

Instituto Federal de Santa Catarina
Curso Técnico Integrado em Telecomunicações
PRT- Princípios de Telecomunicações

MODULAÇÃO EM FASE E FREQUÊNCIA

Prof. Deise Monquelate Arndt

Fontes: Princípios de Sistemas de Telecomunicações, Prof. Saul Caetano e
Prof. Marcos Moecke. Material Prof. Bruno Fontana

São José, abril de 2016

Modulação em Fase e Frequência

- As modulações que não carregam a informação na amplitude possuem maior imunidade ao ruído nas transmissões, é o caso das modulações em fase (PM - *Phase Modulation*) e em frequência (FM - *Frequency Modulation*) que empregam a modulação angular.
- As modulações PM e FM empregam a modulação dita angular, ou seja, a modulação é feita sobre o ângulo da portadora e a amplitude do sinal permanece constante.

FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA

➤ Dada a seguinte função trigonométrica:

$$f(t) = A \cos(\theta(t))$$

cujo ângulo $\theta(t)$ é uma função do tempo (varia com o passar do tempo).

Já conhecemos o caso mais comum das funções trigonométricas tradicionais, em que θ varia linearmente com o tempo:

$$\theta(t) = \omega t + \phi$$

- Onde ϕ é a fase do sinal e ω é a velocidade angular do sinal

FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA

➤ Suponha um ângulo mais genérico, cuja variação em função do tempo não é linear.

Podemos definir a “frequência instantânea” da função trigonométrica para um instante muito pequeno de tempo como sendo:

$$\omega_{\text{inst}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

que é um caso geral de velocidade angular instantânea.

Quanto maior a variação de $\Delta\theta$ para o mesmo intervalo de tempo, maior a velocidade (frequência angular) instantânea naquele instante.

MODULAÇÃO EM ÂNGULO

➤ Seja um sinal de portadora $\mathbf{p(t)}$ descrito por uma função trigonométrica, temos dois parâmetros que podem ser modulados:

- Amplitude

$$\mathbf{p(t)} = \mathbf{A(t)} \cos(\theta(t))$$

- Fase

➤ Usando o ângulo como $\omega t + \theta$ com ω e θ fixos e modulando a amplitude, temos a modulação AM.

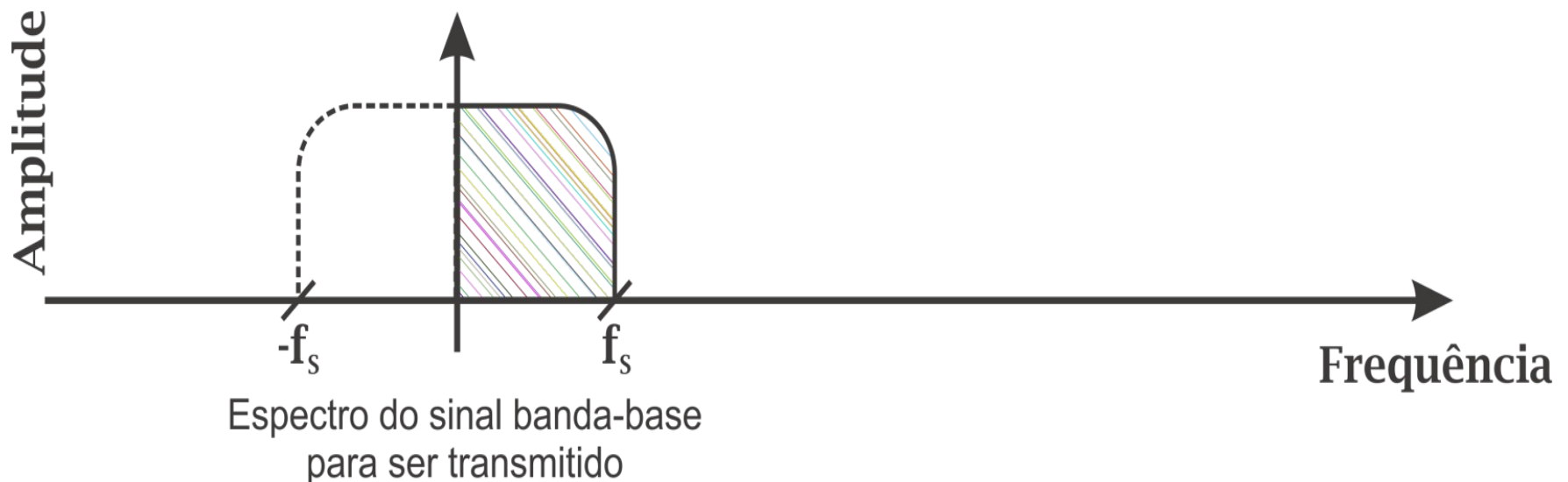
➤ Se escolhermos uma amplitude fixa e modularmos o ângulo, temos duas possibilidades: modulações PM e FM.

SINAL MODULANTE

- Deseja-se transmitir o sinal

$$m(t)$$

Assumindo ser um sinal em banda base, com largura de banda do espectro B_s .



MODULAÇÃO EM ÂNGULO

➤ Na modulação angular, o ângulo pode ser alterado de duas formas:

➤ Modulação em FASE (PM)

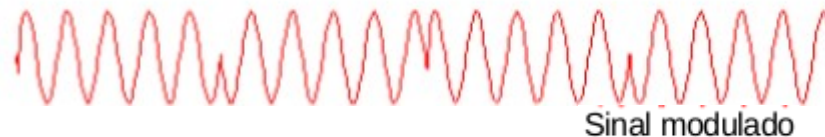
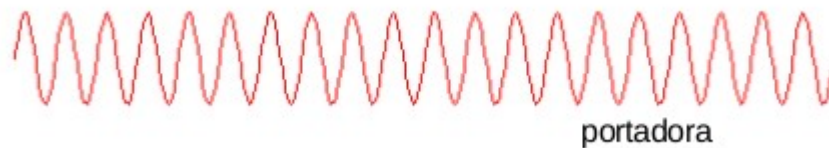
$$\theta_{PM}(t) = \omega_p t + \left(\theta_p + k_{PM} \times m(t) \right)$$

➤ Modulação em Frequência (FM)

$$\omega_{instFM}(t) = \omega_p + k_{FM} \times m(t)$$

MODULAÇÃO PM

- Na modulação PM a fase da onda portadora varia proporcionalmente à variação de amplitude do sinal modulante;
- A modulação PM não é muito utilizada pois necessita de equipamentos de recepção mais complexos, quando comparados a modulação FM e pode apresentar problemas, por exemplo, para detectar se um sinal tem fase de 0° ou 180° .



MODULAÇÃO EM FREQUÊNCIA

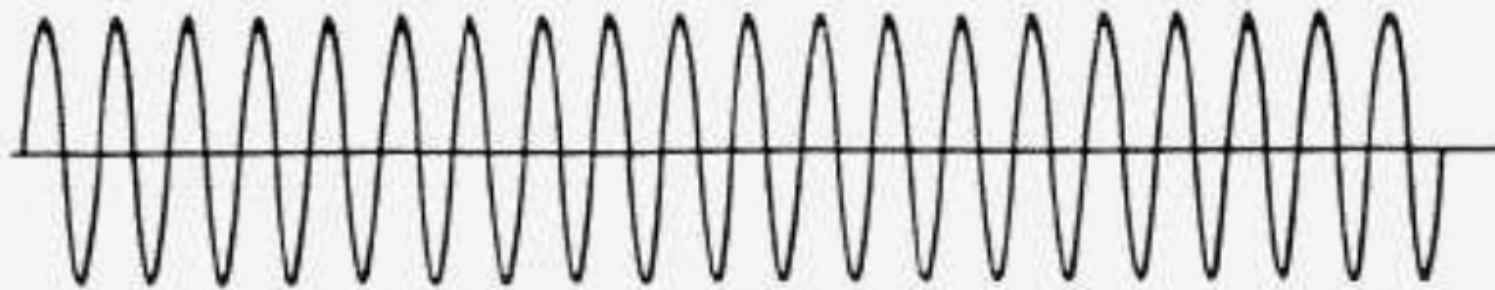
➤ É a modulação onde o sinal da modulante interfere diretamente no valor da velocidade angular instantânea do sinal modulado.

$$\omega_{\text{instFM}}(t) = \omega_p + k_{\text{FM}} \times m(t)$$

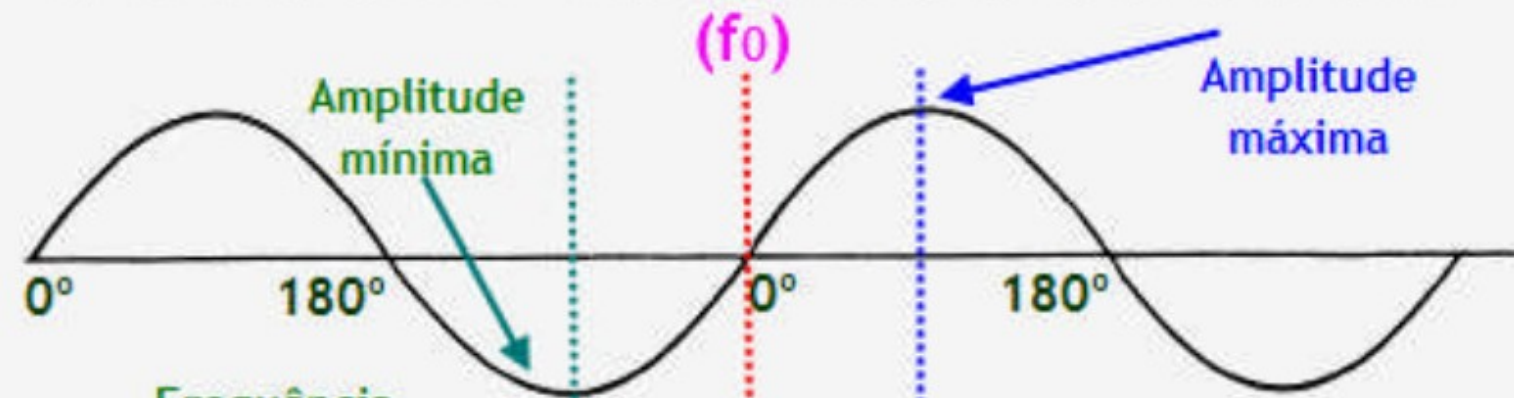
➤ k_{FM} é constante de modulação em frequência e representa a conversão da variação de amplitude do sinal modulante e_m em variações de velocidade angular instantânea.

$$K_{\text{FM}} = \frac{\Delta f}{\Delta e_m} \quad [rd/(s.V)]$$

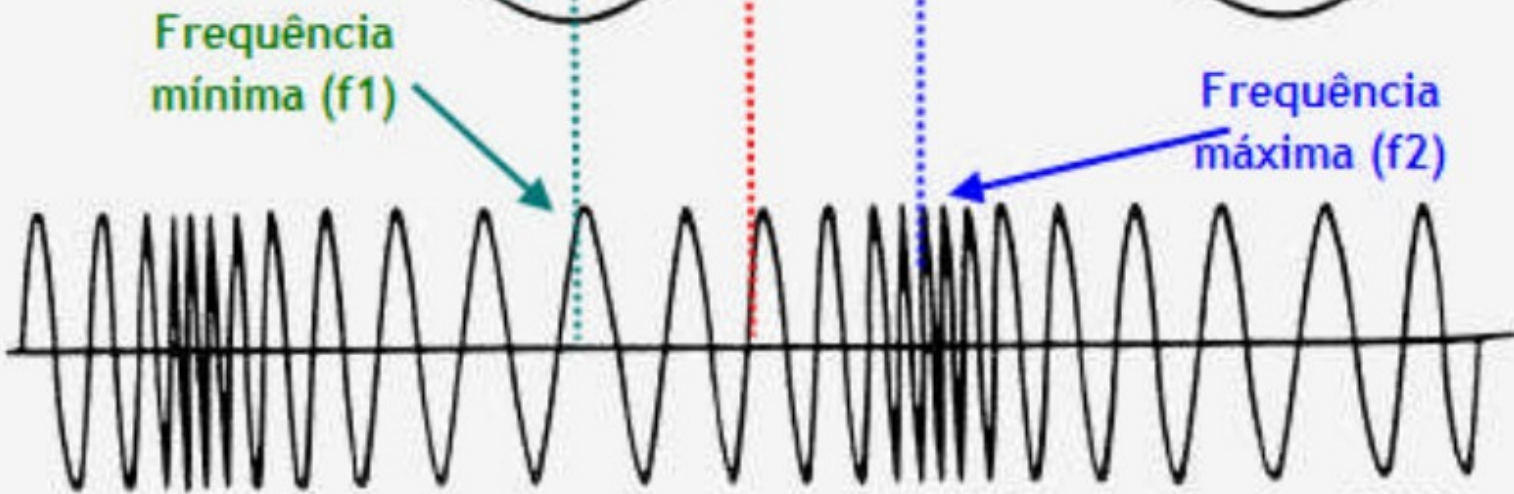
MODULAÇÃO FM



Portadora
(f_0)



Moduladora
(f_s)



FM
($\Delta f = f_2 - f_1$)

→ TEMPO

LARGURA DE BANDA FM

- Na modulação angular – diferentemente da modulação AM – um grande número de bandas laterais é criado.
- A largura de banda depende do índice de modulação, dado por:

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

- Teoricamente um sinal FM tem largura de banda infinita, entretanto na prática se limita a banda dentro de uma faixa aceitável.

LARGURA DE BANDA FM

- A largura de banda é calculada em função do número de bandas laterais concentradas ao redor da portadora;
- De forma geral, temos:

$$BW_{FM} = 2nf_m$$

- Onde n é o número de faixas laterais pra cada lado da portadora e " f_m " é a frequência máxima do sinal modulante.

LARGURA DE BANDA FM

➤ Na prática se limita o número de bandas laterais em :

$$n = \beta + 1$$

➤ A faixa assim definida mantém 98% da potência do sinal – as componentes de frequência além deste limite têm amplitudes quase insignificantes;

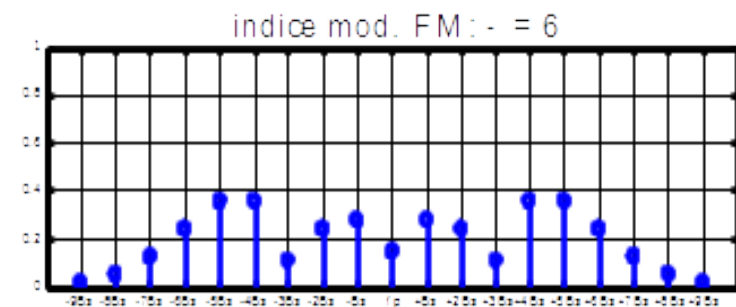
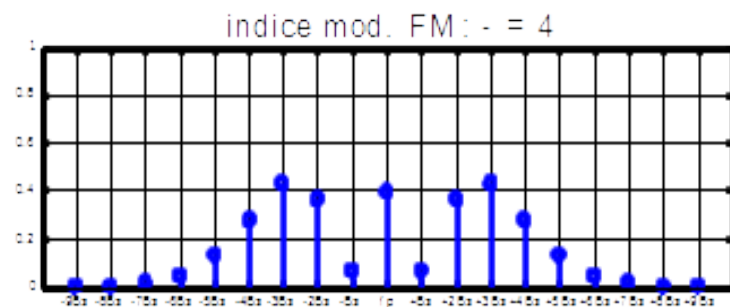
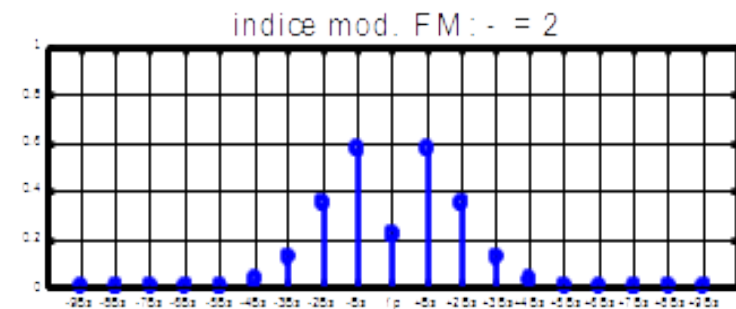
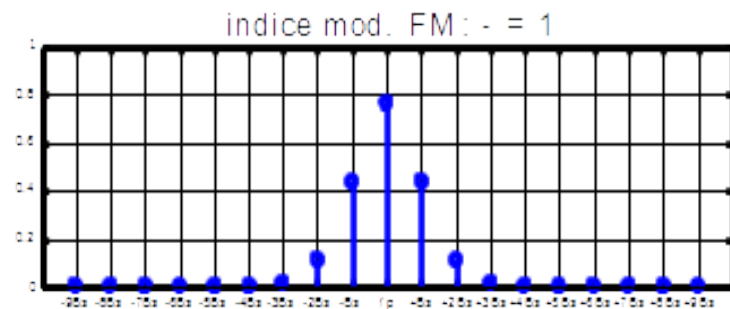
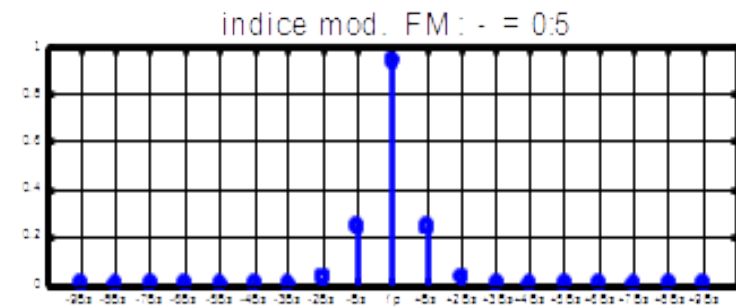
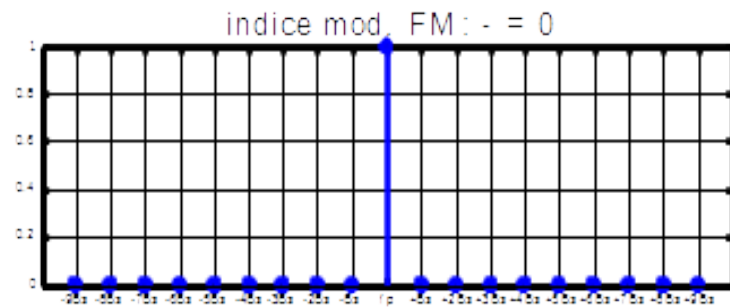
➤ Em função do índice de modulação em frequência, podemos classificar a modulação em FM em **FM de Faixa Estreita (FMFE)** ou **FM de Faixa Larga (FM)**.

LARGURA DE BANDA FM

- Sistemas FM comerciais possuem especificações de máximo desvio de frequência e frequência modulante, isto implica em uma largura de banda mínima e no valor de índice de modulação que pode ser usado.

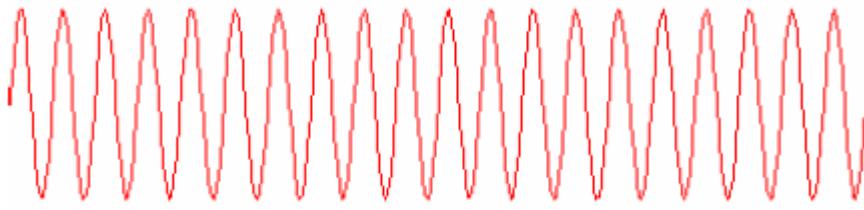
Aplicação	Δf (máx)	f_m (máx)	BW	$\Delta f / f_m$
Rádiodifusão em FM	± 75 KHz	15 KHz	180 KHz	5
Canal de áudio de TV	± 25 KHz	15 KHz	80 KHz	1,67
Radiocomunicação VHF-UHF	± 5 KHz	3 KHz	16 KHz	1,67

Banda do sinal FM x Índice de Modulação

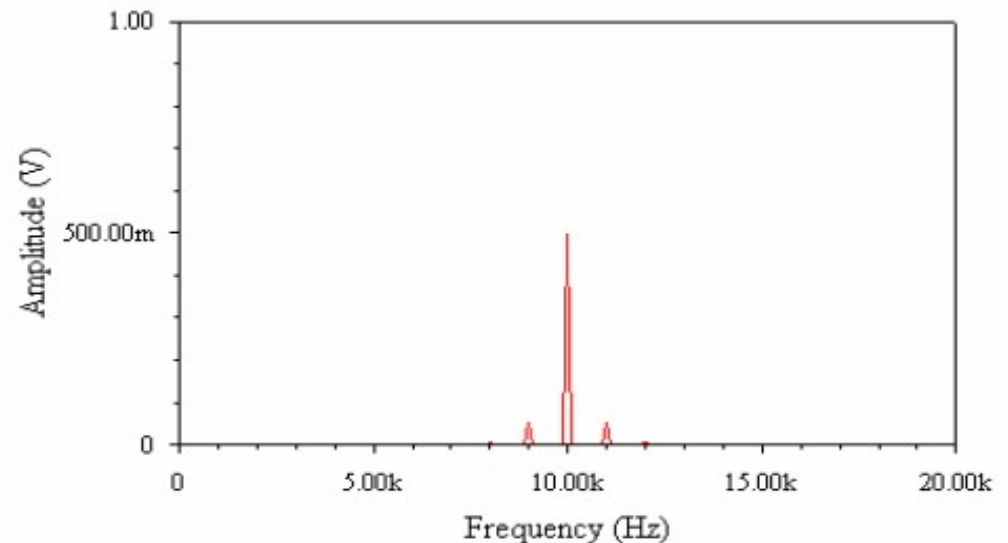


FM de faixa estreita

- Utiliza um índice de modulação baixo (β menor ou igual a 2) e resulta em um espectro com apenas um par de bandas Laterais.



Sinal modulado FMFE $\beta=0,2$



FM de faixa larga

- Conhecido simplesmente como **FM**, utiliza um $\beta > 2$ e resulta em um número de pares de bandas laterais que são função do β ;
- A amplitude da portadora e das bandas laterais é dada pelos coeficientes das funções de Bessel:

$$\begin{aligned} e_{FM}(t) = & J_0(\beta)E_0 \cos(\omega_0 t) + \\ & J_1(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + \omega_m)t - \cos(\omega_0 - \omega_m)t] + \\ & J_2(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + 2\omega_m)t + \cos(\omega_0 - 2\omega_m)t] + \\ & J_3(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + 3\omega_m)t - \cos(\omega_0 - 3\omega_m)t] + \\ & J_4(\beta)E_0 [\cos(\omega_0 + 4\omega_m)t + \cos(\omega_0 - 4\omega_m)t] + \dots \end{aligned}$$

Gráfico dos coeficientes de funções

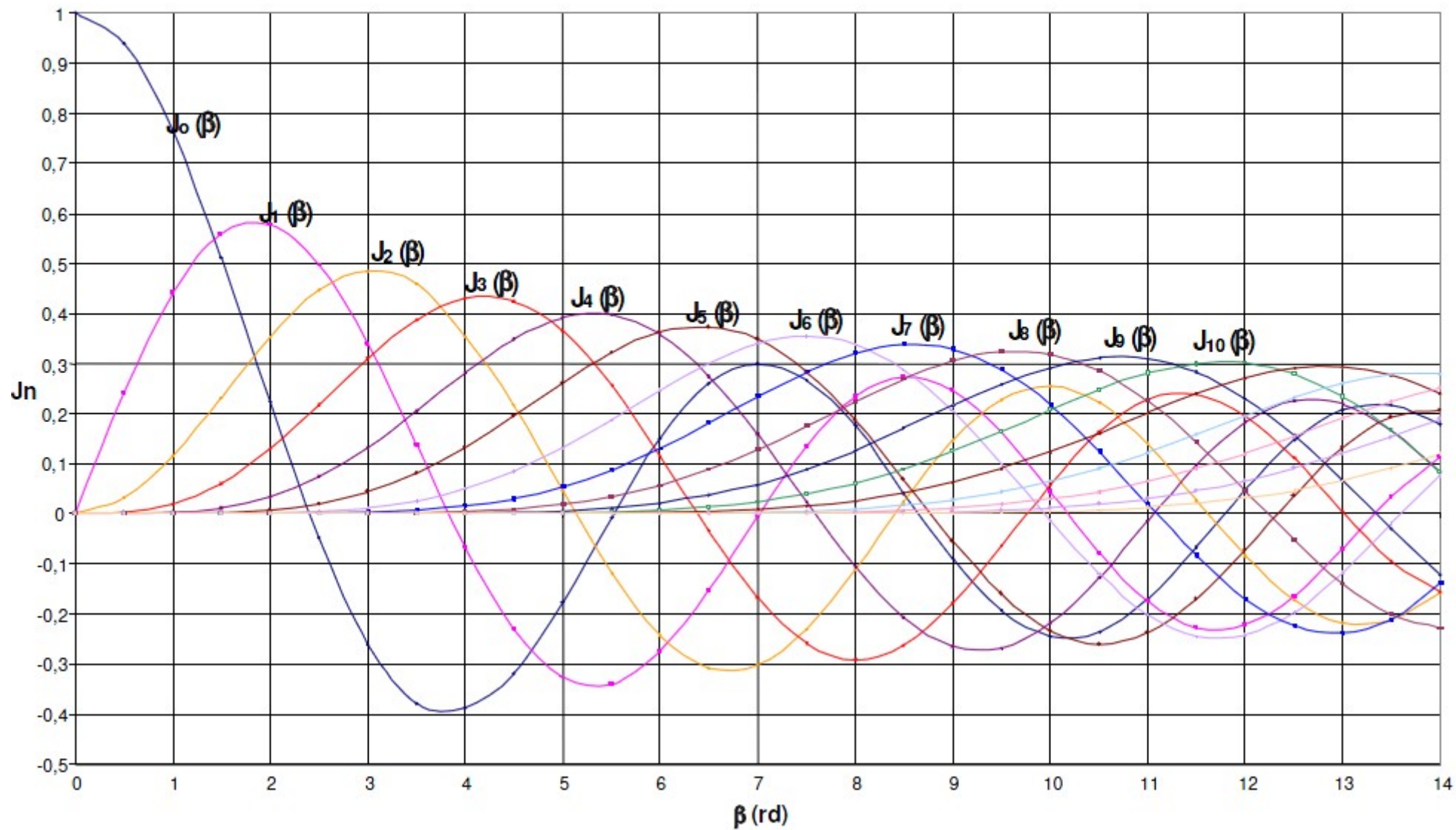
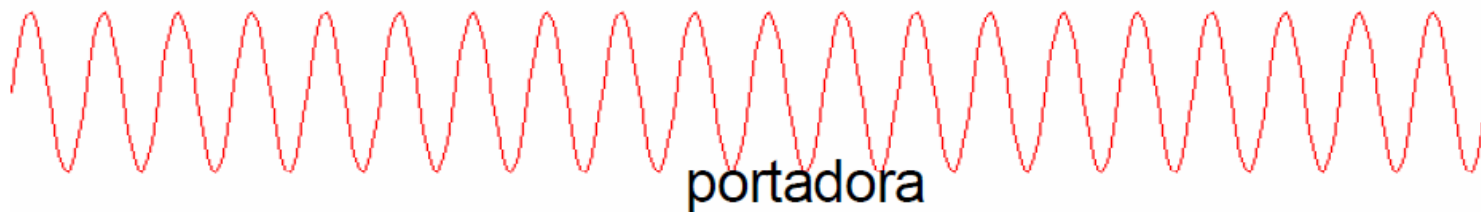


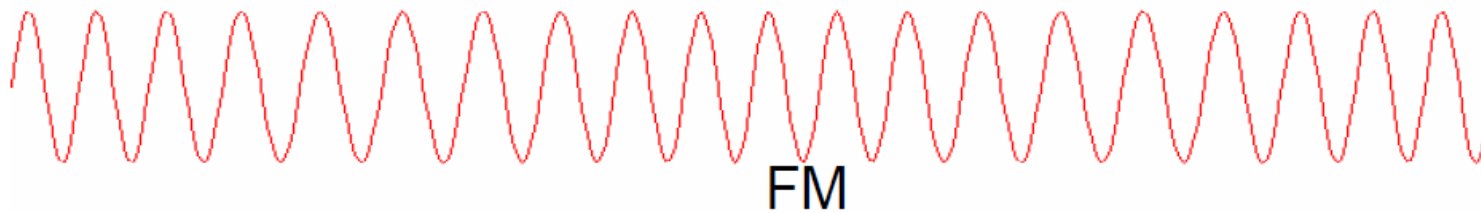
Tabela dos coeficientes das funções de Bessel.

β	$J_0(\beta)$	$J_1(\beta)$	$J_2(\beta)$	$J_3(\beta)$	$J_4(\beta)$	$J_5(\beta)$	$J_6(\beta)$	$J_7(\beta)$	$J_8(\beta)$	$J_9(\beta)$	$J_{10}(\beta)$	$J_{11}(\beta)$	$J_{12}(\beta)$
0,0	1,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,938	0,242	0,031	0,003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,0	0,765	0,440	0,115	0,020	0,002	0	0	0	0	0	0	0	0
1,5	0,512	0,558	0,232	0,061	0,012	0,002	0	0	0	0	0	0	0
2,0	0,224	0,577	0,353	0,129	0,034	0,007	0,001	0	0	0	0	0	0
2,5	-0,048	0,497	0,446	0,217	0,074	0,020	0,004	0,001	0	0	0	0	0
3,0	-0,260	0,339	0,486	0,309	0,132	0,043	0,011	0,003	0	0	0	0	0
3,5	-0,380	0,137	0,459	0,387	0,204	0,080	0,025	0,007	0,002	0	0	0	0
4,0	-0,397	-0,066	0,364	0,430	0,281	0,132	0,049	0,015	0,004	0,001	0	0	0
4,5	-0,321	-0,231	0,218	0,425	0,348	0,195	0,084	0,030	0,009	0,002	0,001	0	0
5,0	-0,178	-0,328	0,047	0,365	0,391	0,261	0,131	0,053	0,018	0,006	0,001	0	0
5,5	-0,007	-0,341	-0,117	0,256	0,397	0,321	0,187	0,087	0,034	0,011	0,003	0,001	0
6,0	0,151	-0,277	-0,243	0,115	0,358	0,362	0,246	0,130	0,057	0,021	0,007	0,002	0,001
6,5	0,260	-0,154	-0,307	-0,035	0,275	0,374	0,300	0,180	0,088	0,037	0,013	0,004	0,001
7,0	0,300	-0,005	-0,301	-0,168	0,158	0,348	0,339	0,234	0,128	0,059	0,024	0,008	0,003
7,5	0,266	0,135	-0,230	-0,258	0,024	0,283	0,354	0,283	0,174	0,089	0,039	0,015	0,005
8,0	0,172	0,235	-0,113	-0,291	-0,105	0,186	0,338	0,321	0,223	0,126	0,061	0,026	0,010
8,5	0,042	0,273	0,022	-0,263	-0,208	0,067	0,287	0,338	0,269	0,169	0,089	0,041	0,017
9,0	-0,090	0,245	0,145	-0,181	-0,265	-0,055	0,204	0,327	0,305	0,215	0,125	0,062	0,027
9,5	-0,194	0,161	0,228	-0,065	-0,269	-0,161	0,099	0,287	0,323	0,258	0,165	0,090	0,043
10,0	-0,246	0,043	0,255	0,058	-0,220	-0,234	-0,014	0,217	0,318	0,292	0,207	0,123	0,063

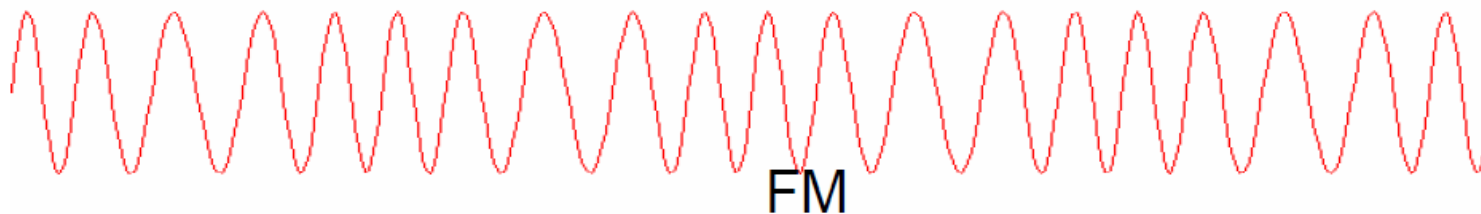
Efeito da modulação FM no domínio do tempo



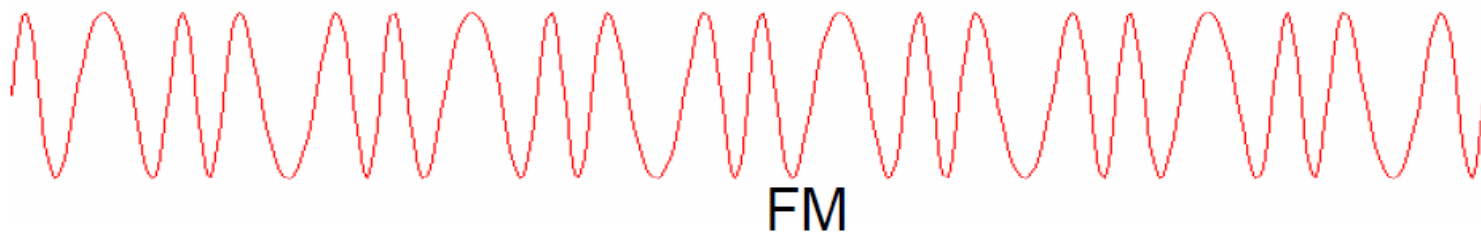
$f_0 = 10\text{kHz}$



$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 1\text{kHz},$
 $\beta = 1$

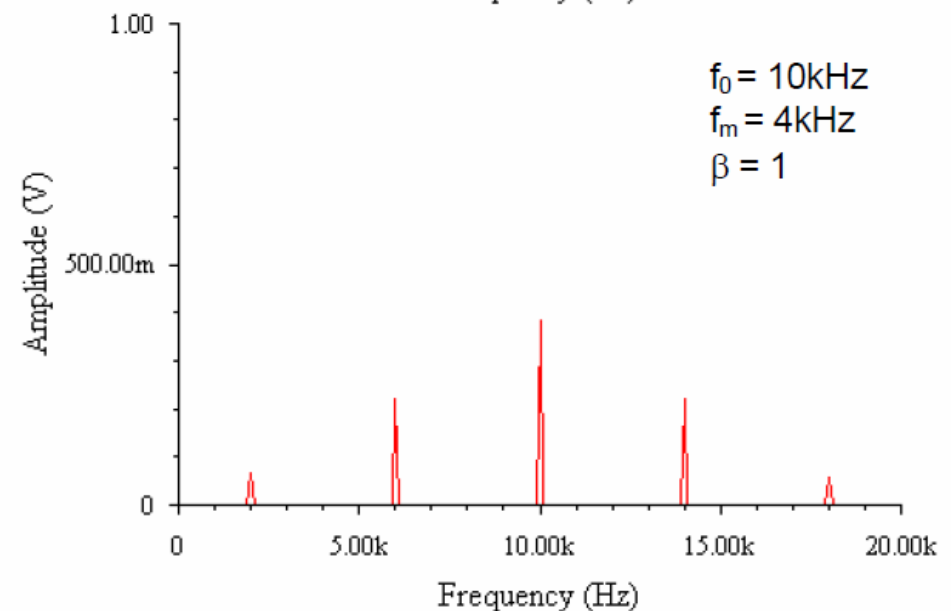
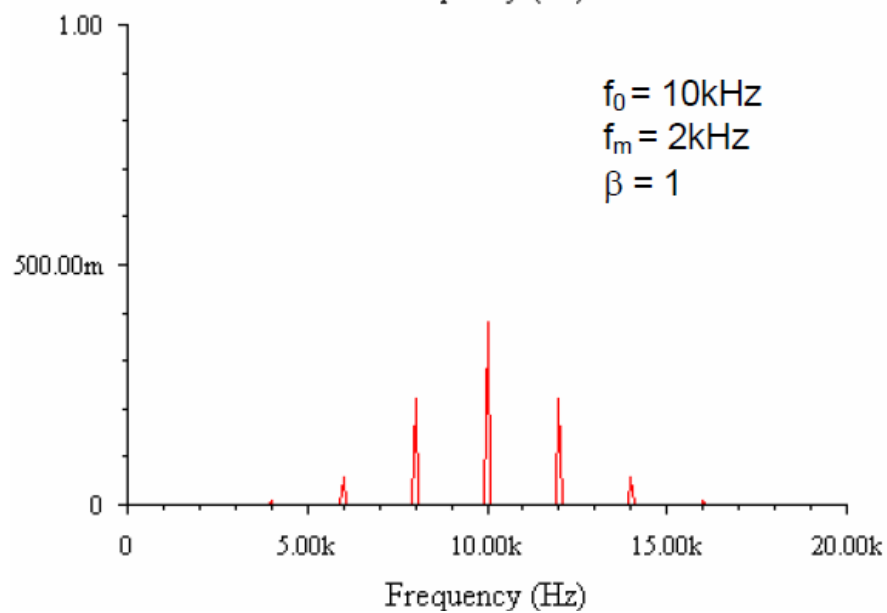
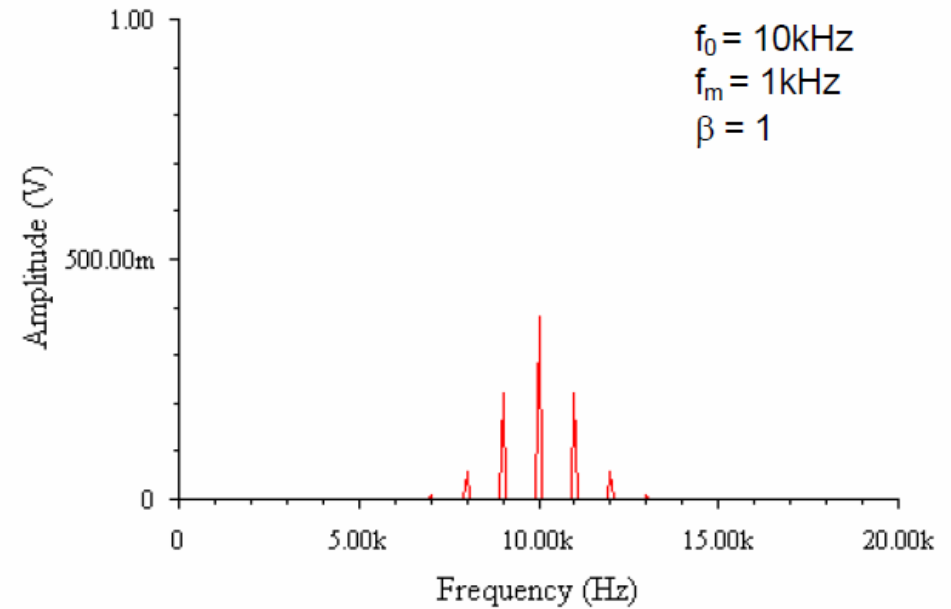
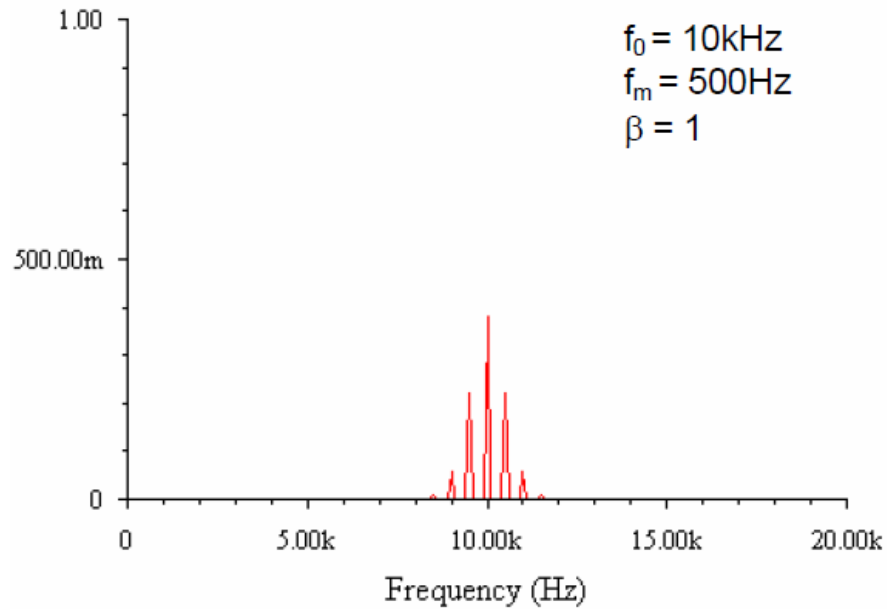


$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 2\text{kHz},$
 $\beta = 1$



$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 4\text{kHz},$
 $\beta = 1$

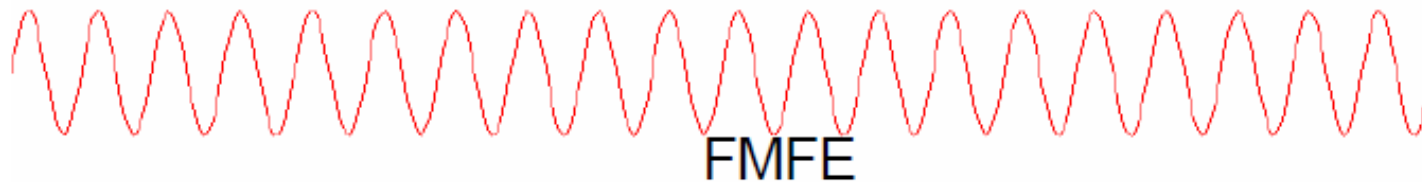
Efeito da modulação FM na frequência



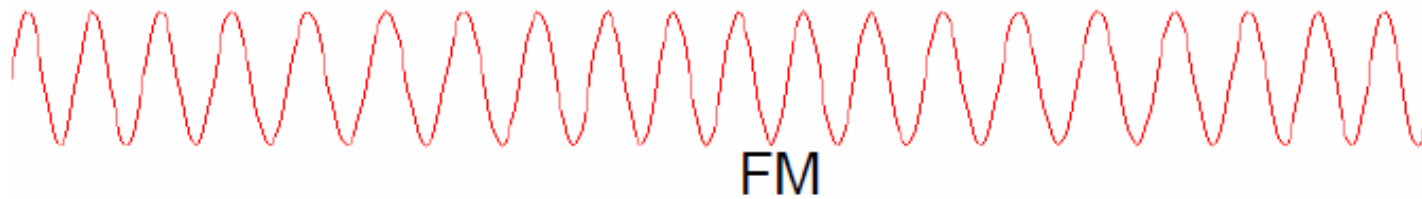
Efeito do índice de modulação FM no tempo



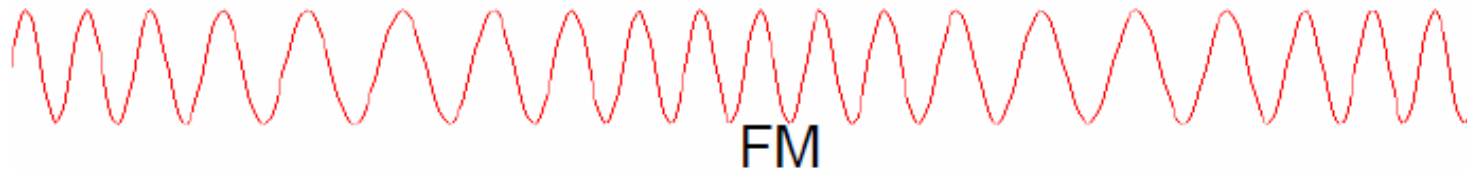
$f_0 = 10\text{kHz}$



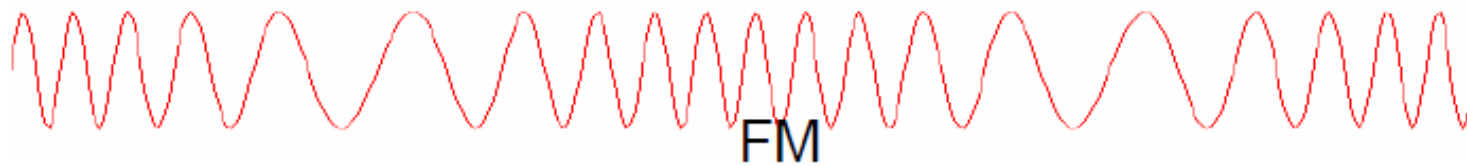
$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 1\text{kHz},$
 $\beta = 0,2$



$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 1\text{kHz},$
 $\beta = 1$

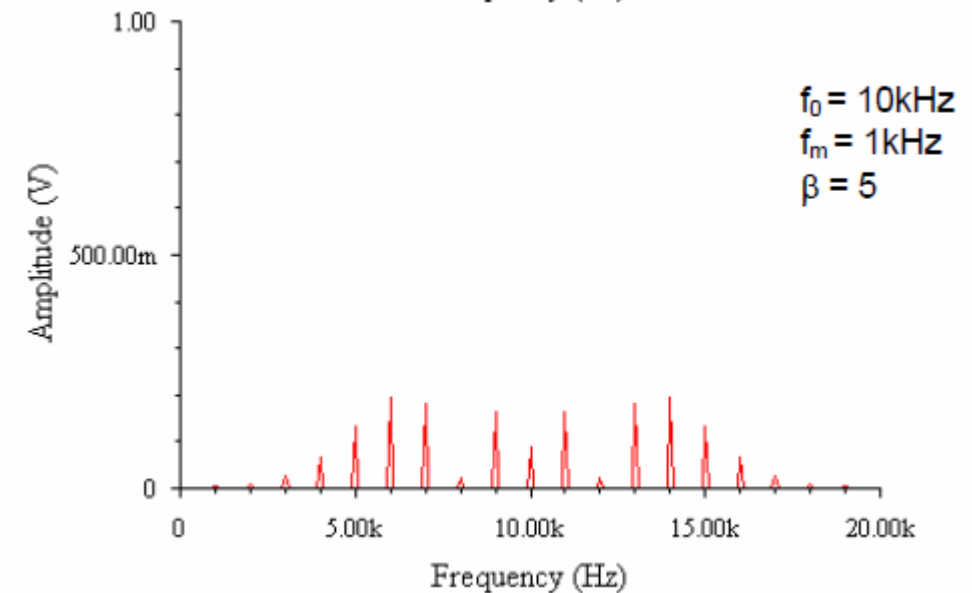
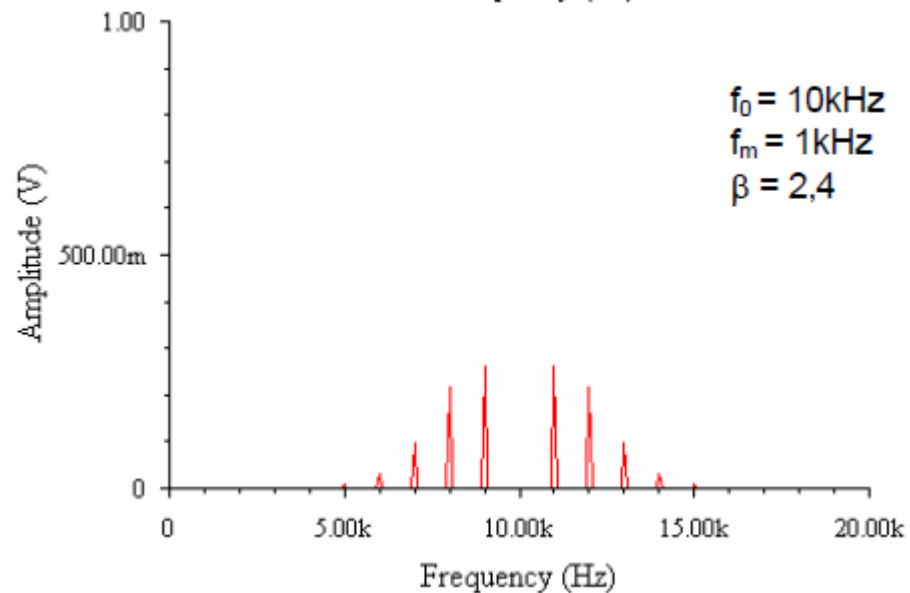
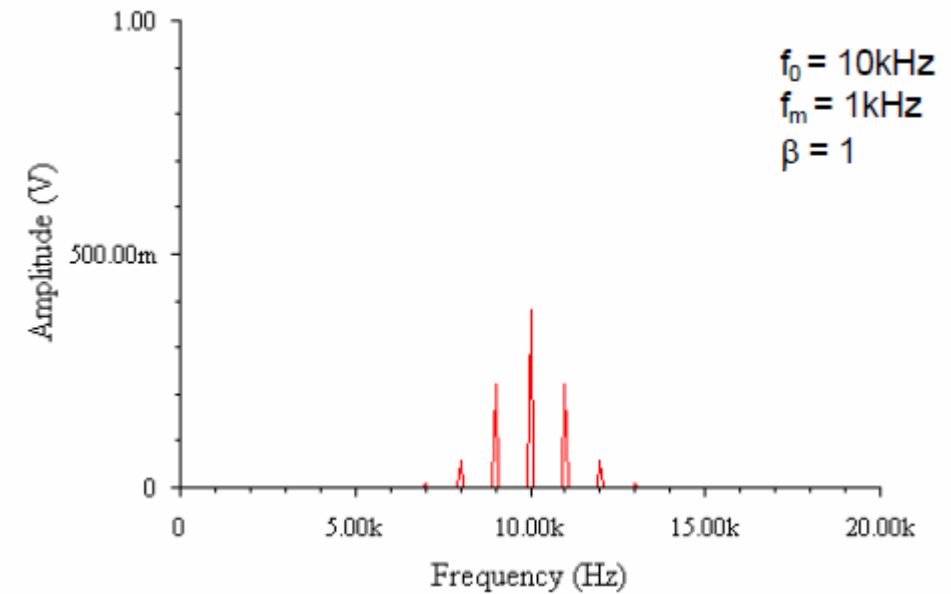
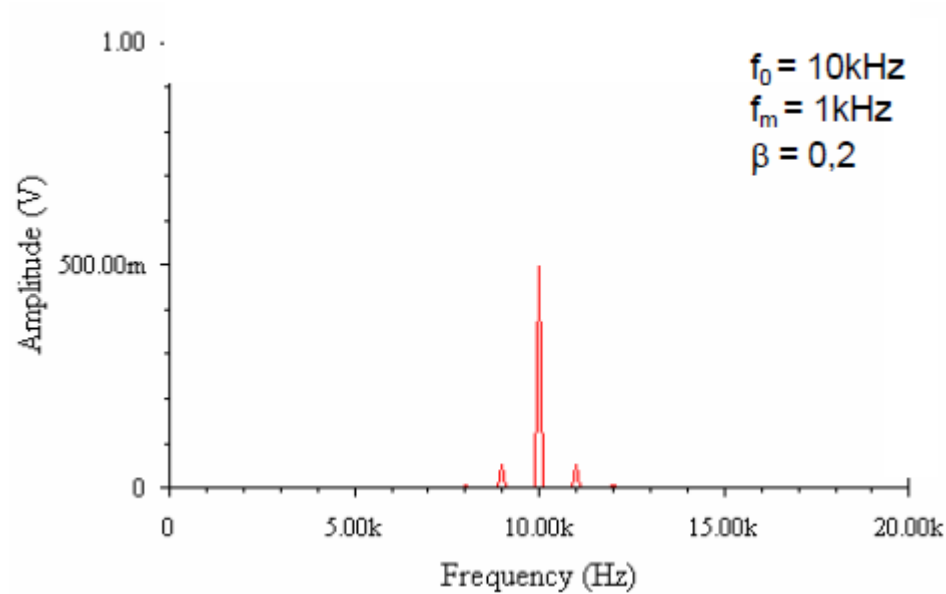


$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 1\text{kHz},$
 $\beta = 2,4$



$f_0 = 10\text{kHz}, f_m = 1\text{kHz},$
 $\beta = 5$

Efeito do Índice de modulação FM na frequência



Aplicação da Modulação FM

➤ FM - Faixa estreita:

- Comunicação em serviços públicos (bombeiros, polícia);
- Radioamador

sobreposto a onda portadora de forma;

➤ FM - Faixa Larga:

- Áudio de TV analógica;
- Comunicações ponto a ponto;
- Radiodifusão comercial (88MHz – 108MHz)