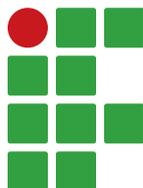


Nota: 8



**INSTITUTO
FEDERAL**
Santa Catarina

Câmpus
São José

Tarefa A2.4

Filas M/M/1, M/M/n, M/M,n,K e revisão CTMC

Curso: Engenharia de Telecomunicações
Disciplina: ADS29009 - Avaliação de Desempenho de Sistemas
Professor: Eraldo Silveira e Silva

Aluno

João Pedro Menegali Salvan Bitencourt

09 de julho de 2024

Sumário

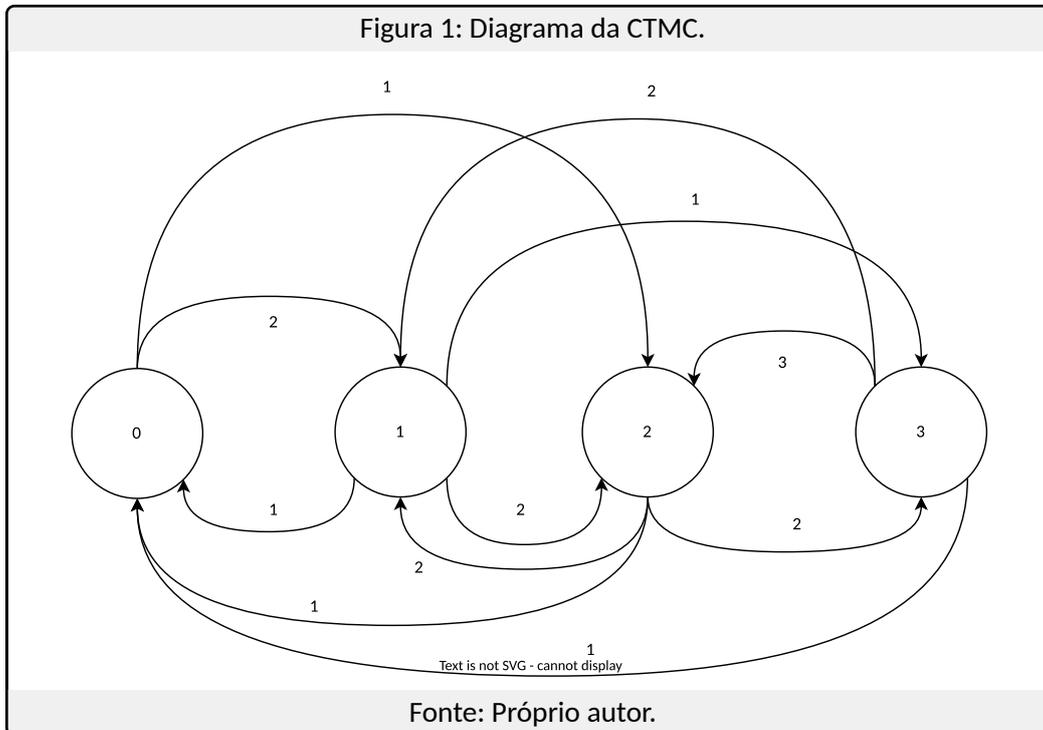
Exercício 1	2
Exercício 2	3
Exercício 3	4
Exercício 4	5
Exercício 5	7
Exercício 6	7

Exercício 1

Seja a matriz Q de uma CTMC:

$$Q = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

- Desenhar o diagrama da CTMC;



- Para um vetor de estado inicial $P(0) = [0.3 \ 0.2 \ 0.5 \ 0]$ computar $P(0.1)$, $P(0.5)$, $P(1)$ e $P(5)$. Use o octave e faça printscreen da tela.

O código criado é mostrado abaixo:

```
1 clear all; close all; clc;
2
3 % Matriz de probabilidade de transição
4 Q = [-3 2 1 0;
5      1 -4 2 1;
6      1 2 -5 2;
7      1 2 3 -6];
8
9 % Vetor de estado inicial
10 P0 = [0.3 0.2 0.5 0];
11
12 P01 = ctmc(Q, 0.1, P0);
13 P05 = ctmc(Q, 0.5, P0);
14 P1 = ctmc(Q, 1, P0);
15 P5 = ctmc(Q, 5, P0);
16
17 resp_p01 = sprintf('P(0.1) = [%f %f %f %f]', P01(1), P01(2), P01(3), P01(4));
18 resp_p05 = sprintf('P(0.5) = [%f %f %f %f]', P05(1), P05(2), P05(3), P05(4));
19 resp_p1 = sprintf('P(1) = [%f %f %f %f]', P1(1), P1(2), P1(3), P1(4));
20 resp_p5 = sprintf('P(5) = [%f %f %f %f]', P5(1), P5(2), P5(3), P5(4));
21
22 disp(resp_p01);
23 disp(resp_p05);
```

```
24 disp(resp_p1);
25 disp(resp_p5);
```

A saída do código é mostrada abaixo:

```
1 P(0.1) = [0.283516 0.260158 0.374912 0.081414]
2 P(0.5) = [0.256767 0.326695 0.274203 0.142335]
3 P(1) = [0.250916 0.333003 0.270604 0.145478]
4 P(5) = [0.250000 0.333333 0.270833 0.145833]
```

- Computar o vetor π de estado em regime permanente. Qual é o estado mais acessado em uma visão de longo prazo? Use o octave/matlab com printscreen.

O código acima foi completado com o trecho a seguir:

```
1 pi_est_perm = ctmc(Q);
2
3 resp_pi_est_perm = sprintf('π = [%f %f %f %f]', pi_est_perm(1), pi_est_perm(2),
4 pi_est_perm(3), pi_est_perm(4));
5 disp(resp_pi_est_perm);
6
7 resp_mais_acessado = sprintf('O estado mais acessado em uma visão de longo prazo
8 é o estado %d', find(pi_est_perm == max(pi_est_perm))-1);
9 disp(resp_mais_acessado);
```

A saída do código é mostrada abaixo:

```
1 π = [0.250000 0.333333 0.270833 0.145833]
2 O estado mais acessado em uma visão de longo prazo é o estado 1.
```

Exercício 2

O servidor hipotético do registro acadêmico do IFSC SJ demora em média 150ms para processar uma requisição. Considerando que o tempo entre requisições segue uma distribuição uniforme, qual seria a média de requisições no sistema para uma taxa de 50 requisições por segundo?

O código abaixo foi utilizado para calcular a média de requisições no sistema:

```
1 clc; clear all; close all;
2
3 lambda = 50; % taxa de requisições por segundo
4 W = 150e-3; % tempo médio de uma requisição no sistema
5 mu = 1/W + lambda % taxa de processamento por segundo
6
7 pho = lambda/mu; % fator de utilização
8 E_N = pho/(1 - pho); % número médio de requisições na fila
9
10 resp = sprintf('A média de requisições no sistema é de %.2f', E_N);
11 disp(resp);
12
```

Eu acho que faltou
clareza na questão.
Neste caso R=150ms...

A saída do código é mostrada abaixo:

```
1 A média de requisições no sistema é de 7.50
```

Exercício 3

$U=0.5$ (30s a cada minuto)

Considere o servidor hipotético de um sistema de consulta de passagens aéreas. Foi observado durante um longo prazo que o tempo ocioso do sistema é de meio minuto. Também foi observado que o tempo médio que uma requisição fica no sistema é de 5s (tempo de resposta do sistema). Usando uma modelagem de fila M/M/1 calcule:

1. a probabilidade de ter zero requisições no sistema;
2. a utilização do sistema;
3. o número médio de requisições no sistema;
4. o tempo médio de serviço de uma requisição;
5. a probabilidade de ter mais do que 5

O código abaixo foi utilizado para calcular as grandezas pedidas:

Aqui também acho que houve problema de interpretação

```
1 clc; clear all; close all;
2
3 % Dados
4 W = 5; % Tempo médio de resposta do sistema
5 P0 = 0.5; % Probabilidade de ter zero requisições no sistema
6 pho = 1 - 0.5; % Utilização do sistema (50% do minuto) (U)
7 E_N = pho/(1 - pho); % Número médio de requisições no sistema
8 lambda = E_N/W; % Tempo médio de uma requisição no sistema
9 mu = 1/W + lambda; % Taxa de serviço por minuto
10 t_med_servico = 1/mu; % Tempo médio de serviço de uma requisição
11 E_Nq = pho^2/(1-pho); % Número médio de requisições na fila
12
13 % 1. Probabilidade de ter zero requisições no sistema
14 [U, R, Q, X, P0] = qsmml(lambda, mu);
15 resp_1 = sprintf('1. A probabilidade de ter zero requisições no sistema é %f', P0);
16 disp(resp_1);
17
18 % 2. Utilização do sistema
19 resp_2 = sprintf('2. A utilização do sistema é %f', U);
20 disp(resp_2);
21
22 % 3. Número médio de requisições no sistema
23 resp_3 = sprintf('3. O número médio de requisições no sistema é %f', Q);
24 disp(resp_3);
25
26 % 4. Tempo médio de serviço de uma requisição
27 resp_4 = sprintf('4. O tempo médio de serviço de uma requisição é %d segundos',
28 t_med_servico);
29 disp(resp_4);
30
31 % 5. Probabilidade de ter mais do que 5 requisições no sistema
32 P5 = qsmml(lambda, mu, 5);
33 resp_5 = sprintf('5. A probabilidade de ter mais do que 5 requisições no sistema
34 é %f', P5);
35 disp(resp_5);
```

A saída do código é mostrada abaixo:

```
1 1. A probabilidade de ter zero requisições no sistema é 0.500000
2 2. A utilização do sistema é 0.500000
3 3. O número médio de requisições no sistema é 1.000000
4 4. O tempo médio de serviço de uma requisição é 2.5 segundos
5 5. A probabilidade de ter mais do que 5 requisições no sistema é 0.015625
```

Exercício 4

Considere uma fila M/M/1/15 com taxa de chegada de 100 pkts por segundo e com taxa de serviço de 90 pkts por segundo. Calcule usando o "queueing":

- tempo de resposta médio desta fila;
- a utilização do sistema;
- a vazão do sistema;
- o número médio de requisições no sistema;
- a probabilidade de ter 0 requisições no sistema;
- a probabilidade de ter 9 requisições no sistema;
- a probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema;
- Refaça as computações para uma fila M/M/2/15 e compare com a M/M/1/15, montando uma tabela. Faça uma análise dos resultados.

O código abaixo foi utilizado para calcular as grandezas pedidas:

```
1  clc; clear; close all;
2
3  % Dados
4  lambda = 100; % taxa de chegada (pkts/s)
5  mu = 90;      % taxa de serviço (pkts/s)
6  K = 15;
7
8  [U, R, Q, X, p0, pK] = qsmmlk(lambda, mu, K);
9
10 % Tempo de resposta médio
11 resp_a = sprintf('Tempo de resposta médio: %f s', R);
12 disp(resp_a);
13
14 % Utilização do sistema
15 resp_b = sprintf('Utilização do sistema: %f', U);
16 disp(resp_b);
17
18 % Vazão do sistema
19 resp_c = sprintf('Vazão do sistema: %f pkts/s', X);
20 disp(resp_c);
21
22 % Número médio de requisições no sistema
23 resp_d = sprintf('Número médio de requisições no sistema: %f pkts', Q);
24 disp(resp_d);
25
26 % Probabilidade de ter 0 requisições no sistema
27 resp_e = sprintf('Probabilidade de ter 0 requisições no sistema: %f', p0);
28 disp(resp_e);
29
30 % Probabilidade de ter 9 requisições no sistema
31 P9 = qsmmlk(lambda, mu, K, 9);
32 resp_f = sprintf('Probabilidade de ter 9 requisições no sistema: %f', P9);
33 disp(resp_f);
34
35 % Probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema
36 P1 = qsmmlk(lambda, mu, K, 1);
37 P2 = qsmmlk(lambda, mu, K, 2);
38 P3 = 1 - p0 - P1 - P2;
39 resp_g = sprintf('Probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema: %f', P3);
40 disp(resp_g);
41
42 % Fila M/M/2/15
43 lambda = 100; % taxa de chegada (pkts/s)
44 mu = 90;      % taxa de serviço (pkts/s)
45 K = 15;
```

```

46 m = 2;
47
48 [U_2, R_2, Q_2, X_2, p0_2, pK_2] = qsmmk (lambda, mu, m, K);
49
50 % Tempo de resposta médio
51 resp_a_2 = sprintf('Tempo de resposta médio (2 servidores): %f s', R_2);
52 disp(resp_a_2);
53
54 % Utilização do sistema
55 resp_b_2 = sprintf('Utilização do sistema (2 servidores): %f', U_2);
56 disp(resp_b_2);
57
58 % Vazão do sistema
59 resp_c_2 = sprintf('Vazão do sistema (2 servidores): %f pkts/s', X_2);
60 disp(resp_c_2);
61
62 % Número médio de requisições no sistema
63 resp_d_2 = sprintf('Número médio de requisições no sistema (2 servidores): %f
64 pkts', Q_2);
65 disp(resp_d_2);
66
67 % Probabilidade de ter 0 requisições no sistema
68 resp_e_2 = sprintf('Probabilidade de ter 0 requisições no sistema (2 servidores):
69 %f', p0_2);
70
71 % Probabilidade de ter 9 requisições no sistema
72 P9_2 = qsmmk(lambda, mu, m, K, 9);
73 resp_f_2 = sprintf('Probabilidade de ter 9 requisições no sistema (2 servidores):
74 %f', P9_2);
75
76 % Probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema
77 P1_2 = qsmmk(lambda, mu, m, K, 1);
78 P2_2 = qsmmk(lambda, mu, m, K, 2);
79 P3_2 = 1 - p0_2 - P1_2 - P2_2;
80 resp_g_2 = sprintf('Probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema (2
81 servidores): %f', P3_2);

```

A saída do código é mostrada abaixo:

```

1 Tempo de resposta médio: 0.109879 s
2 Utilização do sistema: 0.974728
3 Vazão do sistema: 87.725513 pkts/s
4 Número médio de requisições no sistema: 9.639180 pkts
5 Probabilidade de ter 0 requisições no sistema: 0.025272
6 Probabilidade de ter 9 requisições no sistema: 0.065232
7 Probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema: 0.915448
8 Tempo de resposta médio (2 servidores): 0.016056 s
9 Utilização do sistema (2 servidores): 0.555508
10 Vazão do sistema (2 servidores): 99.991529 pkts/s
11 Número médio de requisições no sistema (2 servidores): 1.605487 pkts
12 Probabilidade de ter 0 requisições no sistema (2 servidores): 0.285745
13 Probabilidade de ter 9 requisições no sistema (2 servidores): 0.002881
14 Probabilidade de ter 3 ou mais requisições no sistema (2 servidores): 0.220376

```

A tabela comparativa é mostrada abaixo:

Fila	R	U	X	Q	P(0)	P(9)	P(3+)
M/M/1/15	0.109879 s	0.974728	87.725513 pkts/s	9.639180 pkts	0.025272	0.065232	0.915448
M/M/2/15	0.016056 s	0.555508	99.991529 pkts/s	1.605487 pkts	0.285745	0.002881	0.220376

Exercício 5

Quando um estação base em uma rede celular possui 9 canais que serão disputados por terminais móveis que chegam na taxa média de 5 estações por minuto. O tempo de estadia na célula é de 1 minuto na média. Como poderia ser modelado este sistema? Qual a probabilidade de bloqueio neste sistema?

O código abaixo foi utilizado para calcular a probabilidade de bloqueio no sistema:

```
1 % Quando um estação base em uma rede celular possui 9 canais que serão
2 % disputados por terminais móveis que chegam na taxa média de 5 estações
3 % por minuto. O tempo de estadia na célula é de 1 minuto na média.
4 % Como poderia ser modelado este sistema? Qual a probabilidade de
5 % bloqueio neste sistema?
6 clc; clear all; close all;
7
8 % Dados
9 c = 9;          % Canais
10 mu = 5;        % Taxa de chegada
11 lambda = 5;    % Taxa de serviço
12
13 [U, R, Q, X, p0, pm] = qsmmm(lambda, mu, c);
14
15 % Probabilidade de bloqueio
16 resp = sprintf('Não há bloqueio no sistema pois o tempo de espera é %f', pm);
17 disp(resp);
```

modelar como uma qsmmmk



A saída do código é mostrada abaixo:

```
1 Não há bloqueio no sistema pois o tempo de espera é 0.000001
```

Exercício 6

O servidor Web do IFSC-SJ (com um único processador) tem a capacidade de processar em média 60 páginas por minuto. Ele está recebendo em média 30 requisições por minuto. Pergunta-se: em termos de tempo de espera médio no sistema e na fila, seria melhor manter esta configuração ou (i) dividir as requisições entre três servidores (cada um com 10 requisições por minuto) e com poder de processar 20 requisições ou (ii) usar um único servidor com três processadores servindo a fila única (cada um servindo a 20 páginas por minuto).

O código abaixo foi utilizado para calcular o tempo de espera médio no sistema e na fila para as configurações pedidas:

```
1 clc; close all; clear all;
2
3 % Dados
4 lambda = 30; % taxa de chegada de requisições (requisições por minuto)
5 mu = 60;    % taxa de processamento de requisições (páginas por minuto)
6
7 [U R Q X p0 pm] = qsmmm(lambda, mu);
8
9 resp_1_1 = sprintf('(i) Tempo de espera médio no sistema: %f minutos', U);
10 disp(resp_1_1);
11
12 resp_1_2 = sprintf('(i) Tempo de espera médio na fila: %f minutos', R);
13 disp(resp_1_2);
14
15 resp_1_3 = sprintf('(i) Número médio de requisições no sistema: %f', Q);
16 disp(resp_1_3);
17
18 resp_1_4 = sprintf('(i) Número médio de requisições na fila: %f', X);
```

```

19 disp(resp_1_4);
20
21 resp_1_5 = sprintf('(i) Probabilidade de não haver requisições no sistema:
%f', p0);
22 disp(resp_1_5);
23
24 resp_1_6 = sprintf('(i) Probabilidade de haver m requisições no sistema: %f',
pm);
25 disp(resp_1_6);
26
27
28 [U_2 R_2 Q_2 X_2 p0_2 pm_2] = qsmmm(10, 20);
29 resp_2_1 = sprintf('(ii) Tempo de espera médio no sistema: %f minutos', U_2);
30 disp(resp_2_1);
31
32 resp_2_2 = sprintf('(ii) Tempo de espera médio na fila: %f minutos', R_2);
33 disp(resp_2_2);
34
35 resp_2_3 = sprintf('(ii) Número médio de requisições no sistema: %f', Q_2);
36 disp(resp_2_3);
37
38 resp_2_4 = sprintf('(ii) Número médio de requisições na fila: %f', X_2);
39 disp(resp_2_4);
40
41 resp_2_5 = sprintf('(ii) Probabilidade de não haver requisições no sistema:
%f', p0_2);
42 disp(resp_2_5);
43
44 resp_2_6 = sprintf('(ii) Probabilidade de haver m requisições no sistema: %f',
pm_2);
45 disp(resp_2_6);
46
47 [U_3 R_3 Q_3 X_3 p0_3 pm_3] = qsmmm(30, 20, 3);
48 resp_3_1 = sprintf('(iii) Tempo de espera médio no sistema: %f minutos', U_3);
49 disp(resp_3_1);
50
51 resp_3_2 = sprintf('(iii) Tempo de espera médio na fila: %f minutos', R_3);
52 disp(resp_3_2);
53
54 resp_3_3 = sprintf('(iii) Número médio de requisições no sistema: %f', Q_3);
55 disp(resp_3_3);
56
57 resp_3_4 = sprintf('(iii) Número médio de requisições na fila: %f', X_3);
58 disp(resp_3_4);
59
60 resp_3_5 = sprintf('(iii) Probabilidade de não haver requisições no sistema: %f',
p0_3);
61 disp(resp_3_5);
62
63 resp_3_6 = sprintf('(iii) Probabilidade de haver m requisições no sistema: %f',
pm_3);
64 disp(resp_3_6);
65

```

A saída do código é mostrada abaixo:

```

1 (i) Tempo de espera médio no sistema: 0.500000 minutos
2 (i) Tempo de espera médio na fila: 0.033333 minutos
3 (i) Número médio de requisições no sistema: 1.000000
4 (i) Número médio de requisições na fila: 30.000000
5 (i) Probabilidade de não haver requisições no sistema: 0.500000

```

6 (i) Probabilidade de **haver** m requisições no sistema: 0.500000
 7 (ii) Tempo de espera médio no sistema: 0.500000 minutos
 8 (ii) Tempo de espera médio na fila: 0.100000 minutos
 9 (ii) Número médio de requisições no sistema: 1.000000
 10 (ii) Número médio de requisições na fila: 10.000000
 11 (ii) Probabilidade de não **haver** requisições no sistema: 0.500000
 12 (ii) Probabilidade de **haver** m requisições no sistema: 0.500000
 13 (iii) Tempo de espera médio no sistema: 0.500000 minutos
 14 (iii) Tempo de espera médio na fila: 0.057895 minutos
 15 (iii) Número médio de requisições no sistema: 1.736842
 16 (iii) Número médio de requisições na fila: 30.000000
 17 (iii) Probabilidade de não **haver** requisições no sistema: 0.210526
 18 (iii) Probabilidade de **haver** m requisições no sistema: 0.236842



Comparando em uma tabela:

Caso	U (minutos)	R (minutos)	Q	X	P(0)	P(m)
i	0.500000	0.033333	1.000000	30.000000	0.500000	0.500000
ii	0.500000	0.100000	1.000000	10.000000	0.500000	0.500000
iii	0.500000	0.057895	1.736842	30.000000	0.210526	0.236842