Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Instituto Federal de Santa Catarina

Campus São José

Área de Telecomunicações

ELM20704 – Eletromagnetismo

Professor: Bruno Fontana da Silva

2014-1

Corrente de Deslocamento e 4ª Equação de Maxwell

Em princípio, o cálculo do campo magnético de uma distribuição de corrente é dado pela lei de Ampère, a qual relaciona a integral linha de um campo magnético em caminho fechado com a corrente interceptada por uma superfície delimitada pelo contorno do loop escolhido.

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu_0 I$$

A lei de Ampère não depende do formato da superfície aberta considerada.

Considere, entretanto, o caso de um capacitor ideal carregando.

Se um loop intercepta o fio como na Figura A, a equação mantém sua consistência.

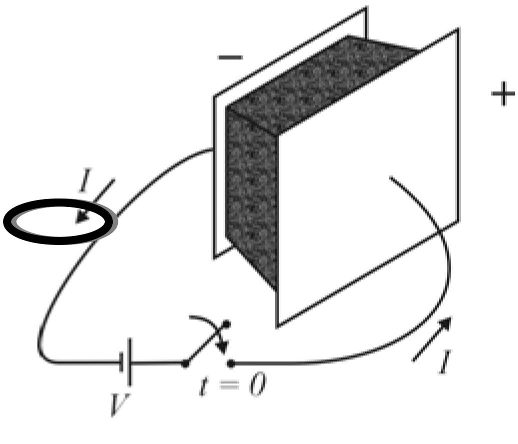

Figura A

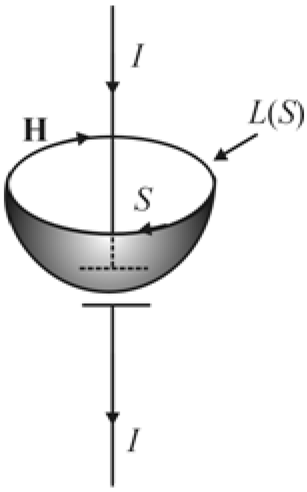

Figura B

Já a superfície S da Figura B não intercepta a corrente e, portanto, poder-se-ia imaginar que a equação de Ampère não é mais válida se a superfície aberta cruza entre as placas do capacitor, onde não há deslocamento de cargas.

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu_0 \,.\, 0 = 0 \text{ ?}$$

Embora não haja **corrente de difusão** de cargas (I) no espaço entre as placas, considere que a superfície intercepta de fato as linhas de fluxo elétrico (ou o campo elétrico) entre as placas. Esse **campo elétrico para um capacitor ideal é constante e homogêneo quando o capacitor está plenamente carregado** e a carga distribuída nas não varia mais.

Entretanto, durante **regime transitório de carga** do capacitor, perceba que o deslocamento de cargas até as placas do condutor caracteriza a natureza do campo elétrico como **variante no tempo**. Quanto mais cargas se aglomeram na placa do capacitor, maior o número de linhas de fluxo elétrico que atravessam entre as placas na indução elétrica.

O campo elétrico fora das placas do capacitor é assumido como zero.

Dentro das placas, $|\mathbf{E}| = Q/\varepsilon_0 A$.

O fluxo elétrico interceptado pela superfície da Figura B é:

$$\phi_{\mathbf{E}} = \oiint_{S} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Caso $\mathbf{E}$ seja constante,

$$\phi_{\mathbf{E}} = |\mathbf{E}|A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Se há corrente fluindo pelo condutor durante o regime transitório de carga das placas, a densidade de carga na placa será variante no tempo, assim como o fluxo elétrico, tal que:

$$\frac{\Delta\phi_{\mathbf{E}}}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Veja que a definição de $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I$. Portanto:

$$\frac{\Delta\phi_{\mathbf{E}}}{\Delta t} \approx \frac{d\phi_{\mathbf{E}}}{dt} = \frac{I}{\varepsilon_0}$$

Dessa última equação, podemos definir corrente elétrica como

$$I = \varepsilon_0 \frac{d\phi_{\mathbf{E}}}{dt}$$

e reescrever a Lei de Ampère:

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_{\mathbf{E}}}{dt}$$

Ampère e Faraday já haviam notado esse problema com a lei de Ampère, porém foi Maxwell quem percebeu a relação entre a corrente e variação temporal de fluxo elétrico. A esse termo foi dado o nome de **corrente de deslocamento:**

$$I_d = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_{\mathbf{E}}}{dt}$$

Maxwell generalizou a lei de Ampère, chegando à quarta equação de Maxwell do Eletromagnetismo:

$$\oint_{\gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_{\mathbf{E}}}{dt}$$

considerando que a superfície dada pelo loop Amperiano pode interceptar tanto a corrente de difusão quanto o fluxo elétrico entre as placas.

A equação pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\oint_{\gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I + I_d = I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \phi_{\mathbf{E}}(t)$$

$$\oint_{\gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I + I_d = I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \oint\!\!\!\oint_{S} \mathbf{E}(t) \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$$

Essa última equação completa conjunto de ferramentas matemáticas usado por Maxwell para descrever os fenômenos do eletromagnetismo. Ela explica como uma corrente elétrica pode produzir campo magnético, mesmo quando o caminho da corrente é interceptado por um dielétrico.

Junto da equação de Faraday, a corrente de deslocamento conecta as equações de Maxwell para campos estáticos com os campos elétrico e magnético variantes no tempo.

Agora há ferramentas suficientes para ligar com a teoria de circuitos variantes no tempo e regimes transitórios de circuitos DC.