Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Instituto Federal de Santa Catarina

Campus São José

Área de Telecomunicações

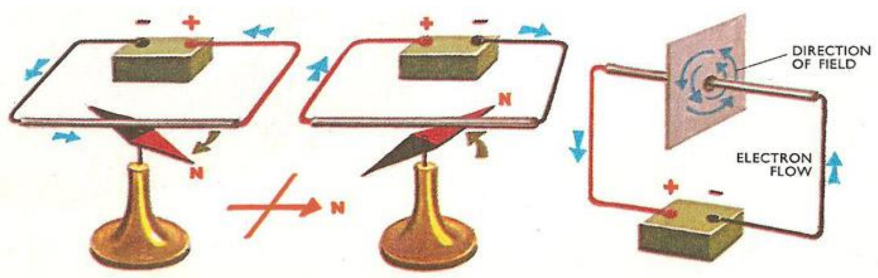
ELM20704 – Eletromagnetismo

Professor: Bruno Fontana da Silva

2014-1

Eletrodinâmica: Leis de Faraday e Lenz

Hans Christian Orsted: descobriu a relação entre magnetismo e eletricide ao perceber que uma corrente elétrica constante produz um campo magnético constante.



Michael Faraday: tentou mostrar que um campo elétrico constante produz uma corrente elétrica constante. Inicialmente não obteve sucesso.

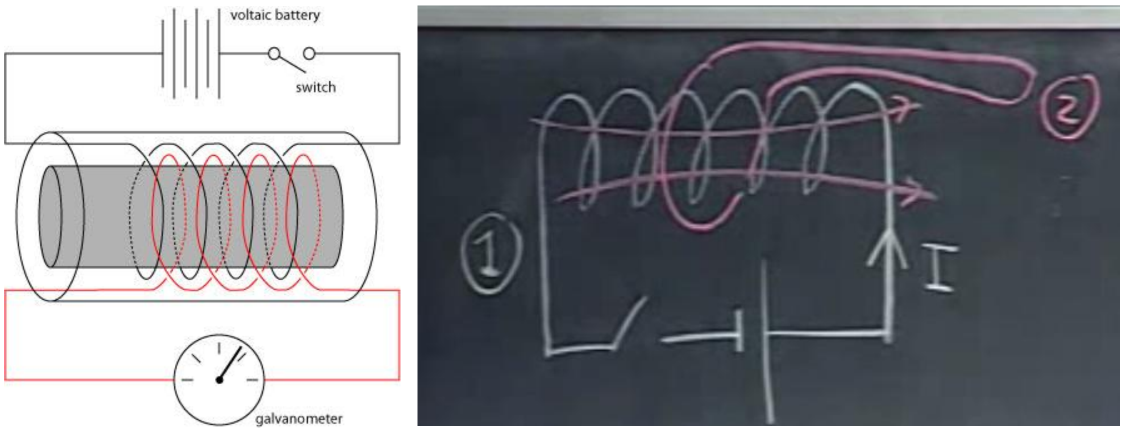


Figura 1

Seu experimento (Figura 1): uma solenoide, uma fonte DC e uma chave. Ao ligar a chave, a corrente elétrica circula no enrolamento (1) e campo magnético no solenoide é produzido (sentido depende da corrente).

Uma espira (2) é colocada para captar o campo constante gerado pela corrente DC. Porém, nenhuma corrente surge na espira (2).

Entretanto, em um momento Faraday notou que ao fechar e abrir a chave, surgia uma corrente elétrica na espira (2). Então, ele concluiu que um **campo magnético variante no tempo** causava **uma corrente**. Essa descoberta contribuiu bastante para o desenvolvimento tecnológico do final do século 19 e início do século 20.

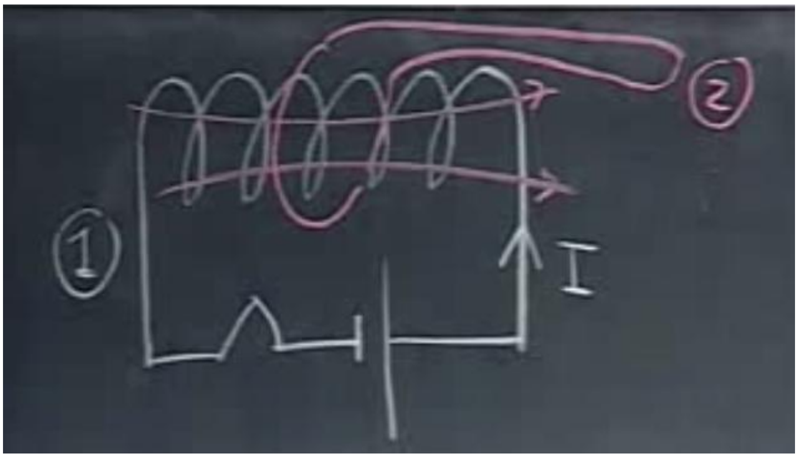


Figura 2

Uma corrente, e, portanto um campo elétrico, pode ser gerada por um campo magnético variante no tempo. Esse fenômeno é denominado **indução eletromagnética**.

Ao aproximar uma barra magnética de um loop, uma corrente é induzida no loop.

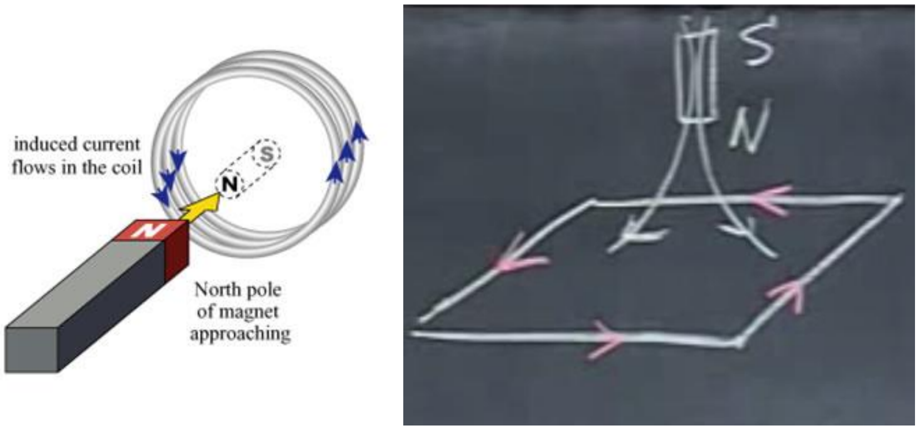


Figura 3

O **sentido da corrente induzida** é tal que produz um campo magnético que se opõe à variação do campo magnético da barra (campo o qual *está se aproximando*).

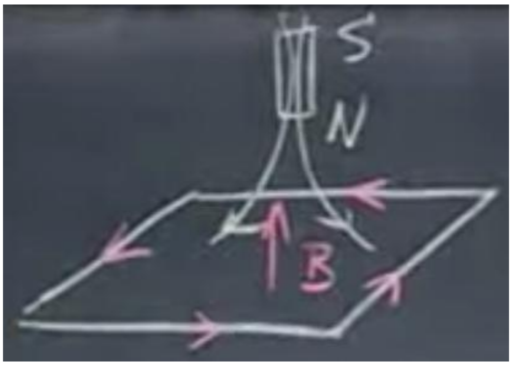


Figura 4

Ao aproximar a barra, a intensidade do campo no loop aumenta, e a corrente induzida produz um campo que se opõe ao da barra.

Se afastarmos a barra, a intensidade de campo no loop diminui e o sentido da corrente muda para tal que se opõe à mudança no campo magnético (mesmo sentido da barra).

Esse fenômeno é chamado **lei de Lenz**.

"It's the most human Law in physics.

Because there's inertia in all of us.

We all fight change at some level."

Prof. Walter Lewin, MIT.

A lei de Lenz não é quantitativa, ou seja, não prevê a intensidade da corrente gerada. Porém, é bastante útil para prever o sentido da corrente gerada.

Uma corrente induzida é claramente um resultado de uma força elétrica, como sabemos no caso de baterias. Deve haver uma força eletromotriz ou campo elétrico que produz essa corrente. A força eletromotriz induzida deve ser igual a:

$$E_{mf} = I_{mf} R_{ind}$$

Faraday descobriu experimentalmente que a força eletromotriz produzida no segundo enrolamento era proporcional à variação de campo magnético no primeiro enrolamento e também proporcional à área do enrolamento (2) cuja corrente era induzida.

$$E_{mf2} \alpha \frac{d}{dt} B_1$$

$$E_{mf2} \alpha \, A_{loop\ 2}$$

Isso o levou a conclusão de que a E_{mf} era resultado da variação do fluxo magnético através da superfície do *loop* 2. Lembrando que o fluxo magnético são as linhas de fluxo que atravessam perpendicularmente uma superfície aberta:

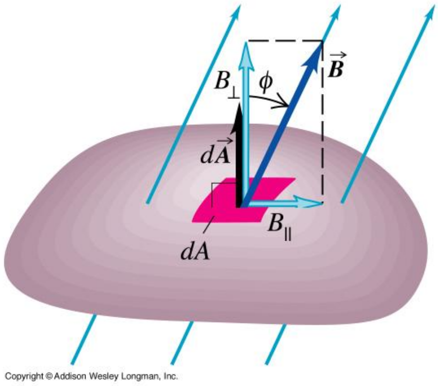


Figura 5

$$\phi_B = \oint_{\substack{superf.\\aberta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Exemplo 1: seja um loop, definindo uma superfície delimitada pelo contorno do loop (como o plano do quadro), suponha um campo magnético aumentando no centro da superfície, saindo do quadro (veja a Figura 6).

A corrente induzida é no sentido horário, e tende a gerar um campo magnético que se opõe ao campo gerador (lei de Lenz).

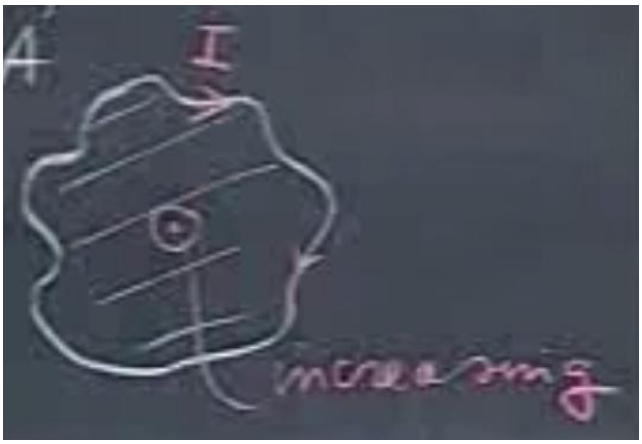


Figura 6

Portanto, podemos expressar a E_{mf} do loop como sendo a variação do fluxo na superfície:

$$E_{mf} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Entretanto, é necessário um **sinal negativo** para indicar o sentido da corrente opositora. O sinal negativo não é um problema para o equacionamento, pois pela lei de Lenz, sempre podemos saber o sentido da E_{mf} ou da corrente.

Usando a equação do fluxo magnético, temos:

$$E_{mf} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_{\substack{open\\surf.}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Se "andarmos" ao redor do loop, sempre observaremos um trecho infinitesimal de $\mathbf{i} \cdot d\mathbf{L}$, resultando em campo magnético e obviamente em campo elétrico. Portanto, ainda podemos acrescentar:

$$E_{mf} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_{\substack{open\\surf.}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\substack{closed\\loop}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

A equação acima resume a lei de Faraday. Observe que não há bateria no circuito.

A lei de Faraday é uma das equações de Maxwell na forma integral:

$$\oint_{\substack{closed\\loop}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = -\frac{d}{dt}\int_{\substack{open\\surf.}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Com essas equações é possível seguir uma "receita de bolo" para encontrar a tensão induzida pela Lei de Faraday:

1. Tem-se o circuito elétrico que define o loop.
2. Então define o sentido para circular o loop.
3. Coloque um superfície aberta no loop fechado.
4. É possível determinar na superfície inteira a integral de $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ ou no loop fechado $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$ para calcular a E_{mf}.

Exemplo 2: seja espira em volta de um solenoide. Liga-se uma chave e desliga-se uma chave. Com altas correntes no solenoide têm-se, consequentemente, fortes campos magnéticos. Ao ligar/desligar a chave, portanto, espera-se uma grande variação do campo magnético (de zero até B_{max} e vice-versa). Isso induzirá correntes no sentido horário ou anti-horário no loop externo (sentido dependendo do momento de ligar ou desligar a chave).

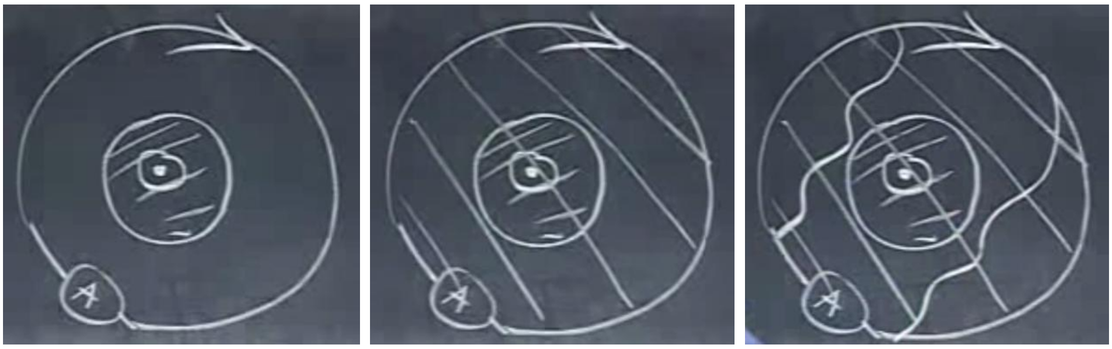


Figura 7

Mudar o formato/tamanho do loop externo não altera o fluxo através da superfície do loop fechado externo, pois o fluxo magnético está confinado ao uma porção da solenoide. Isso mostra que, neste caso específico, não haverá alteração na corrente independente do formato do loop externo, pois não há mudança nas linhas de fluxo dentro do loop externo.

Se aumentarmos o número de espiras no loop externo, a área de superfície atravessada pelo fluxo aumenta três vezes. É difícil imaginar a superfície com três ou mais espiras, por exemplo, mas esse é princípio dos transformadores.

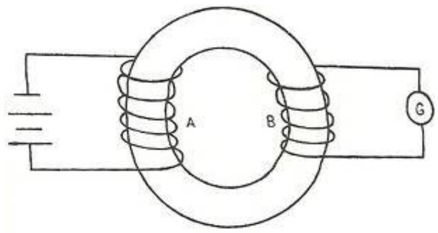


Figura 8

Lembrando a lei de Kirchoff, ao circular um loop (circuito) e voltar ao mesmo ponto, o somatório (integral) de $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$ (ou seja, das quedas de tensão) é igual à zero.

Porém, isso não é verdade quando há campos (fluxos) magnéticos variantes no tempo! Nesse caso, os campos elétricos tornam-se não conservativos. Agora a diferença de potencial não é mais independente do caminho tomado.

Exemplo 3: Bateria de 1 V, divisor resistivo R1=100, R2=900. Qual a corrente que circula pelo circuito?

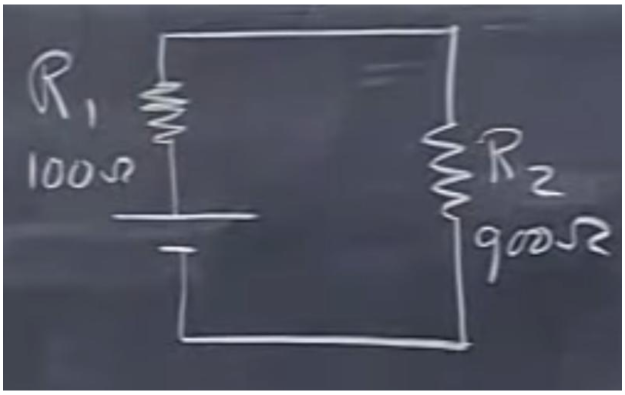
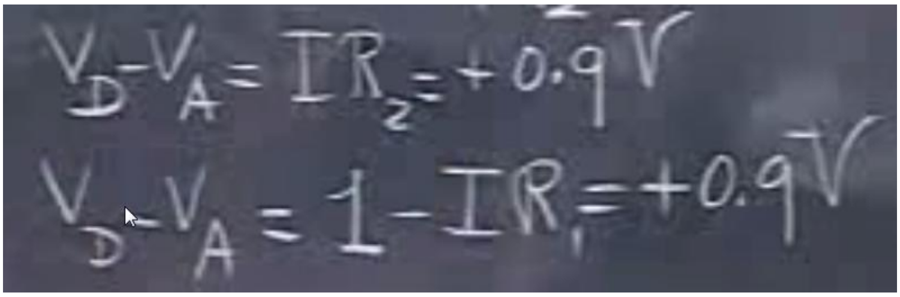


Figura 9

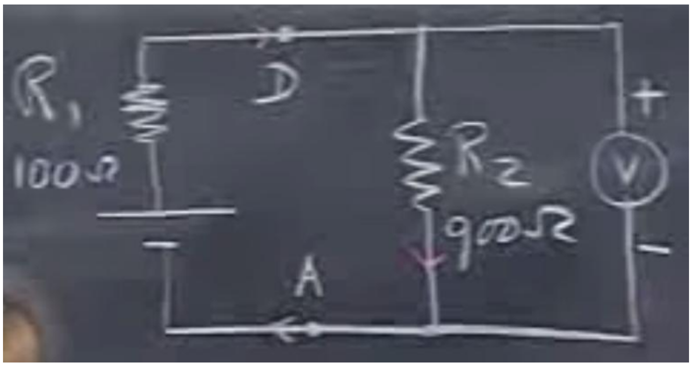
Em princípio, dir-se-ia que $I = \frac{1V}{R_1+R_2} = 1\text{ mA}$

Qual a tensão sobre o resistor R_2?

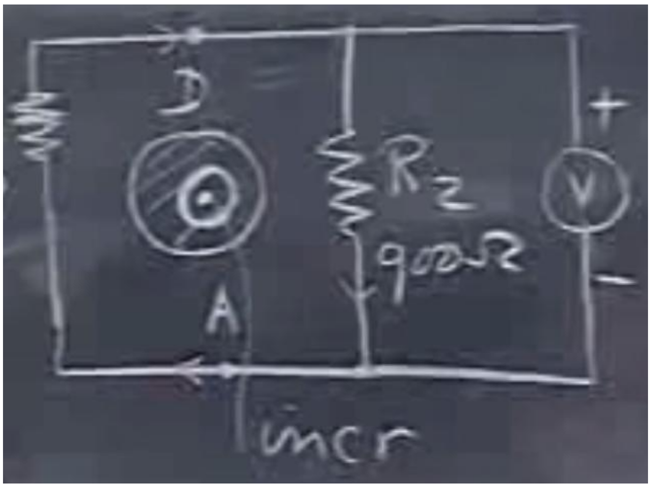
Seguindo a lei de Ohm, $V_2 = V_D - V_A = R_2 I = 0.9\text{ V}$



Agora se conecta um voltímetro no circuito para conferir o resultado. A medida conferir-se-á.



Agora vamos substituir a bateria por um campo magnético no circuito.



A intensidade do campo magnético está variando e aumentando com o tempo.

Logo, pela lei de Lenz, a corrente será no mesmo sentido de antes.

Suponha que em um instante arbirtário, coincidentemente a $E_{mf} = 1\text{ V}$. Assim a corrente total seria 1 mA. Medindo $V_D - V_A$ no sentido horário (resistor R_2), a diferença de potencial seria 0.9 V.

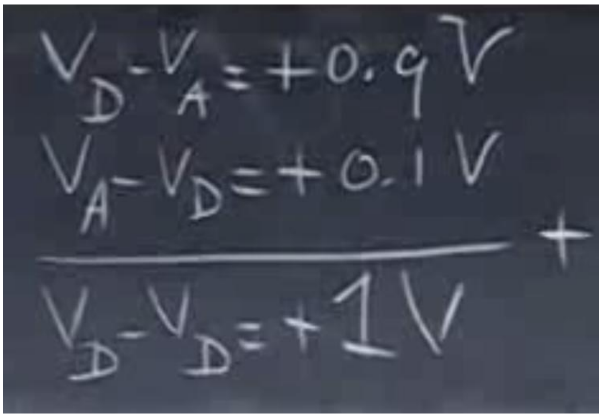
Porém, no sentido anti-horário não é mais trivial, pois não há mais a bateria.

O resultado será -0.1 V. Se colocarmos um voltímetro medindo a tensão do lado do resistor R_1, ele confirmará o resultado.

Qual é a inconsistência?

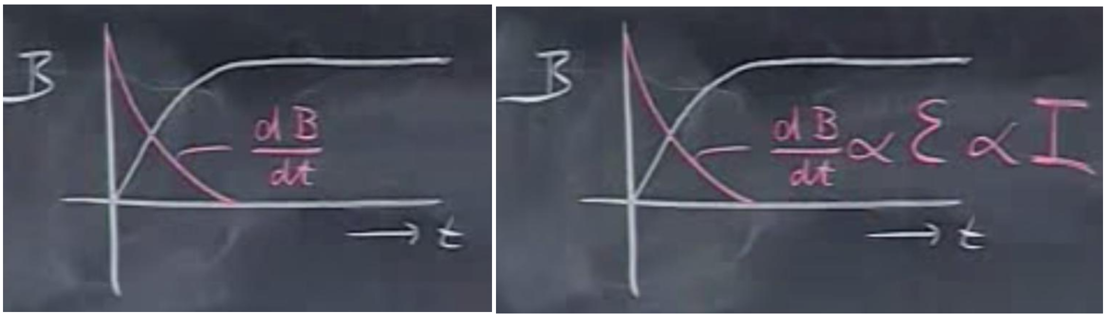
O problema é que a $\oint_A^D \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \neq V_D - V_A$, ou seja, a tensão depende do caminho adotado. O campo elétrico não é mais conservativo. A lei das tensões de Kirchhoff é meramente um caso particular da Lei de Faraday quando $\frac{d}{dt}\phi_B = 0$.

A lei de Faraday, entretanto, sempre vale. Se circularmos do ponto D até o ponto D, no sentido horário, obtemos:

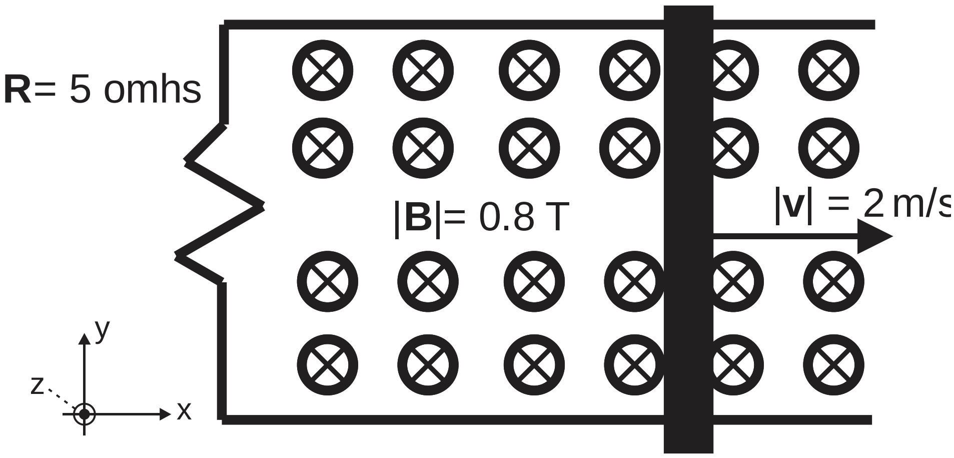


Kirchhoff diz que o resultado deveria ser $V_D - V_D = 0$.

Exemplo 4: gráficos que mostram a variação da tensão induzida (em rosa) conforme o campo magnético varia no tempo.



Exemplo 5: circuito fechado com uma barra deslizante. Seja o circuito abaixo, em que o comprimento da barra é $L = 1.2\ m$.



Encontre:

(a) Emf

$$E_{mf} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(|B|A)}{\Delta t} = -|B|\frac{\Delta A}{\Delta t}$$
$$E_{mf} = -|B|\frac{\Delta Lx}{\Delta t} = -|B|L\frac{\Delta x}{\Delta t} = -|B|L|v|$$
$$E_{mf} = -0.8\ 1.2\ \ 2 = -1.92\ \mathrm{V}$$

(b) Corrente induzida (magnitude e direção)

$$|i| = \frac{|E_{mf}|}{R} = \frac{1.92}{5} = 0.384\ A$$

Devido ao movimento da barra na direção $\mathbf{a}_x$, aumentando o número de linhas de fluxo no loop, o sentido é o anti-horário, de acordo com a lei de Lenz.

(c) Potência no resistor

$$P = R|i|^2 = 0.737\ \mathrm{W}$$

(d) Força para mover a barra

A força magnética devido a lei de Lorentz é

$$\mathbf{F}_m = iL|B|(-\mathbf{a}_x) = -0.3686\mathbf{a}_x\ \mathrm{N}$$

Portanto, a força requerida para mover a barra é

$|\mathbf{F}| \geq |\mathbf{F}_m|$ na direção $\mathbf{a}_x$.

(e) Potência para mover a barra

$$P_{mec} = \frac{\mathrm{W}}{t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = Fv = 0.737\ W$$

Referências:

http://youtu.be/G3eI4SVDyME

http://youtu.be/MUcQqHsQjqg