



**INSTITUTO
FEDERAL**
Santa Catarina

Câmpus
São José

Avaliação 3 - Teoria de Códigos

Código de Bloco Linear

Curso: Engenharia de Telecomunicações
Disciplina: COM29008 - Sistemas de Comunicação II
Professor: Marcio Henrique Doniak e Roberto Wanderley da Nobrega

Aluno

João Pedro Menegali Salvan Bitencourt

28 de março de 2024

Sumário

Exercício	2
a) Construa a matriz geradora associada ao codificador em questão.	2
b) O codificador é sistemático? Justifique.	2
c) Encontre as palavras-código associada a todos os possíveis bits de entrada.	3
d) Determine a capacidade de correção de erros do código, t.	3
e) Prepare uma tabela de decodificação síndrome, padrão de erro.	3
f) Decodifique as seguintes palavras recebidas: 1011001, 1101101, 1010101.	4

Exercício

Considere um código de bloco linear (7,3) binário no qual os últimos bits da palavra-código correspondem aos bits de informação ou mensagem, m_0 , m_1 , m_2 . Os demais bits correspondem aos bits de paridade e são definidos da seguinte forma:

$$b_0 = m_0 + m_1 + m_2$$

$$b_1 = m_0 + m_1$$

$$b_2 = m_0 + m_2$$

$$b_3 = m_1 + m_2$$

a) Construa a matriz geradora associada ao codificador em questão.

Sendo $n = 7$, $k = 3$, e $G = [P \mid I_k]$ e com:

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$m_0 = \begin{cases} b_0 = 1 + 0 + 0 = 1 \\ b_1 = 1 + 0 = 1 \\ b_2 = 1 + 0 = 1 \\ b_3 = 0 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$m_1 = \begin{cases} b_0 = 0 + 1 + 0 = 1 \\ b_1 = 0 + 1 = 1 \\ b_2 = 0 + 0 = 0 \\ b_3 = 1 + 0 = 1 \end{cases}$$

$$m_2 = \begin{cases} b_0 = 0 + 0 + 1 = 1 \\ b_1 = 0 + 0 = 0 \\ b_2 = 1 + 0 = 1 \\ b_3 = 1 + 0 = 1 \end{cases}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz geradora é:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) O codificador é sistemático? Justifique.

O codificador é sistemático porque os bits de mensagem podem ser identificados diretamente na palavra-código, por conta da matriz identidade.

c) Encontre as palavras-código associada a todos os possíveis bits de entrada.

u	$v = u \cdot G$	Peso de Hamming
000	0000000	0
001	1011001	4
010	1101010	4
011	0110011	4
100	1110100	4
101	0101101	4
110	0011110	4
111	1000111	4

d) Determine a capacidade de correção de erros do código, t.

Com a distância mínima $d = 4$, a capacidade de correção de erros é dada por:

$$t = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4-1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3}{2} \right\rfloor = 1$$

Portanto, $t = 1$.

e) Prepare uma tabela de decodificação síndrome, padrão de erro.

Sendo $H = [I_{n-k} \ P^T]$, tem-se que:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes já calculadas, foi possível montar a seguinte tabela de síndrome:

s	Padrão de erro ($\hat{e}$)
0000	0000000
1000	1000000
0100	0100000
0010	0010000
0001	0001000
1110	0000100
1101	0000010
1011	0000001
1111	1000001

Porém, é preciso calcular obter o padrão de erro para o restante das síndromes. Abaixo, são listadas as síndromes faltantes:

Síndromes faltantes
0011
0101
0110
0111
1001
1010
1100

Por tentativa e erro, foram adicionados os seguintes padrões de erro para as síndromes faltantes:

s	Padrão de erro ($\hat{e}$)
0000	0000000
1000	1000000
0100	0100000
0010	0010000
0001	0001000
1110	0000100
1101	0000010
1011	0000001
1111	1000001
0011	1100000
0101	1010000
0110	1001000
0111	1010010
1001	0100100
1010	0010001
1100	0001100

f) Decodifique as seguintes palavras recebidas: **1011001, 1101101, 1010101.**

Para $b = 1011001$: $s = b \cdot H^T = 0000$ $LUT \Rightarrow \hat{e} = 0000000$ $\hat{b} = 1011001$ $\hat{m} = 001$	Para $b = 1101101$: $s = b \cdot H^T = 1000$ $LUT \Rightarrow \hat{e} = 1000000$ $\hat{b} = 0101101$ $\hat{m} = 101$	Para $b = 1010101$: $s = b \cdot H^T = 1111$ $LUT \Rightarrow \hat{e} = 1000001$ $\hat{b} = 0010100$ $\hat{m} = 100$
---	---	---

Palavra recebida	síndrome	Padrão de erro ($\hat{e}$)	Palavra-código estimada	Mensagem estimada
1011001	0000	0000000	1011001	001
1101101	1000	1000000	0101101	101
1010101	1111	1000001	0010100	100