

**INSTITUTO
FEDERAL**
Santa Catarina

Câmpus
São José

Trabalho 4

Projeto de filtros IIR

Curso: Engenharia de Telecomunicações
Disciplina: PSD29007 - Processamento de Sinais Digitais
Professor: Elen Macedo Lobato

Alunos

Filipi Virgílio
João Pedro Menegali Salvan Bitencourt
Yago Rosa de Castro

20 de dezembro de 2023

Sumário

Introdução 2
Questão 1 2
Questão 2 5

Introdução

Neste documento serão dois projetos de filtros IIR. O primeiro filtro será um passa-baixas *Butterworth*.

Já no segundo projeto, um filtro será planejado para isolar cada uma das três componentes senoidais multiplexadas.

Questão 1

Usando a transformação bilinear, projete um filtro passa-baixas Butterworth que atenda as seguintes especificações:

$$0,9 \leq |H(e^{j\omega})| \leq 1 \quad 0 \leq \omega \leq 0,2\pi$$

$$|H(e^{j\omega})| \leq 0,2 \quad 0,3\pi \leq \omega \leq \pi$$

Com as especificações dadas acima é possível obter as seguintes informações:

- Banda passante: a amplitude da resposta em frequência deve ser maior ou igual a 0,9, para frequências entre 0 e $0,2\pi$ rad/s;
- Banda de rejeição: a amplitude da resposta em frequência deve ser menor ou igual a 0,2, para frequências entre $0,3\pi$ e π rad/s. Como o filtro é passa-baixas, deve-se atenuar as frequências acima de $0,3\pi$ rad/s;

Sendo $\omega = 2\pi f$, a primeira frequência de corte é:

$$0,2\pi = 2\pi f \rightarrow 0,2 = 2f \rightarrow f = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ Hz}$$

Para a segunda frequência de corte, tem-se:

$$0,3\pi = 2\pi f \rightarrow 0,3 = 2f \rightarrow f = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ Hz}$$

A função de transferência normalizada de Butterworth é dada por:

$$H'(s') = \frac{H'_0}{A(s')}$$

Para calcular o parâmetro ε , utiliza-se a equação abaixo:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_p} - 1}$$

A ordem do filtro é dada por:

$$n \geq \frac{\log_{10}\left(\frac{10^{0,1A_r} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log_{10}(\Omega'_r)}$$

$A(s')$ é determinado através das raízes de:

$$1 + \varepsilon^2(-s'^2)^n = 0$$

Os ganhos e atenuações nas faixas de passagem e rejeição podem ser encontrados de acordo com a tabela abaixo:

	Ondulação	Ganho (dB)	Atenuação
Faixa de passagem	σ_p	$G_p = 20 \log_{10}(1 - \sigma_p)$	$A_p = -G_p$
Faixa de rejeição	σ_r	$G_p = 20 \log_{10}(\sigma_r)$	$A_r = -G_r$

A partir das fórmulas citadas acima, criou-se o seguinte código na linguagem MATLAB:

```

1  clc; close all; clear all;
2
3  tamanhoDaFonte = 16;
4
5  wp = 0.2*pi;
6  wr = 0.3*pi;
7  ts = 2;
8
9  Omega_p = (2/ts)*tan(wp/2)
10 Omega_r = (2/ts)*tan(wr/2);
11
12 a = 1; % Filtro Butterworth
13 Omega_p_linha = 1/a;
14
15 Omega_r_linha = (Omega_r/Omega_p)*Omega_p_linha;
16
17 sigma_p = 0.9; % Banda de passagem
18 sigma_r = 0.2; % Banda de rejeição
19
20 A_p = -20*log10(sigma_p); % Atenuação na banda de passagem
21 A_r = -20*log10(sigma_r); % Atenuação na banda de rejeição
22
23 epsilon = sqrt((10^(0.1*A_p))-1);
24
25 numerador = log10((10^(0.1*A_r)-1) / (epsilon^2));
26 denominador = 2*log10(Omega_r_linha);
27
28 n = ceil(numerador/denominador);
29
30 roots([epsilon^2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1]); % Pega-se apenas os termos reais
negativos
31
32 poly([-1.0900 + 0.2921i
33 -1.0900 - 0.2921i
34 -0.7979 + 0.7979i
35 -0.7979 - 0.7979i
36 -0.2921 + 1.0900i
37 -0.2921 - 1.0900i])
38
39 num = [0.0024];
40 den = [1 1.4166 1.0034 0.4506 0.1349 0.0256 0.0024];
41 fs = 1/ts;
42
43 [numd,dend] = bilinear(num,den,fs);
44
45 [h, w] = freqz(numd, dend);
46
47 plot(w/pi,20*log10(abs(h)));
48 h_ylabel = ylabel('Magnitude (dB)');
49 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
50 h_xlabel = xlabel('Frquência normalizada (x pi rad/amostra)');
51 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
52 h_title = title('Resposta em frequência');
53 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);

```

No resultado da função `poly()`, obtém-se:

```

1 ans =
2
3      1.0000      4.3600      9.5048      13.1362      12.1033      7.0697      2.0648

```

É possível ver que o último termo é 2,0648. Portanto, esse será o valor assumido para $A(S')$.

Sendo:

$$H'(S') = \frac{H'_0}{A(S')}$$

Para o filtro Butterworth, tem-se que $H'(S') = 1$, portanto, $H'_0 = A(S') = 2,0648$.

Dessa forma, fazendo-se:

$$H'(s') = \frac{H'_0}{\prod_{i=1}^n (s' - p_i)}$$

$$H'(S') = \frac{2,0648}{S'^6 + 4,36S'^5 + 9,5048S'^4 + 13,1362S'^3 + 12,1033S'^2 + 7,0697S' + 2,0648}$$

$$S' = \frac{1}{a} \cdot \frac{S}{\Omega_p}$$

Com $a = 1$:

$$S' = \frac{S}{\Omega_p} \rightarrow \text{desnormalizar}$$

Através do código MATLAB, obteve-se $\Omega_p = 0,3249$:

Divide-se cada um dos termos do polinômio do denominador por Ω_p :

$$H(S) = \frac{2,0648}{\frac{S^6}{0,3249^6} + \frac{4,36S^5}{0,3249^5} + \frac{9,5048S^4}{0,3249^4} + \frac{13,1362S^3}{0,3249^3} + \frac{12,1033S^2}{0,3249^2} + \frac{7,0697S}{0,3249} + 2,0648}$$

$$H(S) = \frac{2,0648 \cdot 0,3249^6}{\frac{S^6}{0,3249^{-1}} + \frac{4,36S^5}{0,3249^{-2}} + \frac{9,5048S^4}{0,3249^{-3}} + \frac{13,1362S^3}{0,3249^{-4}} + \frac{12,1033S^2}{0,3249^{-5}} + \frac{7,0697S}{0,3249^{-6}} + 2,0648}$$

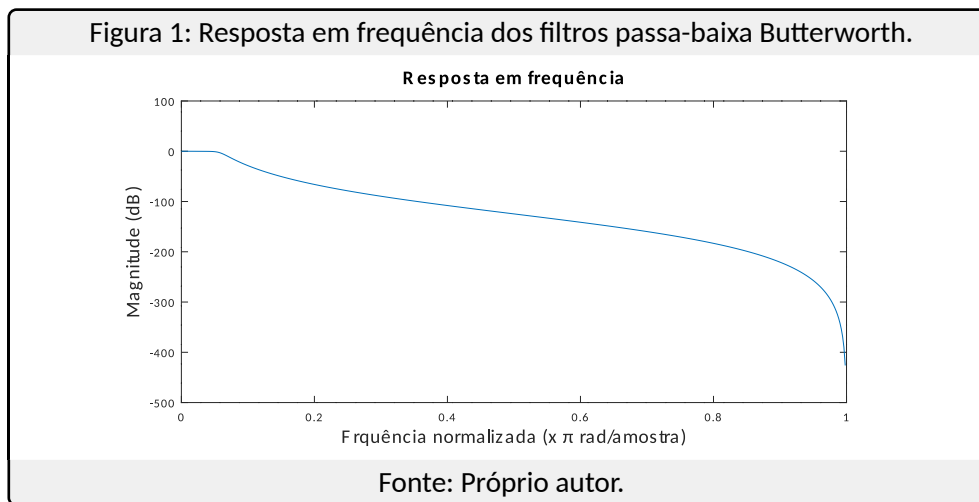
$$H(S) = \frac{0,0024}{S^6 + 1,4166 \cdot S^5 + 1,0034 \cdot S^4 + 0,4506 \cdot S^3 + 0,1349 \cdot S^2 + 0,0256 \cdot S + 0,0024}$$

$$H(S) = \frac{6 \cdot 10^{-4} \cdot Z^6 + 0,0036 \cdot Z^5 + 0,0089 \cdot Z^4 + 0,0119 \cdot Z^3 + 0,0089 \cdot Z^2 + 0,0036 \cdot Z + 6 \cdot 10^{-4}}{Z^6 - 3,2941 \cdot Z^5 + 4,8982 \cdot Z^4 - 4,0853 \cdot Z^3 + 1,9929 \cdot Z^2 - 0,5352 \cdot Z + 0,0615}$$

Feitos os cálculos, é possível comparar com o resultado obtido no MATLAB:

```
1 numd =
2
3     0.0006     0.0036     0.0089     0.0119     0.0089     0.0036     0.0006
4
5
6 dend =
7
8     1.0000    -3.2941     4.8982    -4.0853     1.9929    -0.5352     0.0615
```

A resposta em frequência do filtro projetado é mostrada na figura abaixo:



Questão 2

Crie, usando MATLAB, um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 770 Hz, 852 Hz e 941 Hz, com $\Omega_s = 8$ kHz. Projete, usando o simulink ou o MATLAB, um filtro IIR para isolar cada componente. Documente as especificações utilizadas. Faça comentários.

Inicialmente, foi criado um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 770 Hz, 852 Hz e 941 Hz, com $\Omega_s = 8$ kHz.

Os vetores de numerador e denominador para os filtros foram exportados através da ferramenta Filter Design Tool, disponível no MATLAB. Para conseguir obter os valores, após gerar o filtro, usou-se a opção “Convert to single section”, localizada no menu “Edit” da ferramenta. O código MATLAB utilizado para gerar o sinal de entrada é mostrado abaixo:

```
1 clc; close all; clear all;
2
3 tamanhoDaFonte = 16;
4
5 tmin = 0;
6 tmax = 2;
7 Omega_s = 8000;
8 Fs = Omega_s;
9 Ts = 1/Fs;
10 L = (tmax - tmin)/Ts;
11 t = 0:Ts:tmax-Ts;
12
13 f1 = 770;
```

```

14 f2 = 852;
15 f3 = 941;
16
17 s_t = sin(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t) + sin(2*pi*f3*t);
18 S_f = fft(s_t);
19 S_f = abs(2*S_f/L);
20 S_f = fftshift(S_f);
21 freq = Fs*(-(L/2):(L/2)-1)/L;
22
23 % Plot no tempo
24 figure(1);
25 subplot(2,1,1);
26 plot(t,s_t);
27 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
28 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
29 h_xlabel = xlabel('Tempo (s)');
30 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
31 h_title = title('Sinal de entrada');
32 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
33
34 subplot(2,1,2);
35 plot(freq,S_f);
36 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
37 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
38 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
39 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
40 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
41 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
42 xlim([-1000 1000]);
43 ylim([-0.1 1.1]);
44
45 % Filtro de 770Hz Butterworth
46 Num = [0.000000000909286611481954932433675437801
47         0
48         -0.000000004546433057409774455373224050746
49         0
50         0.000000009092866114819548910746448101491
51         0
52         -0.000000009092866114819548910746448101491
53         0
54         0.000000004546433057409774455373224050746
55         0
56         -0.000000000909286611481954932433675437801];
57
58 Den = [1
59        -8.143777874759630108769670187029987573624
60         31.42747100905056356623390456661581993103
61        -75.12614820574908947037329198792576789856
62         122.769172766876238256372744217514991760254
63        -143.050524082041874862625263631343841552734
64         120.297987518469568612999864853918552398682
65        -72.132201615141781303464085794985294342041
66         29.567632345882625344302141456864774227142
67        -7.507617818019271638263489876408129930496
68         0.903328285337999359327909587591420859098];
69
70 s_770hz = filter(Num, Den, s_t);
71 S_770hz = fft(s_770hz);
72 S_770hz = abs(2*S_770hz/L);
73 S_770hz = fftshift(S_770hz);
74
75 figure(2);
76 subplot(2,1,1);
77 plot(freq,S_f);
78 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
79 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
80 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');

```

```

81 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
82 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
83 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
84 xlim([-1000 1000]);
85 ylim([-0.1 1.1]);
86
87 subplot(2,1,2);
88 plot(freq, S_770hz);
89 h_title = title('Componente do sinal de 770 Hz filtrado com passa-faixa
Butterworth.');
```

```

90 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
91 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
92 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
93 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
94 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
95 xlim([-1000 1000]);
96 ylim([-0.1 1.1]);
97
98
99 % Filtro de 852Hz Butterworth
100 Num = [0.000000006735032206362444074315808247803
101         0
102        -0.000000033675161031812218717217816132958
103         0
104         0.000000067350322063624437434435632265917
105         0
106        -0.000000067350322063624437434435632265917
107         0
108         0.000000033675161031812218717217816132958
109         0
110        -0.000000006735032206362444074315808247803];
111
112 Den = [1
113        -7.725973311163507162291352869942784309387
114         28.725165006007273404975421726703643798828
115        -66.864826955520882734163023997098207473755
116         107.379930326704283061189926229417324066162
117        -123.980126491846490921489021275192499160767
118         104.153944381804990371165331453084945678711
119        -62.907569052960703004373499425128102302551
120         26.213215070889887670091411564499139785767
121        -6.838545196499683065383123903302475810051
122         0.858547256280059234434531845181481912732];
123
124 s_852hz = filter(Num, Den, s_t);
125 S_852hz = fft(s_852hz);
126 S_852hz = abs(2*S_852hz/L);
127 S_852hz = fftshift(S_852hz);
128
129 figure(3);
130 subplot(2,1,1);
131 plot(freq,S_f);
132 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
```

```

133 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
134 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
135 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
136 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
137 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
138 xlim([-1000 1000]);
139 ylim([-0.1 1.1]);
140
141 subplot(2,1,2);
142 plot(freq, S_852hz);
143 h_title = title('Componente do sinal de 852 Hz filtrado com passa-faixa
Butterworth.');
```

```

144 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
```



```

145 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
146 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
147 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
148 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
149 xlim([-1000 1000]);
150 ylim([-0.1 1.1]);
151
152
153 % Filtro de 941 Hz Butterworth
154 Num = [0.000000006735032206362238933523895096939
155        0
156        -0.000000033675161031811193013258250378641
157        0
158        0.000000067350322063622386026516500757283
159        0
160        -0.000000067350322063622386026516500757283
161        0
162        0.000000033675161031811193013258250378641
163        0
164        -0.00000006735032206362238933523895096939];
165
166 Den = [1
167        -7.280336459802710713518081320216879248619
168        26.050063249622912309177991119213402271271
169        -59.112460525948797851469862507656216621399
170        93.566453194785481173312291502952575683594
171        -107.51597356269424210495344595983624458313
172        90.755478531143069176323479041457176208496
173        -55.614026447132047792365483473986387252808
174        23.77205081667985808735465980134904384613
175        -6.444095510160081197170711675425991415977
176        0.858547256280059900568346620275406166911];
177
178 s_941hz = filter(Num, Den, s_t);
179 S_941hz = fft(s_941hz);
180 S_941hz = abs(2*S_941hz/L);
181 S_941hz = fftshift(S_941hz);
182
183 figure(4);
184 subplot(2,1,1);
185 plot(freq,S_f);
186 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
187 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
188 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
189 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
190 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
191 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
192 xlim([-1000 1000]);
193 ylim([-0.1 1.1]);
194
195 subplot(2,1,2);
196 plot(freq, S_941hz);
197 h_title = title('Componente do sinal de 941 Hz filtrado com passa-faixa
Butterworth. ');
198 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
199 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
200 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
201 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
202 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
203 xlim([-1000 1000]);
204 ylim([-0.1 1.1]);
205
206
207 % Filtro de 770Hz Chebyshev Tipo 1
208 Num = [0.000000000872695287733390397984756300384
209        0

```

```

210     -0.00000000436347643866695188652620493279
211         0
212         0.000000008726952877333903773052409865579
213         0
214     -0.000000008726952877333903773052409865579
215         0
216         0.00000000436347643866695188652620493279
217         0
218     -0.00000000872695287733390397984756300384];
219
220 Den = [1
221     -8.190093131644797352919340482912957668304
222     31.786137332349344575277427793480455875397
223     -76.417430250810852498943859245628118515015
224     125.595200562530777688152738846838474273682
225     -147.185825617997181780083337798714637756348
226     124.491120364992596591946494299918413162231
227     -75.079801146978311976454278919845819473267
228     30.95521716538584300337788590695708990097
229     -7.905885218677680903454074723413214087486
230     0.956814205277149443240602977311937138438];
231
232 s_770hz = filter(Num, Den, s_t);
233 S_770hz = fft(s_770hz);
234 S_770hz = abs(2*S_770hz/L);
235 S_770hz = fftshift(S_770hz);
236
237 figure(5);
238 subplot(2,1,1);
239 plot(freq,S_f);
240 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
241 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
242 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
243 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
244 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
245 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
246 xlim([-1000 1000]);
247 ylim([-0.1 1.1]);
248
249 subplot(2,1,2);
250 plot(freq, S_770hz);
251 h_title = title('Componente do sinal de 770 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev
252 tipo 1. ');
253 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
254 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
255 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
256 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
257 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
258 xlim([-1000 1000]);
259 ylim([-0.1 1.1]);
260
261 % Filtro de 852Hz Chebyshev Tipo 1
262 Num = [0.00000000872695287733425139570483527546
263     0
264     -0.000000004363476438667125594454841068601
265     0
266     0.000000008726952877334251188909682137203
267     0
268     -0.000000008726952877334251188909682137203
269     0
270     0.000000004363476438667125594454841068601
271     0
272     -0.00000000872695287733425139570483527546];
273
274 Den = [1

```

```

275     -7.808813333907809628442464600084349513054
276     29.345932303326982548696832964196801185608
277     -69.0483238869520334901608293876051902771
278     112.089165666566714207874611020088195800781
279     -130.825353869724835931265261024236679077148
280     111.103819959304814801726024597883224487305
281     -67.839690874459819269759464077651500701904
282     28.578803353249654151113645639270544052124
283     -7.537836373730784522706471761921420693398
284     0.956814205277147999950670964608434587717];
285
286 s_852hz = filter(Num, Den, s_t);
287 S_852hz = fft(s_852hz);
288 S_852hz = abs(2*S_852hz/L);
289 S_852hz = fftshift(S_852hz);
290
291 figure(6);
292 subplot(2,1,1);
293 plot(freq,S_f);
294 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
295 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
296 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
297 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
298 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
299 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
300 xlim([-1000 1000]);
301 ylim([-0.1 1.1]);
302
303 subplot(2,1,2);
304 plot(freq, S_852hz);
305 h_title = title('Componente do sinal de 852 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev
306 tipo 1. ');
307 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
308 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
309 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
310 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
311 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
312 xlim([-1000 1000]);
313 ylim([-0.1 1.1]);
314
315 % Filtro de 941 Hz Chebyshev Tipo 1
316 Num = [0.000000000872695287733398359598152123275
317 0
318 -0.000000004363476438666991591195607478118
319 0
320 0.000000008726952877333983182391214956236
321 0
322 -0.000000008726952877333983182391214956236
323 0
324 0.000000004363476438666991591195607478118
325 0
326 -0.00000000872695287733398359598152123275];
327
328 Den = [1
329 -7.35839824096946859555146147613413631916
330 26.613113081889220978837329312227666378021
331 -61.043161677678035914595966460183262825012
332 97.6706274873750714959896868094801902771
333 -113.453085393035166816844139248132705688477
334 96.812037636827710684883641079068183898926
335 -59.97465841828551447179052047431468963623
336 25.91742479421210987311496865004301071167
337 -7.103051326931767661676531133707612752914
338 0.956814205277148777106788202218012884259];
339

```

```

340 s_941hz = filter(Num, Den, s_t);
341 S_941hz = fft(s_941hz);
342 S_941hz = abs(2*S_941hz/L);
343 S_941hz = fftshift(S_941hz);
344
345 figure(7);
346 subplot(2,1,1);
347 plot(freq,S_f);
348 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
349 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
350 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
351 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
352 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
353 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
354 xlim([-1000 1000]);
355 ylim([-0.1 1.1]);
356
357 subplot(2,1,2);
358 plot(freq, S_941hz);
359 h_title = title('Componente do sinal de 941 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev
tipo 1. ');
360 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
361 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
362 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
363 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
364 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
365 xlim([-1000 1000]);
366 ylim([-0.1 1.1]);
367
368
369 % Filtro de 770Hz Chebyshev Tipo 2
370 Num = [0.000011565163144391219068852182105811011
371 -0.000076048455158750507361029025155119143
372 0.000222187728265363235646487338748045204
373 -0.000357504544992959531930776240216118822
374 0.000294995665232938982999733035228473454
375 -0.00000000000000000000542101086242752217
376 -0.000294995665232938874579515786678030054
377 0.000357504544992959531930776240216118822
378 -0.000222187728265363316961650275160877754
379 0.000076048455158750507361029025155119143
380 -0.000011565163144391219068852182105811011];
381
382 Den = [1
383 -8.194304493987052850911823043134063482285
384 31.81698141684520919625356327742338180542
385 -76.521743279141375637664168607443571090698
386 125.808330075086786337124067358672618865967
387 -147.475103961855211309739388525485992431641
388 124.761283736560272927818004973232746124268
389 -75.253331184209187654232664499431848526001
390 31.029179089755345444245904218405485153198
391 -7.924901116371255938020112807862460613251
392 0.959074210879923505501665204064920544624];
393
394 s_770hz = filter(Num, Den, s_t);
395 S_770hz = fft(s_770hz);
396 S_770hz = abs(2*S_770hz/L);
397 S_770hz = fftshift(S_770hz);
398
399 figure(8);
400 subplot(2,1,1);
401 plot(freq,S_f);
402 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
403 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
404 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');

```

```

405 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
406 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
407 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
408 xlim([-1000 1000]);
409 ylim([-0.1 1.1]);
410
411 subplot(2,1,2);
412 plot(freq, S_770hz);
413 h_title = title('Componente do sinal de 770 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev
414 tipo 2.');
```

```

414 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
415 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
416 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
417 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
418 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
419 xlim([-1000 1000]);
420 ylim([-0.1 1.1]);
421
422
423 % Filtro de 852Hz Chebyshev Tipo 2
424 Num = [0.000011565163144391315630608169096049664
425 -0.000072508112071673723052385451826040708
426 0.000205127793356103159871581254058980903
427 -0.000323021876477416953511723196612592801
428 0.000263264748678075080276506092502586398
429 -0.000000000000000000000000542101086242752217
430 -0.000263264748678075080276506092502586398
431 0.000323021876477417007721831820887814501
432 -0.000205127793356103186976635566196591753
433 0.000072508112071673723052385451826040708
434 -0.000011565163144391315630608169096049664];
435
436 Den = [1
437 -7.812828641412077779193623428000137209892
438 29.374436840884818877839279593899846076965
439 -69.142697096561803959957615006715059280396
440 112.279626419360752720422169659286737442017
441 -131.082787998655646788392914459109306335449
442 111.345173758273347175418166443705558776855
443 -67.996599201674797541272710077464580535889
444 28.647113093370712988416926236823201179504
445 -7.555967009497543962481813650811091065407
446 0.959074210879918620520356853376142680645];
447
448 s_852hz = filter(Num, Den, s_t);
449 S_852hz = fft(s_852hz);
450 S_852hz = abs(2*S_852hz/L);
451 S_852hz = fftshift(S_852hz);
452
453 figure(9);
454 subplot(2,1,1);
455 plot(freq,S_f);
456 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
457 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
458 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
459 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
460 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
461 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
462 xlim([-1000 1000]);
463 ylim([-0.1 1.1]);
464
465 subplot(2,1,2);
466 plot(freq, S_852hz);
467 h_title = title('Componente do sinal de 852 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev
468 tipo 2.');
```

```

469 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
470 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
471 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
472 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
473 xlim([-1000 1000]);
474 ylim([-0.1 1.1]);
475
476
477 % Filtro de 941 Hz Chebyshev Tipo 2
478 Num = [0.000011565163144391239397642916209019148
479        -0.000068325818726827416689333094534930524
480         0.000186022137281298242678789778281611689
481        -0.000285563558750639848778790641503633196
482         0.000229390914986544482406100042837238107
483         0
484        -0.000229390914986544482406100042837238107
485         0.000285563558750639848778790641503633196
486        -0.000186022137281298242678789778281611689
487         0.000068325818726827416689333094534930524
488        -0.000011565163144391239397642916209019148];
489
490 Den = [1
491        -7.362181944128075805622302141273394227028
492         26.63899752860820413502551673445850610733
493        -61.126726543370615729600103804841637611389
494         97.836860235238248151290463283658027648926
495        -113.676667265632815428944013547152280807495
496         97.0226085696295683646894758567214012146
497        -60.113500403584481546204187907278537750244
498         25.979404575344887007304350845515727996826
499        -7.120136181266154551394720328971743583679
500         0.959074210879927169237646467081503942609];
501
502 s_941hz = filter(Num, Den, s_t);
503 S_941hz = fft(s_941hz);
504 S_941hz = abs(2*S_941hz/L);
505 S_941hz = fftshift(S_941hz);
506
507 figure(10);
508 subplot(2,1,1);
509 plot(freq,S_f);
510 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
511 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
512 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
513 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
514 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
515 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
516 xlim([-1000 1000]);
517 ylim([-0.1 1.1]);
518
519 subplot(2,1,2);
520 plot(freq, S_941hz);
521 h_title = title('Componente do sinal de 941 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev
522 tipo 2. ');
523 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
524 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
525 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
526 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
527 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
528 xlim([-1000 1000]);
529 ylim([-0.1 1.1]);
530
531 % Filtro de 770Hz Elíptico
532 Num = [0.000027798601076194524715128400527142105
533        -0.000181800847333267597775302570894950804

```

```

534     0.000528779411055386723387872205393023251
535     -0.000848020449125879175952813504579808068
536     0.000698345187796402841300114072708993262
537     0
538     -0.000698345187796402732879896824158549862
539     0.000848020449125879175952813504579808068
540     -0.000528779411055386831808089453943466651
541     0.000181800847333267597775302570894950804
542     -0.000027798601076194524715128400527142105];
543
544 Den = [1
545         -8.190147543148606601448591391090303659439
546          31.786601224518019392917267396114766597748
547         -76.419257445319786370419024024158716201782
548          125.599547173164907576392579358071088790894
549         -147.192697680818326944063301198184490203857
550          124.498608461313693851479911245405673980713
551         -75.08543038667710334266303107142448425293
552          30.95803879761743360177206341177225112915
553         -7.906744180726574811046702961903065443039
554          0.956936108603348767331908675259910523891];
555
556 s_770hz = filter(Num, Den, s_t);
557 S_770hz = fft(s_770hz);
558 S_770hz = abs(2*S_770hz/L);
559 S_770hz = fftshift(S_770hz);
560
561 figure(11);
562 subplot(2,1,1);
563 plot(freq,S_f);
564 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
565 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
566 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
567 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
568 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
569 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
570 xlim([-1000 1000]);
571 ylim([-0.1 1.1]);
572
573 subplot(2,1,2);
574 plot(freq, S_770hz);
575 h_title = title('Componente do sinal de 770 Hz filtrado com passa-faixa
576 Elíptico. ');
577 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
578 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
579 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
580 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
581 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
582 xlim([-1000 1000]);
583 ylim([-0.1 1.1]);
584
585 % Filtro de 852Hz Elíptico
586 Num = [0.00002779860107619473816743110861082755
587         -0.000173337330595978622756192510934170059
588          0.00048814391285120409648759509657622857
589         -0.000766126962392845757554571406444665627
590          0.0006231241726324036715733978297748763
591         -0.0000000000000000000216840434497100886801
592         -0.0006231241726324036715733978297748763
593          0.000766126962392845974395005903545552428
594         -0.00048814391285120409648759509657622857
595          0.000173337330595978622756192510934170059
596         -0.00002779860107619473816743110861082755];
597
598 Den = [1

```



```

599     -7.808865212350417195352747512515634298325
600     29.346360022349678331465838709846138954163
601     -69.049972543886099174414994195103645324707
602     112.093040000498660901939729228615760803223
603     -130.831456092820161529743927530944347381592
604     111.110498182876028749888064339756965637207
605     -67.844775150471349434155854396522045135498
606     28.581407884932129803701172932051122188568
607     -7.538655347849014809469281317433342337608
608     0.956936108603346102796649574884213507175];
609
610 s_852hz = filter(Num, Den, s_t);
611 S_852hz = fft(s_852hz);
612 S_852hz = abs(2*S_852hz/L);
613 S_852hz = fftshift(S_852hz);
614
615 figure(12);
616 subplot(2,1,1);
617 plot(freq,S_f);
618 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
619 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
620 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
621 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
622 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
623 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
624 xlim([-1000 1000]);
625 ylim([-0.1 1.1]);
626
627 subplot(2,1,2);
628 plot(freq, S_852hz);
629 h_title = title('Componente do sinal de 852 Hz filtrado com passa-faixa
Elíptico. ');
630 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
631 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
632 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
633 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
634 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
635 xlim([-1000 1000]);
636 ylim([-0.1 1.1]);
637
638
639 % Filtro de 941 Hz Elíptico
640 Num = [0.000027798601076194572148973446767961093
641     -0.000163339172549215776511499775836000481
642     0.000442635658731428108161182199964400752
643     -0.000677175305309855109399397310454560284
644     0.000542834807480587020617202043126781064
645     0.0000000000000000002168404344971008886801
646     -0.000542834807480587020617202043126781064
647     0.000677175305309854892558962813353673482
648     -0.000442635658731428108161182199964400752
649     0.000163339172549215776511499775836000481
650     -0.000027798601076194572148973446767961093];
651
652 Den = [1
653     -7.358447127045306679349323530914261937141
654     26.613500290107509727022261358797550201416
655     -61.044616594018393129772448446601629257202
656     97.673998173708795889069733675569295883179
657     -113.45837091041377675537660252302885055542
658     96.817851782701836782507598400115966796875
659     -59.979150880993010730435344157740473747253
660     25.919786191999310887013052706606686115265
661     -7.103823062335464122440953360637649893761
662     0.956936108603339552480804286460625007749];
663

```



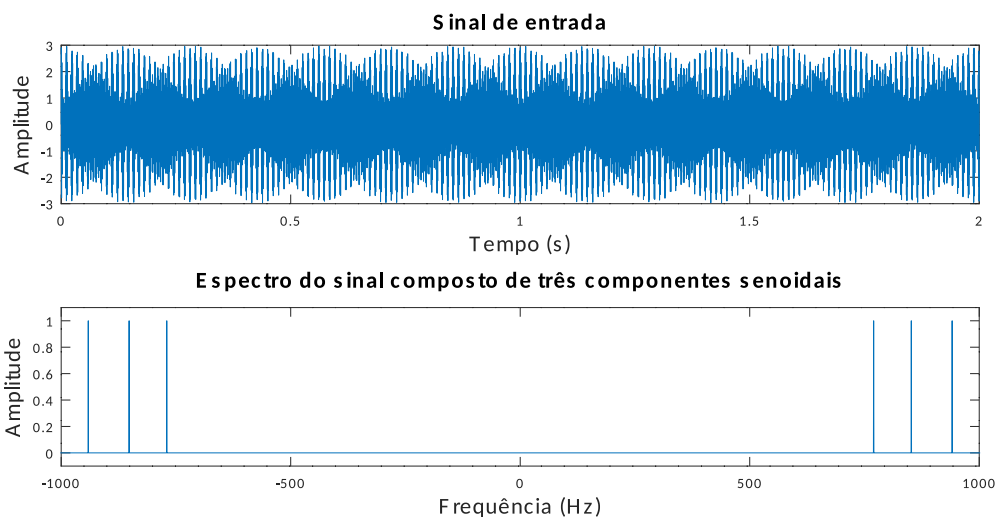
```

664 s_941hz = filter(Num, Den, s_t);
665 S_941hz = fft(s_941hz);
666 S_941hz = abs(2*S_941hz/L);
667 S_941hz = fftshift(S_941hz);
668
669 figure(13);
670 subplot(2,1,1);
671 plot(freq,S_f);
672 h_title = title('Espectro do sinal composto de três componentes senoidais');
673 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
674 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
675 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
676 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
677 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
678 xlim([-1000 1000]);
679 ylim([-0.1 1.1]);
680
681 subplot(2,1,2);
682 plot(freq, S_941hz);
683 h_title = title('Componente do sinal de 941 Hz filtrado com passa-faixa
684 Elíptico. ');
685 set(h_title, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
686 h_xlabel = xlabel('Frequência (Hz)');
687 set(h_xlabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
688 h_ylabel = ylabel('Amplitude');
689 set(h_ylabel, 'FontSize', tamanhoDaFonte);
690 xlim([-1000 1000]);
691 ylim([-0.1 1.1]);

```

O sinal de entrada é mostrado na figura abaixo:

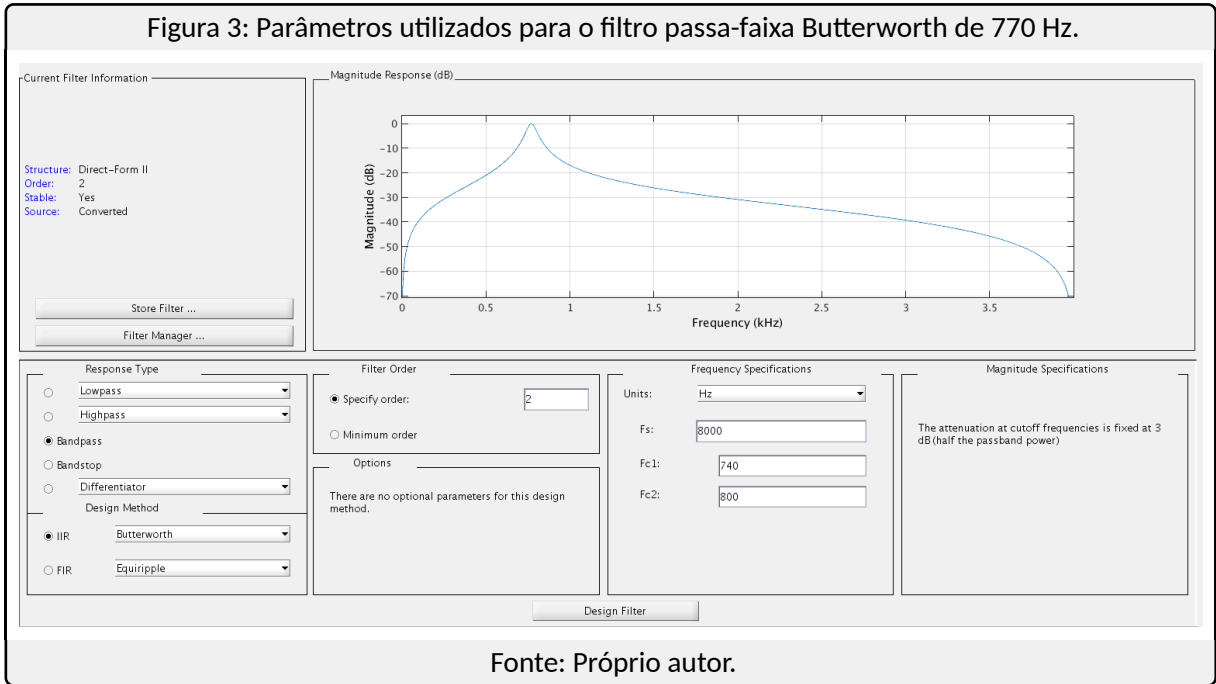
Figura 2: Sinal de entrada composto pelas componentes senoidais de 770 Hz, 852 Hz e 941 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Utilizando a ferramenta Filter Design do MATLAB, foram criados os três filtros passa-faixa. Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro de 770 Hz:

Figura 3: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Butterworth de 770 Hz.

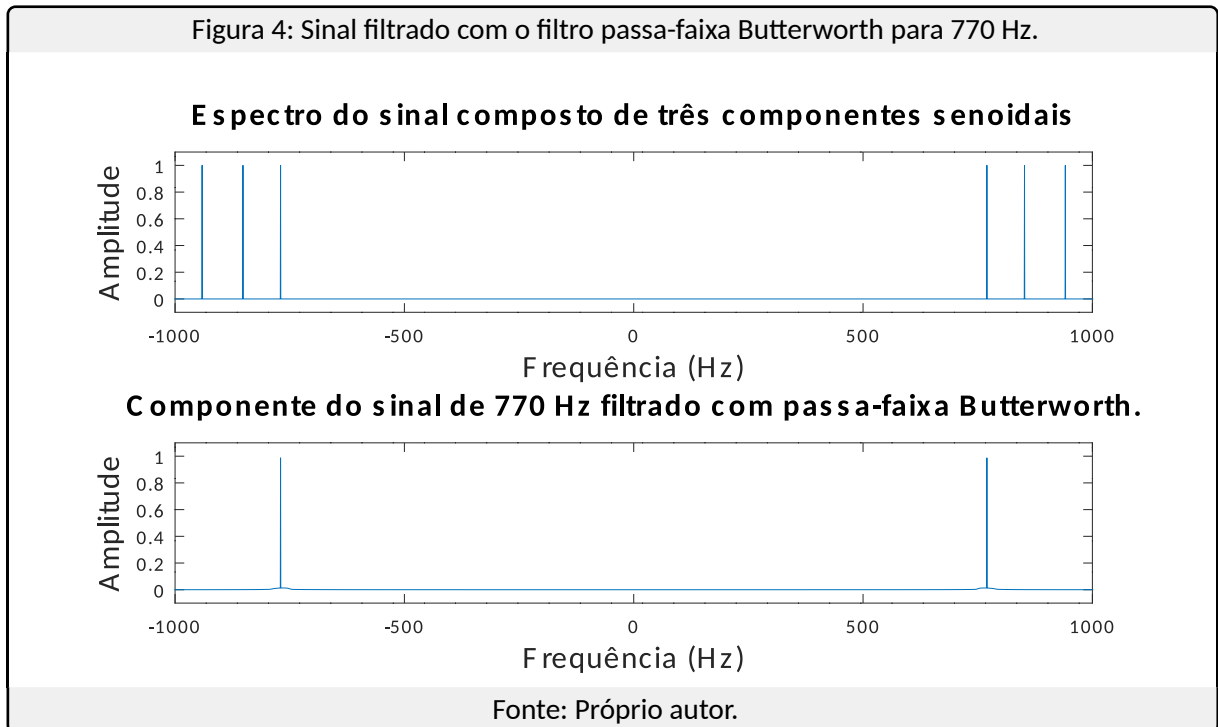


Na Fig. 3, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 740$
- $\Omega_{c2} = 800$

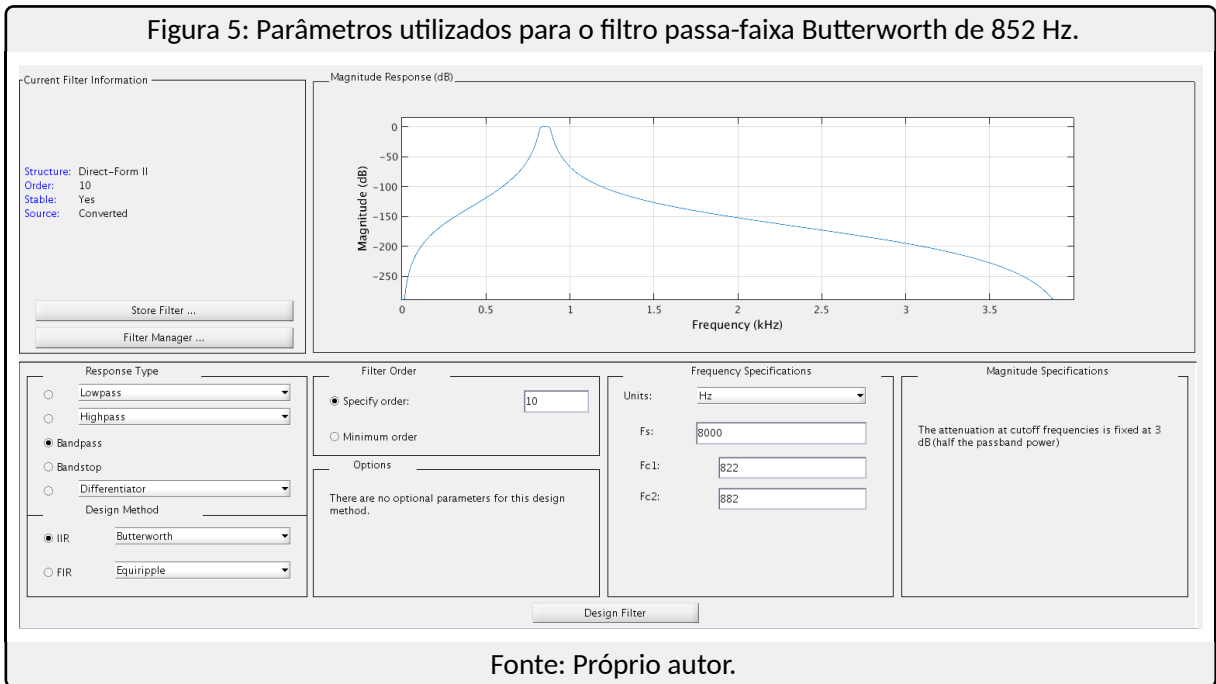
Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

Figura 4: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa Butterworth para 770 Hz.



Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Butterworth de 852 Hz:

Figura 5: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Butterworth de 852 Hz.



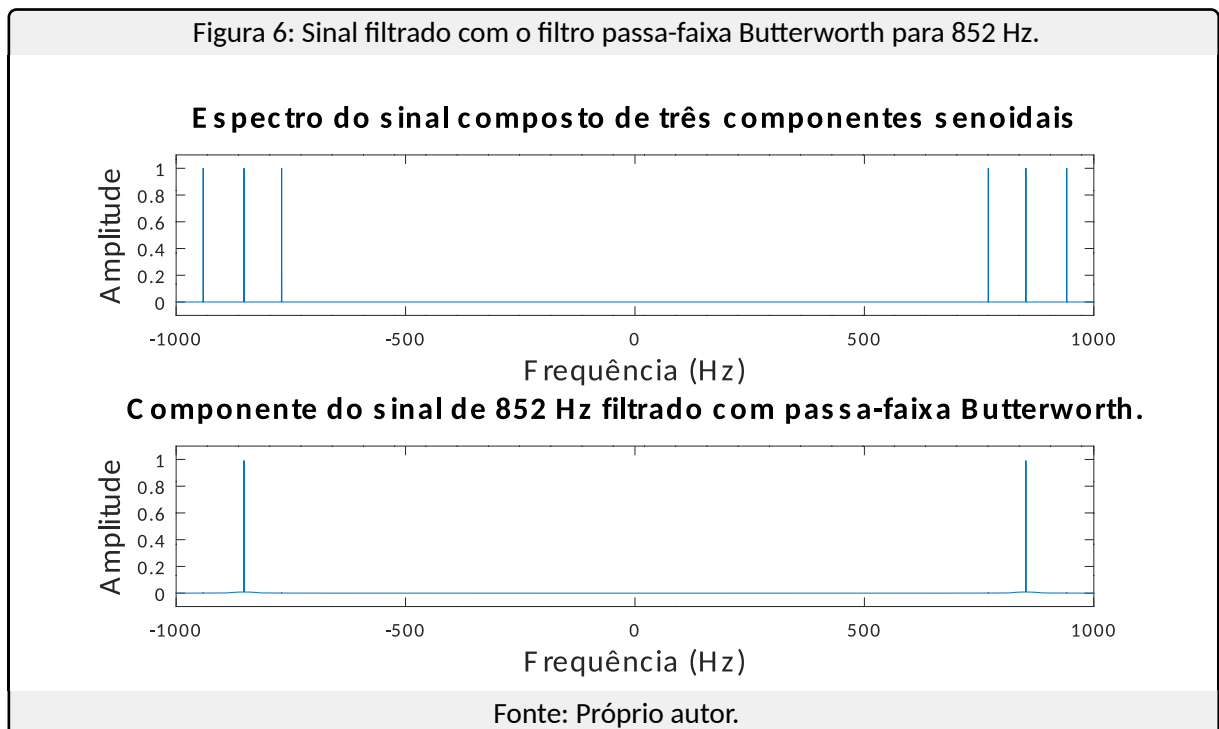
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 5, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 822$
- $\Omega_{c2} = 882$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

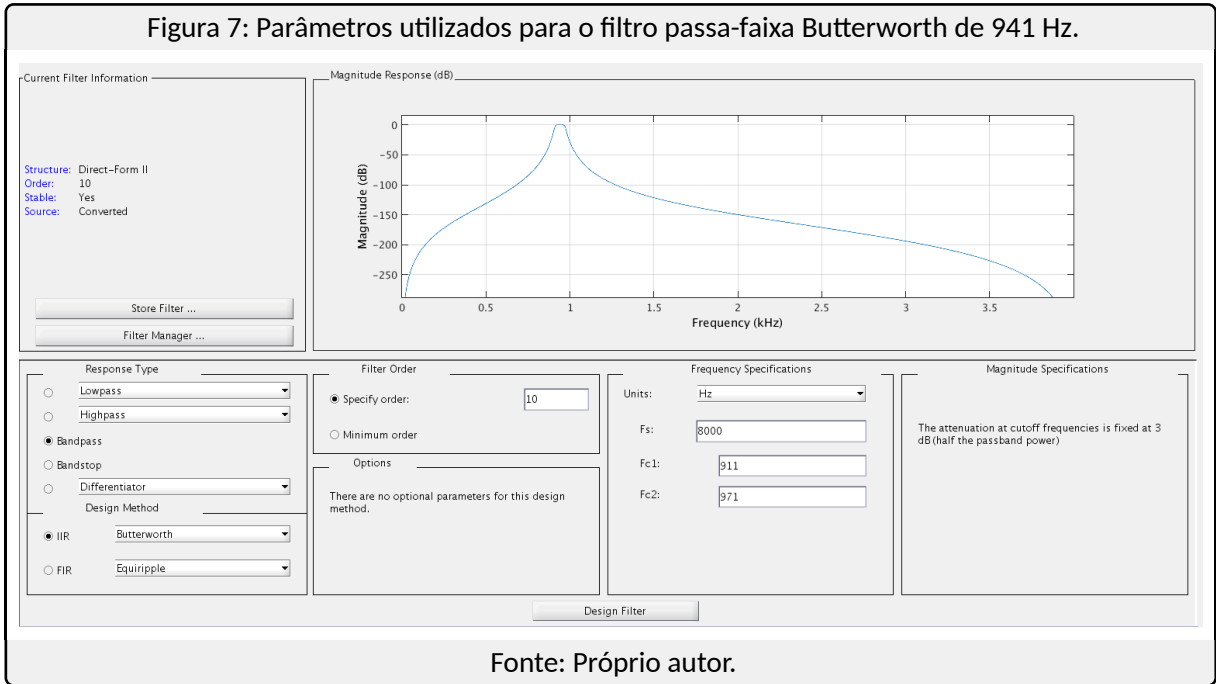
Figura 6: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa Butterworth para 852 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Butterworth de 941 Hz:

Figura 7: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Butterworth de 941 Hz.



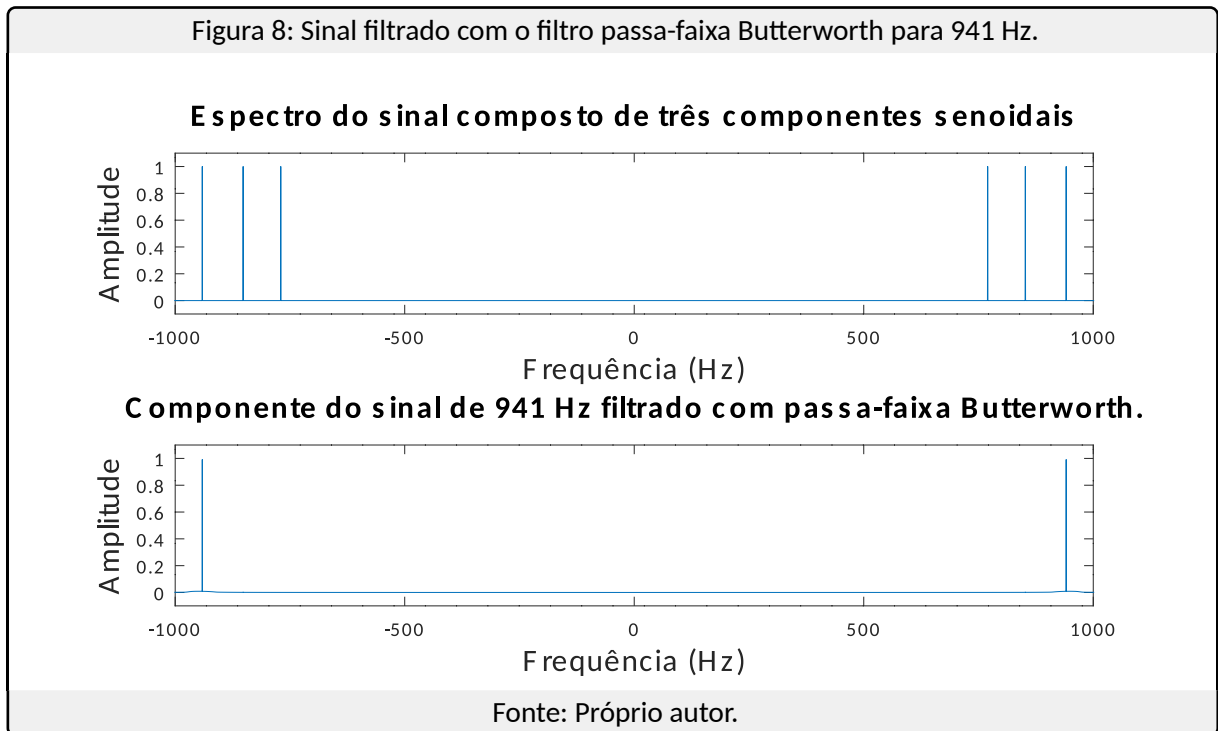
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 7, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 911$
- $\Omega_{c2} = 971$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

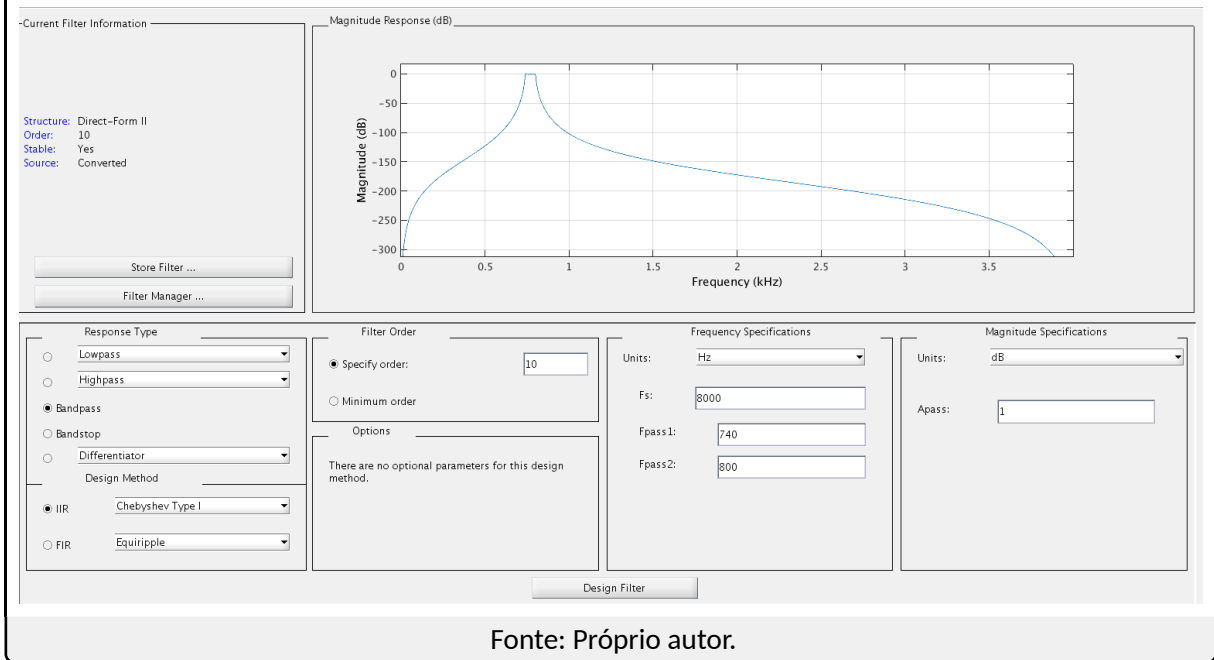
Figura 8: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa Butterworth para 941 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Em seguida, foram criados filtros IIR de Chebyshev tipo I para isolar cada componente. Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de 770 Hz:

Figura 9: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 770 Hz.



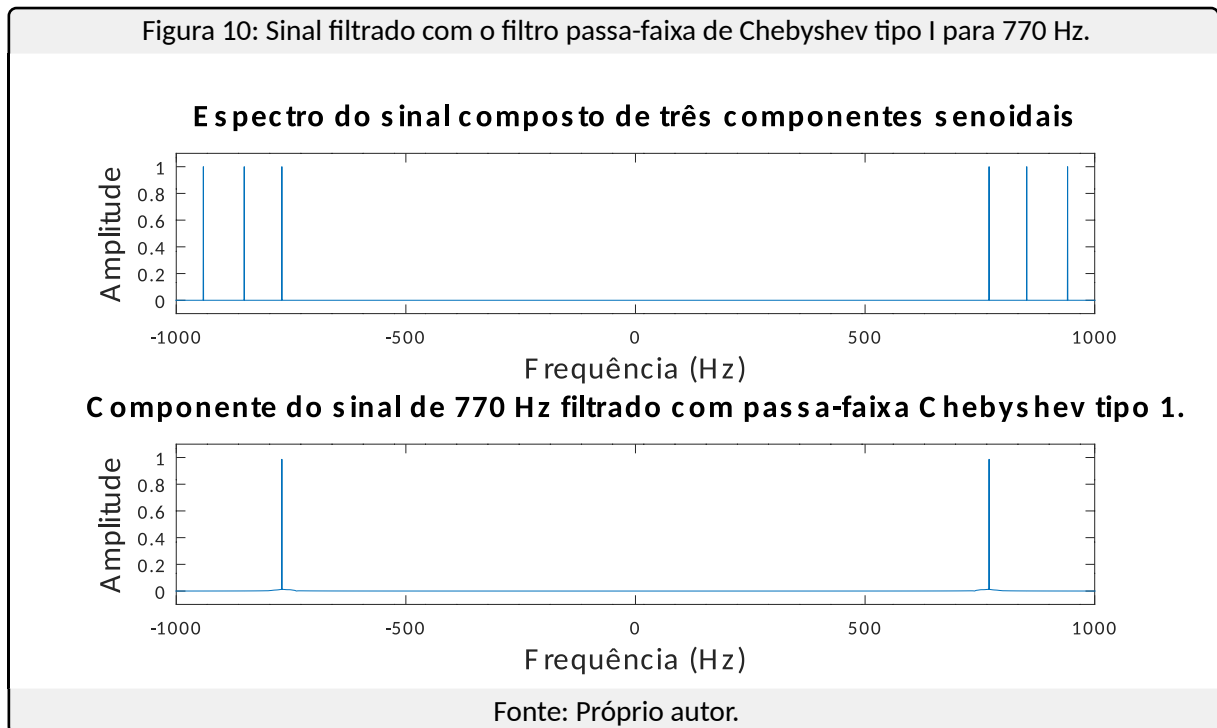
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 9, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 740$
- $\Omega_{c2} = 800$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

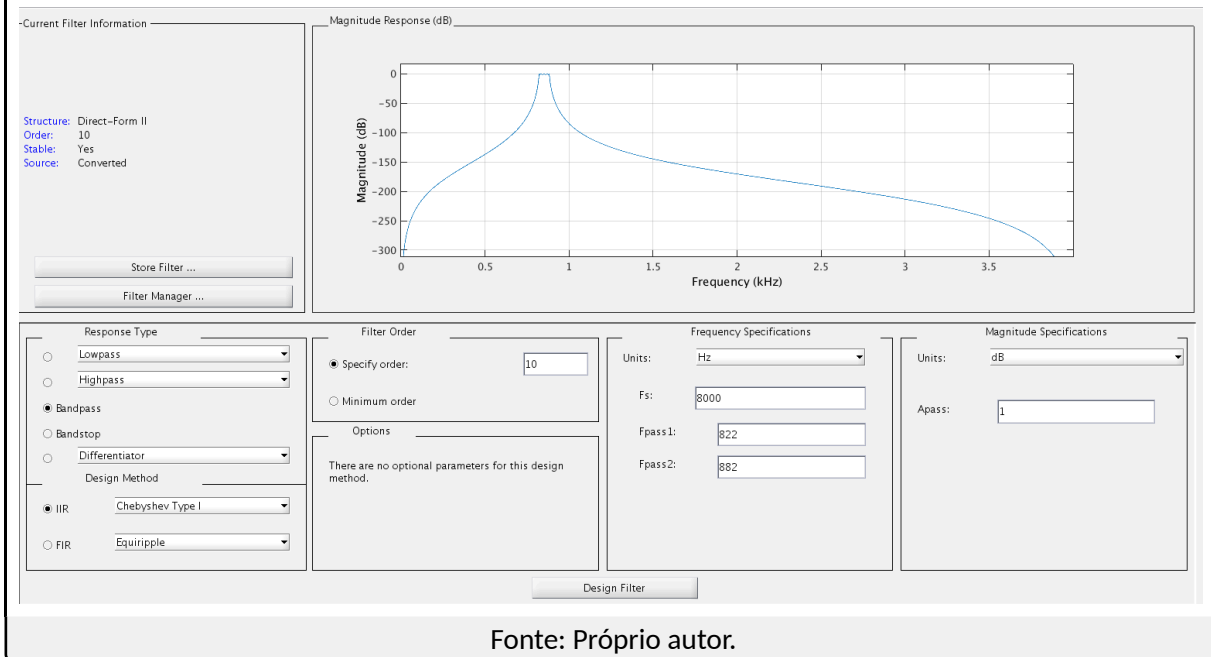
Figura 10: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 770 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 852 Hz:

Figura 11: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 852 Hz.



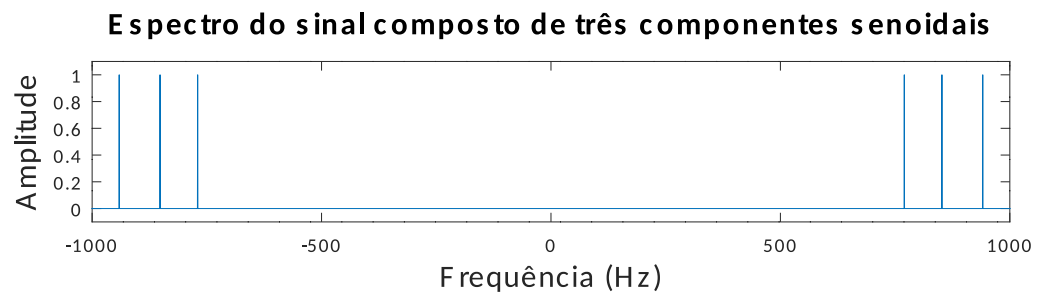
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 11, foram utilizados os seguintes parâmetros:

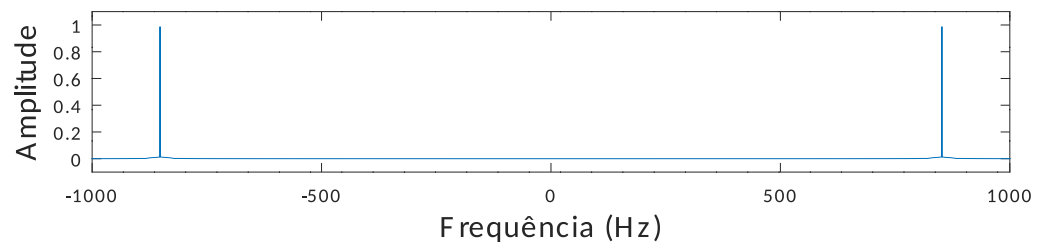
- $\Omega_{c1} = 822$
- $\Omega_{c2} = 882$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

Figura 12: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 852 Hz.



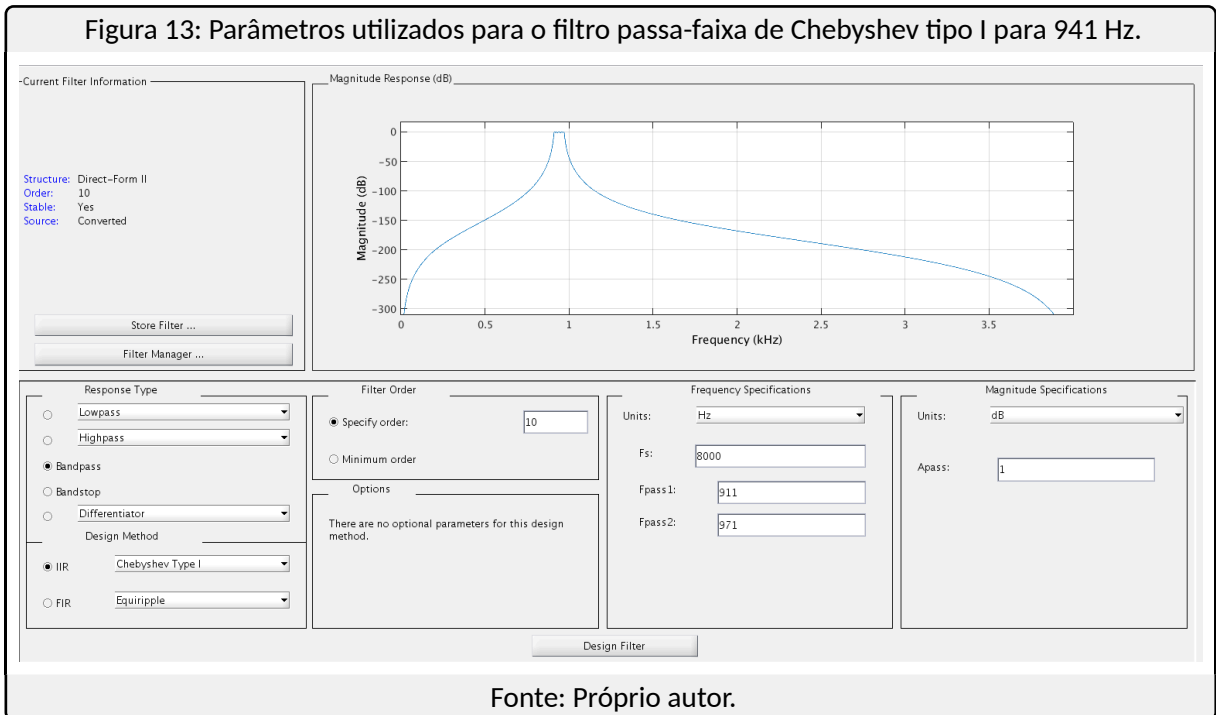
Componente do sinal de 852 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev tipo 1.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 941 Hz:

Figura 13: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 941 Hz.



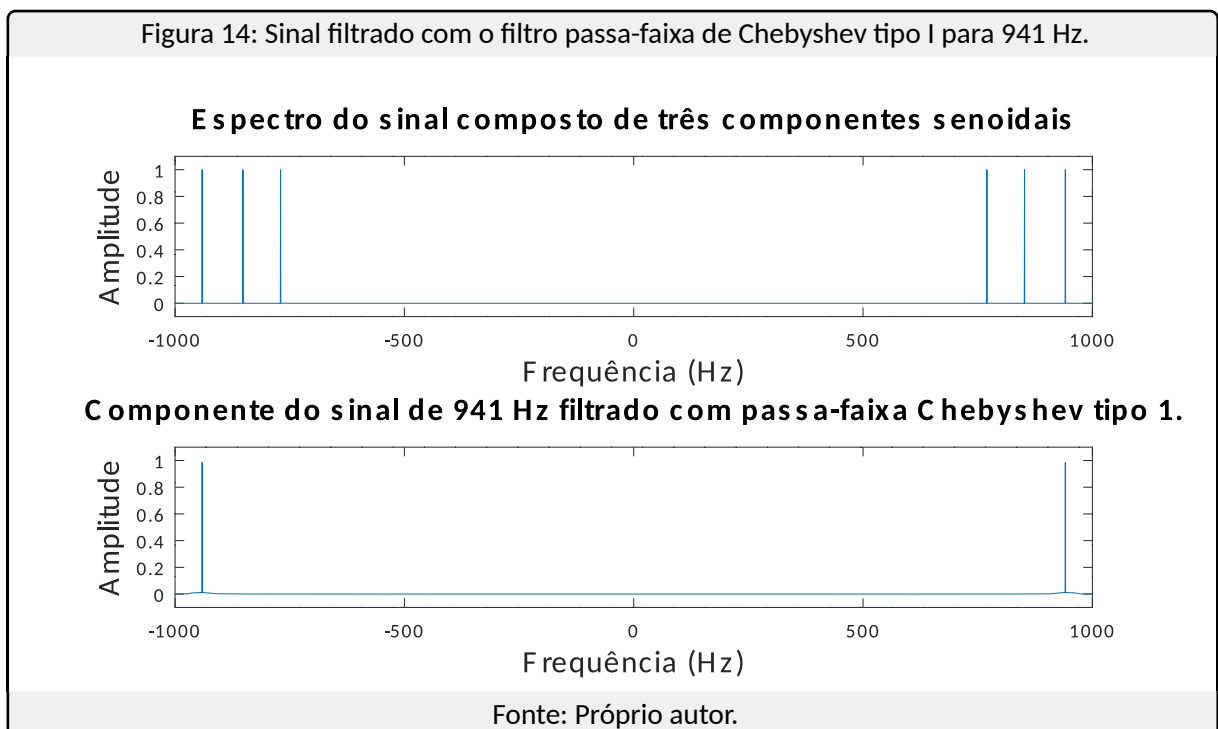
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 13, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 911$
- $\Omega_{c2} = 971$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

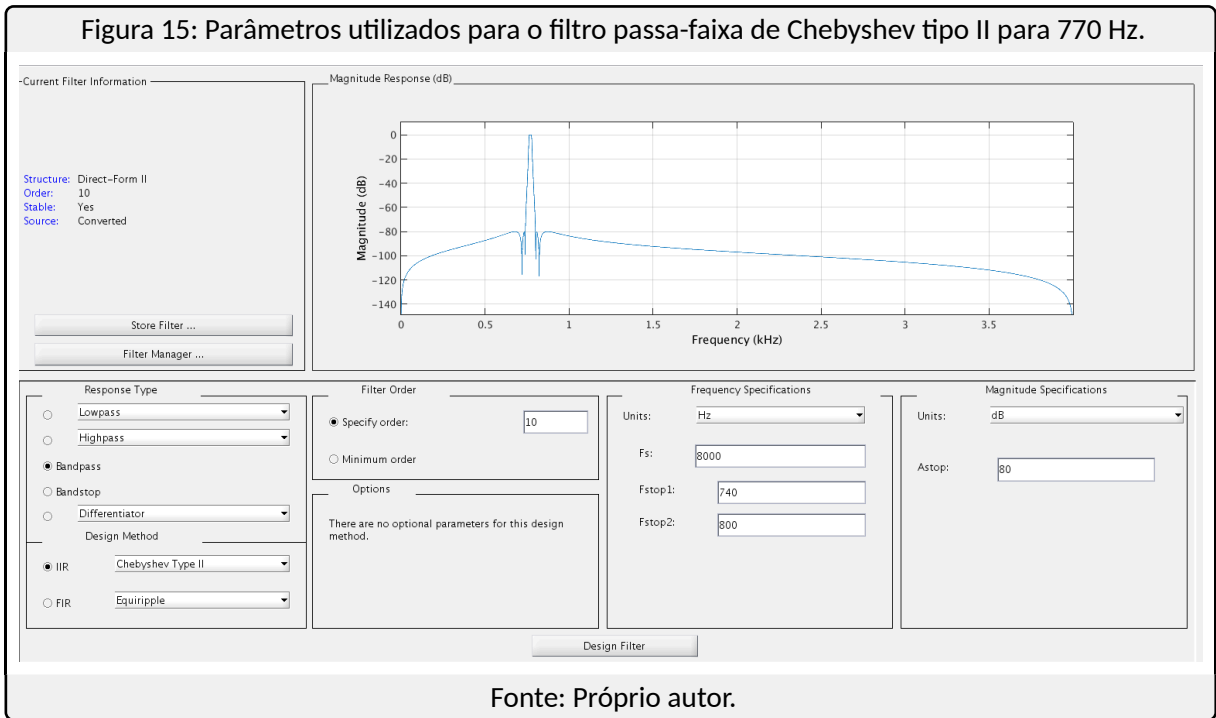
Figura 14: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo I para 941 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Em seguida, foram criados filtros IIR de Chebyshev tipo II para isolar cada componente. Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de 770 Hz:

Figura 15: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 770 Hz.



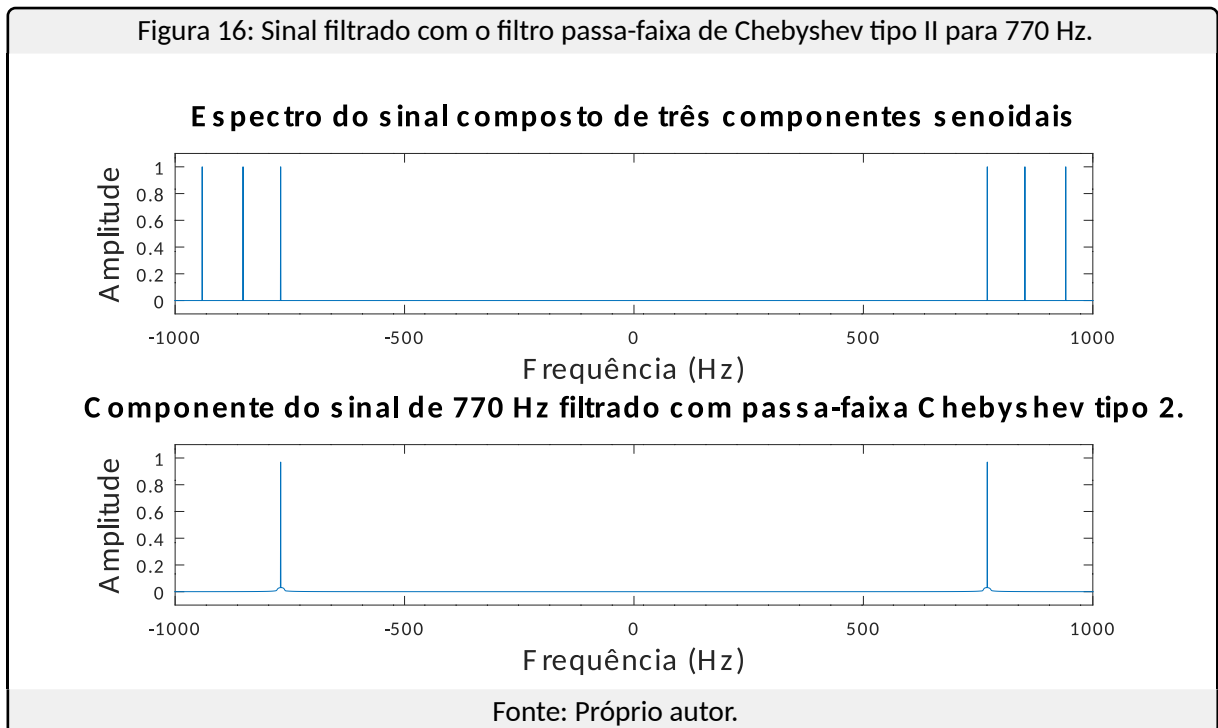
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 15, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 740$
- $\Omega_{c2} = 800$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

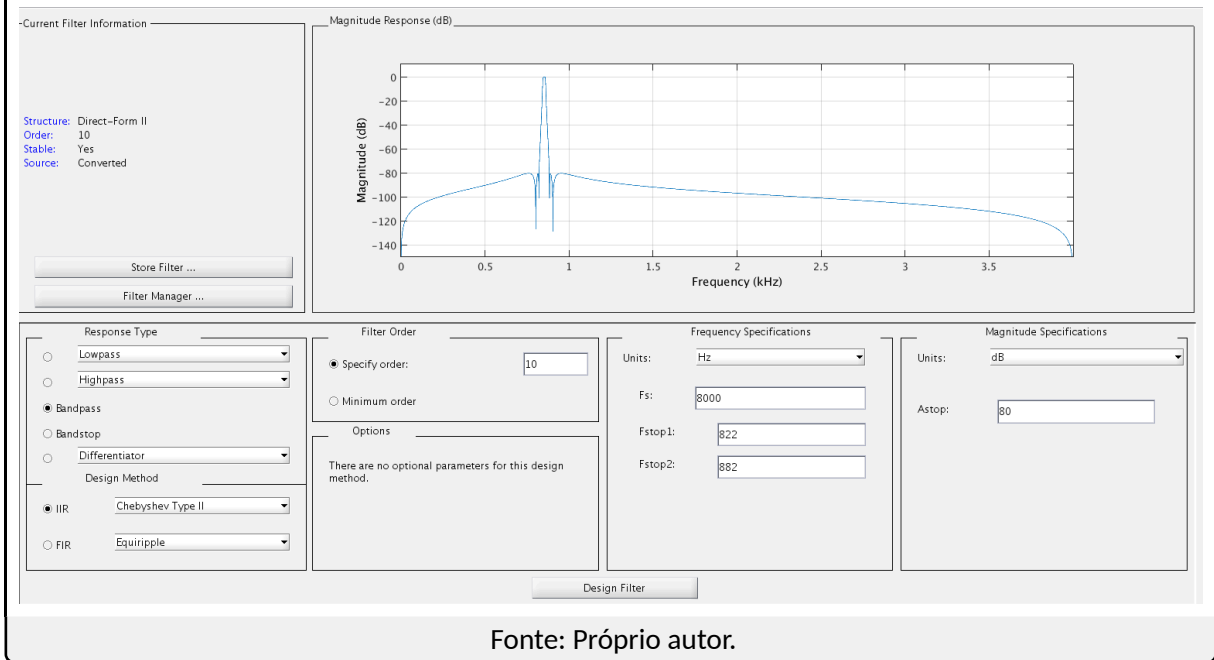
Figura 16: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 770 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 852 Hz:

Figura 17: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 852 Hz.



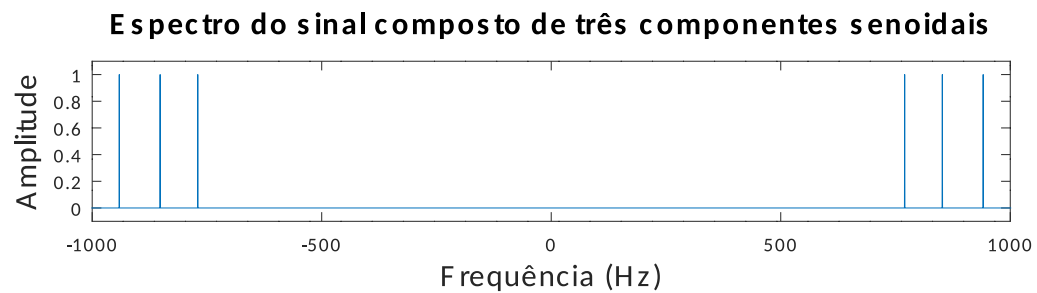
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 17, foram utilizados os seguintes parâmetros:

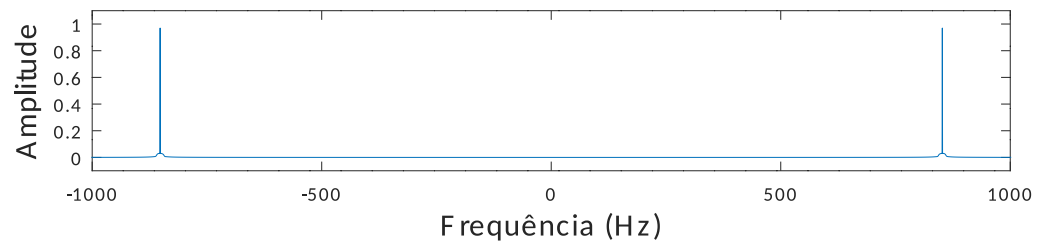
- $\Omega_{c1} = 822$
- $\Omega_{c2} = 882$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

Figura 18: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 852 Hz.



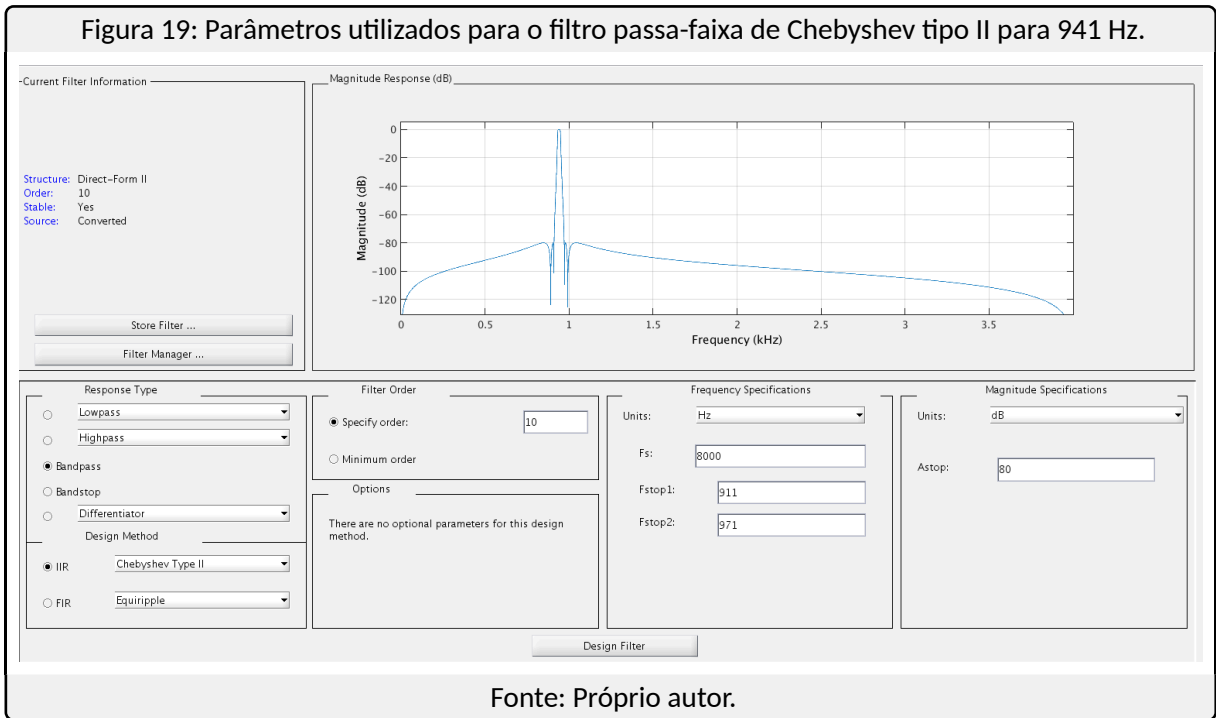
Componente do sinal de 852 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev tipo 2.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 941 Hz:

Figura 19: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 941 Hz.



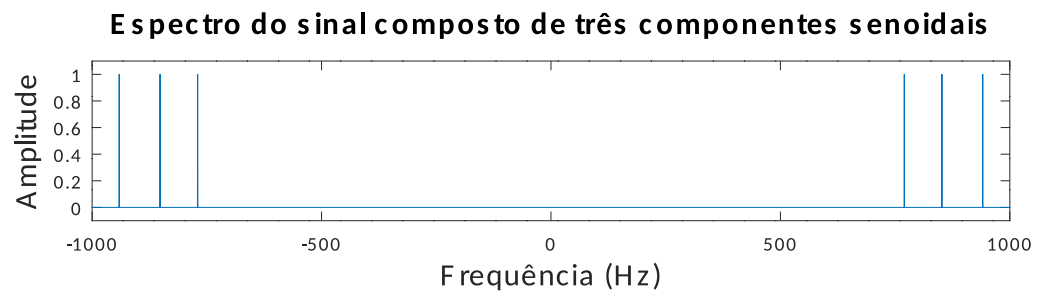
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 19, foram utilizados os seguintes parâmetros:

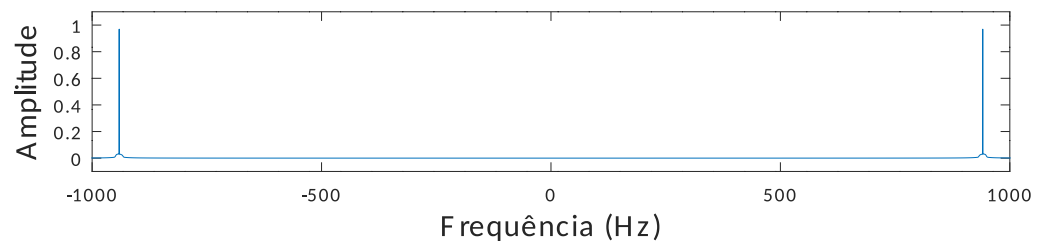
- $\Omega_{c1} = 911$
- $\Omega_{c2} = 971$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

Figura 20: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa de Chebyshev tipo II para 941 Hz.



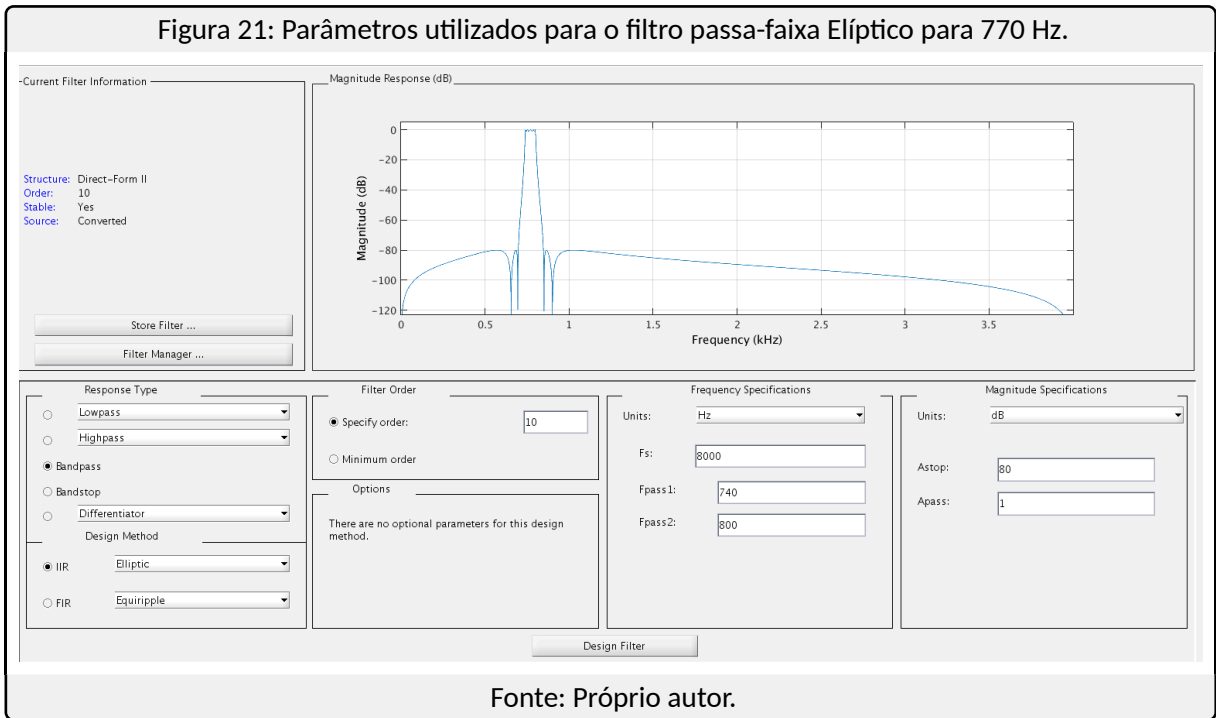
Componente do sinal de 941 Hz filtrado com passa-faixa Chebyshev tipo 2.



Fonte: Próprio autor.

Em seguida, foram criados filtros IIR Elípticos para isolar cada componente. Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa de 770 Hz:

Figura 21: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Elíptico para 770 Hz.



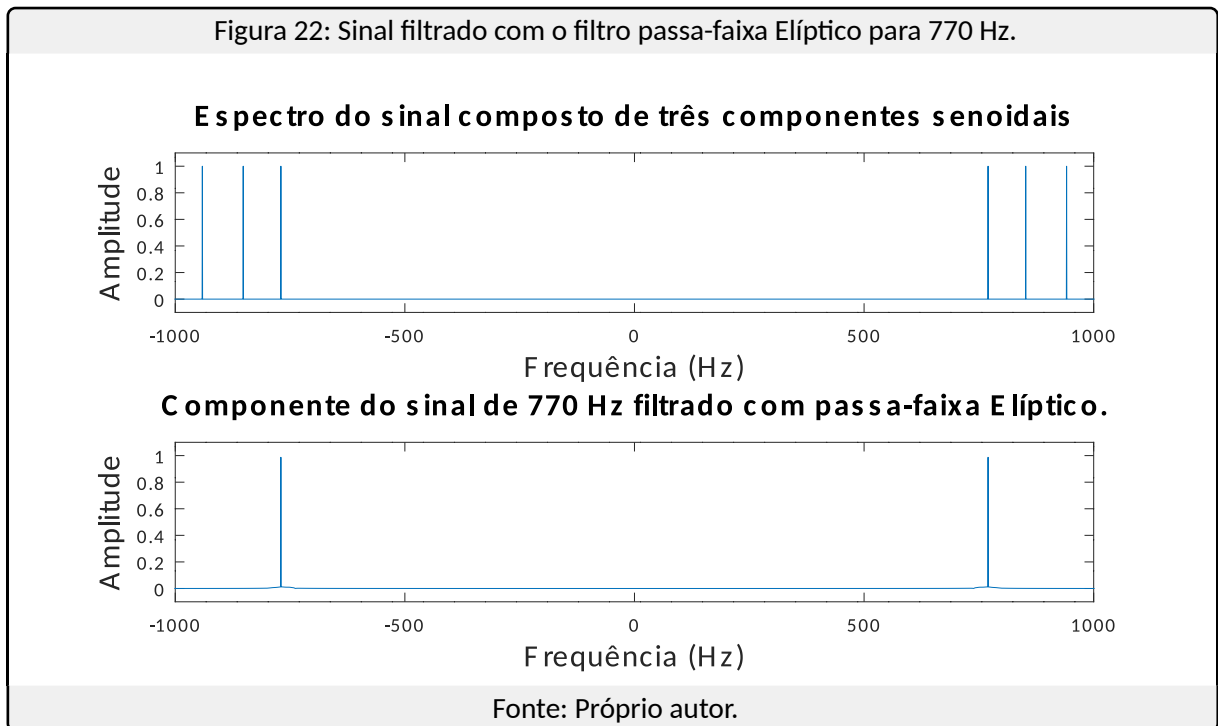
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 21, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 740$
- $\Omega_{c2} = 800$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

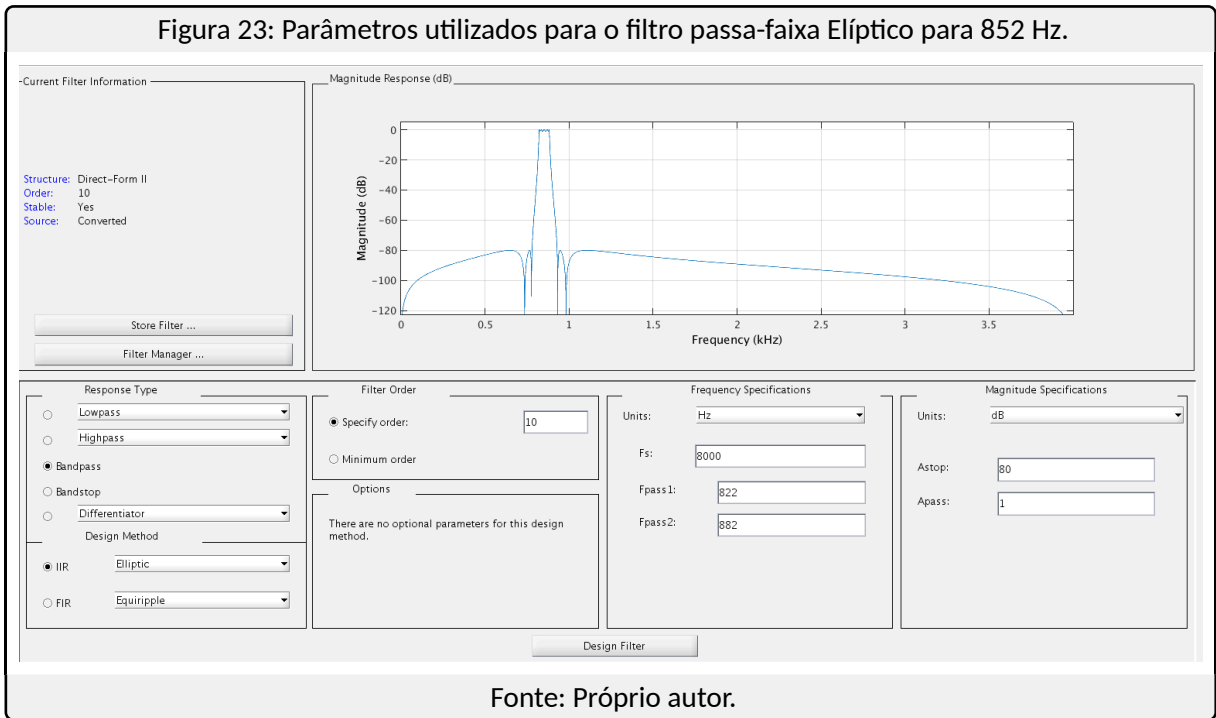
Figura 22: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa Elíptico para 770 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Elíptico para 852 Hz:

Figura 23: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Elíptico para 852 Hz.



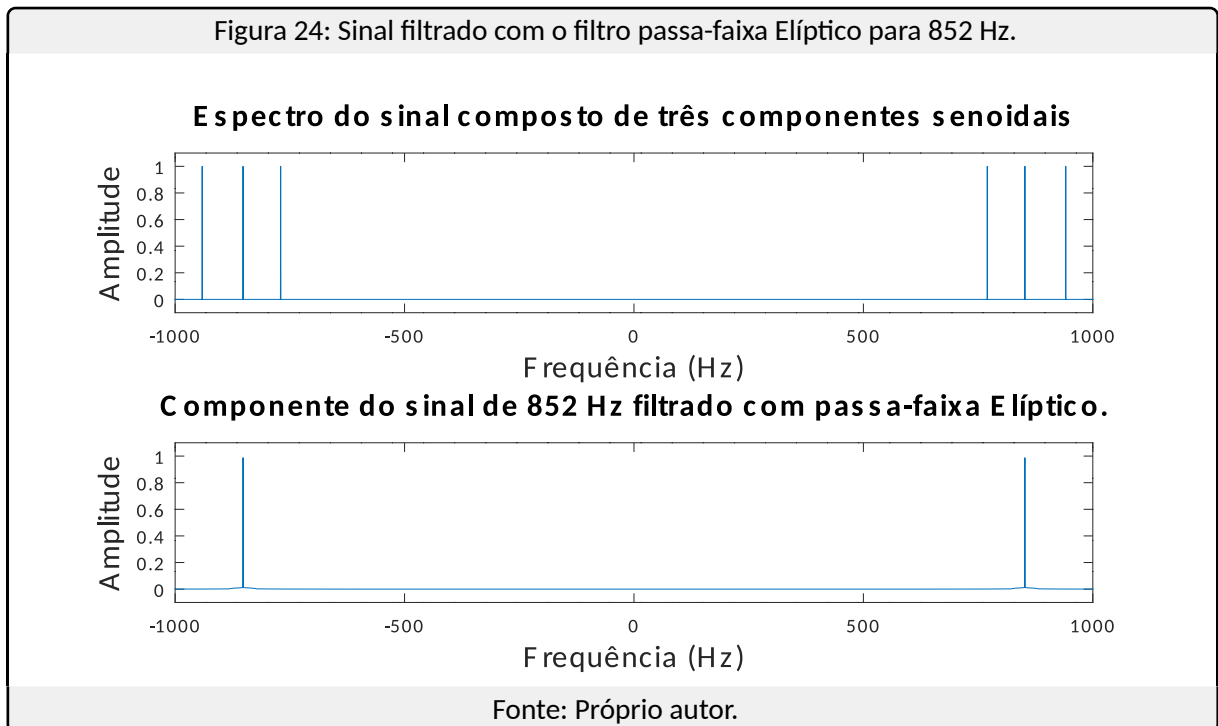
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 23, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 822$
- $\Omega_{c2} = 882$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

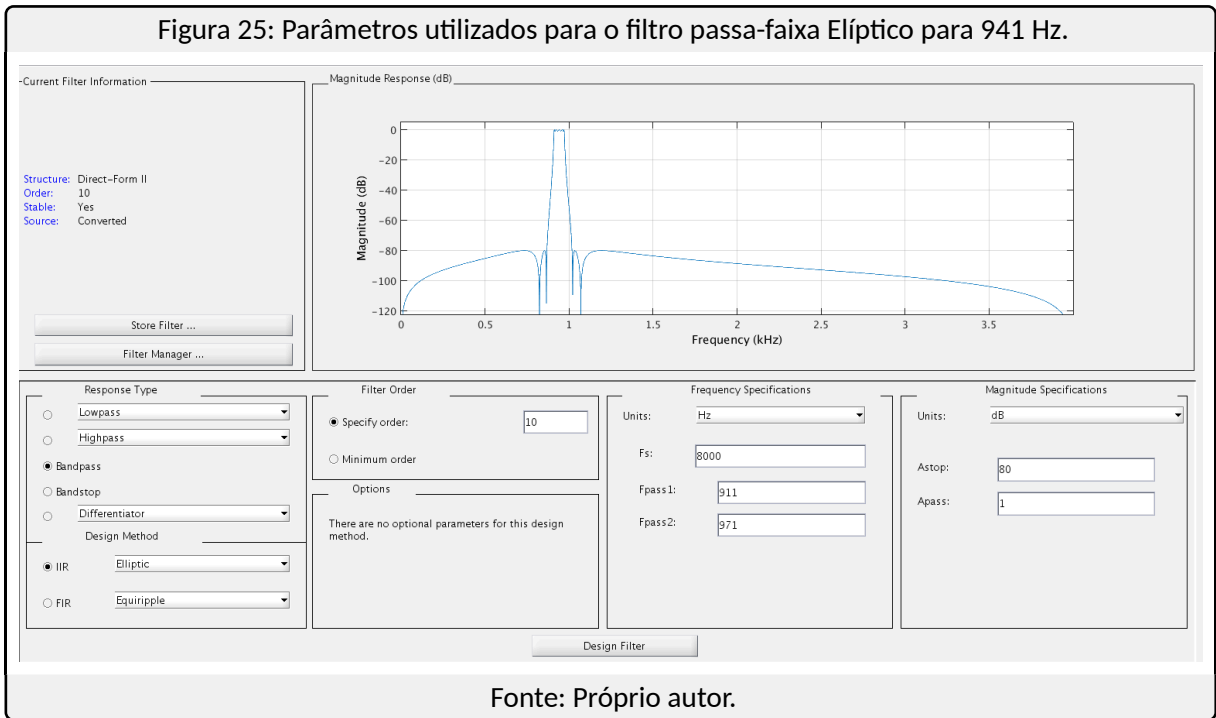
Figura 24: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa Elíptico para 852 Hz.



Fonte: Próprio autor.

Na figura abaixo, é mostrada uma captura de tela com os parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Elíptico para 941 Hz:

Figura 25: Parâmetros utilizados para o filtro passa-faixa Elíptico para 941 Hz.



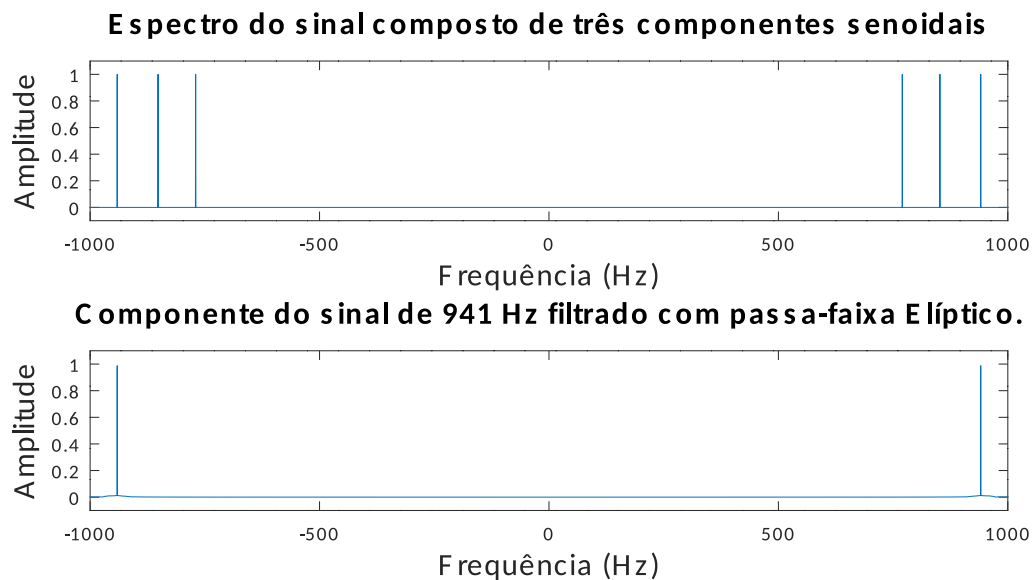
Fonte: Próprio autor.

Na Fig. 25, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $\Omega_{c1} = 911$
- $\Omega_{c2} = 971$

Na figura abaixo, é mostrado o resultado da filtragem no domínio da frequência:

Figura 26: Sinal filtrado com o filtro passa-faixa Elíptico para 941 Hz.



Fonte: Próprio autor.