

## ELEMENTOS DE GEOMETRIA

Geometria significa (em grego) medida de terra; geo = terra e metria = medida.




Ao nosso redor estamos cercados de formas geométricas, é só observar.

Você terá mais facilidade para ler e interpretar desenhos técnicos se for capaz de relacionar objetos com as figuras geométricas.

Cada figura geométrica é formada por elementos geométricos: ponto; segmento de reta; segmento de plano, etc.

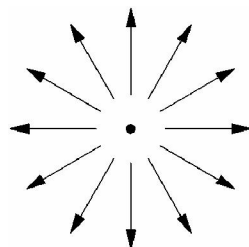
### Elementos fundamentais da geometria e suas características

Em geometria, são usados símbolos e termos que devemos nos familiarizar:

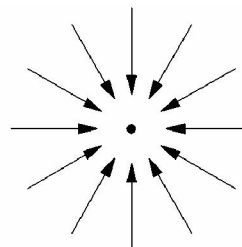
r – reta	
A – semi-reta	
$\overline{AB}$ – segmento de reta	
$\perp$ perpendicular	$\perp_s$ perpendiculares
// paralela	// <sub>s</sub> paralelas
$\equiv$ coincidente	$\equiv_s$ coincidentes
$\sphericalangle$ oblíqua	$\sphericalangle_s$ oblíquas
$\perp$ 90°	
~ semelhança	$\Leftrightarrow$ equivalência
$\sphericalangle$ ângulo	$\in$ pertinência
= igualdade	$\cong$ congruentes
$\bigcirc$ circular	$\square$ quadrangular
$\square$ retangular	$\bigcirc$ semicircular
$\triangle$ triângulo	

Congruentes quer dizer mesma dimensão.

O prefixo semi significa metade: sem-reta; semi-circulo, etc.



Divergentes



Convergentes

Os elementos fundamentais da geometria são: ponto; linha; plano e sólido.

- **A - Ponto** entidade geométrica sem dimensão, representado por uma marcação com uma letra maiúscula.

**A** \_\_\_\_\_ **B - Linha** entidade geométrica com uma dimensão (comprimento) e com formas diversas. No desenho devemos pensar em uma linha reta que *vai de*  $-\infty$  *à*  $+\infty$ . Na construção dos desenhos vamos usar com frequência o segmento de reta, que é um pedaço da reta infinita, e será representado por  $\overline{AB}$



**Plano** - é uma superfície, a qual é formada por um número infinito de retas, o que torna o plano uma superfície infinita, portanto não possui curvatura. Tem duas dimensões (área), portanto, não tem espessura.

Em desenho na prática usamos na verdade segmentos de plano, formados por segmento de retas.

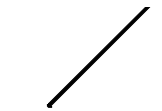


**Sólido** - são modelos que são formados por superfícies planas ou não e que possuem três dimensões (volume).

No próximo capítulo vamos conhecê-los melhor.

### Os segmentos de reta são classificados:

#### Quanto à posição no espaço:



a - inclinadas



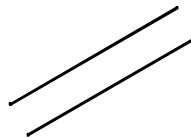
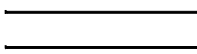
b - horizontais



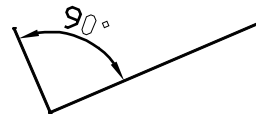
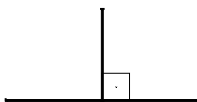
c - verticais

#### Quanto à posição relativa:

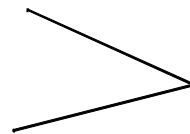
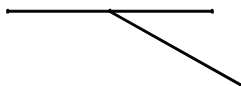
a) Paralelas



b) Perpendiculares

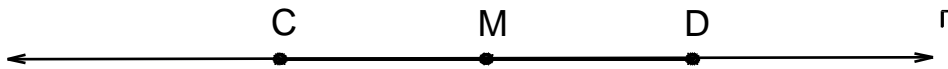


c) Obíquas ou concorrentes



**Ponto médio de um segmento**

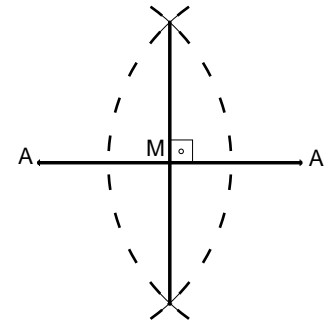
É o ponto que está exatamente no meio do segmento.



O ponto **M** é o ponto médio do segmento  $\overline{CD}$ .

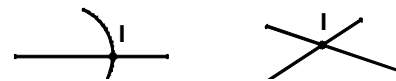
**Mediatriz de um segmento**

Chama-se mediatriz de um segmento de reta a perpendicular traçada ao meio desse segmento.



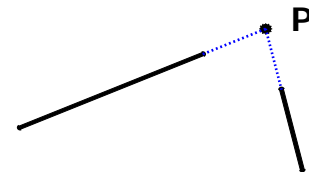
**Ponto de interseção**

É o ponto que pertence a mais de um elemento geométrico ao mesmo tempo (ponto I).



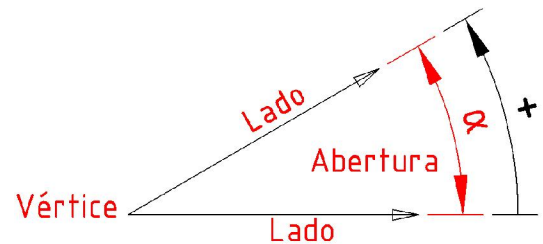
**Ponto de extensão**

É o ponto de prolongamento de um segmento até a interseção com outro segmento (ponto P).



**Ângulo**

É a região do plano compreendida entre duas semi-retas, indicado por uma letra grega minúscula da seguinte forma: ângulo  $\alpha$ .



Um ângulo pode ser medido em graus, grau ou radianos.

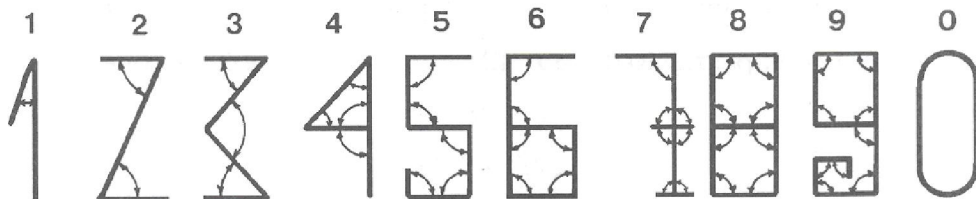
Em desenho usamos o grau que é 1/360 da volta de uma circunferência. O instrumento usado é o transferidor.

O sentido positivo que medimos é o anti-horário, ou seja, **45°** corresponde a **- 315°**.

Um grau tem sessenta minutos ( $1^\circ = 60'$ ) e um minuto tem 60 segundos ( $1' = 60''$ ).

É comum em desenho técnico representar as frações de grau na forma decimal. Por exemplo,  $17^\circ$  e  $30'$  correspondem a  $17,5^\circ$ .

Curiosidade: Diz-se que os números arábicos que usamos até hoje surgiram dos ângulos.



**Quanto a sua abertura os ângulos podem ser:**

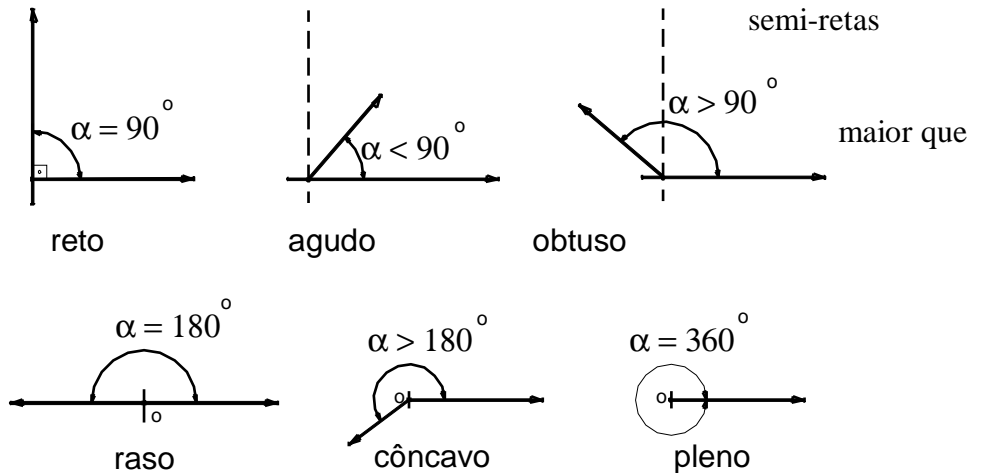
• **Reto** - seus lados são perpendiculares entre si, medindo  $90^\circ$ . Ângulo reto é formado quando duas retas se cruzam e os 4 ângulos formados são iguais entre si e iguais a  $90^\circ$

- Agudo - é o ângulo cuja medida é inferior a um ângulo reto.
- Obtuso - é o ângulo cuja medida é maior que um ângulo reto.

• Raso - seus lados são opostas, medindo  $180^\circ$ .

• Côncavo - seu valor é  $180^\circ$ .

• Pleno - seu valor indica uma volta completa  $360^\circ$ .

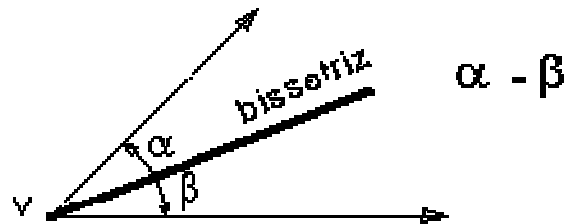


**Bissetriz de um ângulo**

É a linha que divide este ângulo em dois outros ângulos iguais.

**Ângulos adjacentes**

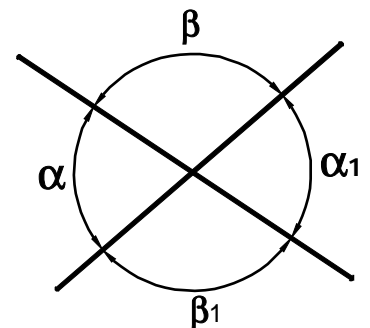
Os ângulos são adjacentes quando dois ângulos têm o mesmo vértice, são separados por um lado comum. É o caso da figura acima.



**Ângulos opostos pelo vértice**

Os ângulos são opostos pelo vértice quando seus lados formam dois pares de semi-retas opostas e são concorrentes.

Na figura ao lado vemos que  $\beta = \beta_1$  e  $\alpha = \alpha_2$ .



**Ângulos alternados**

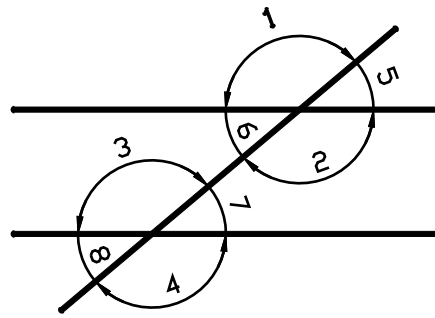
Os ângulos alternados são formados por duas retas paralelas cortadas por uma reta oblíqua, formando oito ângulos, sendo quatro agudos iguais entre si e quatro obtusos, também iguais entre si.

Observando detalhadamente a figura ao lado

percebemos que:

Os ângulos 1, 2, 3 e 4 são iguais (congruentes);

Os ângulos 5, 6, 7 e 8 são iguais (congruentes).



## Polígonos

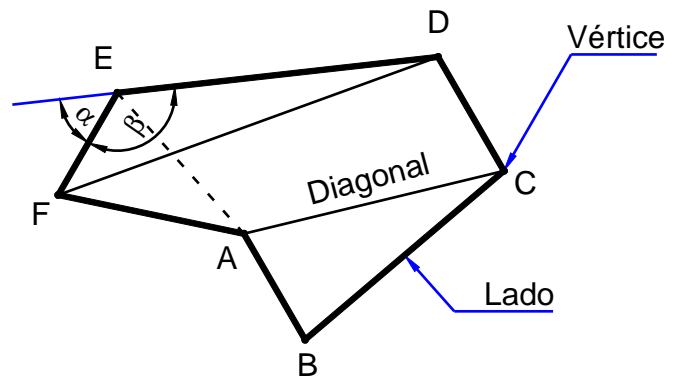
Polígono é a figura geométrica plana constituída por linhas consecutivas formando uma poligonal fechada. Um polígono é formado por pelo menos três vértices.

Ângulos internos são formados por dois lados consecutivos (na figura ângulo  $\beta$ ).

Ângulos externos são ângulos formados por um lado e pelo prolongamento de outro lado adjacente. (na figura ângulo  $\alpha$ ).

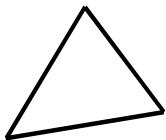
Os lados do polígono não se cruzam e quando possuem um vértice em comum não são colineares (não tem o mesmo alinhamento).

A soma dos comprimentos dos lados é chamado de perímetro.

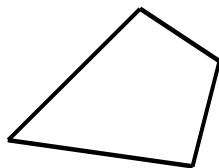


## Classificação dos polígonos quanto ao número de lados

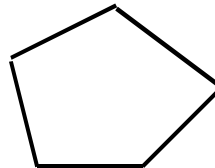
Os mais importantes são:



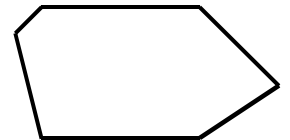
Triângulo 3 lados



quadrilátero 4 lados



pentágono 5 lados



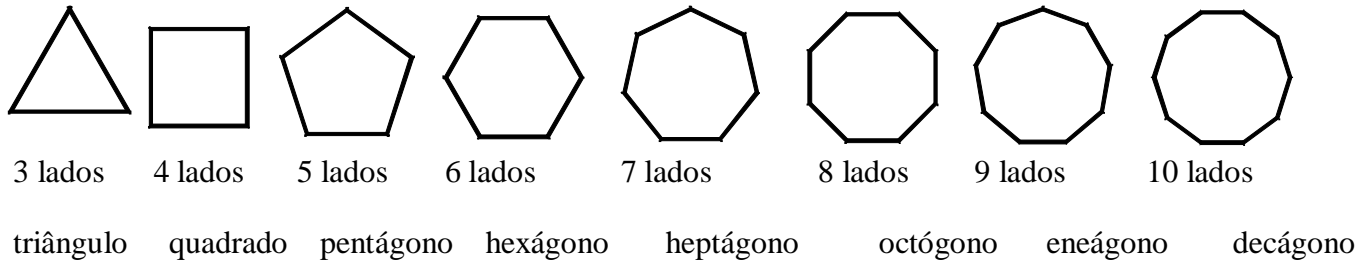
hexágono 6 lados

Para os outros números (**n**) de lados é conveniente chamar polígono de **n** lados, por exemplo, com 17 lados chamamos de polígono de 17 lados.

## Polígonos regulares

Polígonos regulares são os que possuem todos os lados e ângulos congruentes (iguais).

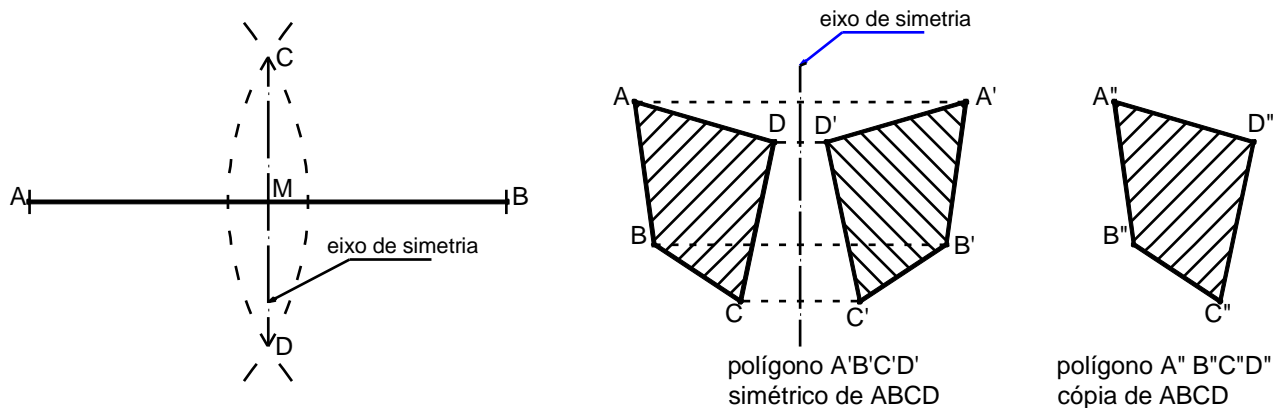
Em função no número de lados, os polígonos recebem nomes especiais:



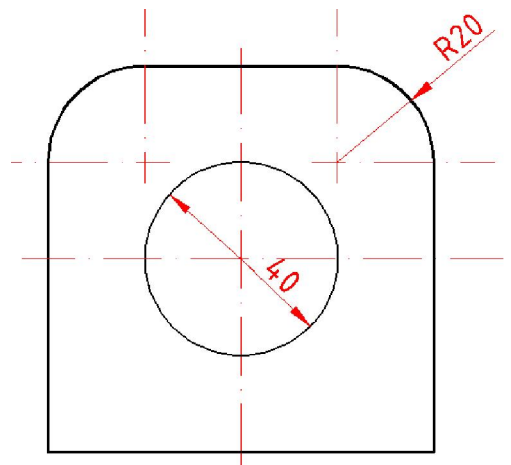
## Simetria de uma figura

Em um segmento de reta **AB** o seu ponto médio **M** é um ponto de simetria.

Dizemos que dois pontos **C** e **D** são simétricos em relação ao eixo **A** e **B** se este eixo é mediatriz do segmento **CD**.



Em muitos desenhos técnicos o eixo de simetria pode ser chamado de linha de centro, quando está posicionado no centro da figura ou no centro de um raio. Estas linhas devem ser do tipo fino, traço-ponto.



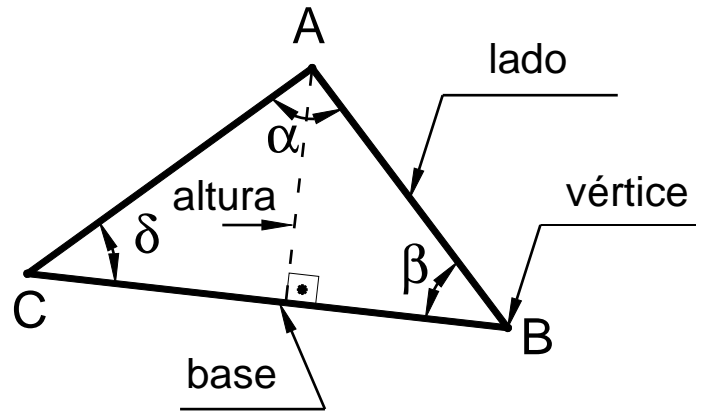
## Triângulos

Triângulo é um polígono de três lados e três ângulos, são classificados de acordo com seus ângulos e lados.

A soma dos ângulos internos será sempre  $180^\circ$

( $\alpha + \beta + \delta = 180^\circ$ ).

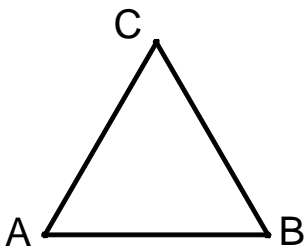
Um triângulo possui três alturas, sempre medidas perpendicularmente a um dos lados, (tomado como base). Todas as alturas têm um mesmo ponto de cruzamento, chamado de ortocentro, que dependendo do triângulo, pode ocorrer fora do mesmo.



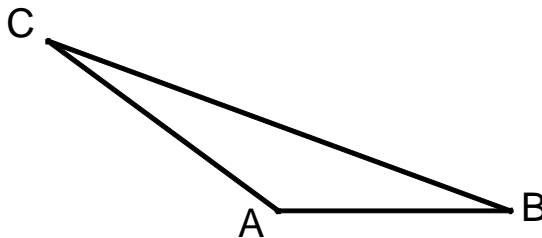
Dois triângulos são semelhantes quando tiverem os ângulos iguais, e forem de tamanhos diferentes.

### Classificação dos triângulos quanto aos ângulos:

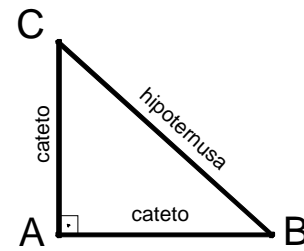
- **Acutângulo:** possui os três ângulos agudos
- **Obtusângulo:** possui um ângulo obtuso
- **Retângulo:** possui um ângulo reto



acutângulo



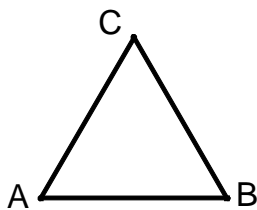
obtusângulo



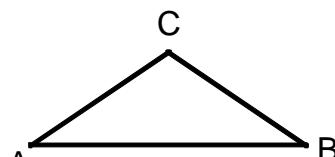
retângulo

### Classificação dos triângulos quanto às dimensões dos lados:

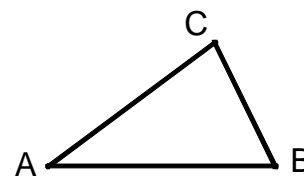
- **Equilátero:** tem os três lados iguais
- **Isóscele:** possui apenas dois lados iguais
- **Escaleno:** tem os três lados diferentes



equilátero



isósceles

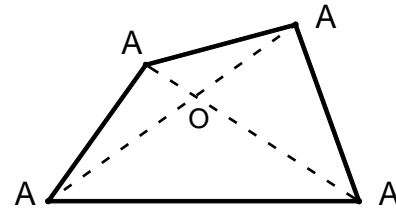


escaleno

## Quadriláteros

São polígonos de quatro lados.

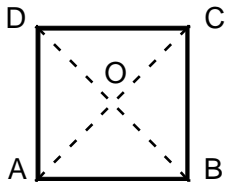
- A soma dos ângulos internos de todo quadrilátero é sempre igual a  $360^\circ$ .
- Todo quadrilátero tem apenas duas diagonais.
- Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.



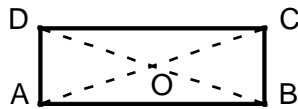
## Classificação dos quadriláteros

Quanto à forma geométrica, os quadriláteros convexos são classificados em:

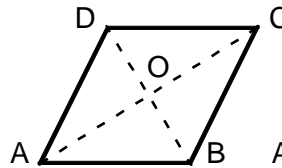
1. Paralelogramos: são polígonos formados por lados paralelos, dois a dois. Podem ser:
  - Quadrados: possui os lados e ângulos congruentes (iguais).
  - Retângulo: possui lados iguais dois a dois e seus ângulos são retos.
  - Losango: possui os lados iguais e os ângulos opostos iguais dois a dois.
  - Paralelogramo: possui seus lados opostos iguais e paralelos dois a dois.



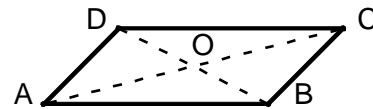
quadrado



retângulo



losango

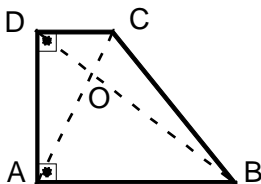


paralelogramo

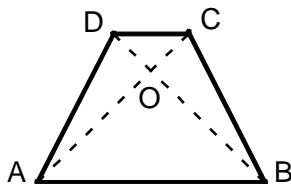
2. Trapézios: são os quadriláteros caracterizados por possuírem os lados opostos paralelos.

Estes lados são as bases. À distância entre as bases denomina-se altura. Podem ser:

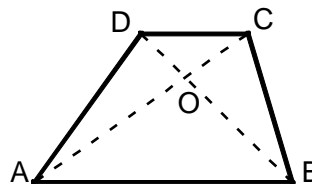
- Trapézio retângulo: tem 2 ângulos de  $90^\circ$ .
- Trapézio isóscele: os lados não paralelos são iguais.
- Trapézio escaleno: os lados não paralelos não são iguais.
- Trapezóide: não possui lados paralelos.



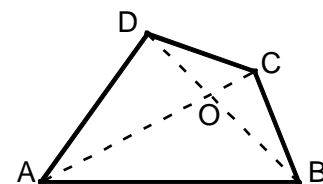
trapézio retângulo



trapézio isósceles



trapézio escaleno



trapezóide

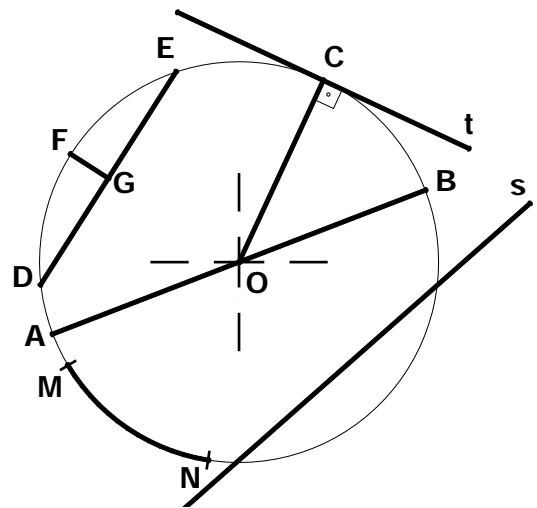


## Circunferência

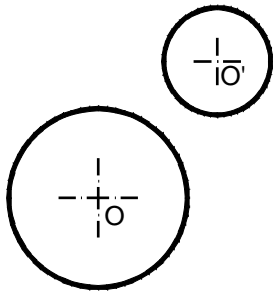
Circunferência é uma linha curva, plana, fechada e que tem todos os pontos que a constitui, equidistantes de um ponto interior chamado centro.

### Elementos de uma circunferência:

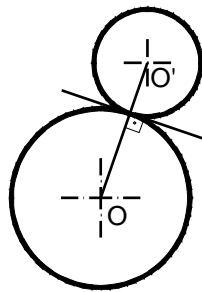
- Centro: ponto central, equidistante da circunferência, representado por **O** na figura.
- Raio: linha reta que vai do centro a qualquer ponto da curva, representado por **OC** na figura. Em desenho técnico é usada a letra **r**, para especificar o seu valor numérico.
- Corda: é a linha reta que une os extremos de um arco. É representado por **DE** na figura.
- Diâmetro: é a linha reta que passa pelo centro da circunferência e toca a mesma em dois pontos. O diâmetro é a maior corda da circunferência e é representado por **AB** na figura. Em desenho técnico é usada a letra grega  $\varnothing$ , para especificar o seu valor numérico.
- Arco: é a porção qualquer da circunferência. O arco é medido pelo ângulo central que o admite. Ver **MN** na figura.
- Flecha: é o segmento de reta que une o meio do arco ao meio da corda. Ver **FG** na figura.
- Tangente: é uma linha reta que toca apenas um ponto da circunferência. Ver **t** na figura.
- Secante: é a linha reta que corta a circunferência em dois pontos. Ver **s** na figura.
- Semi-circunferência: é a metade da circunferência. Ver **AB** na figura.
- Comprimento de uma circunferência **C** é a dimensão da curva completa ( $360^\circ$ ), transformada em um segmento (retificada). O comprimento de uma circunferência e:  $C = \pi * \phi$  ou  $C = 2 * \pi * r$



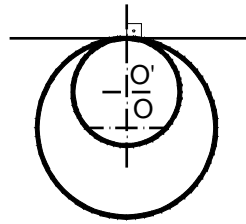
**Posições relativas de duas circunferências**



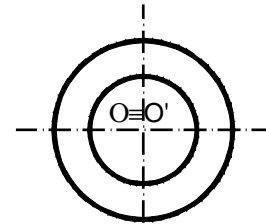
circunferências exteriores



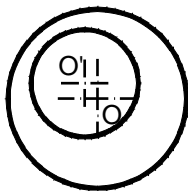
circunferências tangentes exteriores



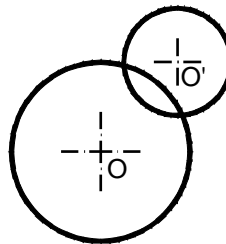
circunferências tangentes interiores



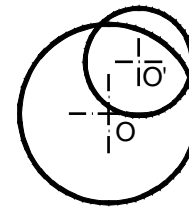
circunferências concêntricas



circunferências interiores



circunferências secantes exteriores

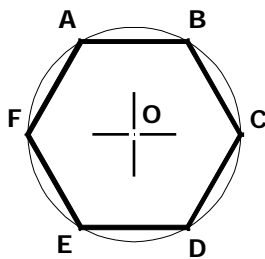


circunferências secantes interiores

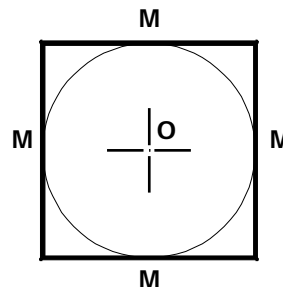
**Polígono regular inscrito ou circunscrito em uma circunferência**

Um polígono quando inscrito todos os seus vértices pertencem a uma circunferência. Ver na figura os pontos A; B; C; D; E e F.

Um polígono quando circunscrito todos os seus lados tem um ponto de tangência a uma circunferência e no caso dos regulares este ponto é o ponto médio de cada lado. Ver na figura os pontos M.



Hexágono inscrito



Quadrado circunscrito

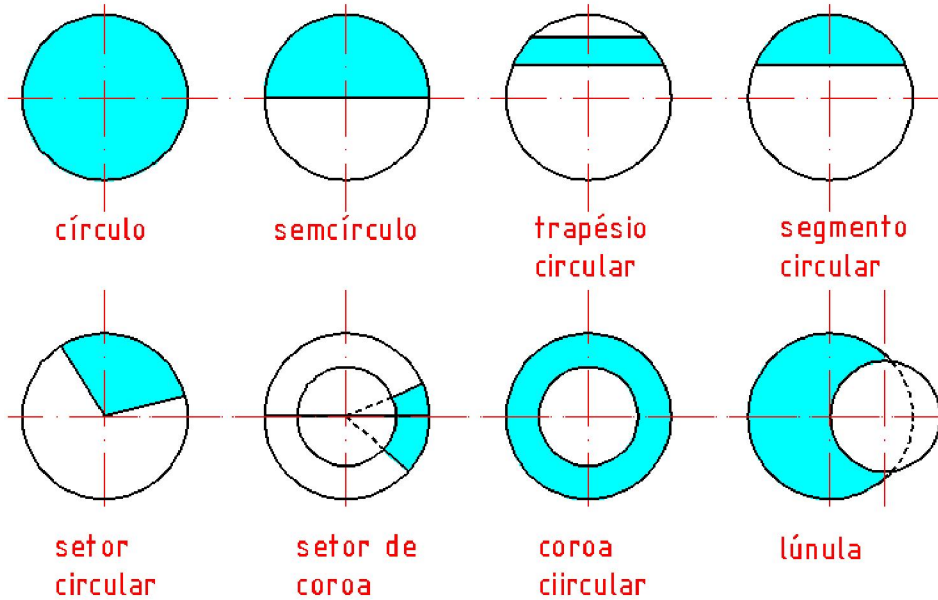
**Círculo**

Porção do plano, delimitada pela região interna da circunferência. A área de um círculo é:  $A = \frac{\pi * D^2}{4}$

ou  $A = \pi * r^2$

**Elementos de um círculo:**

- Semicírculo: é a área compreendida entre o diâmetro e o arco de uma circunferência.
- Trapézio circular: é a porção do círculo compreendida entre duas cordas da circunferência.
- Segmento circular: é a porção do círculo limitada por uma corda e um arco.
- Setor circular: é a porção do círculo compreendida entre dois raios e um arco.
- Corda circular: é a porção do círculo compreendida entre duas circunferências concêntricas.
- Lúnula: é a área limitada por dois arcos de duas circunferências secantes.



A área de um setor circular é:

$$A = \frac{\pi * D^2}{4} * \frac{\alpha}{360}$$

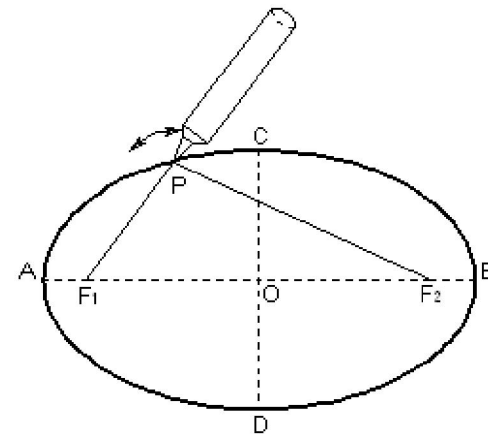
A área de uma coroa circular

é:  $A = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$

**Elipse**

É uma curva plana gerada por um ponto que se move de modo que a soma de suas distâncias a dois pontos fixos ( $F_1$  e  $F_2$ , chamados “focos” é constante e igual ao comprimento do eixo maior  $AB$  que é maior que o eixo  $CD$ . Ou seja: Um ponto  $P$  da elipse é tal que:  $PF_1 + PF_2 = AB > F_1F_2$

Se as distâncias de  $F_1P$  e  $F_2P$ , forem unidas por um barbante e fixados os pontos  $F_1$  e  $F_2$  podemos deslocar o ponto  $P$ , mantendo sempre o barbante esticado, teremos o traçado de uma elipse (elipse do jardineiro). Veja a figura ao lado.



**Bibliografia:**

CARVALHO, Benjamin de A. Desenho Geométrico. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S/A, 1982.  
 JANUÁRIO, Antônio Jaime. Desenho Geométrico. Florianópolis, Editora da UFSC, 2000.  
 VENDITTI, Marcus Vinicius dos Reis. Desenho Técnico sem Plancheta com AutoCAD 2008, Florianópolis, Visual Books, 2007.