
Desvanecimento em Pequena Escala

CSF29008 - 2015/2

Prof. Bruno Fontana da Silva

Engenharia de Telecomunicações
Instituto Federal de Santa Catarina
Campus São José
bruno.fontana@ifsc.edu.br

03 de agosto de 2015



Introdução



Desvanecimento de Pequena Escala

Desvanecimento (*Fading*)

É um modelo utilizado para descrever **flutuações rápidas nas amplitudes, fases ou atrasos multipercurso** de um sinal de rádio durante um curto intervalo de tempo ou uma curta distância de propagação. Geralmente, as variações de perda de potência por percurso (larga escala) podem ser desprezadas neste cenário [2].

Propagação de Multipercurso

Considerando ambientes complexos e variantes no tempo, devido à presença de diferentes objetos refletores, difratores e dispersores, o destino recebe **múltiplas cópias do sinal transmitido**. Essas cópias podem estar deslocadas no tempo (atrasadas entre si), com orientações espaciais diferentes e com diferentes distorções de amplitude e fase.



Desvanecimento de Pequena Escala

Efeitos do Desvanecimento

- rápidas variações da intensidade do sinal (curto intervalo de tempo ou curta distância);
- dispersão no tempo (ecos) causados por propagação de componentes multipercurso;
- modulação aleatória de frequência devido a deslocamentos Doppler variante sem cada sinal multipercurso.

Fatores que influenciam o desvanecimento

- propagação multipercurso;
- velocidade (relativa) do móvel;
- velocidade de objetos do ambiente eletromagnético do canal;
- largura de banda do sinal transmitido.



Desvanecimentos - Introdução

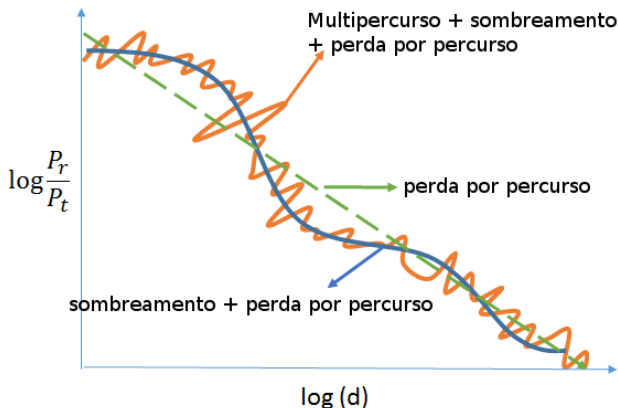


Figura 1 : Diferentes efeitos do canal de comunicação sem fio na intensidade do sinal recebido¹.

¹Adaptado de <http://www.gaussianwaves.com/2013/07/channel-modeling-an-introduction/>



Deslocamento Doppler

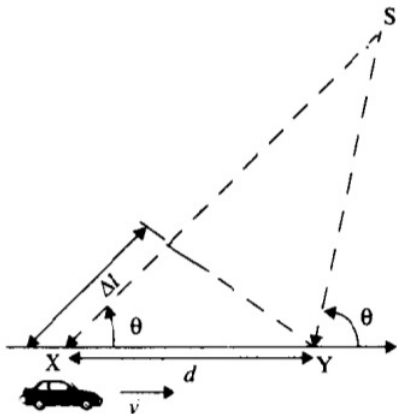


Figura 2 : Ilustração do efeito Doppler².

²Figura retirada de [2].



Deslocamento Doppler

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} v \Delta t \cos \theta \quad (1)$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} \cos \theta \quad (2)$$

- $\Delta\phi$ é a variação de fase devido a mudança do caminho percorrido pelo sinal;
- f_d é o desvio (ou deslocamento) Doppler;
- v é a velocidade do móvel (constante);
- d é a distância percorrida pelo móvel entre as duas posições (X e Y);
- Δt é o tempo de deslocamento do móvel entre as posições analisadas (X e Y);
- Δl é a diferença de comprimento do percurso do sinal;
- $\lambda = c/f_c$ é o comprimento de onda do sinal.



Modelo de Resposta ao Impulso do Canal Multipercurso



Sinais Transmitidos e Recebidos

Sinal Transmitido

$$s(t) = \Re \left(u(t) e^{i2\pi f_c t} \right) \quad (3a)$$

$$= \Re(u(t)) \cos(2\pi f_c t) - \Im(u(t)) \sin(2\pi f_c t) \quad (3b)$$

- $u(t)$ é o envelope complexo de $s(t)$ com banda B_u ;
- f_c é a frequência de portadora.



Sinal Recebido

$$r(t) = \Re \left(\sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) u(t - \tau_n(t)) e^{i(2\pi f_c(t - \tau_n(t)) + \phi_{D_n})} \right) \quad (4)$$

- $n = 0$ correspondente ao percurso de LOS;
- existem $N(t)$ componentes multipercurso resolvíveis;
- $\alpha_n(t)$ é a amplitude da n -ésima componente multipercurso;
- $\tau_n(t) = l_n(t)/c$ são os atrasos correspondentes de cada componente, sendo $l_n(t)$ o comprimento do percurso da n -ésima componente;
- ϕ_{D_n} é o desvio de fase Doppler.



Sinais Transmitidos e Recebidos

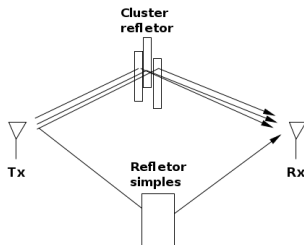


Figura 3 : Tipos de componentes recebidas³.

- **Reflexões simples:** componentes cujas correspondentes amplitudes $\alpha_n(t)$ são baseadas em algum modelo de perda de percurso e sombreamento, com atraso $\tau_n(t)$, desvio de fase $e^{i2\pi f_c \tau_n(t)}$ e desvio Doppler $f_{D_n}(t) = v \cos(\theta_n(t))/\lambda$ (sendo $\theta_n(t)$ o ângulo de chegada da componente); o desvio de fase Doppler correspondente é $\phi_{D_n} = \int_t 2\pi f_{D_n}(t) dt$.

³Figura retirada de [1].



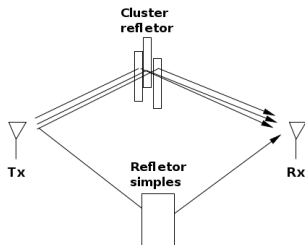


Figura 3 : Tipos de componentes recebidas³.

- **Cluster de Reflexões:** sejam duas componentes refletidas do cluster, com atrasos τ_1 e τ_2 ; diz-se que as componentes são **resolvíveis** se $|\tau_1 - \tau_2| > B_u^{-1}$; componentes multipercurso que não satisfazem essa condição não podem ser separadas no receptor, pois $u(t - \tau_1) \approx u(t - \tau_2)$, e são chamadas de **não-resolvíveis**.

³Figura retirada de [1].

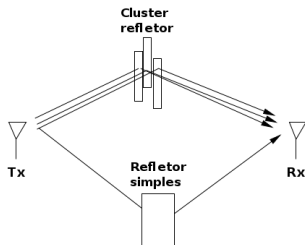


Figura 3 : Tipos de componentes recebidas³.

- Componentes **não-resolvíveis** são combinadas em uma única componente com atraso $\tau \approx \tau_1 \approx \tau_2$ e com amplitude/fase correspondente à soma das componentes. Isso causará variações rápidas de amplitude nessas componentes, devido as interferências construtivas/destrutivas.

³Figura retirada de [1].



Sinais Transmitidos e Recebidos

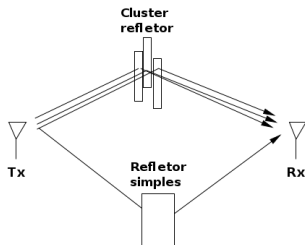


Figura 3 : Tipos de componentes recebidas³.

- Em geral, canais banda-larga possuem componentes multipercurso resolvíveis e em canais banda estreita tendem a existir componentes não-resolvíveis contribuindo em cada termo multipercurso.

³Figura retirada de [1].



Sinais Transmitidos e Recebidos

Sinal Recebido

$$r(t) = \Re \left(\left(\sum_0^{N(t)} \alpha_n(t) e^{-i\phi_n(t)} u(t - \tau_n(t)) \right) e^{i2\pi f_c t} \right) \quad (5)$$

na qual $\phi_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t) - \phi_{D_n}$.

- $\alpha_n(t)$, $\tau_n(t)$ e ϕ_{D_n} são variantes no tempo e serão considerados como processos estocásticos estacionários e ergódicos; dessa forma, o sinal recebido é também um processo aleatório estacionário e ergódico;
- como $\alpha_n(t)$ é função da perda de percuso e do sombreamento e $\phi_n(t)$ é função do efeito Doppler, portanto são processos geralmente independentes;
- em canais banda larga, esses parâmetros mudam lentamente conforme as variações do ambiente;
- para canais de banda estreita, esses parâmetros mudam rapidamente, na ordem do comprimento de onda do sinal, devido à adições construtivas e destrutivas das diferentes componentes.



Modelo de Entrada/Saída

O sinal recebido pode ser obtido pela convolução do sinal de entrada banda-base $u(t)$ com o equivalente passa-baixas da resposta ao impulso do canal-variante do tempo, $c(\tau, t)$.

Sinal Recebido

$$r(t) = \Re \left(\left(\int_{-\infty}^{\infty} c(\tau, t) u(t - \tau) d\tau \right) e^{i2\pi f_c t} \right) \quad (6)$$

- t é a variável de tempo de observação no receptor;
- τ é um parâmetro que marca o instante em que um impulso é colocado na entrada do canal.

Equivalente passa-baixas da resposta ao impulso do canal variante no tempo

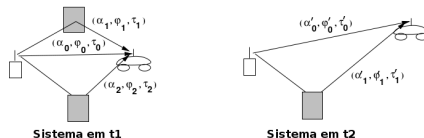
Observe que

$$c(\tau, t) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) e^{-i\phi_n(t)} \delta(t - \tau_n(t)) \quad (7)$$

sendo $\delta(t)$ a função impulso unitário ou delta de Dirac.



Canal Multipercurso Variante no Tempo



Sistema em t_1

Sistema em t_2

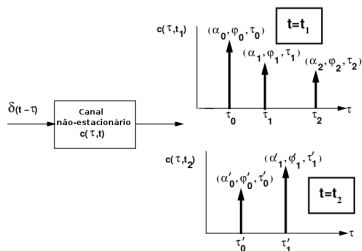


Figura 4 : Sistema multipercurso e resposta não-estacionária ao impulso do canal variante no tempo em dois momentos diferentes de medição⁵. Ou seja, $c(\tau, t_1) \neq c(\tau, t_2)$.

⁵Figura retirada de [1].



Canal Multipercurso Variante no Tempo

Canal Invariante no Tempo

Se o canal for invariante no tempo, os parâmetros variantes função de t tornam-se constantes e $c(\tau, t) = c(\tau)$. Para canais com **componentes multipercurso discretas**,

$$c(\tau) = \sum_{n=0}^N \alpha_n e^{-i\phi_n} \delta(\tau - \tau_n), \quad (8)$$

e para canais com **componentes multipercurso contínuas**,

$$c(\tau) = \alpha_n e^{-i\phi_n} \delta(\tau - \tau_n). \quad (9)$$

Neste caso, observe que a resposta ao impulso $c(\tau, t_1)$ será apenas uma versão deslocada da resposta ao impulso $c(\tau, t_2)$.



Canal Multipercurso

- Para frequências de portadora típicas, $f_c \tau_n(t) \gg 1$ (por exemplo, considerando $f_c = 1$ GHz e $\tau_n = 50$ ns, então $f_c \tau_n = 50 \gg 1$);
- 50 ns é um valor típico para ambientes *indoor*, em ambientes *outdoor* o atraso é tipicamente maior que esse valor, mantendo a mesma propriedade;
- $f_c \tau_n(t) \gg 1$ significa que pequenas variações do atraso de percurso $\tau_n(t)$ podem levar a fortes variações de fase, visto que $\phi_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t) - \phi_{D_n} - \phi_0$;
- variações rápidas de fase em cada multipercurso causam adições construtivas e destrutivas das componentes do sinal recebido, levando a rápidas variações da intensidade do sinal, fenômeno denominado **desvanecimento**;
- um parâmetro denominado **espalhamento temporal** (*delay spread*), T_m , é utilizado para caracterizar dois tipos de modelos: banda-estreita ou banda-larga;



Canal Multipercurso

- para T_m pequeno (relativo ao inverso da banda do sinal, B_u^{-1}), a LOS e as componentes multipercurso são tipicamente não-resolvíveis, levando ao **modelo de banda-estreita**;
- para T_m grande, a LOS e as demais componentes são tipicamente resolvíveis em algum número de componentes discretas, e então é necessário utilizar o **modelo de banda-larga**;
- T_m pode ser caracterizado de várias formas, e há variações entre autores - será considerado aqui o valor rms do espalhamento temporal, ou seja, $T_{m,rms}$;
- faixa típica de espalhamento temporal em
 - ambientes indoor: 10 – 1000 ns;
 - subúrbios: 200 – 2000 ns;
 - áreas urbanas: 1 – 30 μ s.



Modelo de Banda Estreita



Sinal Recebido



Modelo de Banda Estreita

Hipóteses:

- O espalhamento temporal é pequeno relativo ao inverso da banda do sinal transmitido;
- i.e, $T_m \ll B^{-1}$;
- essa hipótese implica que $\tau_j \leq T_m \forall j$, e portanto $u(t - \tau_j) \approx u(t) \forall j$.

Sinal Recebido

$$r(t) = \Re \left(\underbrace{\left(\sum_n \alpha_n(t) e^{-i\phi_n(t)} \right)}_{\text{fator multiplicativo} \in \mathbb{C}} u(t) e^{i2\pi f_c t} \right) \quad (10)$$



Modelo de Banda Estreita

Para fazer a caracterização do fator complexo, considere um sinal de portadora não modulado $s(t) = \Re\left(e^{i(2\pi f_c t - \phi_0)}\right) = \cos(2\pi f_c t - \phi_0)$, sendo ϕ_0 um deslocamento aleatório de fase da portadora.

Sinal Recebido

$$r(t) = \Re\left(\left(\sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) e^{-i\phi_n(t)}\right) e^{i2\pi f_c t}\right) \quad (11)$$

sendo que ϕ_0 foi incorporado em $\phi_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t) - \phi_{D_n} - \phi_0$

Definimos

$$r(t) = r_I(t) \cos(2\pi f_c t) + r_Q(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (12a)$$

$$r_I(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) \cos(\phi_n(t)), \quad (12b)$$

$$r_Q(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) \sin(\phi_n(t)). \quad (12c)$$



Modelo de Banda Estreita

- Se $N(t)$ é grande, pode-se invocar o teorema do limite central para aproximar $r_I(t), r_Q(t)$ por processos aleatórios conjuntamente Gaussianos;
- essa propriedade também é válida para $N(t)$ pequeno se $\alpha_n(t)$ for caracterizado com distribuição Rayleigh e $\phi_n(t)$ possuir distribuição uniforme no intervalo $[-\pi, \pi]$;
- a última afirmação é válida quando a n -ésima componente resulta de uma reflexão de cluster com um grande número de componentes multipercurso não-resolvíveis.



Funções de Autocorrelação



Autocorrelação e Correlação Cruzada

Hipóteses:

- ausência de uma componente LOS dominante;
- amplitudes, atrasos e frequência Doppler das componentes variam lentamente no intervalo de interesse, ou seja, $\alpha_n(t) \approx \alpha_n$, $\tau_n(t) \approx \tau_n$ e $f_{D_n}(t) \approx f_{D_n}$ (levando a $\phi_{D_n}(t) = 2\pi f_{D_n} t$);
- portanto, $\phi_n(t) = 2\pi f_c \tau_n - 2\pi f_{D_n} t - \phi_0$
- para n -ésima componente multipercurso, o termo $2\pi f_c \tau_n$ em $\phi_n(t)$ varia rapidamente em relação aos demais termos de fase na mesma expressão;
- sob essa hipótese, $\phi_n(t)$ é considerada um processo aleatório uniformemente distribuído no intervalo $[-\pi, \pi]$.



Autocorrelação e Correlação Cruzada

Valor Médio das Componentes em Fase e Quadratura

$$\mathcal{E}(r_I(t)) = \mathcal{E}\left(\sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) \cos(\phi_n(t))\right) \quad (13a)$$

$$= \sum_{n=0}^{N(t)} \mathcal{E}(\alpha_n(t)) \mathcal{E}(\cos(\phi_n(t))) \quad (13b)$$

$$= 0. \quad (13c)$$

Similarmente,

$$\mathcal{E}(r_Q(t)) = 0. \quad (14)$$

Portanto, o sinal recebido $r(t)$ também é um processo Gaussiano de média nula, i.e, $\mathcal{E}(r(t)) = 0$. Essa propriedade muda quando há a existência de uma LOS dominante no canal.



Autocorrelação e Correlação Cruzada

Autocorrelação

$$A_{r_I}(t, \tau) = \mathcal{E} (r_I(t)r_I(t + \tau)) \quad (15a)$$

$$= \mathcal{E} \left(\sum_n \alpha_n \cos (\phi_n(t)) \sum_m \alpha_m \cos (\phi_m(t + \tau)) \right) \quad (15b)$$

$$= \sum_n \sum_m \mathcal{E} (\alpha_n \alpha_m) \mathcal{E} (\cos (\phi_n(t)) \cos (\phi_m(t + \tau))) \quad (15c)$$

$$= \sum_n \mathcal{E} (\alpha_n^2) \mathcal{E} (\cos (\phi_n(t)) \cos (\phi_n(t + \tau))) \quad (15d)$$



Autocorrelação e Correlação Cruzada

Substituindo $\phi_n(t) = 2\pi f_c \tau_n - 2\pi f_{D_n} t - \phi_0$ e $\phi_n(t + \tau) = 2\pi f_c \tau_n - 2\pi f_{D_n} (t + \tau) - \phi_0$, obtém-se

$$\mathcal{E}(\cos(\phi_n(t)) \cos(\phi_n(t + \tau))) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(\cos(2\pi f_{D_n} \tau)) + \frac{1}{2} \mathcal{E}(\cos(4\pi f_c \tau - 4\pi f_{D_n} t - 2\pi f_{D_n} \tau - 2\phi_0)) \quad (16)$$

Como $4\pi f_c \tau$ varia rapidamente comparado aos outros termos de fase e é uniformemente distribuído, o segundo valor esperado da equação anterior torna-se nulo, e portanto:

Autocorrelação

$$A_{r_I}(t, \tau) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(\cos(2\pi f_{D_n} \tau)) \quad (17a)$$

$$= \frac{1}{2} \mathcal{E}\left(\cos\left(2\pi v \tau \frac{\cos \theta_n}{\lambda}\right)\right) \quad (17b)$$

Como $A_{r_I}(t, \tau)$ é independente de t , ou seja, $A_{r_I}(t, \tau) = A_{r_I}(\tau)$, então $r_I(t)$ é um processo aleatório WSS.



Autocorrelação e Correlação Cruzada

Correlação Cruzada

$$A_{r_I, r_Q}(t, \tau) = A_{r_I, r_Q}(\tau) \quad (18a)$$

$$= \mathcal{E}(r_I(t)r_Q(t + \tau)) \quad (18b)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_n \mathcal{E}(\alpha_n^2) \sin\left(\frac{2\pi v\tau \cos \theta_n}{\lambda}\right) \quad (18c)$$

$$= -\mathcal{E}(r_Q(t)r_I(t + \tau)). \quad (18d)$$

Observe que para $\tau = 0$, $A_{r_I, r_Q}(0) = 0$, ou seja, $r_I(t)$ e $r_Q(t)$ tornam-se independentes.



Autocorrelação do Sinal Recebido

Usando os resultados anteriores, é possível mostrar que o sinal recebido é também um processo aleatório WSS cuja função de autocorrelação é:

$$A_r(\tau) = \mathcal{E} (r(t)r(t + \tau)) \quad (19a)$$

$$= A_{r_I}(\tau) \cos (2\pi f_c \tau) + A_{r_I, r_Q}(\tau) \sin (2\pi f_c \tau) \quad (19b)$$



Modelo Simplificado de Clarke-Jakes



Ambiente de Dispersão Uniforme

- assume um canal com vários elementos dispersores concentrados em um determinado ângulo (Figura 5);
- considera N multipercursos com ângulo de chegada $\theta_n = n\Delta\theta = n \left(\frac{2\pi}{N} \right)$;
- assume que todas as componentes tem a mesma potência, i.e. $\mathcal{E} \left(\alpha_n^2 \right) = 2P_r/N$.

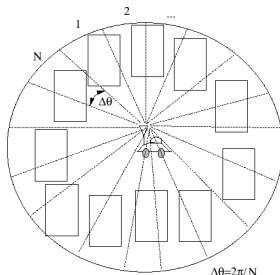


Figura 5 : Modelo de dispersão de Clarke-Jakes⁶.

⁶Figura retirada de [1].



Ambiente de Dispersão Uniforme

No modelo de Clarke-Jakes, as funções de correção são simplificadas para:

$$A_{r_I}(\tau) = \frac{P_r}{2\pi} \sum_{n=1}^N \cos\left(\frac{2\pi v\tau}{\lambda} \cos(n\Delta\theta)\right) \Delta\theta \quad (20a)$$

$$A_{r_I, r_Q}(\tau) = -\frac{P_r}{2\pi} \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{2\pi v\tau}{\lambda} \cos(n\Delta\theta)\right) \Delta\theta \quad (20b)$$

Para $N \rightarrow \infty$ e $\Delta\theta \rightarrow 0$, os somatórios tornam-se as integrais $\int \cos\left(\frac{2\pi v\tau}{\lambda} \cos(\theta)\right) d\theta$ e $\int \sin\left(\frac{2\pi v\tau}{\lambda} \cos(\theta)\right) d\theta = 0$. Usando a função de Bessel de ordem zero $J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{ix \cos \theta} d\theta$, a função de autocorrelação $A_{r_I}(\tau)$ pode ser re-escrita como:

$$A_{r_I}(\tau) = P_r J_0(2\pi f_D \tau), \quad (21)$$

sendo $f_D = v/\lambda$.



Ambiente de Dispersão Uniforme

$$A_{r_I}(\tau) = P_r J_0(2\pi f_D \tau)$$

Normalizando a função de autocorrelação $A_{r_I}(\tau)/P_r$, pode-se verificar o gráfico de correlação da componente r_I em função de $f_D \tau$.

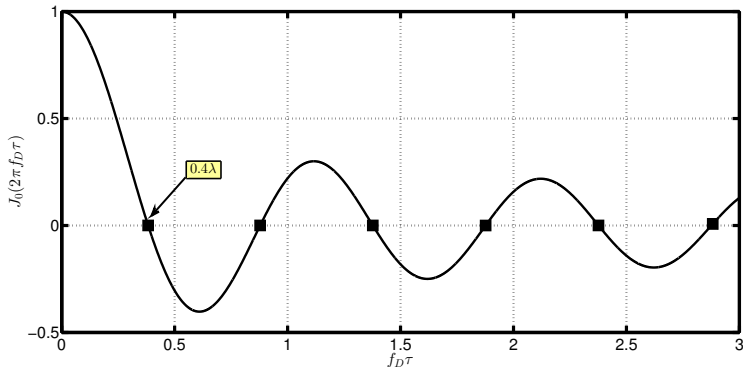


Figura 6 : Função de Bessel $\times f_D \tau$. A decorrelação ocorre a uma distância de $v\tau = 0.4\lambda$.



Densidade Espectral de Potência (PSD)

As PSDs dos sinais banda-base $r_I(t)$ e $r_Q(t)$, denotadas respectivamente $S_{r_I}(f)$ e $S_{r_Q}(f)$, são obtidas pela transformada de Fourier das respectivas funções de autocorrelação em relação ao parâmetro de atraso τ .

$$S_{r_I}(f) = S_{r_Q}(f) \quad (22a)$$

$$= \mathcal{F}(A_{r_I}(\tau)) \quad (22b)$$

$$= \begin{cases} \frac{P_r}{2\pi f_D} \frac{1}{\sqrt{1 - (f/f_D)^2}}, & |f| \leq f_D \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases} \quad (22c)$$



Densidade Espectral de Potência (PSD)

Com o resultado anterior, a densidade espectral de potência do sinal recebido $r(t)$ (denominada $S_r(f)$) no ambiente de dispersão uniforme de Clarke-Jakes é dada por

$$S_r(f) = \mathcal{F}(A_r(\tau)) \quad (23a)$$

$$= \frac{1}{4} (S_{r_I}(f - f_c) + S_{r_I}(f + f_c)) \quad (23b)$$

$$= \begin{cases} \frac{P_r}{4\pi f_D} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{|f - f_c|}{f_D}\right)^2}}, & |f - f_c| \leq f_D \\ 0, & \text{outros casos.} \end{cases} \quad (23c)$$



Distribuições do Envelope e da Potência Recebida



Distribuição de Envelope

Para $\phi_n(t)$ uniformemente distribuída, observou-se que r_I e r_Q são ambas variáveis aleatórias Gaussianas com média nula. Assumindo $\text{var}(r_I(t)) = \text{var}(r_Q(t)) = \sigma^2$, então **o envelope do sinal recebido**, dado por

$$z(t) = |r(t)| = \sqrt{r_I^2(t) + r_Q^2(t)} \quad (24)$$

segue uma distribuição **Rayleigh** cuja pdf é dada por

$$p_Z(z) = \frac{2z}{P_r} e^{-z^2/P_r} \quad (25a)$$

$$= \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}, \quad z \geq 0, \quad (25b)$$

na qual $P_r = \sum_n \mathcal{E}(\alpha_n^2) = 2\sigma^2$ é a potência média do sinal recebido, baseada apenas em modelos de perda de percurso e sombreamento.



Distribuição de Potência

Aplicando uma mudança de variável para $z^2(t) = |r(t)|^2$, obtém-se

$$p_{Z^2}(x) = \frac{1}{P_r} e^{-x/P_r} \quad (26a)$$

$$= \frac{1}{2\sigma^2} e^{-x/(2\sigma^2)}, \quad x \geq 0, \quad (26b)$$

Observe que a potência recebida é distribuída com pdf exponencial e média $2\sigma^2$.



Modelo Banda Estreita de Banda-Base

O sinal complexo equivalente passa-baixas de $r(t)$, denotado $r_{LP}(t)$ é dado por

$$r_{LP}(t) = r_I(t) + ir_Q(t), \quad (27)$$

cuja fase é $\theta = \arctan\left(\frac{r_Q(t)}{r_I(t)}\right)$.

- Sendo $r_I(t)$ e $r_Q(t)$ variáveis aleatórias Gaussianas decorrelacionadas, pode-se mostrar que θ é uniformemente distribuído e independente de $|r_{LP}|$;
- portanto, $r(t)$ tem amplitude com distribuição Rayleigh e fase uniforme, sendo amplitude e fase mutualmente independentes.
- ver distribuição de desvanecimento de Rice para incluir a LOS;
- ver distribuição de desvanecimento de Nakagami para ajustar medições empíricas.



Modelo de Desvanecimento Banda Larga



Desvanecimento de Sinais Banda Larga

- modulações lineares consistem de trens de pulsos de largura T , transmitidos através de canais multipercurso;
- sinais são considerados de banda larga quando **a largura dos pulsos transmitidos é muito menor que o espalhamento temporal do canal**, ou seja, $T \ll T_m$;
- assim, cada componente multipercurso pode ser resolvida separadamente;
- durante a convolução, as componentes multipercurso interferem com os pulsos subsequentes, efeito chamado de **interferência intersimbólica (ISI)**;
- diferente dos sinais de banda estreita, com o aumento de B_u a aproximação $u(t - \tau_n(t)) \approx u(t)$ não é mais válida;



Desvanecimento de Sinais Banda Larga

Para mitigar os efeitos de ISI, podem-se aplicar as seguintes técnicas:

- equalização de canal;
- sistemas multiportadora;
- espalhamento espectral.

Nos canais de banda estreita, realizamos a caracterização do sinal recebido apenas com os processos aleatórios de amplitude e fase.

Para sinais de banda larga, deve-se levar em conta na caracterização do sinal recebido o espalhamento temporal multipercurso e as variações temporais do canal.



Modelo do Canal de Banda Larga

Seja $c(\tau, t)$ o equivalente passa-baixas da resposta ao impulso do canal variante no tempo, em que o valor de τ define resposta ao impulso correspondente a um dado atraso multipercurso e t representa as variações temporais.

Função de Espalhamento Determinística

A transformada de Fourier de $c(\tau, t)$ em relação à variável t é dada por

$$S_c(\tau, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau, t) e^{-i2\pi\rho t} dt, \quad (28)$$

e é definida como a função de espalhamento determinística do equivalente passa-baixas da resposta ao impulso do canal. O parâmetro ρ está associado a valores de frequência e captura as características Doppler do canal.



Modelo do Canal de Banda Larga

Tipicamente, a função variante no tempo da resposta ao impulso dos canais é **aleatória** e não determinística. Portanto, é necessário caracterizá-la estatisticamente ou através de medições.

No modelo banda estreita, assumimos que a fase de cada componente multipercurso era uniformemente distribuída, tornando as componentes em fase e em quadratura de $c(\tau, t)$ processos Gaussianos independentes com a mesma autocorrelação, média nula e correlação cruzada nula.

As mesmas características estatísticas são válidas se o canal contém apenas um pequeno número de componentes multipercurso, desde que cada uma tenha amplitude Rayleigh e fase uniforme.



Modelo do Canal de Banda Larga

Função de Autocorrelação

Assumindo um modelo de canal estacionário no sentido amplo (WSS), a função de autocorrelação, independente de t , é

$$A_c(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = \mathcal{E}(c^*(\tau_1, t) c(\tau_2, t + \Delta t)), \quad (29)$$

em que Δt representa o intervalo entre dois instantes de tempo.

Tipicamente, a resposta ao impulso de um canal associada com uma dada componente multipercurso de atraso τ_1 é descorrelacionada da resposta ao impulso associada com outra componente multipercurso com atraso τ_2 . Esses canais são definidos como de espalhamento descorrelacionado (US). Incorporando essa propriedade à equação (29), a função de autocorrelação do canal WSSUS é definida como:

$$\mathcal{E}(c^*(\tau_1, t) c(\tau_2, t + \Delta t)) = A_c(\tau_1; \Delta t) \delta(\tau_1 - \tau_2) \triangleq A_c(\tau; \Delta t). \quad (30)$$



Modelo do Canal de Banda Larga

A função $A_c(\tau; \Delta t)$ apresenta a potência de saída média associada com o canal e função do atraso multipercurso $\tau = \tau_1 = \tau_2$ e a diferença de observação no tempo Δt

Função de Espalhamento (canais WSSUS)

A **função de espalhamento** para canais aleatórios é definida como a transformada de Fourier de $A_c(\tau; \Delta t)$ em relação à variável Δt é dada por

$$S_c(\tau, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} A_c(\tau, \Delta t) e^{-i2\pi\rho\Delta t} d\Delta t. \quad (31)$$

Através da função de espalhamento (determinística ou aleatória), é possível extrair algumas características importantes de canais de banda larga: perfil de atraso de potência, banda de coerência, espectro de potência Doppler e tempo de coerência.



Perfil de Potência de Atraso



Perfil de Potência de Atraso

Representa a potência média associada com um dado atraso multipercurso. Pode ser obtido a partir de $A_c(\tau; \Delta t)$ fazendo $\Delta t = 0$, ou seja, $A_c(\tau) \triangleq A_c(\tau; 0)$.

Espalhamento de Atraso Médio e RMS

A partir de $A_c(\tau)$, é possível obter os valores de espalhamento de atraso médio (μ_{T_m}) e RMS (σ_{T_m}), definidos respectivamente como:

$$\mu_{T_m} = \frac{\int_0^{\infty} \tau A_c(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} A_c(\tau) d\tau} \quad (32a)$$

$$\sigma_{T_m} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} (\tau - \mu_{T_m})^2 A_c(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} A_c(\tau) d\tau}} \quad (32b)$$

Observe que nessas definições, há uma ponderação dos atrasos das componentes multipercurso por suas potências relativas (nível de autocorrelação).



Perfil de Potência de Atraso

Pode-se aproximar o espalhamento de canal considerando que $A_c(\tau) \approx 0$ para $\tau > 3\sigma_{T_m}$. Dessa forma, um sinal modulado linearmente com período de símbolo T sofre ISI se $T \ll \sigma_{T_m}$.

Para fins de cálculo, podemos considerar que o critério $T < 0.1\sigma_{T_m}$ (período de símbolo menor que 10% do espalhamento de atraso RMS) implica $T \ll \sigma_{T_m}$, enquanto $T > 10\sigma_{T_m}$ corresponde à $T \gg \sigma_{T_m}$.



Banda de Coerência



Banda de Coerência

Pode-se caracterizar o canal variante no tempo no domínio da frequência aplicando a transformada de Fourier de $c(\tau, t)$ em relação à variável τ . Dessa forma,

$$C(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau, t) e^{i2\pi f\tau} d\tau \quad (33)$$

é uma soma de processos aleatórios Gaussianos complexos de média zero, e portanto é também um processo aleatório Gaussiano complexo de média zero caracterizado por sua função de autocorrelação. Sua autocorrelação é dada por:

$$A_c(f_1, f_2; \Delta t) = \mathcal{E}(C^*(f_1, t) C(f_2, t + \Delta t)) \quad (34)$$

e pode ser simplificada para

$$A_c(\Delta f; \Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_c(\tau, \Delta t) e^{-i2\pi\Delta f\tau} d\tau \quad (35)$$

em que $\Delta f = f_2 - f_1$.



Banda de Coerência

Para $A_c(\Delta f) \triangleq A_c(\Delta f; 0)$, ou seja,

$$A_c(\Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} A_c(\tau) e^{-i2\pi\Delta f\tau} d\tau, \quad (36)$$

temos que $A_c(\Delta f)$ é a transformada de Fourier do perfil de potência de atraso.

- Como se trata de uma função de autocorrelação, a resposta do canal é aproximadamente independente para separações de frequência de Δf tais que $A_c(\Delta f) \approx 0$.
- A frequência $\{B_c : A_c(\Delta f) \approx 0 \forall \Delta f > B_c\}$ é chamada **largura de banda de coerência**.
- A menor separação de frequência B_c para a qual a resposta em frequência é aproximadamente independente é $B_c = 1/\tau'$, em que τ' é escolhido tipicamente como o atraso RMS de $A_c(\tau)$, i.e., $\tau' \triangleq \sigma_{Tm}$.



Banda de Coerência

- Outra formulação é $B_c \approx k/\sigma_{T_m}$, em que k é um parâmetro que depende da forma de $A_c(\tau)$ e da definição precisa de largura de banda de coerência.
- Encontra-se na literatura que $B_c \approx 0.02/\sigma_{T_m}$ aproxima a faixa de frequências sobre a qual a correlação do canal excede 0.9 [1].
- Encontra-se na literatura que $B_c \approx 0.2/\sigma_{T_m}$ aproxima a faixa de frequências sobre a qual a correlação do canal excede 0.5 [1].



Banda de Coerência

Desvanecimento Plano

Quando o desvanecimento sobre a toda largura de banda do sinal transmitido é altamente correlacionado (praticamente igual sobre toda a faixa). Acontece tipicamente ao transmitir um sinal de banda estreita com largura de banda $B_u \ll B_c$.

Desvanecimento Seletivo em Frequência

Ao transmitir um sinal de banda estreita com largura de banda $B_u \gg B_c$, os valores de amplitude do canal em frequências separadas por $\Delta f > B_c$ são praticamente independentes. Portanto, há uma ampla variação de amplitude do canal ao longo da largura de banda do sinal.

Considerando que o período de símbolo do sinal é aproximadamente inverso à sua banda, i.e., $T \approx 1/B_u$, pode-se fazer também a seguinte relação ao **tipo de desvanecimento**:

- **Plano:** $B_u \ll B_c$ corresponde à $T \gg \sigma_{T_m}$.
- **Seletivo em Frequência:** $B_u \gg B_c$ corresponde à $T \ll \sigma_{T_m}$ (ISI).



Banda de Coerência

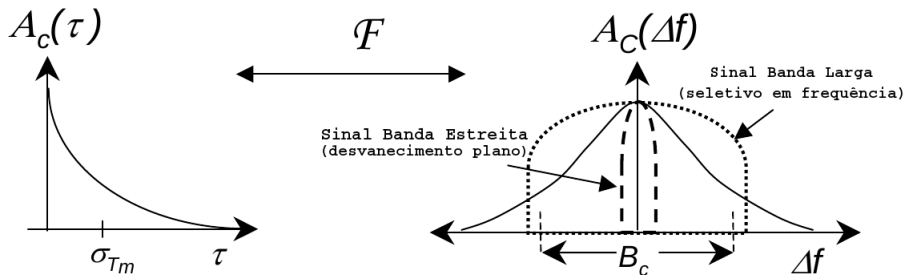


Figura 7 : Ilustração da relação entre o perfil de potência de atraso e banda de coerência⁷.

⁷Figura adaptada de [1].



Espectro de Potência Doppler e Tempo de Coerência do Canal



Espectro de Potência Doppler

- Variações temporais do canal causadas por movimento relativo entre transmissor e receptor causam um deslocamento Doppler no sinal recebido.
- Esse efeito Doppler pode ser caracterizado pela transformada de Fourier de $A_c(\Delta f; \Delta t)$ em relação à Δt :

$$S_c(\Delta f, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} A_c(\Delta f; \Delta t) e^{-i2\pi\rho\Delta t} d\Delta t. \quad (37)$$

- Fazendo $S_c(\rho) \triangleq S_c(\Delta f = 0, \rho)$, pode-se caracterizar o efeito Doppler para uma única frequência.

$$S_c(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} A_c(\Delta t) e^{-i2\pi\rho\Delta t} d\Delta t, \quad (38)$$

sendo $A_c(\Delta t) \triangleq A_c(\Delta f = 0; \Delta t)$.



Tempo de Coerência

- Observe que $A_c(\Delta t)$ é uma função de autocorrelação que define como a resposta ao impulso do canal se descorrelaciona em função do tempo.
- $A_c(\Delta t = T') \approx 0$ indica que as observações da resposta ao impulso do canal separadas por um intervalo de T' são descorrelacionadas e, portanto, independentes (*pois o canal é um processo aleatório Gaussiano*).
- Define-se o **tempo de coerência** T_c como a faixa de valores para a qual $A_c(\Delta t)$ é não-nulo, ou seja, $\{T_c = T' : A_c(\Delta t) \neq 0 \forall \Delta t < T'\}$.
- Portanto, o canal variante no tempo se descorrelaciona após aproximadamente T_c segundos.



Espalhamento Doppler

- A função $S_c(\rho)$ é chamada **espectro de potência Doppler** do canal, pois sendo a transformada de Fourier de uma função de autocorrelação, ela resulta na PSD do sinal recebido em função do valor Doppler ρ .
- O máximo valor de ρ para o qual $|S_c(\rho)| > 0$ é denominado **espalhamento Doppler** do canal, denotado B_D .
- Como $S_c(\rho)$ é a transformada de Fourier de $A_c(\Delta t)$, tem-se a relação $B_D \approx 1/T_c$.
- Se os transmissores e refletores forem todos estacionários e o receptor se move a uma velocidade v , então $B_D \leq v/\lambda = f_D$.
- Em geral, $B_D \approx k/T_c$, sendo k uma constante dependente do formato de $S_c(\rho)$ (por exemplo, em banda estreita, no modelo de Clarke-Jakes, as amostras tornavam-se independentes com $\Delta t = 0.4/f_D$).



Resumo da Caracterização de Modelos Banda Larga



Funções de Espalhamento e Autocorrelação

- $A_c(\tau, \Delta t)$ é a função de **autocorrelação do canal**.
- $S_c(\tau, \rho)$ é a função de **espalhamento do canal**.

$$A_c(\tau, \Delta t) \begin{matrix} \xrightarrow{\mathcal{F}_{\Delta t}} \\ \xleftarrow{\mathcal{F}_{\rho}^{-1}} \end{matrix} S_c(\tau, \rho) \quad (39)$$

- $A_c(\Delta f, \Delta t)$ é a função de **autocorrelação do canal no domínio da frequência** (em relação à τ).
- $S_c(\Delta f, \rho)$ é o **espectro de potência Doppler**.

$$A_c(\Delta f, \Delta t) \begin{matrix} \xrightarrow{\mathcal{F}_{\Delta t}} \\ \xleftarrow{\mathcal{F}_{\rho}^{-1}} \end{matrix} S_c(\Delta f, \rho) \quad (40)$$



Funções de Espalhamento e Autocorrelação

$$A_c(\Delta f, \Delta t) = \mathcal{F}_\tau \{A_c(\tau, \Delta t)\} \quad (41)$$

- $A_c(\tau, \Delta t = 0)$ é o perfil de potência de atraso (caracteriza o espalhamento de atraso RMS).
- $A_c(\Delta f, \Delta t = 0)$ caracteriza a **banda de coerência**.
- $A_c(\Delta f = 0, \Delta t)$ caracteriza o **tempo de coerência**.

$$S_c(\Delta f, \rho) = \mathcal{F}_\tau \{S_c(\tau, \rho)\} \quad (42)$$

- $S_c(\Delta f = 0, \rho)$ caracteriza o **espalhamento Doppler**.



Funções de Espalhamento e Autocorrelação

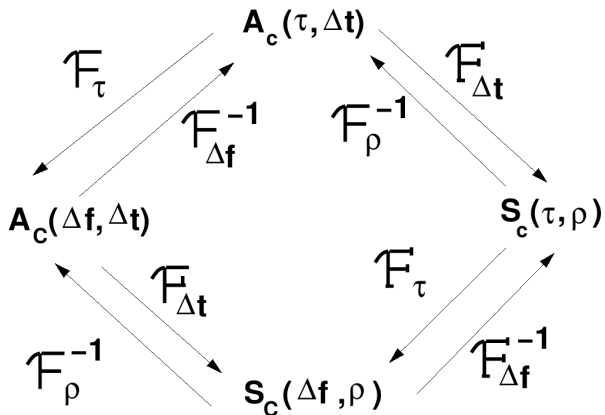


Figura 8 : Relações entre as funções de espalhamento e autocorrelação⁸.

⁸Figura retirada de [1].



Modelo Discreto de Multipercursos



Modelo Discreto de Multipercursos

- Seja um sinal de modulação linear com período de símbolo $T \approx 1/B_u$.
- Neste modelo, as componentes multipercurso formam clusters de subpercurso;
- Percursos de chegada de um subpercurso com atraso aproximado de τ_n são combinados;
- Percursos de chegada em clusters de subpercurso diferentes, com atrasos τ_n e τ_m , em que $|\tau_n - \tau_m| > T$ podem ser resolvidos separadamente;
- O modelo de canal da Equação (7) é modificado para incluir um número fixo $N + 1$ desses clusters de subpercurso:

$$c(\tau, t) = \sum_{n=0}^N \alpha_n(t) e^{-i\phi_n(t)} \delta(t - \tau_n(t)) \quad (43)$$

- Para t fixo, as estatísticas do sinal recebido são definidas pelas estatísticas de $\{\tau_n\}_0^N$, $\{\alpha_n\}_0^N$ e $\{\phi_n\}_0^N$.



Modelo Discreto de Multipercursos

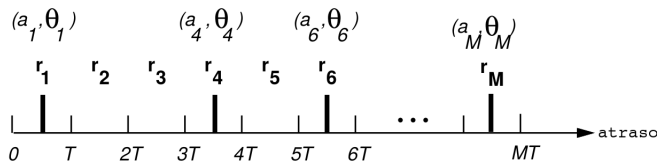


Figura 9 : Aproximação de tempo discreto de multipercursos.⁹

- Para t fixo, o eixo de tempo de atrasos é dividido em M intervalos idênticos;
- A duração de cada intervalo (resolução) é T , de forma que $MT \geq \sigma_{T_m}$ seja o espalhamento multipercurso do modelo discreto;
- r_n , para $1 \leq n \leq M$ é uma função indicadora, sendo $r_n = 1$ quando há uma componente multipercurso no intervalo, e 0 caso contrário;

⁹Figura adaptada de [1].



Modelo Discreto de Multipercursos

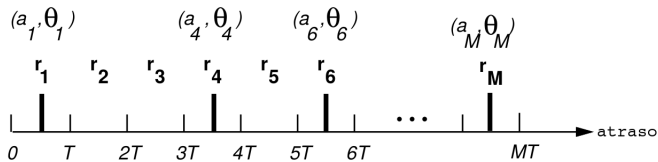


Figura 9 : Aproximação de tempo discreto de multipercursos.⁹.

- Se $r_n = 1$, então (a_n, θ_n) são respectivamente a amplitude e fase da n -ésima multipercurso;
- (a_n, θ_n) seguem uma distribuição determinada empiricamente;
- (a_n, θ_n) podem seguir distribuições iguais com variações paramétricas ou mesmo distribuições de desvanecimento diferentes.

⁹Figura adaptada de [1].



Referências



- [1] Andrea Goldsmith. *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005. ISBN: 978-0521837163.
- [2] Theodore S. Rappaport. *Wireless Communications: Principles and Practice*. 2^a ed. Prentice Hall, 2002. ISBN: 0076092011736.

