\ -20 & -10 & 80 \end{vmatrix} = 613\,600 - 241\,900 = \Delta = 371\,700$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -175 & -50 & -20 \\ -10 & 80 & -10 \\ -340 & -10 & 80 \end{vmatrix} = -1\,292\,000 - 566\,500 = \Delta_{IA} = -1\,858\,500$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-1\,858\,500}{371\,700} \Rightarrow IA = -5\text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 99 & -175 & -20 \\ -50 & -10 & -10 \\ -20 & -340 & 80 \end{vmatrix} = -454\,200 - 1\,032\,600 = \Delta_{IC} = -1\,486\,800$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-1\,486\,800}{371\,700} \Rightarrow IC = -4\text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 99 & -50 & -175 \\ -50 & 80 & -10 \\ -20 & -10 & -340 \end{vmatrix} = -2\ 790\ 300 - (-560\ 100) = \Delta_{ID} = -2\ 230\ 200$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-2\ 230\ 200}{371\ 700} \Rightarrow ID = -6\ A$$

Assim temos:

$$IA = -5\ A$$

$$IB = -7\ A$$

$$IC = -4\ A$$

$$ID = -6\ A$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

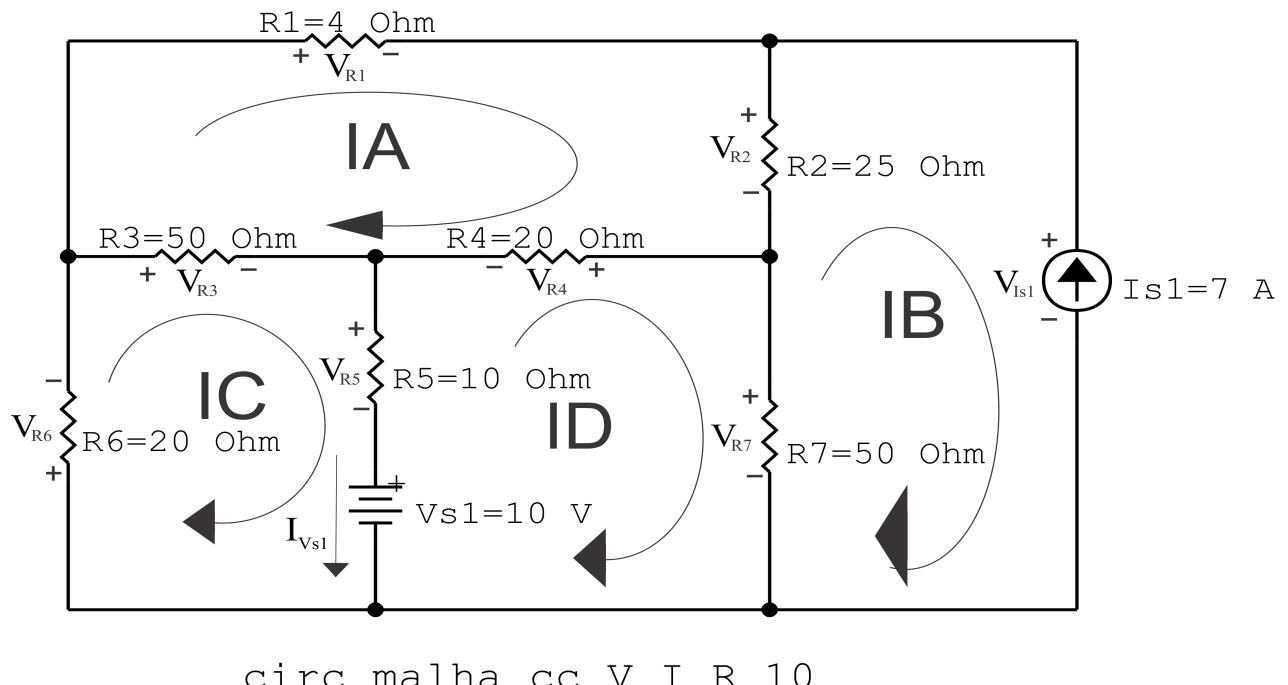


Figura 39: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.



## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (4)(-5) \implies V_{R1} = -20 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (-20)(-5) \implies P_{R1} = 100 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (-5 - (-7)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (25)(2) \implies V_{R2} = 50 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (50)(2) \implies P_{R2} = 100 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (-4 - (-5)) \implies I_{R3} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R3I_{R3} = (50)(1) \implies V_{R3} = 50 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (50)(1) \implies P_{R3} = 50 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IA - ID) = (-5 - (-6)) \implies I_{R4} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (20)(1) \implies V_{R4} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (20)(1) \implies P_{R4} = 20 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = (IC - ID) = (-4 - (-6)) \implies I_{R5} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R5I_{R5} = (10)(2) \implies V_{R5} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5}I_{R5} = (20)(2) \implies P_{R5} = 40 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na resistência $R_6$ :

$$I_{R6} = (IC) \implies I_{R6} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R6I_{R6} = (20)(-4) \implies V_{R6} = -80 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6}I_{R6} = (-80)(-4) \implies P_{R6} = 320 \text{ W}$$



5.2.7 Na resistência  $R_7$ :

$$I_{R7} = (ID - IB) = (-6 - (-7)) \Rightarrow I_{R7} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R7} = R_7 I_{R7} = (50)(1) \Rightarrow V_{R7} = 50 \text{ V}$$

$$P_{R7} = V_{R7} I_{R7} = (50)(1) \Rightarrow P_{R7} = 50 \text{ W}$$

5.2.8 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 7 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R1} + V_{R6}) = (100 + 40) \Rightarrow V_{I_{s1}} = 100 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(140)(2,5) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -700 \text{ W}$$

5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (IC - ID) = (-4 - (-6)) \Rightarrow I_{V_{s1}} = 2 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(2) \Rightarrow P_{V_{s1}} = -20 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7}) = 0$$

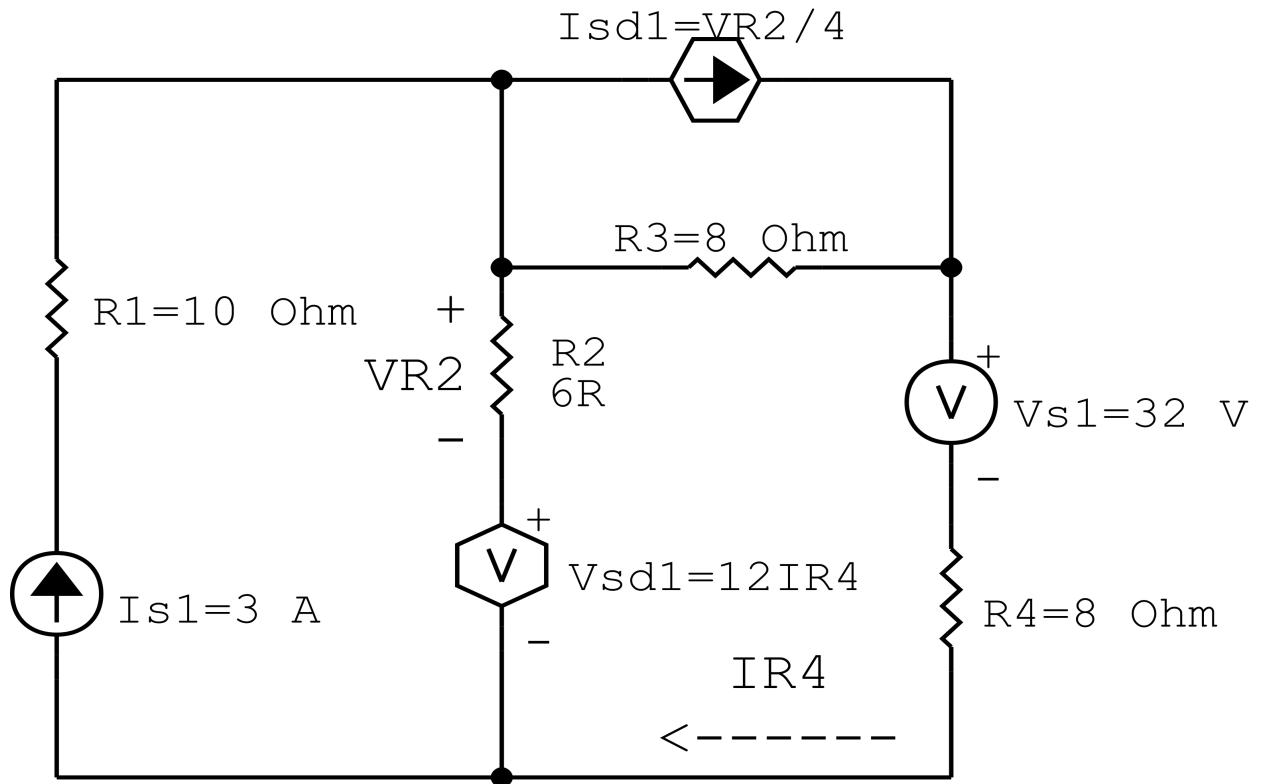
$$(-680) + (680) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

## Questão 3.1 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.



circ malha cc fd R 01

Figura 40: Circuito elétrico 3.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

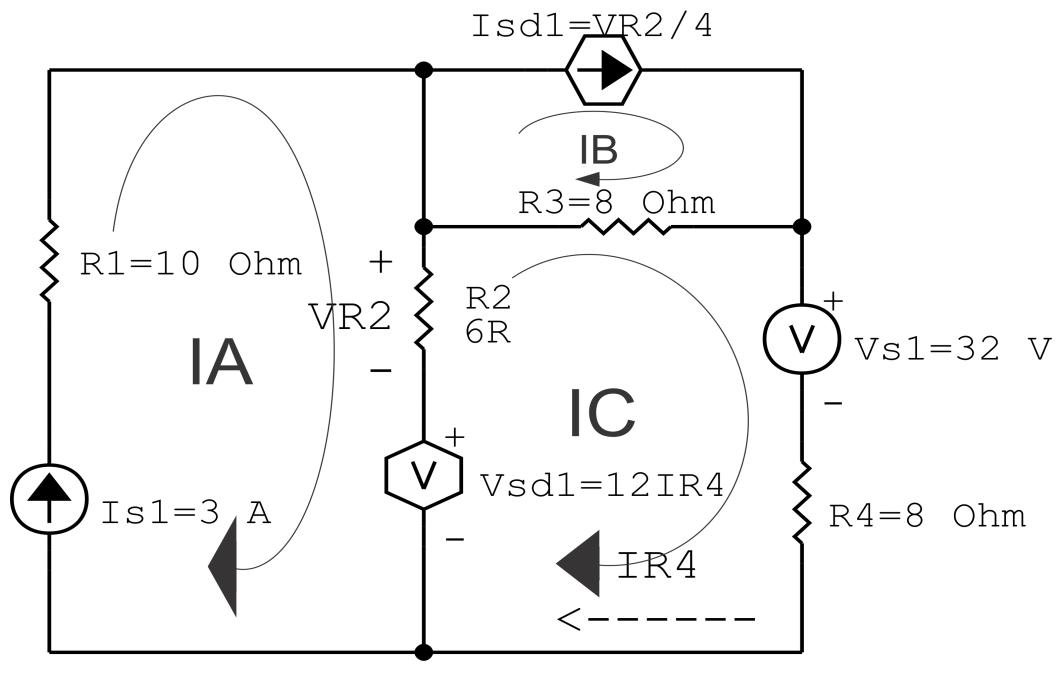
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc fd R 01

Figura 41: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 6 \Omega \quad R3 = 8 \Omega \quad R4 = 8 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$Isd1 = \frac{VR2}{4} = \frac{R2(IA - IC)}{4} = \frac{6(IA - IC)}{4} \implies Isd1 = 1,5(IA - IC)$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IA = Is1, \text{ como } Is1 = 3 \text{ A, temos: } \implies IA = 3 \text{ A}$$

$$IB = Isd1, \text{ como } Isd1 = 1,5(IA - IC) \text{ e } IA = 3 \text{ A, temos: } \implies IB = 1,5(3 - IC)$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

## **Equação na Malha C :**

$$-Vsd1 + R2(IC - IA) + R3(IC - IB) + Vs1 + R4IC = 0$$

$$-Vsd1 + R2IC - R2IA + R3IC - R3IB + R4IC = -Vs1$$

$$-R3IB + (R2 + R3 + R4)IC - Vsd1 = -Vs1 + R2IA \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

#### **4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $V_{sd1}$ ,  $IA$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

## **Na Equação 1:**

$$-R3IB + (R2 + R3 + R4)IC - Vsd1 = -Vs1 + R2IA$$

$$-(8)(1,5(3 - IC)) + (6 + 8 + 8)IC - (12)IC = -32 + (6)(3)$$

$$(12)IC + (22)IC - (12)IC = -14 + 36$$

$$IC = \frac{22}{22}$$

$$IC = 1 \text{ A}$$

**Substituindo também o IB, temos:**

$$IB = 1,5(3 - IC)$$

$$IB = 1,5(3 - 1)$$

$$IB = 3 \text{ A}$$

Assim temos:

IA = 3 Å

IR = 3 Å

IG = 1 A

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

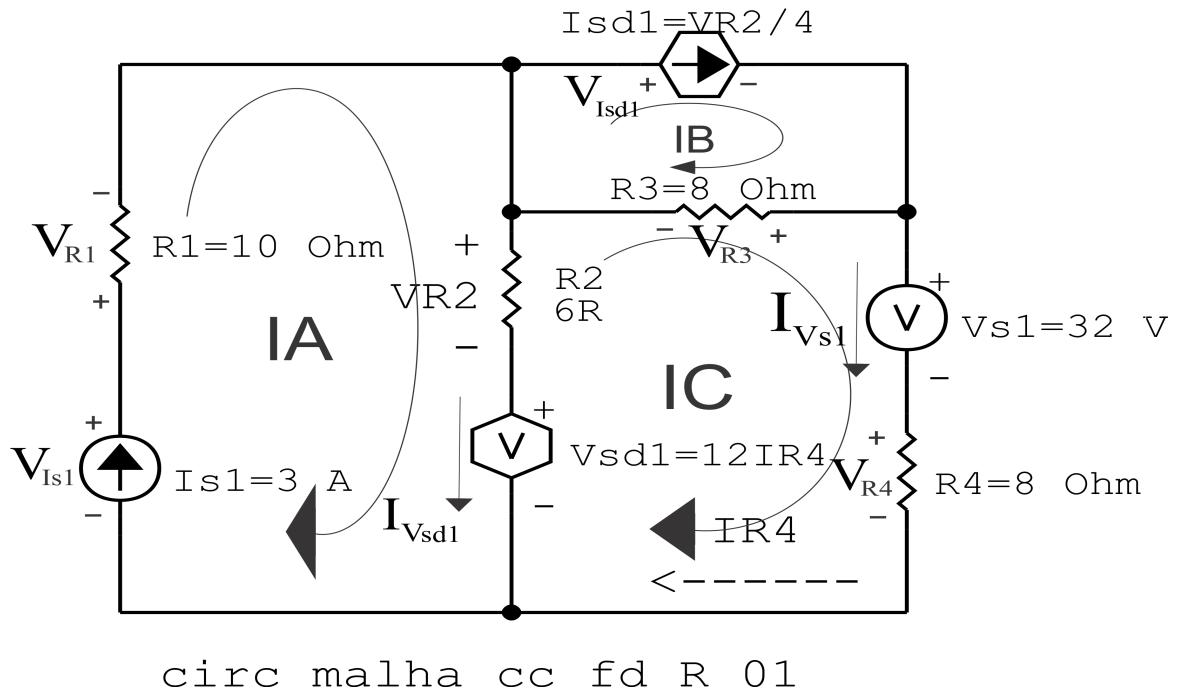


Figura 42: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \Rightarrow I_{R1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (10)(3) \Rightarrow V_{R1} = 30 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (30)(3) \Rightarrow P_{R1} = 90 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IA - IC) = (3 - (1)) \Rightarrow I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (6)(2) \Rightarrow V_{R2} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (12)(2) \Rightarrow P_{R2} = 24 \text{ W}$$

#### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IB - IC) = (3 - (1)) \Rightarrow I_{R3} = 2 \text{ A}$$



$$V_{R3} = R3I_{R3} = (8)(2) \Rightarrow V_{R3} = 16 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (16)(2) \Rightarrow P_{R3} = 32 \text{ W}$$

**5.2.4** Na resistência  $R4$ :

$$I_{R4} = IC \Rightarrow I_{R4} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (8)(1) \Rightarrow V_{R4} = 8 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (8)(1) \Rightarrow P_{R4} = 8 \text{ W}$$

**5.2.5** Na fonte de tensão  $V_{sd1}$ :

$$V_{sd1} = (12)IC = (12)(1) \Rightarrow V_{sd1} = 32 \text{ V}$$

$$I_{V_{sd1}} = (IA - IC) = (3 - 1) \Rightarrow I_{V_{sd1}} = 2 \text{ A}$$

$$P_{V_{sd1}} = V_{sd1}I_{V_{sd1}} = (12)(2) \Rightarrow P_{V_{sd1}} = 24 \text{ W}$$

**5.2.6** Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 32 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IC \Rightarrow I_{V_{s1}} = 1 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = V_{s1}I_{V_{s1}} = (32)(1) \Rightarrow P_{V_{s1}} = 32 \text{ W}$$

**5.2.7** Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R1} + V_{R2} + V_{sd1}) = (30 + 12 + 12) \Rightarrow V_{I_{s1}} = 54 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(54)(3) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -162 \text{ W}$$

**5.2.8** Na fonte de corrente  $I_{sd1}$ :

$$I_{sd1} = 1,5(IA - IC) = 1,5(3 - 1) \Rightarrow I_{sd1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{sd1}} = V_{R3} \Rightarrow V_{I_{sd1}} = 16 \text{ V}$$

$$P_{I_{sd1}} = -V_{I_{sd1}}I_{sd1} = -(16)(3) \Rightarrow P_{I_{sd1}} = -48 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1** A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$



$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}} + P_{I_{sd1}} + P_{V_{sd1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

$$(-154) + (154) = 0$$

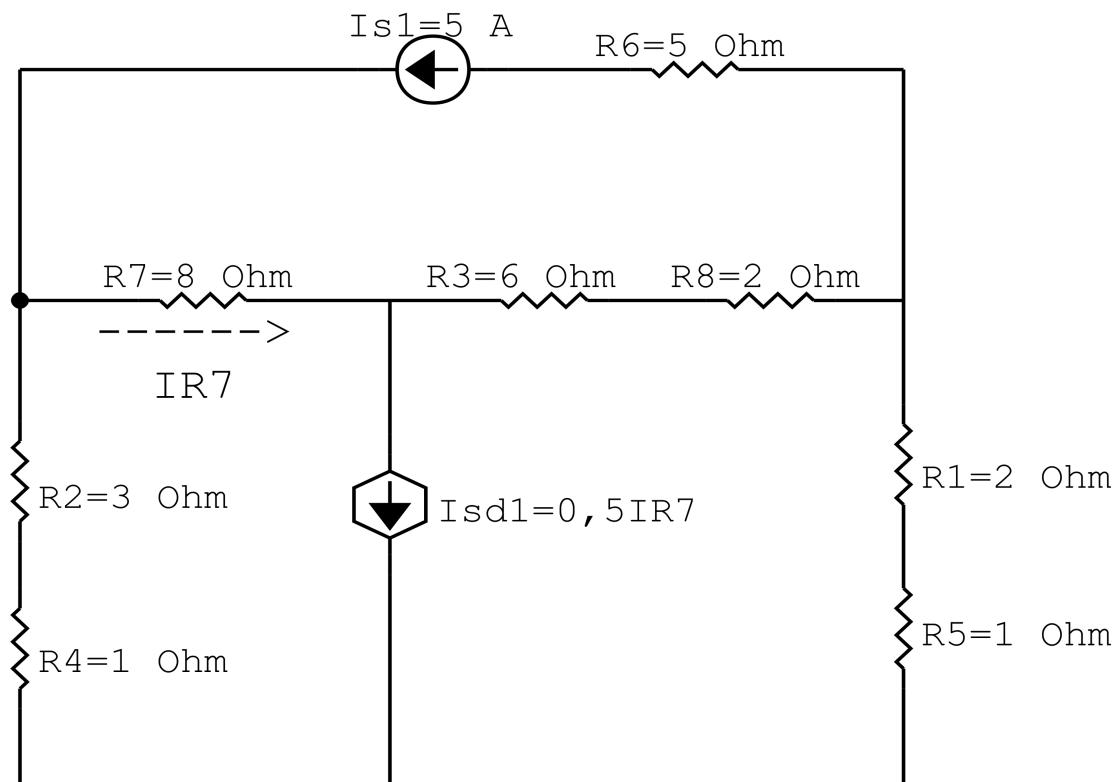
**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



## Questão 3.2 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.



circ malha cc fd R 02

Figura 43: Circuito elétrico 3.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

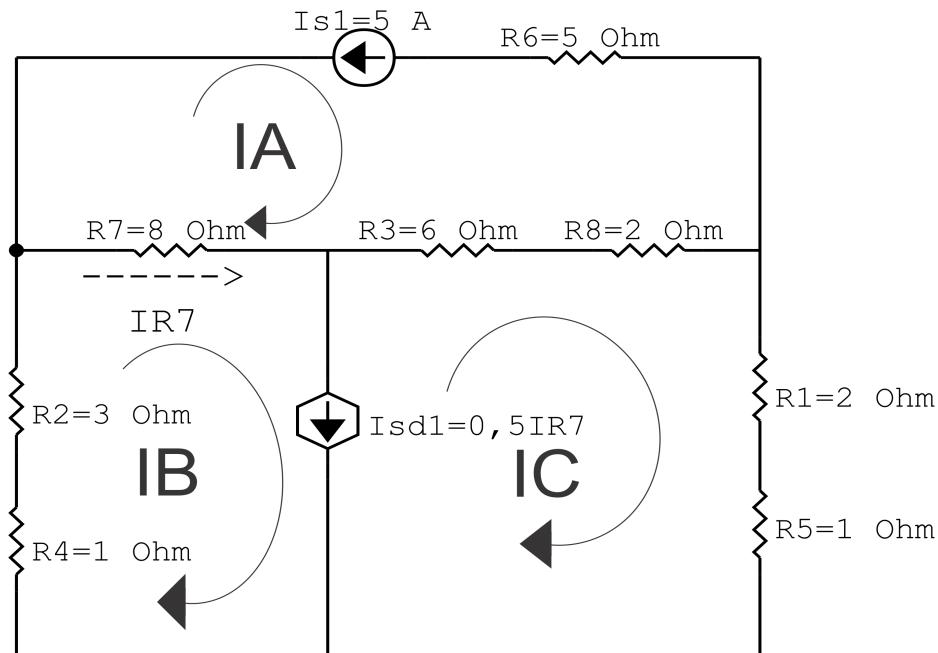
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc fd R 02

Figura 44: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 2\Omega \quad R2 = 3\Omega \quad R3 = 6\Omega \quad R4 = 1\Omega$$

$$R5 = 1\Omega \quad R6 = 5\Omega \quad R7 = 8\Omega \quad R8 = 2\Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$Isd1 = 0,5IR7 \implies Isd1 = 0,5(IB - IA)$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

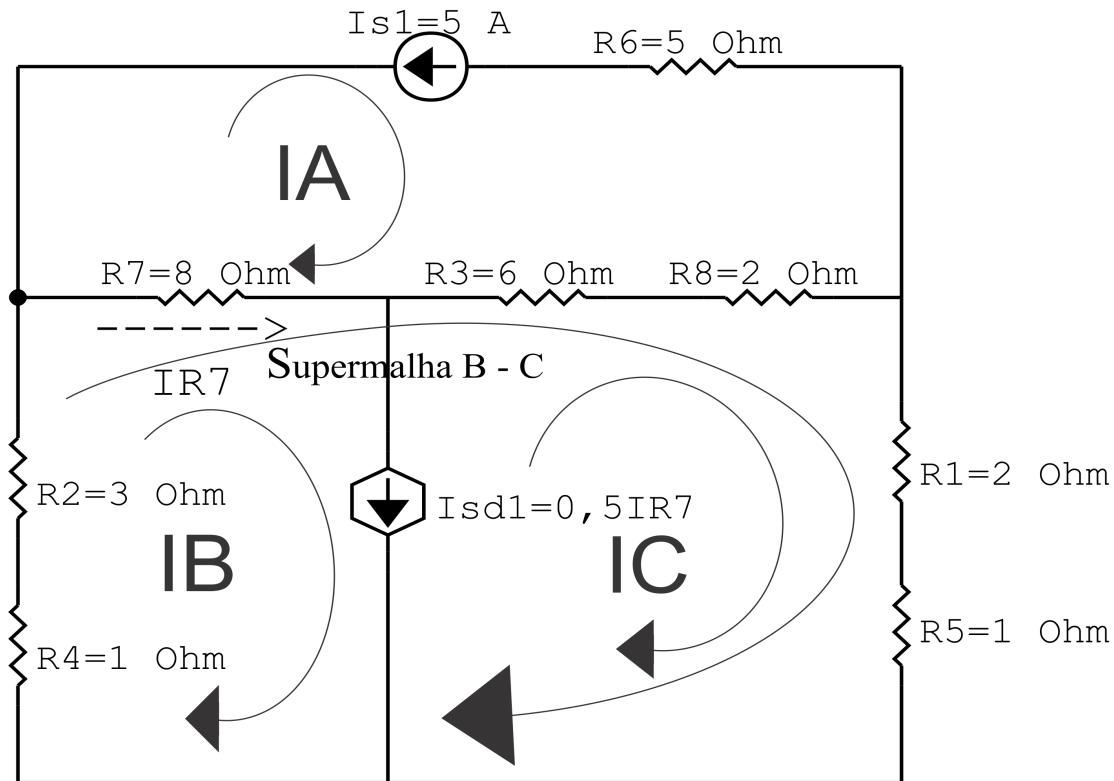
**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IA = -Is1, \text{ como } Is1 = 5\text{ A, temos: } \implies IA = -5\text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**



circ malha cc fd R 02

Figura 45: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

#### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IB - IC = Isd1, \text{ e como } Isd1 = 0,5(IB - IA) \Rightarrow IB - IC = 0,5(IB - IA) \dots \text{Equação 1}$$

#### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

Equação na Supermalha B-C :

$$R4IB + R2IB + R7(IB - IA) + R3(IC - IA) + R8(IC - IA) + R1IC + R5IC = 0$$

$$R4IB + R2IB + R7IB - R7IA + R3IC - R3IA + R8IC - R8IA + R1IC + R5IC = 0$$

$$(R4 + R2 + R7)IB + (R3 + R8 + R1 + R5)IC = (R7 + R3 + R8)IA \dots \text{Equação 2}$$

## 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Isd1$ ,  $IA$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$IB - IC = 0,5(IB - IA)$$

$$IB - IC = (0,5)(IB - (-5))$$

$$IB - IC = (0,5)IB + 2,5$$



$$(0,5)IB - IC = 2,5$$

**Na Equação 2:**

$$(R4 + R2 + R7)IB + (R3 + R8 + R1 + R5)IC = (R7 + R3 + R8)IA$$

$$(1 + 3 + 8)IB + (6 + 2 + 2 + 1)IC = (8 + 6 + 2) - 5$$

$$(12)IB + (11)IC = -80$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(0,5)IB - IC = 2,5$$

$$(12)IB + (11)IC = -80$$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & -1 \\ 12 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IB \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ -80 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,5 & -1 \\ 12 & 11 \end{vmatrix} = 5,5 - (-12) = \Delta = 17,5$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 2,5 & -1 \\ -80 & 11 \end{vmatrix} = 27,5 - 80 = \Delta_{IB} = -52,5$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-52,5}{17,5} \Rightarrow IB = -3 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 0,5 & 2,5 \\ 12 & -80 \end{vmatrix} = -40 - 30 = \Delta_{IC} = -70$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-70}{17,5} \Rightarrow IC = -4 \text{ A}$$

Assim temos:

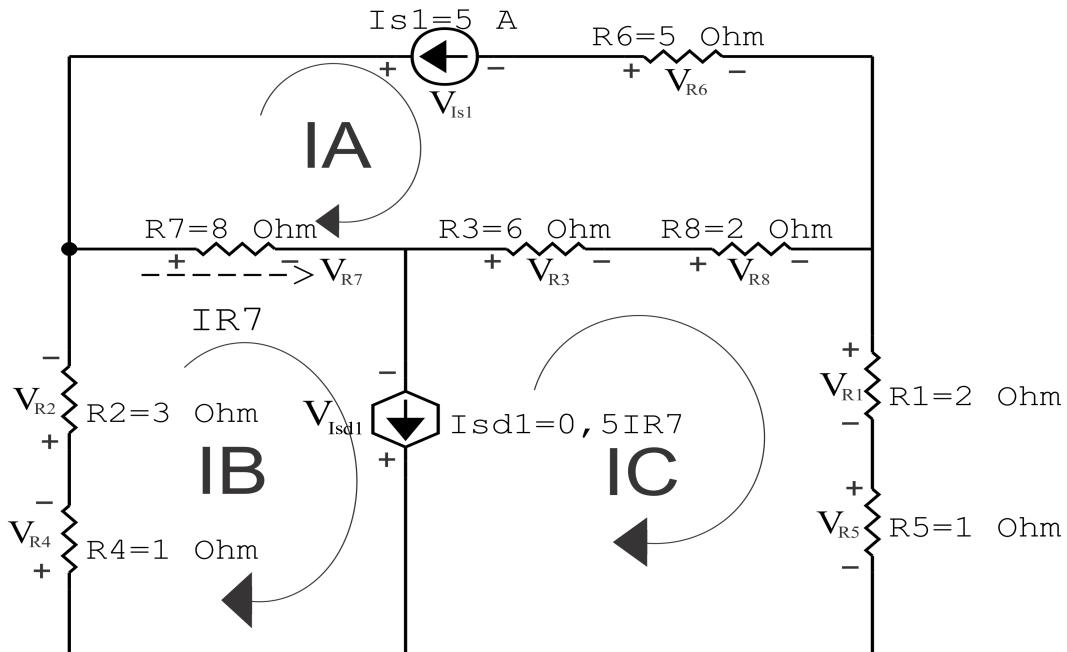
$$IA = -5 \text{ A}$$

$$IB = -3 \text{ A}$$

$$IC = -4 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc fd R 02

Figura 46: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IC \implies I_{R1} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (2)(-4) \implies V_{R1} = -8 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-8)(-4) \implies P_{R1} = 32 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = -3 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (3)(-3) \implies V_{R2} = -9 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (-9)(-3) \implies P_{R2} = 27 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (-4 - (-5)) \implies I_{R3} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (6)(1) \implies V_{R3} = 6 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (6)(1) \implies P_{R3} = 6 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IB \implies I_{R4} = -3 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (1)(-3) \implies V_{R4} = -3 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (-3)(-3) \implies P_{R4} = 9 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R5I_{R5} = (1)(-4) \implies V_{R5} = -4 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5}I_{R5} = (-4)(-4) \implies P_{R5} = 16 \text{ W}$$

**5.2.6 Na resistência  $R_6$ :**

$$I_{R6} = IA \implies I_{R6} = -5 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R6I_{R6} = (5)(-5) \implies V_{R6} = -25 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6}I_{R6} = (-25)(-5) \implies P_{R6} = 125 \text{ W}$$

**5.2.7 Na resistência  $R_7$ :**

$$I_{R7} = (IB - IA) = (-3 - (-5)) \implies I_{R7} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R7} = R7I_{R7} = (8)(2) \implies V_{R7} = 16 \text{ V}$$

$$P_{R7} = V_{R7}I_{R7} = (16)(2) \implies P_{R7} = 32 \text{ W}$$

**5.2.8 Na resistência  $R_8$ :**

$$I_{R8} = (IC - IA) = (-4 - (-5)) \implies I_{R8} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R8} = R8I_{R8} = (2)(1) \implies V_{R8} = 2 \text{ V}$$

$$P_{R8} = V_{R8}I_{R8} = (2)(1) \implies P_{R8} = 2 \text{ W}$$

**5.2.9 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R3} + V_{R7} + V_{R8} - V_{R6}) = (6 + 16 + 2 - 125) \implies V_{I_{s1}} = 49 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(49)(5) \implies P_{I_{s1}} = -245 \text{ W}$$

**5.2.10 Na fonte de corrente  $I_{sd1}$ :**

$$I_{sd1} = 0,5(IB - IA) = 0,5((-3) - (-5)) \implies I_{sd1} = 1 \text{ A}$$

$$V_{I_{sd1}} = -V_{R3} - V_{R8} - V_{R1} - V_{R5} = (-6 - 2 - (-8) - (-4)) \implies V_{I_{sd1}} = 4 \text{ V}$$

$$P_{I_{sd1}} = -V_{I_{sd1}}I_{sd1} = -(4)(1) \implies P_{I_{sd1}} = -4 \text{ W}$$

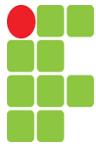
## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{I_{sd1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7} + P_{R8}) = 0$$

$$(-249) + (249) = 0$$



**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



## Questão 3.5 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.

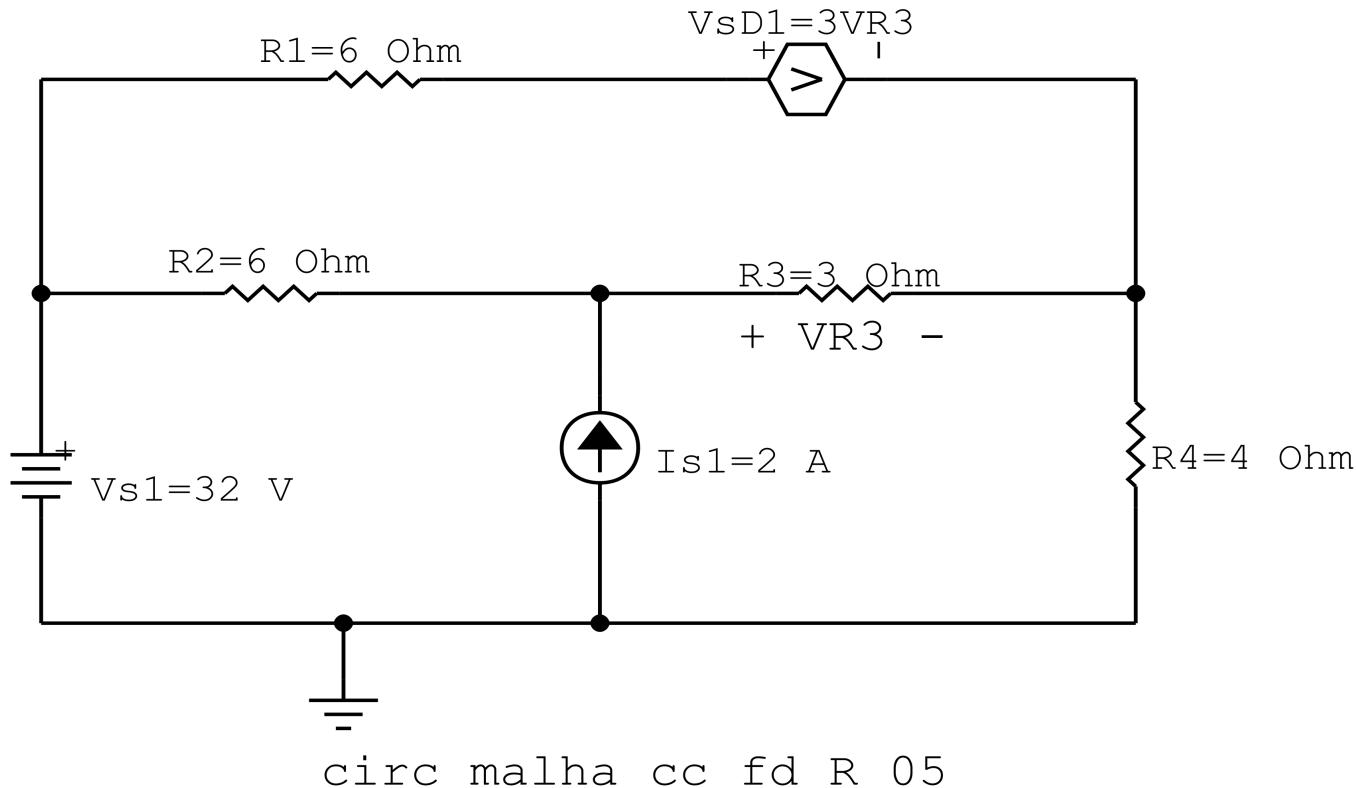


Figura 47: Circuito elétrico 3.5

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

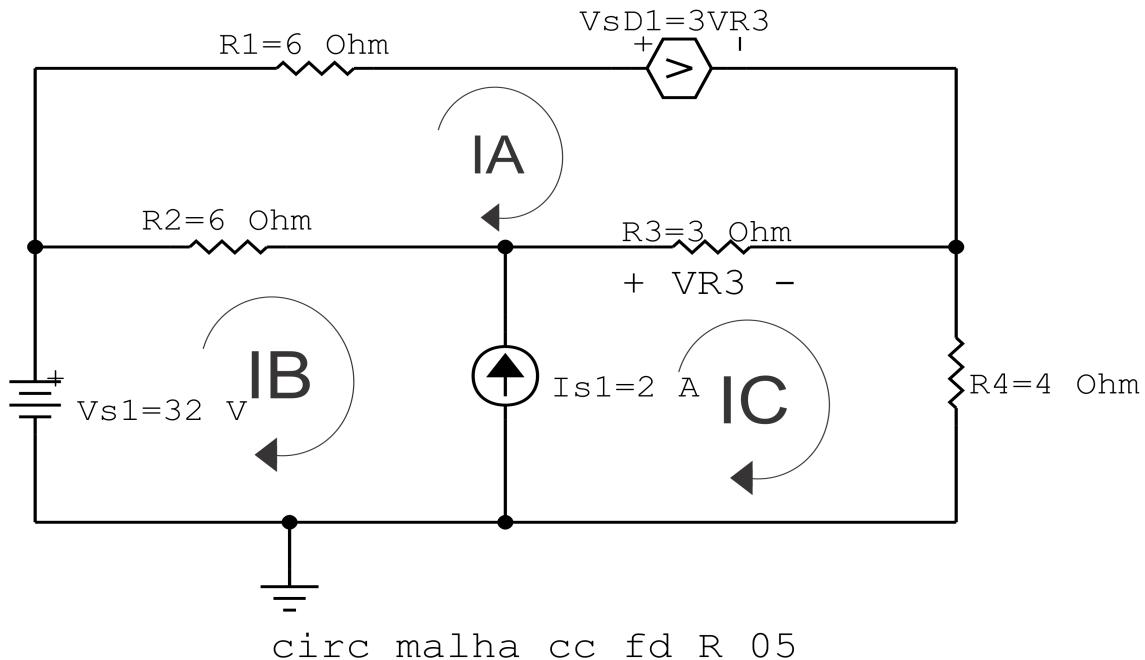


Figura 48: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 6 \Omega \quad R2 = 6 \Omega \quad R3 = 3 \Omega \quad R4 = 4 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$Vsd1 = 3VR3 = 3R3(IC - IA) \implies Vsd1 = 3R3(IC - IA)$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

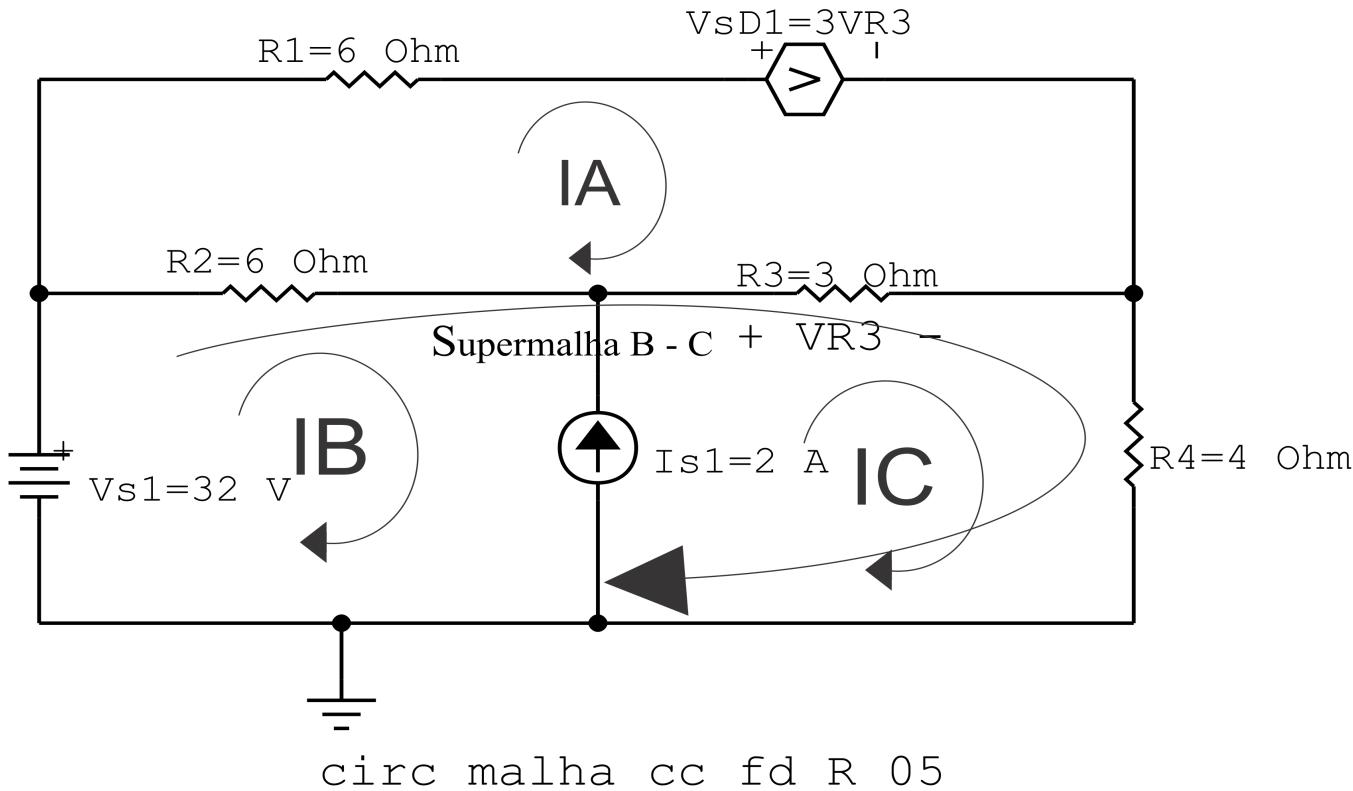


Figura 49: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

#### **3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IC - IB = Is1, \text{ e como } Is1 = 2 \text{ A} \implies IC = 2 + IB$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

### **Equação na Malha A :**

$$R1IA + Vsd1 + R3(IA - IC) + R2(IA - IB) = 0$$

$$R1IA + R3IA + R2IA - R3IC - R2IB + Vsd1 = 0$$

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB - R3IC + Vsd1 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

### **Equação na Supermalha B-C :**

$$= VsI + R2(JB - JA) + R3(JC - JA) + R4JC \equiv 0$$

$$R2JB = R2JA + R3JC = R3JA + R4JC \equiv Vs1$$

$$-(B2 + B3)JA + B2JB + (B3 + B4)JC \equiv V_8 J \quad \text{Equação 2}$$



## 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{sd1}$ ,  $I_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

### Na Equação 1:

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB - R3IC + V_{sd1} = 0$$

$$(6 + 6 + 3)IA - (6)IB - (3)(2 + IB) + 3(3(IC - IA)) = 0$$

$$(15 - 9)IA - (6 + 3)IB + (9)IC = 6$$

$$(6)IA - (9)IB + (9)(2 + IB) = 6$$

;

$$(6)IA - (9 - 9)IB = 6 - 18$$

$$(6)IA + (0)IB = -12$$

### Na Equação 2:

$$-(R2 + R3)IA + R2IB + (R3 + R4)IC = V_{s1}$$

$$-(6 + 3)IA + (6)IB + (3 + 4)(2 + IB) = 32$$

$$-(9)IA + (6 + 7)IB = 32 - 14$$

$$-(9)IA + (13)IB = 18$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(6)IA + (0)IB = -12 \quad -(9)IA + (13)IB = 18$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -9 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ -9 & 13 \end{vmatrix} = 78 - 0 = \Delta = 78$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -12 & 0 \\ 18 & 13 \end{vmatrix} = -156 - 0 = \Delta_{IA} = -156$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-156}{78} \Rightarrow IA = -2 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 6 & -12 \\ -9 & 18 \end{vmatrix} = 108 - 108 = \Delta_{IB} = 0$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{0}{78} \Rightarrow IB = 0 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -2 \text{ A}$$

$$IB = 0 \text{ A}$$

$$IC = 2 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

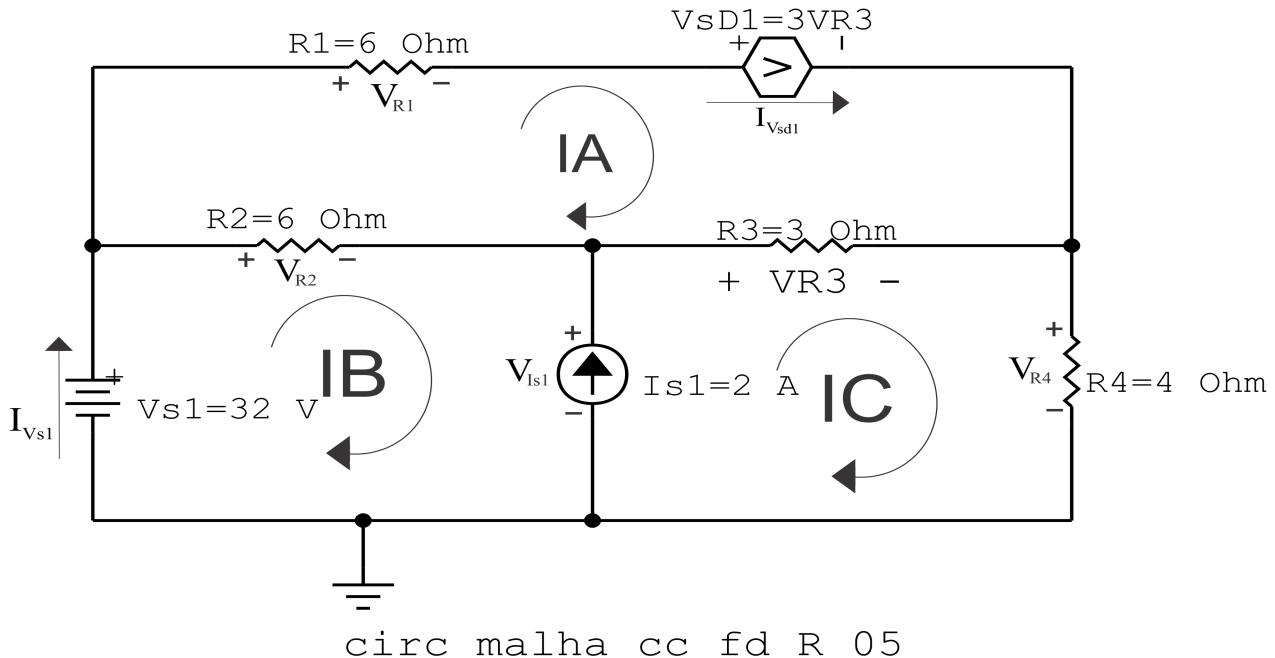


Figura 50: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -2 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (6)(-2) \implies V_{R1} = -12 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-12)(-2) \implies P_{R1} = 24 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IB - IA) = (0 - (-2)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (6)(2) \implies V_{R2} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (12)(2) \implies P_{R2} = 24 \text{ W}$$

#### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (2 - (-2)) \implies I_{R3} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (3)(4) \implies V_{R3} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (12)(4) \implies P_{R3} = 48 \text{ W}$$



5.2.4 Na resistência  $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (4)(2) \implies V_{R4} = 8 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (8)(2) \implies P_{R4} = 16 \text{ W}$$

5.2.5 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 2 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R3} + V_{R4}) = (12 + 8) \implies V_{I_{s1}} = 20 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(20)(2) \implies P_{I_{s1}} = -40 \text{ W}$$

5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 32 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = 0 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = V_{s1} I_{V_{s1}} = (32)(0) \implies P_{V_{s1}} = 0 \text{ W}$$

5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{sd1}$ :

$$V_{sd1} = 3R3(IC - IA) = 3(3(2 - (-2))) \implies V_{sd1} = 36 \text{ V}$$

$$I_{V_{sd1}} = IA \implies I_{V_{sd1}} = -2 \text{ A}$$

$$P_{V_{sd1}} = V_{sd1} I_{V_{sd1}} = (36)(-2) \implies P_{V_{sd1}} = -72 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{V_{sd1}} + P_{V_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

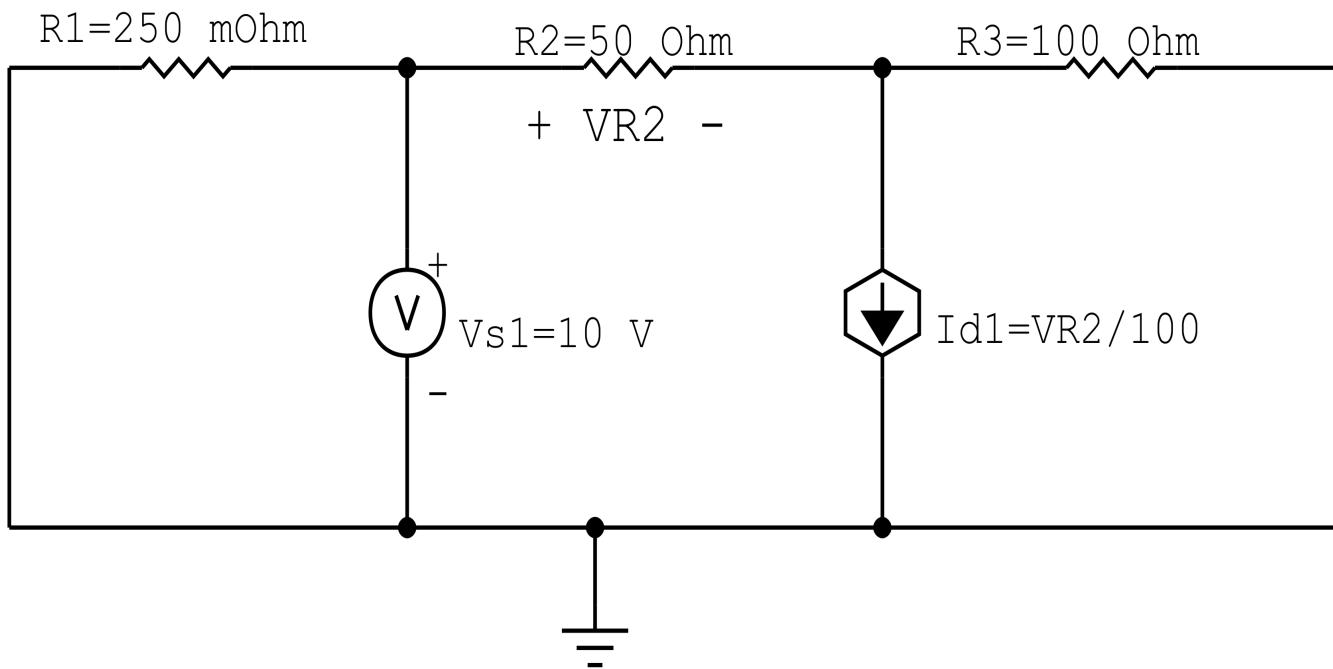
$$(-112) + (112) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

## Questão 3.6 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.



circ malha cc fd R 06

Figura 51: Circuito elétrico 3.6

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

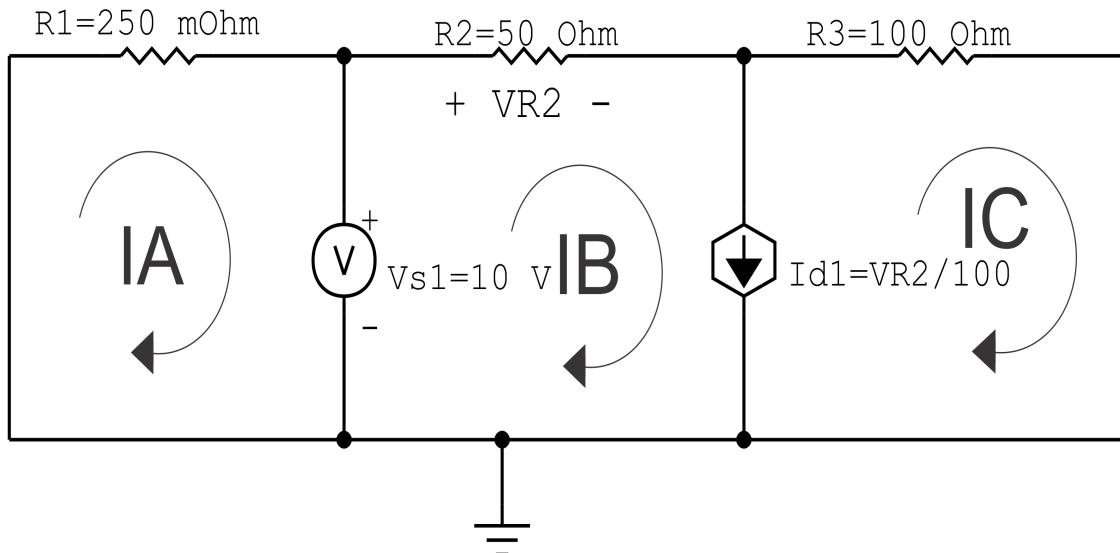
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc fd R 06

Figura 52: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 250 \text{ mohm} \quad R2 = 50 \Omega \quad R3 = 100 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$Id1 = \frac{VR2}{100} = \frac{50(IB)}{100} \implies Id1 = \frac{IB}{2}$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

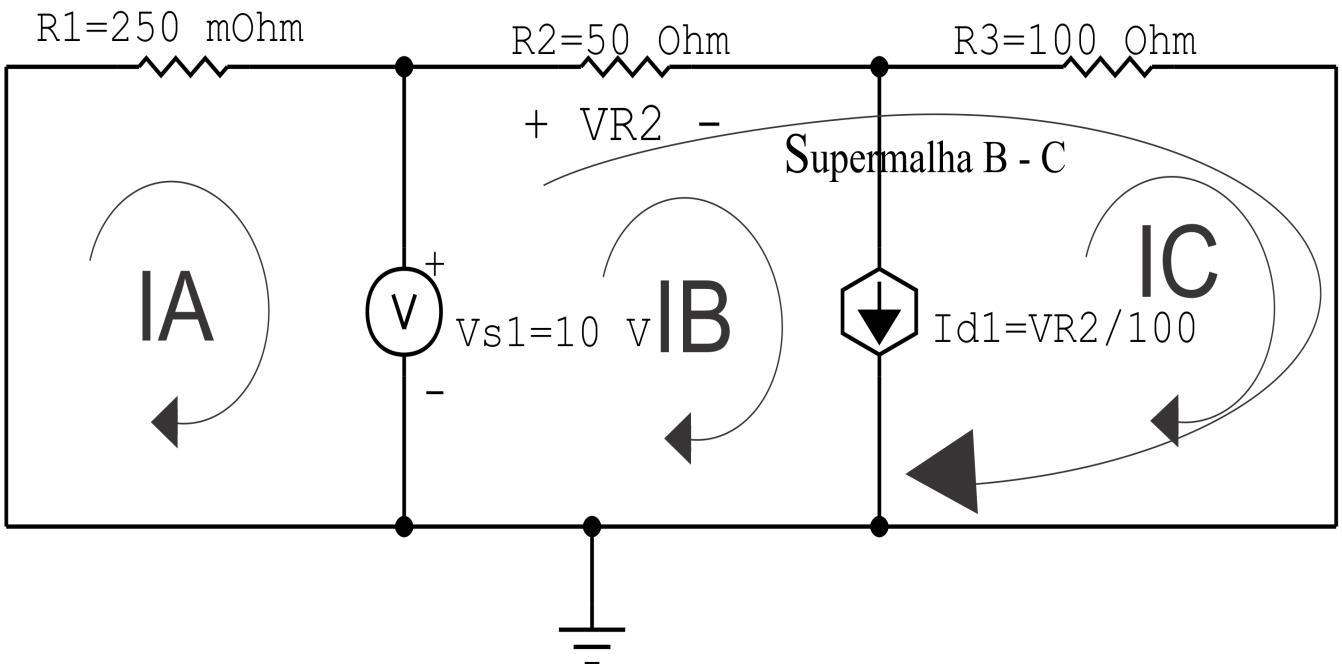
**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**



circ malha cc fd R 06

Figura 53: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

#### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IB - IC = Id1 \Rightarrow IB = Id1 + IC \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

#### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + Vs1 = 0$$

$$IA = \frac{-Vs1}{R1} \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$-Vs1 + R2IB + R3IC = 0$$

$$R2IB + R3IC = Vs1 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 3}$$

## 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Id1$ ,  $Vs1$  e os valores das resistências nas equações acima:



**Na Equação 2:**

$$IA = \frac{-Vs1}{R1}$$

$$IA = \frac{-10}{250 \times 10^{-3}}$$

$$IA = -40 \text{ A}$$

**Na Equação 1:**

$$IB = Id1 + IC$$

$$IB = \left(\frac{IB}{2}\right) + IC$$

$$\frac{IB}{2} = IC$$

$$IB = 2IC$$

**Na Equação 3:**

$$R2IB + R3IC = Vs1$$

$$R2(2IC) + R3IC = Vs1$$

$$(2R2 + R3)IC = Vs1$$

$$((2)50 + 100)IC = 10$$

$$IC = \frac{10}{200}$$

$$IC = 0,05 \text{ A}$$

E com isso,

$$IB = (2)(0,05)$$

$$IB = 0,1 \text{ A}$$

Assim temos:

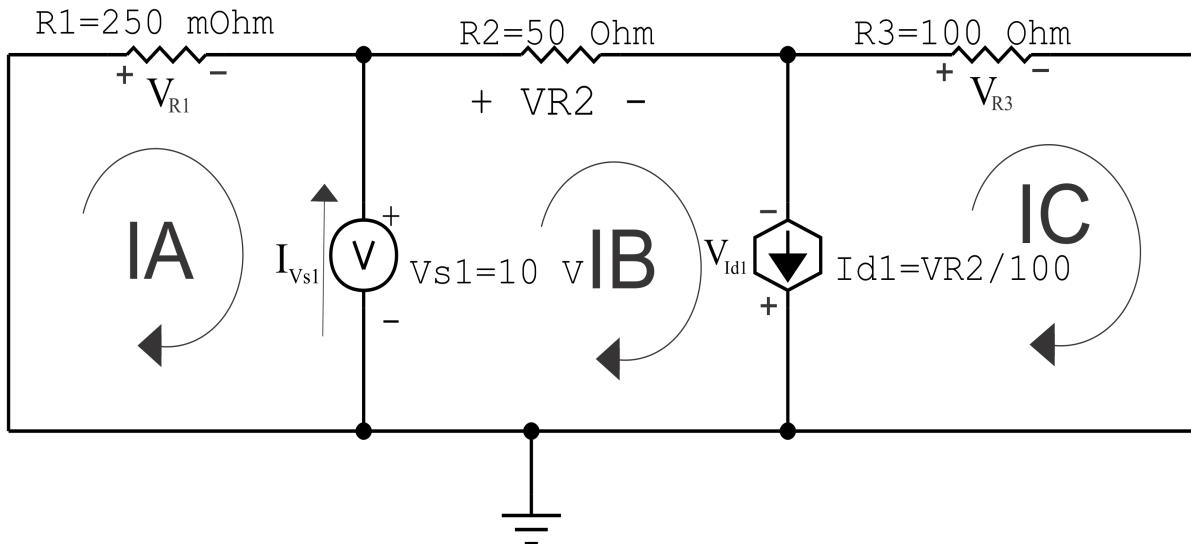
$$IA = -40 \text{ A}$$

$$IB = 0,1 \text{ A}$$

$$IC = 0,05 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc fd R 06

Figura 54: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -40 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (0,250)(-40) \implies V_{R1} = -10 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-10)(-40) \implies P_{R1} = 24 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (50)(0,1) \implies V_{R2} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (5)(0,1) \implies P_{R2} = 0,5 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = IC \implies I_{R3} = 0,05 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (100)(0,05) \implies V_{R3} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (5)(0,05) \implies P_{R3} = 0,25 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na fonte de corrente $Id_1$ :

$$I_{d1} = \frac{IB}{2} = \frac{0,1}{2} \implies I_{d1} = 0,05 \text{ A}$$

$$V_{I_{d1}} = -V_{R3} \implies V_{I_{d1}} = -5 \text{ V}$$

$$P_{I_{d1}} = -V_{I_{d1}} I_{d1} = -(-5)(0,05) \implies P_{I_{d1}} = 0,25 \text{ W}$$



5.2.5 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (IB - IA) = (0,1 - (-40)) \Rightarrow I_{V_{s1}} = 40,1 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(40,1) \Rightarrow P_{V_{s1}} = -401,1 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$  ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{d1}} + P_{V_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}) = 0$$

$$(-400,75) + (400,75) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

## Questão 3.7 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.

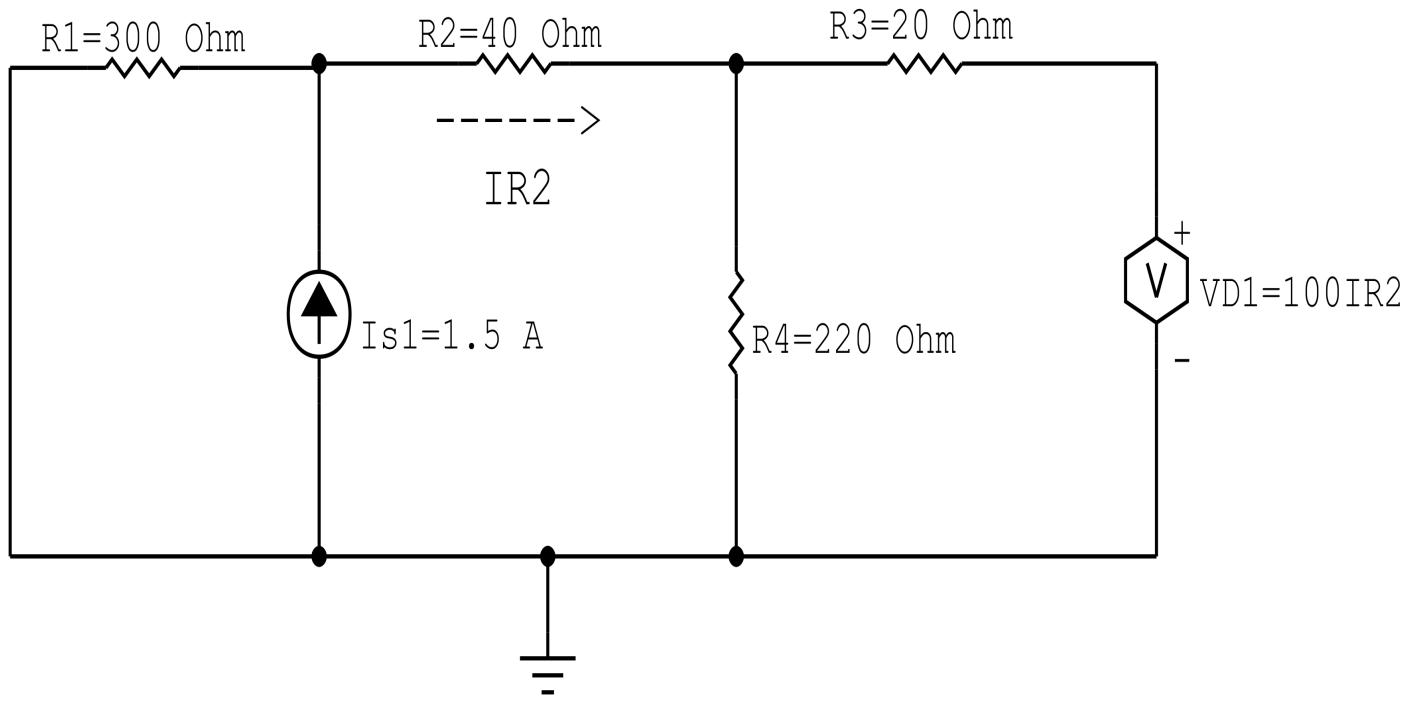


Figura 55: Circuito elétrico 3.7

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.**

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

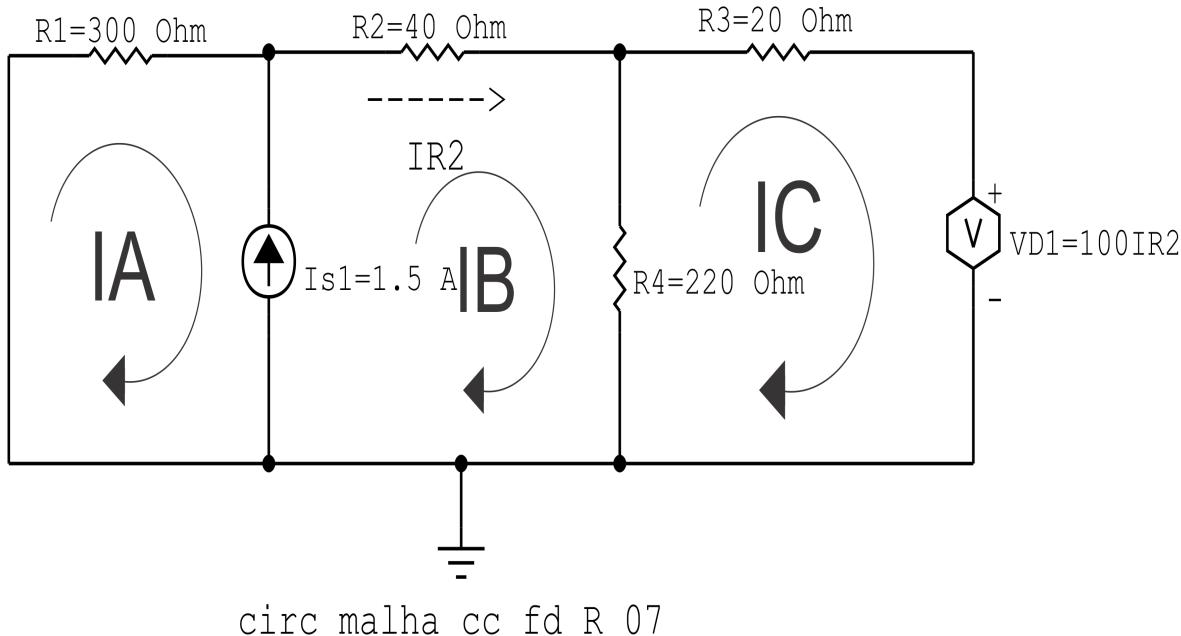


Figura 56: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 300 \Omega \quad R2 = 400 \Omega \quad R3 = 20 \Omega \quad R4 = 220 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$Vd1 = 100IR2 = 100IB \implies Vd1 = 100IB$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IB - IA = Is1, \text{ e como } Is1 = 1,5 \text{ A} \implies IB = 1,5 + IA$$

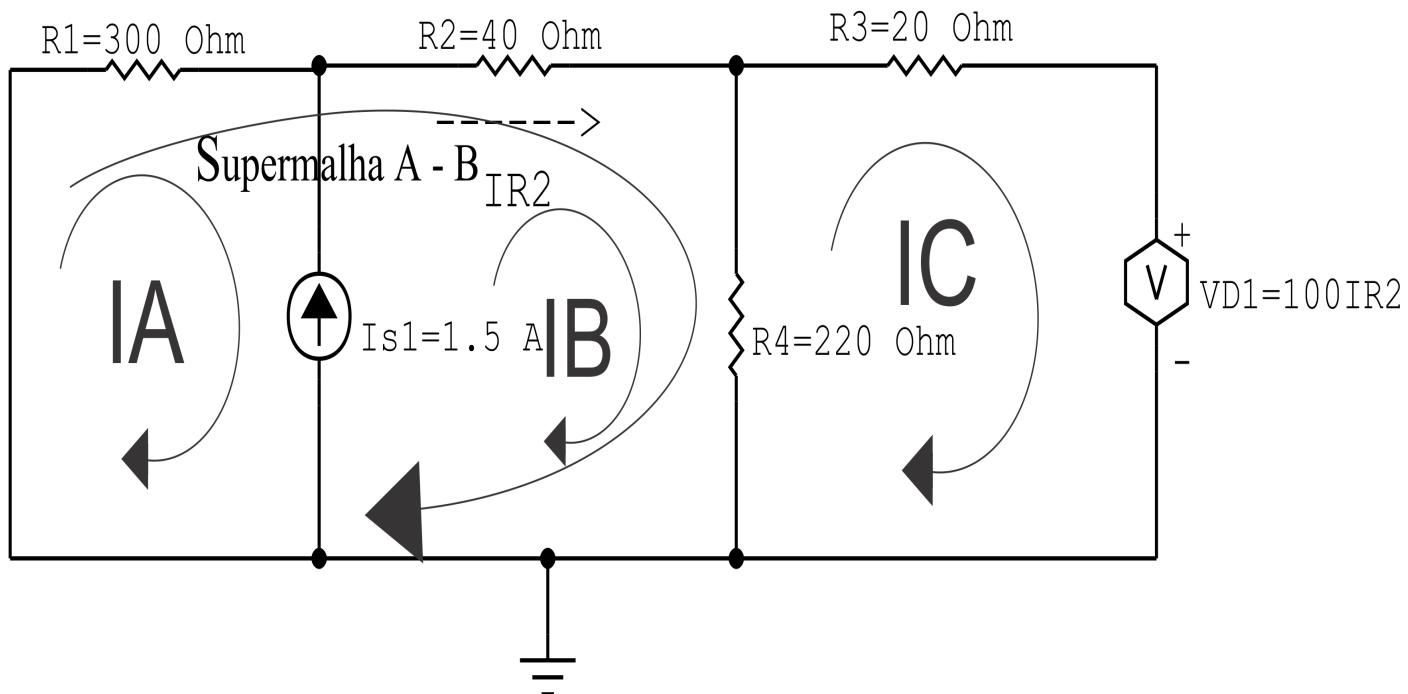
**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Supermalha A-B :**

$$R1IA + R2IB + R4(IB - IC) = 0$$

$$R1IA + R2IB + R4IB - R4IC = 0$$

$$R1IA + (R2 + R4)IB - R4IC = 0 \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$



circ malha cc fd R 07

Figura 57: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

**Equação na Malha C :**

$$R_4(IC - IB) + R_3IC + Vd_1 = 0$$

$$R_4IC - R_4IB + R_3IC + Vd_1 = 0$$

$$-R_4IB + (R_3 + R_4)IC + Vd_1 = 0 \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vsd_1$ ,  $Is_1$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$R_1IA + (R_2 + R_4)IB - R_4IC = 0$$

$$R_1IA + (R_2 + R_4)(1,5 + IA) - R_4IC = 0$$

$$(R_1 + R_2 + R_4)IA - R_4IC = -(R_2 + R_4)(1,5)$$

$$(300 + 40 + 220)IA - (220)IC = -(40 + 220)(1,5)$$

;

$$(560)IA - (220)IC = -390$$

**Na Equação 2:**



$$\begin{aligned} -R_4IB + (R_3 + R_4)IC + Vd1 &= 0 \\ -R_4(1,5 + IA) + (R_3 + R_4)IC + (100)IB &= 0 \\ -R_4IA + (R_3 + R_4)IC + (100)(1,5 + IA) &= 1,5(R_4) \\ -(R_4 - 100)IA + (R_3 + R_4)IC &= 1,5(R_4 - 100) \\ -(220 - 100)IA + (20 + 220)IC &= 1,5(220 - 100) \\ (-120)IA + (240)IC &= 180 \end{aligned}$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(560)IA - (220)IC = -390 \quad (-120)IA + (240)IC = 180$$

$$\begin{bmatrix} 560 & -220 \\ -120 & 240 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -390 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 560 & -220 \\ -120 & 240 \end{vmatrix} = 134\,400 - 26\,400 = \Delta = 108\,000$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -390 & 0 \\ 180 & 13 \end{vmatrix} = -93\,600 - (-39\,600) = \Delta_{IA} = -54\,000$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-54\,000}{108\,000} \Rightarrow IA = -0,5 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 560 & -390 \\ -120 & 180 \end{vmatrix} = 100\,800 - 46\,800 = \Delta_{IC} = 54\,000$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{54\,000}{108\,000} \Rightarrow IC = 0,5 \text{ A}$$

E assim teremos:

$$IB = 1,5 + IA$$

$$IB = 1,5 + (-0,5)$$

$$IB = 2 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -0,5 \text{ A}$$

$$IB = 1 \text{ A}$$

$$IC = 0,5 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

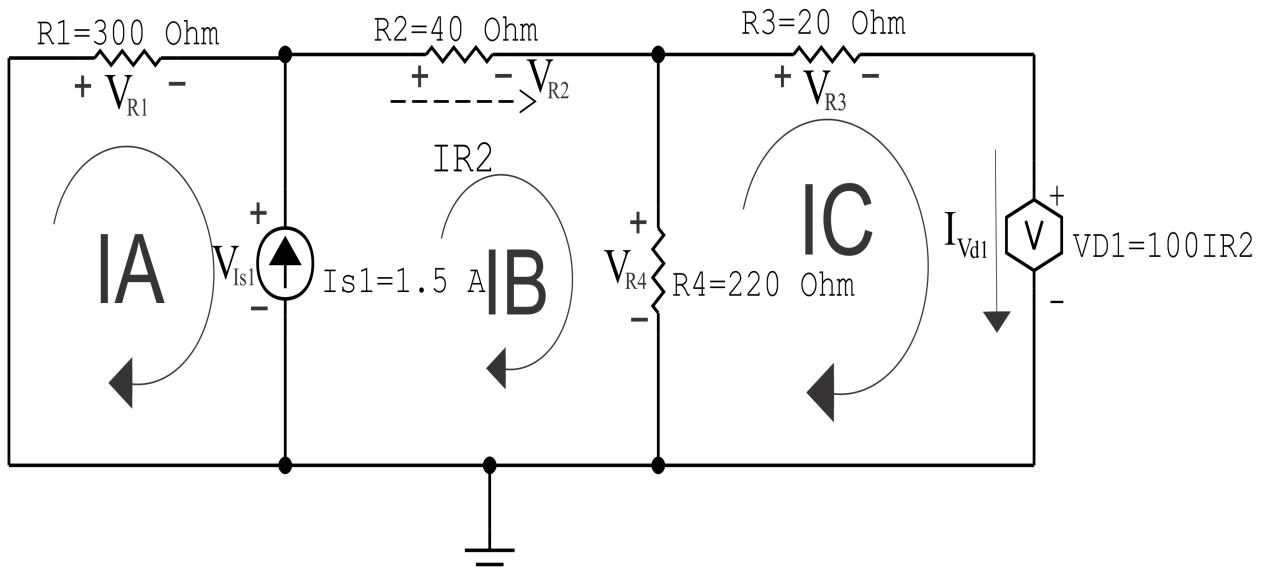
### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \Rightarrow I_{R1} = -0,5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (300)(-0,5) \Rightarrow V_{R1} = -150 \text{ V}$$



circ malha cc fd R 07

Figura 58: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-150)(-0,5) \Rightarrow P_{R1} = 75 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = IB \Rightarrow I_{R2} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2 I_{R2} = (40)(1) \Rightarrow V_{R2} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (40)(1) \Rightarrow P_{R2} = 40 \text{ W}$$

#### 5.2.3 Na resistência $R3$ :

$$I_{R3} = IC \Rightarrow I_{R3} = 0,5 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R3 I_{R3} = (20)(0,5) \Rightarrow V_{R3} = 10 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (10)(0,5) \Rightarrow P_{R3} = 5 \text{ W}$$

#### 5.2.4 Na resistência $R4$ :

$$I_{R4} = (IB - IC) = (1 - 0,5) \Rightarrow I_{R4} = 0,5 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4 I_{R4} = (220)(0,5) \Rightarrow V_{R4} = 110 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (110)(0,5) \Rightarrow P_{R4} = 55 \text{ W}$$

#### 5.2.5 Na fonte de corrente $Is1$ :

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 1,5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -(V_{R1}) \Rightarrow V_{I_{s1}} = -150 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(150)(1,5) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -225 \text{ W}$$



5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{d1}$ :

$$V_{d1} = V_{d1} = 100IB = 100(1) \Rightarrow V_{d1} = 100\text{ V}$$

$$I_{V_{d1}} = -IC \Rightarrow I_{V_{d1}} = -0,5\text{ A}$$

$$P_{V_{d1}} = -V_{d1}I_{V_{d1}} = -(100)(-0,5) \Rightarrow P_{V_{d1}} = 50\text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$  ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{V_{d1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

$$(-175) + (175) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

## Questão 3.8 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.

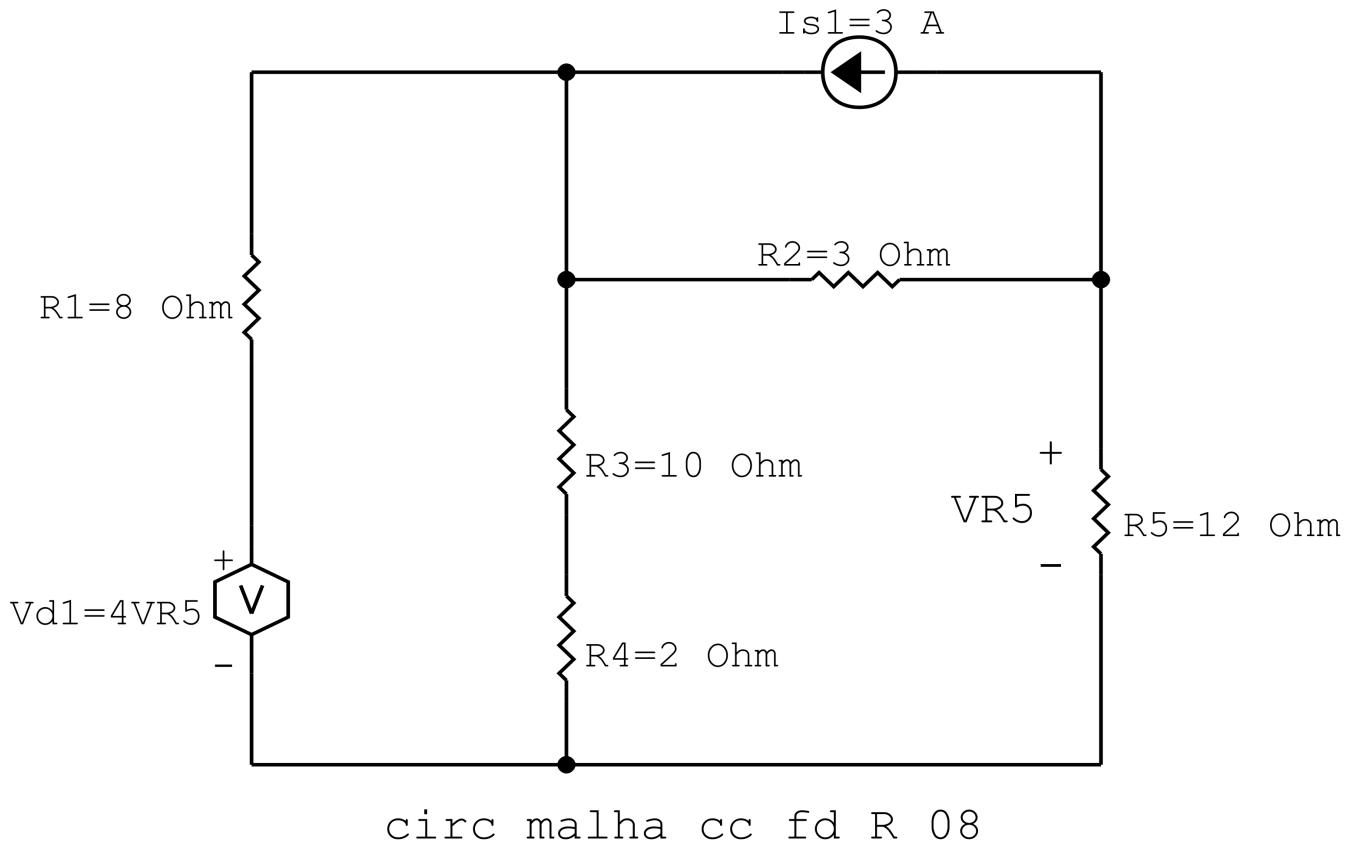


Figura 59: Circuito elétrico 3.8

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.**

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

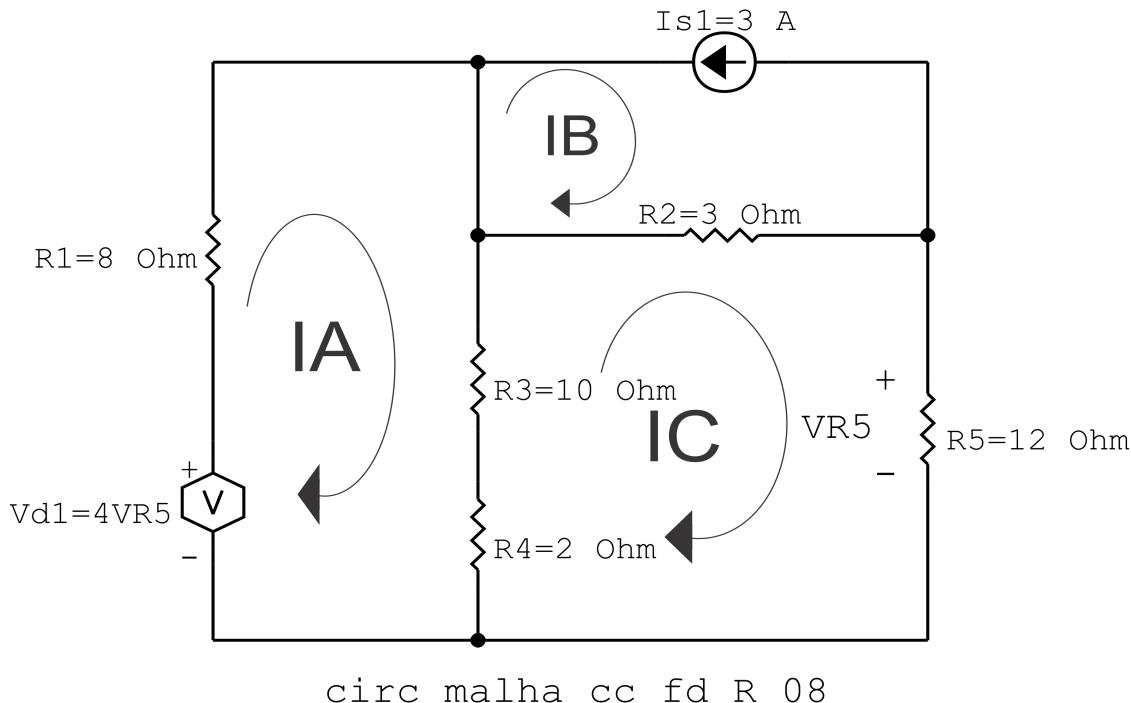


Figura 60: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 8\Omega \quad R2 = 3\Omega \quad R3 = 10\Omega \quad R4 = 2\Omega \quad R5 = 12\Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$Vd1 = 4VR5 = 4R5IC \implies Vd1 = 4R5IC$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IB = -Is1, \text{ como } Is1 = -3 \text{ temos: } \implies IB = -3A$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$-Vd1 + R1IA + R3(IA - IC) + R4(IA - IC) = 0$$

$$-Vd1 + R1IA + R3IA - R3IC + R4IA - R4IC = 0$$



$$-Vd1 + (R1 + R3 + R4)IA - (R3 + R4)IC = 0 \quad \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$R4(IA - IC) + R3(IA - IC) + R2(IC - IB) + R5IC = 0$$

$$R4IA - R4IC + R3IA - R3IC - R2IC - R2IB + R5IC = 0$$

$$-(R3 + R4)IA + (R4 + R3 + R2 + R5)IC = R2IB \quad \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vd1$ ,  $Is1$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$-Vd1 + (R1 + R3 + R4)IA - (R3 + R4)IC = 0$$

$$-(4R5IC) + (R1 + R3 + R4)IA - (R3 + R4)IC = 0$$

$$-(4 \cdot 12IC) + (8 + 10 + 2)IA - (10 + 2)IC = 0$$

$$(20)IA - (12 + 48)IC = 0$$

$$(20)IA - (60)IC = 0$$

**Na Equação 2:**

$$-(R3 + R4)IA + (R4 + R3 + R2 + R5)IC = R2IB$$

$$-(10 + 2)IA + (2 + 10 + 3 + 12)IC = (3)(-3)$$

$$-(12)IA + (27) = -9$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(20)IA - (60)IC = 0$$

$$-(12)IA + (27) = -9$$

$$\begin{bmatrix} 20 & -60 \\ -12 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -60 \\ -12 & 27 \end{vmatrix} = 540 - 720 = \Delta = -180$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 0 & -60 \\ -9 & 27 \end{vmatrix} = 0 - 540 = \Delta_{IA} = -540$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-540}{-180} \Rightarrow IA = 3 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 20 & 0 \\ -12 & -9 \end{vmatrix} = -180 - 0 = \Delta_{IC} = -180$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-180}{-180} \Rightarrow IC = 1 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 3 \text{ A}$$

$$IB = -3 \text{ A}$$

$$IC = 1 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

Figura 61: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \Rightarrow I_{R1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (8)(3) \Rightarrow V_{R1} = 24 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (24)(3) \Rightarrow P_{R1} = 72 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = (IC - IB) = (1 - (-3)) \Rightarrow I_{R2} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (3)(4) \Rightarrow V_{R2} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (12)(4) \Rightarrow P_{R2} = 48 \text{ W}$$

#### 5.2.3 Na resistência $R3$ :

$$I_{R3} = (IA - IC) = (3 - 1) \Rightarrow I_{R3} = 2 \text{ A}$$



$$V_{R3} = R3I_{R3} = (10)(2) \Rightarrow V_{R3} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (20)(2) \Rightarrow P_{R3} = 40 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = (IA - IC) = (3 - 1) \Rightarrow I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R4I_{R4} = (2)(2) \Rightarrow V_{R4} = 4 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4}I_{R4} = (4)(2) \Rightarrow P_{R4} = 8 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R5} = IC \Rightarrow I_{R5} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R5I_{R5} = (12)(1) \Rightarrow V_{R5} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5}I_{R5} = (12)(1) \Rightarrow P_{R5} = 12 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -(V_{R2}) \Rightarrow V_{I_{s1}} = -12 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(12)(3) \Rightarrow P_{I_{s1}} = -36 \text{ W}$$

**5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{d1}$ :**

$$V_{d1} = V_{d1} = 4R5IC = (4)(12)(1) \Rightarrow V_{d1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{d1}} = IA \Rightarrow I_{V_{d1}} = 3 \text{ A}$$

$$P_{V_{d1}} = -V_{d1}I_{V_{d1}} = -(48)(3) \Rightarrow P_{V_{d1}} = -144 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{V_{d1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

$$(-180) + (180) = 0$$

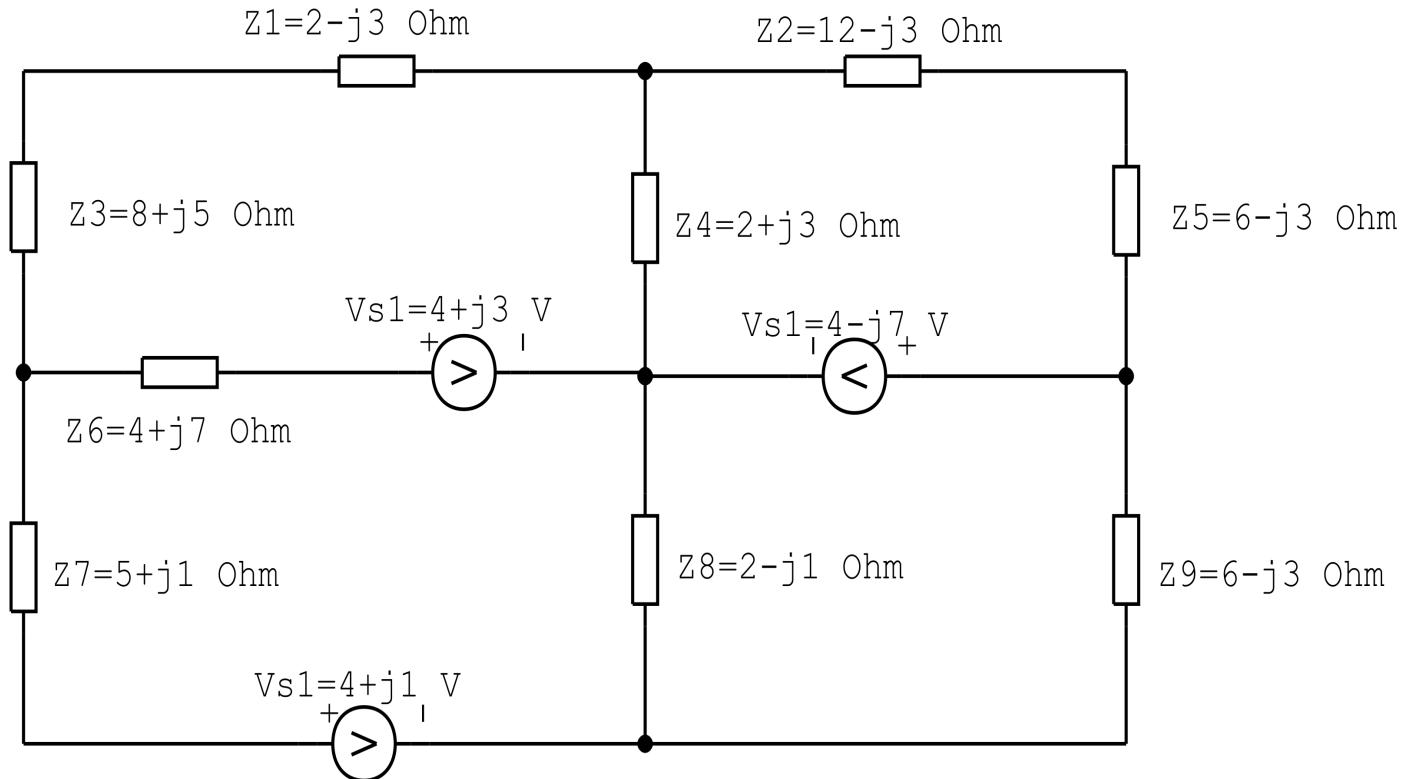


**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

## Questão 4.1 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.



circ malha ca dom f V Z insp 01

Figura 62: Circuito elétrico 1.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

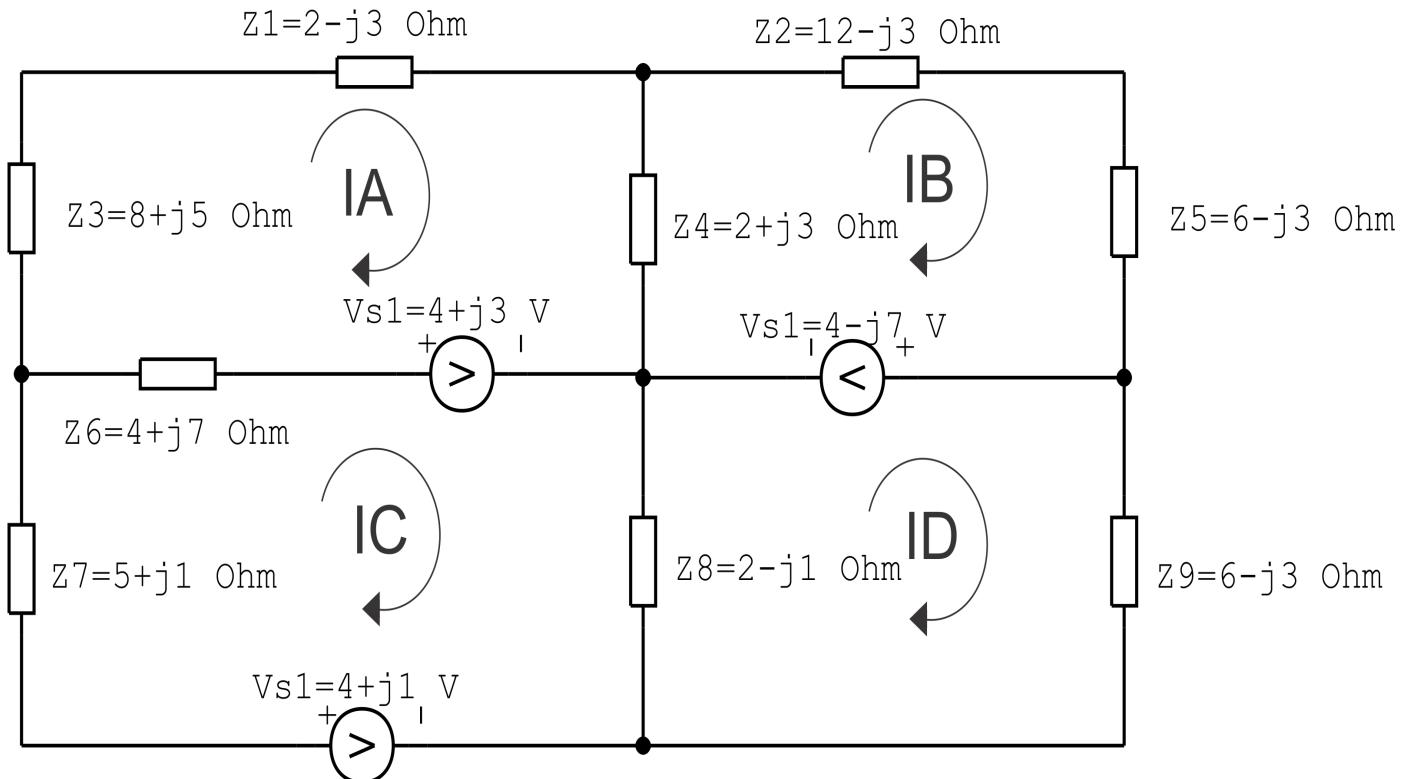
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.**

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha ca dom f V Z insp 01

Figura 63: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$Z1 = (2 - j3) \Omega \quad Z4 = (2 + j3) \Omega \quad Z7 = (5 + j1) \Omega$$

$$Z2 = (12 - j3) \Omega \quad Z5 = (6 - j3) \Omega \quad Z8 = (2 - j1) \Omega$$

$$Z3 = (8 + j5) \Omega \quad Z6 = (4 + j7) \Omega \quad Z9 = (6 - j3) \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

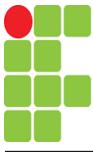
### EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(Z1 + Z4 + Z3 + Z6)IA + (-Z4)IB + (-Z6)IC + 0ID = Vs1$$

$$(-Z4)IA + (Z2 + Z4 + Z5)IB + 0IC + 0ID = -Vs2$$

$$(-Z6)IA + 0IB + (Z6 + Z7 + Z8)IC + (-Z8)ID = (Vs3 - Vs1)$$

$$0IA + 0IB + (-Z8)IC + (Z8 + Z9)ID = Vs2$$



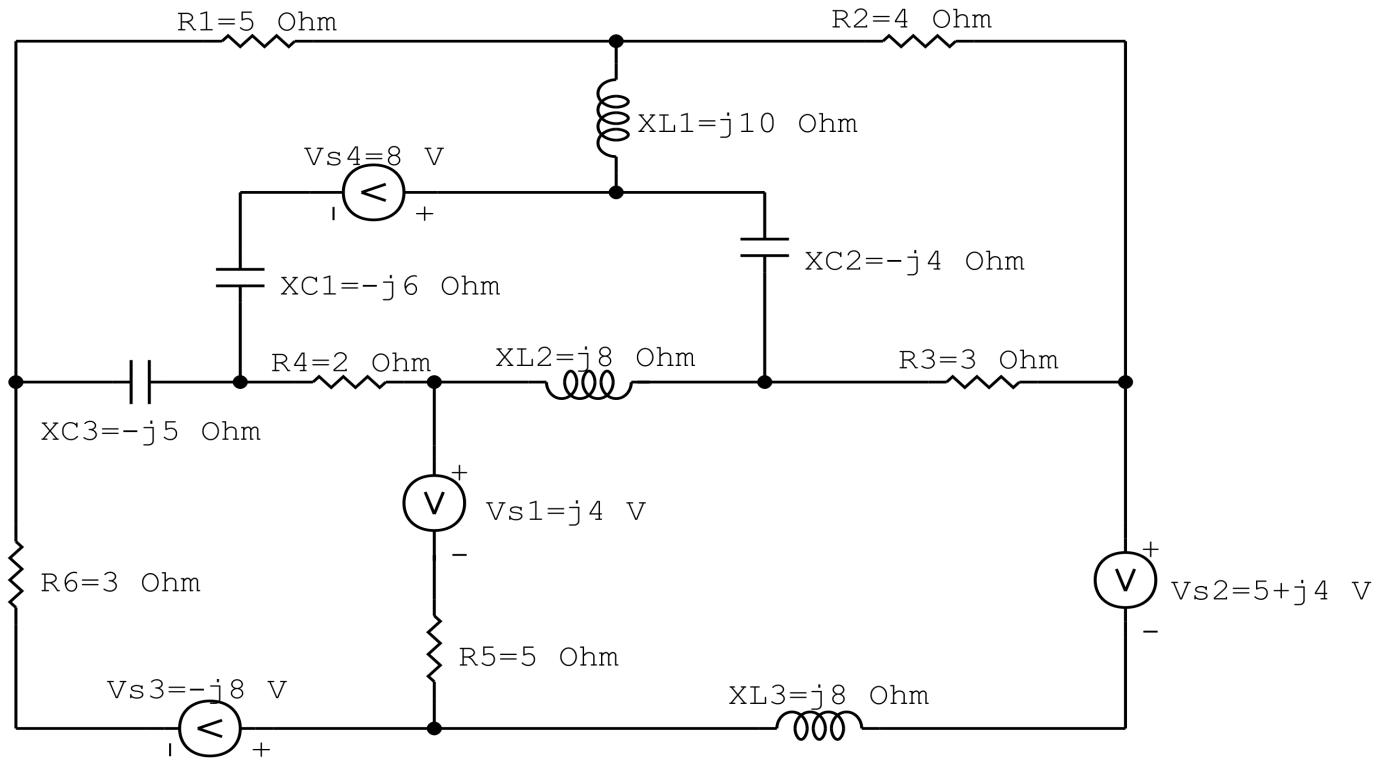
Mostrado a seguir na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (Z_1 + Z_4 + Z_3 + Z_6) & -Z_4 & -Z_6 & 0 \\ -Z_4 & (Z_2 + Z_4 + Z_5) & 0 & 0 \\ -Z_6 & 0 & (Z_6 + Z_7 + Z_8) & -Z_8 \\ 0 & 0 & -Z_8 & (Z_8 + Z_9) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Vs_1 \\ -Vs_2 \\ Vs_3 - Vs_1 \\ Vs_2 \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:

$$\begin{bmatrix} (16 + j12) & -(2 + j3) & -(4 + j3) & 0 \\ -(2 + j3) & (20 - j3) & 0 & 0 \\ -(4 + j3) & 0 & (11 + j7) & -(2 - j1) \\ 0 & 0 & -(2 - j1) & (8 - j4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (4 + j3) \\ -(4 - j7) \\ (-j2) \\ (4 - j7) \end{bmatrix}$$

## Questão 4.2 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.



circ malha ca dom f v z insp 02

Figura 64: Circuito elétrico 1.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

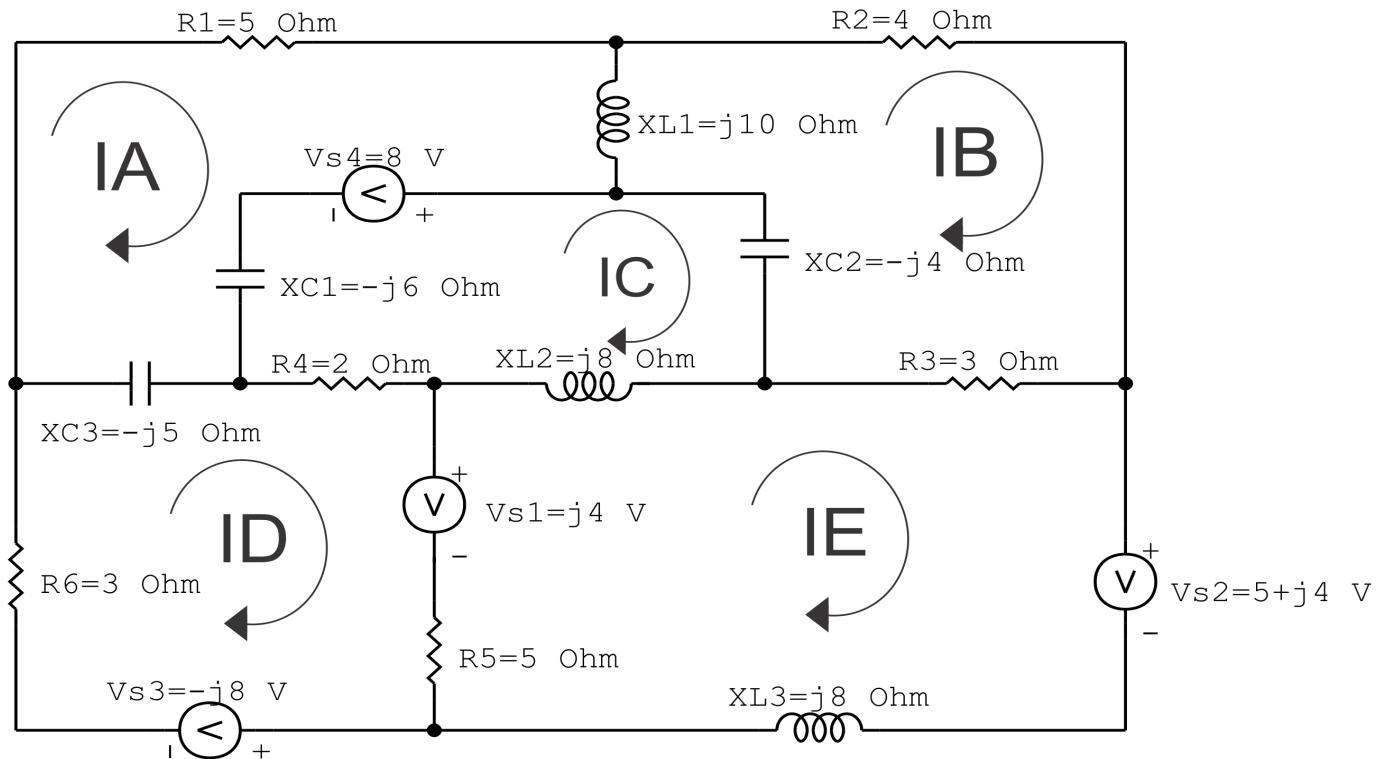
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.**

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha ca dom f v z insp 02

Figura 65: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 5 \Omega \quad R2 = 4 \Omega \quad R3 = 3 \Omega$$

$$R4 = 2 \Omega \quad R5 = 5 \Omega \quad R6 = 3 \Omega$$

$$XC1 = -j6 \Omega \quad XC2 = -j4 \Omega \quad XC3 = -j5 \Omega$$

$$XL1 = j10 \Omega \quad XL2 = j8 \Omega \quad XL3 = j8 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(R1 + XL1 + XC1 + XC3)IA + (-XL1)IB + (-XC1)IC + (-XC3)ID + 0IE = -Vs4$$

$$(-XL1)IA + (R2 + R3 + XC2 + XL1)IB + (-XC2)IC + 0ID + (-R3)IE = 0$$

$$(-XC1)IA + (-XC2)IB + (XC1 + XC2 + XL2 + R4)IC + (-R4)ID + (-XL2)IE = Vs4$$

$$(-XC3)IA + 0IB + (-R4)IC + (R6 + XC3 + R4 + R5)ID + (-R5)IE = -(Vs3 + Vs1)$$

$$0IA + (-R3)IB + (-XL2)IC + (-R5)ID(XL2 + R3 + XL3 + R5)IE = Vs1$$



Mostrado a seguir na forma matricial:

$$\left[ \begin{array}{c} (R1 + XL1 + XC1 + XC3) \\ (-XL1) \\ (-XC1) \\ (-XC3) \\ 0 \\ -Vs4 \\ 0 \\ Vs4 \\ -(Vs3 + Vs1) \\ (Vs1 - Vs2) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} (-XL1) \\ (R2 + R3 + XC2 + XL1) \\ (-XC2) \\ 0 \\ (-R3) \\ (XC1 + XC2 + XL2 + R4) \\ (-R4) \\ (-XL2) \\ (R6 + XC3 + R4 + R5) \\ (-R5) \\ (XL2 + R3 + XL3 + R5) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} (-XC1) \\ (-XC2) \\ 0 \\ (-R4) \\ (-R5) \\ 0 \\ (-R3) \\ (-XL2) \\ (-R5) \\ (XL2 + R3 + XL3 + R5) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} IA \\ IB \\ IC \\ ID \\ IE \end{array} \right] =$$

Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:

$$\left[ \begin{array}{ccccc} (5 - j) & -j10 & j6 & j5 & 0 \\ -j10 & (7 + j6) & j4 & 0 & -3 \\ j6 & j4 & (2 - j2) & -2 & -j8 \\ j5 & 0 & -2 & (10 - j5) & -5 \\ 0 & -3 & -j8 & -5 & (8 + j16) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} IA \\ IB \\ IC \\ ID \\ IE \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} -8 \\ 0 \\ 8 \\ j4 \\ -5 \end{array} \right]$$