INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal De Santa Catarina
Campus São José

Curso de Engenharia de Telecomunicações
Professora: ELENIRA OLIVEIRA VILELA
COMPONENTE CURRICULAR: CAL2 - CÁLCULO II

EXERCÍCIOS DE FÇS DE VÁRIAS VARIÁVEIS

1) Determine o domínio das seguintes funções e faça o esboço do gráfico desse domínio.

a) $z = xy$

b) $w = \dfrac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$

c) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

d) $z = \dfrac{x}{y^2 + 1}$

e) $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

f) $z = ln(4 - \sqrt{x^2 + y^2})$

g) $z = e^{\frac{x}{y}}$

h) $y = \sqrt{\dfrac{1+x}{1+z}}$

i) $w = \dfrac{1}{\sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}}$

j) $z = ln\left(\dfrac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}\right)$

2) Determine a Imagem das funções dos itens *c*, *d*, *e* e *g*.

3) Encontre os limites abaixo:

a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x^2 - y^2 + 5}{x^2 + y^2 + 2}$

b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{e^y.\text{sen}\, x}{x}$

c) $\lim_{(x,y)\to(2,-3)} \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)^2$

d) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \cos\left(\dfrac{x^2 + y^3}{x + y + 1}\right)$

e) $\lim_{(x,y,z)\to(\pi,0,3)} (z.e^{-2y} \cos 2x)$

4) Determinar os pontos de descontinuidade das funções:

a) f(x,y) = $\dfrac{1}{9-x^2-y^2}$ b) f(x,y) = $\dfrac{xy}{y-x^2}$

5) Encontrar os limites das funções abaixo, para (x,y) tendendo a (0,0).

a) $f(x,y) = 6x + 3y - 7$;

b) $f(x,y) = xy^2 - 5y + 6$

c) $f(x,y) = \dfrac{x+y}{\sqrt{y^2+x^2}}$

e) $f(x,y) = e^{xy} + senx$

4) Encontrar as derivadas pedidas abaixo:

a) $f(x,y) = 6x+3y-7$; $f_x$ e $f_y$

b) $f(x,y) = xy^2 - 5y + 6$; $f_x$ e $f_y$

c) $f(x,y) = \dfrac{x+y}{\sqrt{y^2+x^2}}$ ; $f_y$

d) $u(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ , $u_z$

e) $f(x,y) = e^{xy} + senx$; $f_x$ e $f_y$

5) Se S é a área superficial (em m$^2$) do corpo humano, então a formula que dá um valor aproximado para S é:

$$S = 2.W^{0,4}.H^{0,7},$$

Onde: H (em m) é a altura e W (em kg) é a massa.

a) Se uma pessoa tem W = 70 kg e H = 1,80 m, determine sua área superficial.
b) Se outra pessoa tem W = 90 kg e H = 1,60 m, calcule também a sua área superficial.
c) Quem tem maior área superficial, a primeira ou a segunda pessoa. O que determinou a maior área superficial, H ou W?
d) Se W = 70 kg e H = 1,80 m, achar $\dfrac{\partial S}{\partial W}$ e $\dfrac{\partial S}{\partial H}$. Interpretar os resultados.

6) Calcule as derivadas parciais de 2ª ordem das funções abaixo:

a) $z = e^x.cos\, y$

b) $z = \dfrac{2xy}{x^2-y^2}$

c) $z = arctg\,(x^2 + y^2)$

d) $z = \dfrac{3xy}{x+2y}$

7) Seja $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ . Determine a equação da reta tangente à interseção do gráfico de f com o plano de equação $y = 2$, no ponto (2, 2, 8).

8) ] O potencial elétrico no ponto $(x, y, z)$ é dado por: $V\,(x, y, z) = \frac{x}{x^2+y^2+z^2}$ , onde $V$ é dado em volts e x, y e z em cm. Determine a taxa de variação instantânea de $V$ em relação à distância em (1, 2, 3) na direção do: (a) eixo dos x; (b) eixo dos y; (c) eixo dos z.

9) Determine a equação do plano tangente ao gráfico de: $z = (x^2 + y^2 + 1)\, e^{-(x^2+y^2)}$ no ponto (0, 0, 1).

10) Suponha que não dispomos de calculadora ou de outro instrumento de cálculo e precisamos resolver os seguintes problemas:

(a) Se: $T(x, y) = xe^{xy}$ representa a temperatura num ponto (x, y) numa certa região do plano, calcular as seguintes temperaturas T(1.0023, 0.00012) e T(0.00012, 1.0023).

(b) Se: $\rho(x, y, z) = ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$ representa a densidade de um ponto (x, y, z) numa certa região do espaço que não contem a origem, determine $\rho(1{,}005;\ 0{,}007; 1{,}01)$.


Baseada e adaptado a partir das listas de exercícios disponíveis em:

www.matematiques.com.br/arquivos/doc_calculo__1395230007.doc

miltonborba.org/Calculo_II/Deriv_Parciais.doc

https://sala1020.files.wordpress.com/2012/02/cdi-ii-c.doc

http://www.ime.uerj.br/~calculo/LivroII/deriv.pdf