



PRE29006

AVALIAÇÃO #1.1

2016.1

NOME:

**Justifique adequadamente todos os seus passos!**

1. (3,0) Uma pessoa disca um telefone e registra a duração da chamada. Em um modelo simples de tal experimento, assume-se que o seguinte pode ocorrer:
- Em 25 % das ocasiões, a chamada nunca se inicia, pois ninguém atende ou a linha está ocupada. Nesse caso, a duração da chamada é de 0 minutos.
  - Em 50 % das ocasiões, ocorre uma conversa do tipo A. Nesse caso, a duração da chamada é uniformemente distribuída entre 0 e 4 minutos.
  - Nas demais 25 % das ocasiões, ocorre uma conversa do tipo B. Nesse caso, a duração da chamada é uniformemente distribuída entre 2 e 6 minutos.

Seja  $X$  a variável aleatória que denota a duração da chamada.

- (a) Determine e esboce a PDF de  $X$ . (1,0)
- (b) Determine e esboce a CDF de  $X$ . (1,0)
- (c) Calcule a probabilidade de a chamada durar mais que 2 minutos. (1,0)
2. (3,0) Considere duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  com PMF conjunta dada por

$$p_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k, & \text{se } (x, y) = (0, 1), (1, 0) \text{ ou } (2, 1), \\ 2k, & \text{se } (x, y) = (0, 0), \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde  $k$  é uma constante positiva.

- (a) Determine e esboce as CDFs marginais de  $X$  e de  $Y$ . (1,0)
- (b) Calcule  $\Pr[Y = 1 \mid X = 2]$ . (1,0)
- (c) Calcule  $\Pr[2X < 1 \mid 2Y \leq X]$ . (1,0)

3. (3,0) Considere duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  distribuídas conjuntamente de acordo com a função densidade de probabilidade

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k(3 - y), & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \text{ e } 0 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor da constante  $k$ . (0,5)  
(b) Determine e esboce as PDFs marginais de  $X$  e  $Y$ . (1,0)  
(c) São  $X$  e  $Y$  independentes? (0,5)  
(d) Calcule  $\Pr[Y > X]$ . (1,0)
4. (1,0) Considere de uma variável aleatória  $X$  que representa o número de experimentos independentes de Bernoulli necessários para alcançar o primeiro sucesso. Suponha que a probabilidade de sucesso de cada experimento de Bernoulli seja de  $1/3$ .
- (a) Determine a PMF de  $X$ . (0,25)  
(b) Determine a probabilidade de que  $X$  assumira um valor ímpar. (0,75)

*Dica:*

$$\sum_{i=0}^{\infty} r^i = \frac{1}{1-r}. \quad (\text{série geométrica})$$