EXERCÍCIO E3.14

Determine $h[n]$, a resposta ao impulso dos sistemas LDIT especificados pelas seguintes equações:

(a) $y[n+1] - y[n] = x[n]$
(b) $y[n] - 5y[n-1] + 6y[n-2] = 8x[n-1] - 19x[n-2]$
(c) $y[n+2] - 4y[n+1] + 4y[n] = 2x[n+2] - 2x[n+1]$
(d) $y[n] = 2x[n] - 2x[n-1]$

RESPOSTAS

(a) $h[n] = u[n-1]$
(b) $h[n] = -\frac{19}{6}\delta[n] + \left[\frac{3}{2}(2)^n + \frac{5}{3}(3)^n\right]u[n]$
(c) $h[n] = (2+n)2^n u[n]$
(d) $h[n] = 2\delta[n] - 2\delta[n-1]$

3.8 Resposta do Sistema à Entrada Externa: a Resposta de Estado Nulo

A resposta ao estado nulo $y[n]$ é a resposta do sistema a entrada $x[n]$ quando o sistema está no estado nulo. Nesta seção assumiremos que todos os sistemas estão no estado nulo, a não ser que mencionado o contrário, de tal forma que a resposta de estado nulo será a resposta total do sistema. Seguiremos um procedimento semelhante ao utilizado no caso de tempo contínuo, expressando uma entrada arbitrária $x[n]$ como a soma de componentes impulsivas. O sinal $x[n]$ da Fig. 3.16a pode ser expresso como a soma de componentes de impulso tais como as mostradas na Fig. 3.16b–3.16f. A componente de $x[n]$ para $n = m$ é $x[m]\delta[n-m]$, e $x[n]$ é a soma de todas componentes de $n = -\infty$ a ∞. Portanto,

$$\begin{aligned} x[n] &= x[0]\delta[n] + x[1]\delta[n-1] + x[2]\delta[n-2] + \cdots \\ &\quad + x[-1]\delta[n+1] + x[-2]\delta[n+2] + \cdots \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]\delta[n-m] \end{aligned} \tag{3.55}$$

$y[n+1] - y[n] = x[n]$

$E\,y[n] - y[n] = x[n]$

$(E-1)\,y[n] = x[n]$

$a_N = -1$
$b_N = 1$

- Polinômio característico

$\gamma - 1$

- Raiz: $= 1$

- Modo característico:

$c \cdot 1^n$

- Resposta ao impulso

$h[n] = \frac{b_N}{a_N}\delta[n] + y_c[n]u[n]$

$= -\delta[n] + c(1)^n u[n]$

$h[0] = -\delta[0] + c(1)^0 u[n]$

$0 = -1 + c$

$\boxed{c = 1}$

$h[n] = -\delta[n] + u[n]$

$h[n] = u[n-1]$

$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$

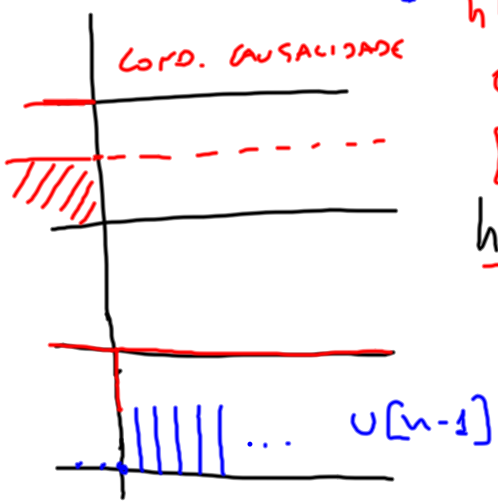
$n = n-1$: $y[n] - y[n-1] = x[n-1]$

$h[n] = \delta[n-1] + h[n-1]$

$n = 0$:

$h[0] = \cancel{\delta[-1]}^{0} + \cancel{h[-1]}^{0}$

$= 0$



b) $y[n] - 5y[n-1] + 6y[n-2] = 8x[n-1] - 19x[n-2]$

$n = n+2$

$y[n+2] - 5y[n+1] + 6y[n] = 8x[n+1] - 19x[n]$

$E^2 y[n] - 5Ey[n] + 6y[n] = 8Ex[n] - 19x[n]$

$(E^2 - 5E + 6)y[n] = (8E - 19)x[n]$

$a_N = 6 \qquad b_N = -19$

- Polinômio característico:

$\gamma^2 - 5\gamma + 6 = (\gamma - 3)(\gamma - 2)$

$\hookrightarrow \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{5 \pm 1}{2} \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

- Modos característicos

$c_1(3)^n + c_2(2)^n$

- Solução interativa da equação diferenças

$y[n] - 5y[n-1] + 6y[n-2] = 8x[n-1] - 19x[n-2]$

$n = 0$:

$y[0] - 5y[-1] + 6y[-2] = 8x[-1] - 19x[-2]$

- Impulso na entrada:

$h[0] - 5\cancel{h[-1]} + 6\cancel{h[-2]} = 8\cancel{\delta[-1]} - 19\cancel{\delta[-2]}$

$h[0] = 0$

$n = 1$

$h[1] - 5\cancel{h[0]} + 6\cancel{h[-1]} = \underbrace{8\delta[0]}_{8} - 19\cancel{\delta[-1]}$

$h[1] = 8$

- Solução fechada da resposta ao impulso

$h[n] = \dfrac{b_N}{a_N}\delta[n] + y_c[n]u[n]$

$= -\dfrac{19}{6}\delta[n] + c_1(3)^n + c_2(2)^n$

$0 = -\dfrac{19}{6}\delta[0] + c_1(3)^0 + c_2(2)^0$

$0 = -\dfrac{19}{6} + c_1 + c_2 \longrightarrow \boxed{c_1 + c_2 = \dfrac{19}{6}}$

$8 = -\dfrac{19}{6}\delta[1] + c_1(3)^1 + c_2(2)^1$

$= 3c_1 + 2c_2 \longrightarrow \boxed{3c_1 + 2c_2 = 8}$

- Resolver o sistema para encontrar as constantes c_1 e c_2