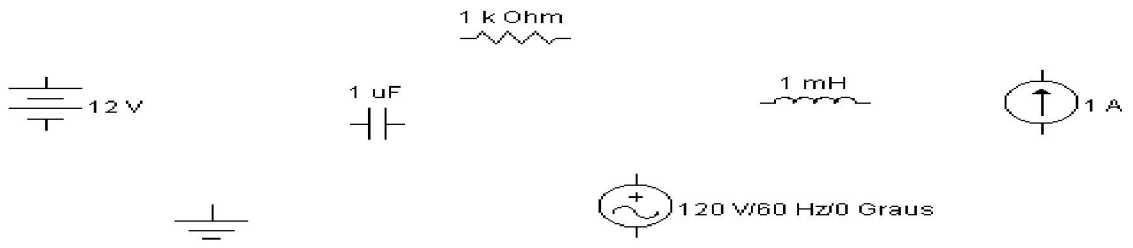
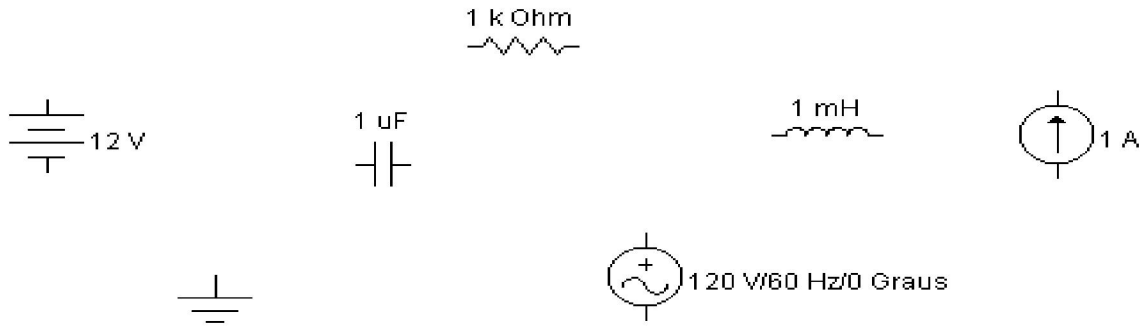
**Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina**
**Unidade São José**
**Curso Técnico de Telecomunicações**
**Módulo I**

# ELETRICIDADE




# *Conhecimentos e Habilidades*
## *em*
## *ELETRICIDADE*




***Prof. Márcio Michels***
***Edição 2009***

## HABILIDADES / CONTEUDO PROGRAMÁTICO

| código | HABILIDADES ESPECÍFICAS | capítulo |
|---|---|---|
| **HEE 01** | Distinguir materiais condutores e isolantes elétricos. | **I**<br>**Lei de Ohm**<br>(p.03) |
| **HEE 02** | Definir, conceituar e classificar a corrente elétrica. | |
| **HEE 03** | Definir, conceituar e classificar a tensão elétrica | |
| **HEE 04** | Definir e conceituar resistência elétrica e identificar o resistor elétrico | |
| **HEE 05** | Identificar e aplicar a relação entre a tensão, corrente e resistência, nos resistores ôhmicos e não-ôhmicos. | |
| **HEE 06** | Definir e conceituar a potência elétrica | |
| **HEE 07** | Definir e conceituar a energia elétrica | |
| **HEE 08** | Conceituar resistência equivalente e analisar associações de resistores, determinando valores de resistências equivalentes. | |
| **HEE 09** | Conceituar, identificar e analisar circuitos elétricos resistivos em corrente contínua, com uma fonte de tensão DC, com base nas relações V=R I e P=V I | **II**<br>**Circuitos elétricos em DC**<br>(p.21) |
| **HEE 10** | Analisar circuitos elétricos resistivos em DC, quaisquer, com base na aplicação das leis de Kirchhoff , através da Análise de Malhas. | **III**<br>**Leis de Kirchhoff**<br>(p.31) |
| **HEE 11** | Identificar gráfica e matematicamente um sinal de tensão ou corrente senoidal, bem como identificar e determinar seus parâmetros | **IV**<br>**O sinal senoidal**<br>(p.39) |
| **HEE 12** | Analisar o comportamento em tensão, corrente e potência do resistor, em resposta a uma tensão alternada senoidal | |
| **HEE 13** | Descrever a construção, a finalidade e o funcionamento do capacitor na carga e descarga e conceituar capacitância. | **V**<br>**O capacitor**<br>(p.48) |
| **HEE 14** | Conceituar capacitância equivalente, analisar associações de capacitores visando cálculo de capacitâncias, tensões, cargas e energias. | |
| **HEE 15** | Analisar o comportamento em DC de um capacitor, em regime permanente e em regime transitório de carga e descarga | |

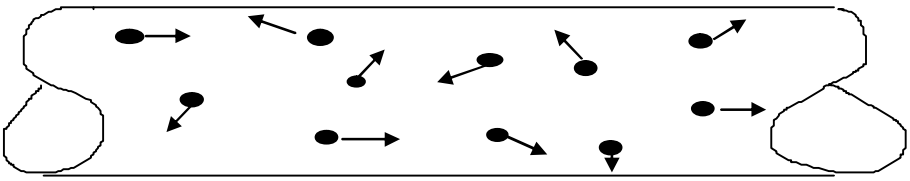
(Continuação)

| HEE | HABILIDADES ESPECÍFICAS | Capítulo |
|---|---|---|
| **HEE 16** | Descrever a construção e o funcionamento do indutor, identificar suas principais aplicações. | **VI**<br>**O indutor**<br>(p.55) |
| **HEE 17** | Demonstrar a compreensão e aplicar as leis de Faraday e de Lenz. | |
| **HEE 18** | Conceituar indutância, indutância equivalente e analisar associações de indutores. | |
| **HEE 19** | Analisar o comportamento em DC de um indutor, em regime permanente e em regime transitório de liga e desliga. | |
| **HEE 20** | Demonstrar a compreensão dos conceitos de resistência, de reatância indutiva e reatância capacitiva e realizar seus cálculos. | **VII**<br>**A impedância**<br>(p.62) |
| **HEE 21** | Demonstrar a compreensão do conceito de impedância, realizar cálculos e montar o triângulo de impedância. | |
| **HEE 22** | Conceituar impedância equivalente e analisar associações de impedâncias | |
| **HEE 23** | Analisar circuitos AC, em regime permanente, tipos resistivo, RL, RC e RLC, série, paralelo e misto. | **VIII**<br>**Circuitos elétricos em AC**<br>(p.76) |
| **HEE 24** | Compreender o conceito e calcular potência média, em circuitos Resistivos em AC. | **IX**<br>**Potência em AC**<br>(p.86) |
| **HEE 25** | Compreender o conceito e calcular potência aparente, ativa e reativa e fator de potência, em circuitos quaisquer, em AC. | |
| **HEE 26** | Compreender e aplicar o princípio da Superposição em circuitos em AC e em DC. | **X**<br>**Teoremas de circuitos**<br>(p.93) |
| **HEE 27** | Compreender e aplicar o teorema de Thèvenin, em circuitos em AC e em DC . | |
| **HEE 28** | Compreender e aplicar o teorema da Máxima Transferência de Potência, em circuitos em AC e em DC . | |
| **HEE 29** | Descrever a construção e compreender o funcionamento de um trafo de potência. | **XI**<br>**O transformador**<br>(p.110) |
| **HEE 30** | Compreender e utilizar as relações de transformação de um trafo de potência ideal. | |


| | |
|---|---|
| **caderno de exercícios** | p. 118 |
| **anexo: coleção de provas anteriores** | p. 139 |

## 1.1- Condutores e isolantes

Os metais em geral apresentam em seus átomos poucos elétrons na última camada ( exemplo:cobre:2,8,18,***1*** e alumínio:2,8,***3***), e uma grande facilidade de liberação desses elétrons. Com isso, ocorre nas condições ambientais grande quantidade de elétrons livres em movimento desordenado no interior desses materiais.



elétrons livres num fio de cobre

Por essa razão os metais são classificados como bons condutores elétricos, pois permitem a circulação de **corrente elétrica**, que consiste do movimento ordenado de elétrons livres através do condutor, produzido por ação de uma fonte de energia elétrica.

**Classificação Elétrica dos Materiais:**

Assim sendo, o grau de facilidade de liberação de elétrons de seus átomos permite se classificar eletricamente os materiais em:

- **Materiais condutores**

São materiais que apresentam grande facilidade de liberação de elétrons.

**Exemplos: cobre, prata, ouro, alumínio.**

- **Materias isolantes**

São materiais que apresentam extrema dificuldade de liberação de elétrons.

**Exemplos: vidro, borracha, plástico.**

- **Materiais semicondutores**

São materiais intermediários, no seu estado natural se localizam entre condutores e isolantes, mas podem se tornar melhores condutores através da mistura (dopagem) com outros elementos (fósforo, alumínio....), ou pelo aquecimento.

**Exemplos: silício, germânio, carbono (nanotubos), etc.**

***Na prática são utilizadas as propriedades "condutividade" e "resistividade" para se fazer a distinção dos materiais quanto a sua facilidade ou sua dificuldade de condução de corrente elétrica. Segue tabela com exemplos de materiais e suas respectivas resistividades.***

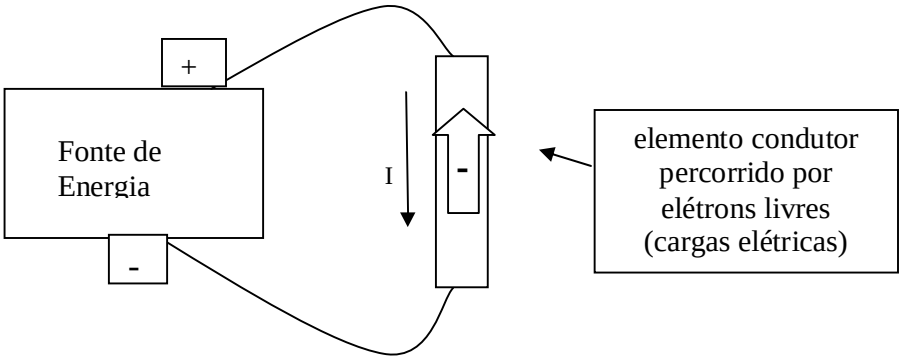
| Material | Classificação | Resistividade à $20^o$ C ( $\Omega$ .$mm^2$/m ) |
|---|---|---|
| Cobre | condutor | 0,0172 |
| Silício | semicondutor | 0,10 |
| Mica | isolante | 90000000000 |

**( resistividade de alguns materiais )**

## 1.2 – A corrente elétrica: I, i

Inicialmente, vamos recordar dos estudos de Física de que prótons e elétrons são partículas atômicas portadoras de uma propriedade que não pode ser criada nem destruida denominada carga elétrica, medida em coulomb ( C ), de igual valor para ambos ($1,6 .10^{-19}$ C),sendo uma do tipo positiva (próton) e outra do tipo negativa (elétron), que se atraem na diferença (positivo e negativo) e se repelem na igualdade entre si (negativo e negativo - positivo e positivo).

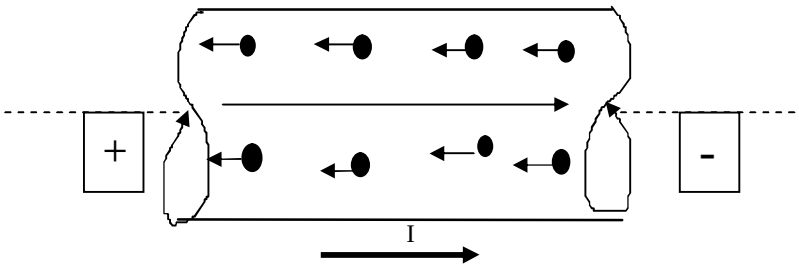
Assim sendo, quando um elemento condutor é ligado aos pólos de uma fonte de energia elétrica, (ex. bateria), ocorre atração e aceleração dos elétrons livres (cargas negativas) no sentido do pólo positivo, produzindo-se um fluxo contínuo de cargas ao longo do caminho fechado, fenômeno este chamado de corrente elétrica.




Portanto, de uma forma geral,

**Corrente Elétrica é um movimento ordenado*de cargas elétricas.**

Note que a corrente elétrica é indicada por meio de seta associada à letra "I" ou "i" , que simboliza a sua intensidade, sendo o seu sentido indicado, por razões históricas, de modo oposto ao sentido real de movimentação dos elétrons.




*(*)A bem da verdade, esse "movimento ordenado" é uma simplificação, pois na realidade a movimentação dos elétrons é acelerada pela ação de um campo elétrico e marcada por choques entre si e contra os átomos do próprio material, resultando numa arrastada progressão, no sentido contrário ao campo, no sentido do pólo positivo da fonte.*

## A intensidade de corrente elétrica: I , i

*Até aqui a corrente elétrica foi analisada como sendo o fenômeno da movimentação ordenada de cargas elétricas. A grandeza corrente elétrica se caracteriza por completo quando se considera o seu aspecto quantitativo, ou seja, a sua intensidade, que pode ser definida, medida e expressa através de uma unidade do SI (Sistema Internacional de Unidades).*

**A intensidade de corrente elétrica é definida como sendo a razão entre a quantidade de carga que atravessa o condutor, e o intervalo de tempo considerado.**
**Resumidamente:**

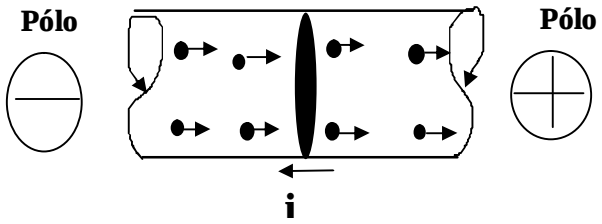
**Corrente elétrica é taxa de carga no tempo.**

Então, por definição, intensidade de corrente é:

$$i = q / t \quad (A)$$

**( onde $q = n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, sendo "n" o número de partículas )**

**Unidade (SI): ampère (A)**
***onde 1A = 1C/s***




***Observe que:***

***1- O sentido da corrente, indicado por seta, é oposto ao sentido real de movimento dos elétrons, ocorrendo do pólo positivo para o pólo negativo da fonte. Este sentido inverso tem origem no tempo em que se achava que corrente era fluxo de cargas positivas.***

***2- O valor de corrente será médio, no caso de corrente variável. Mas, se o intervalo de tempo considerado tender a zero, o valor será instantâneo.***

## Aplicação 1

Calcule a intensidade de corrente elétrica que atravessa um condutor, se por sua seção transversal passam, à cada 5 s, uma quantidade de $2.10^{20}$ elétrons. **(Resp.: i = 6,4 A)**

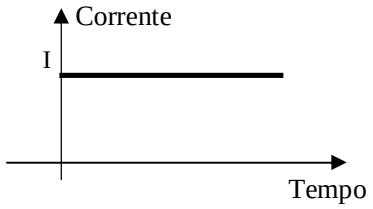
## Tipos de corrente elétrica:

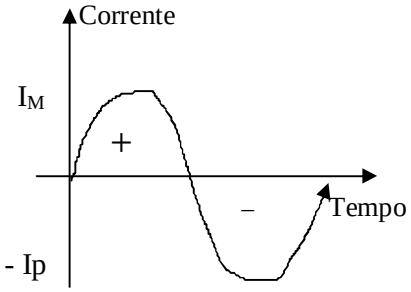
### *a) Quanto a origem ou natureza*

**Corrente eletrônica** – É a corrente elétrica formada por elétrons livres em movimento ordenado através de um metal.
*É o tipo mais comum, sendo chamada simplesmente de "corrente elétrica"*

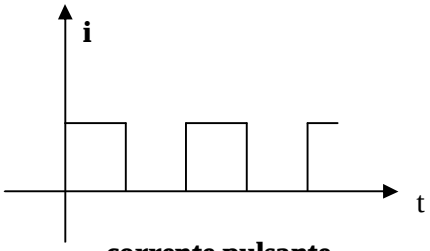
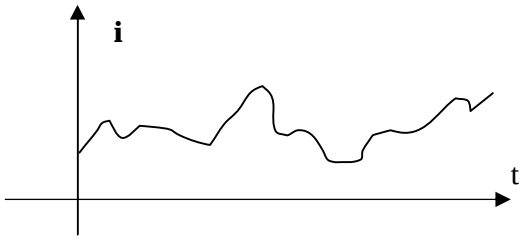
**Corrente iônica –** É a corrente elétrica formada por íons em movimento ordenado através de uma solução condutora.
*Não será estudada aqui. Note que Íons são átomos carregados eletricamente, pela doação ou recebimento de elétrons.*

***b) Quanto ao regime ou comportamento:***

| | |
|---|---|
| **<u>Corrente contínua ( CC ou DC)</u>**<br><br>**É a corrente que tem o <u>sentido</u> e a <u>intensidade</u> constantes, no passar do tempo.**<br><br>***Este tipo ocorre em circuitos alimentados por pilhas e baterias, por exemplo.*** |  <br>**Corrente Contínua** |

| | |
|---|---|
| **<u>Corrente alternada Senoidal (CA ou AC)</u>**<br><br>**É a corrente que tem o <u>sentido</u> e a <u>intensidade</u> variáveis de modo senoidal, no passar do tempo.**<br><br>***A corrente alternada senoidal é aquela encontrada no nosso sistema elétrico residencial, comercial, etc.*** |  <br>**Corrente Alternada Senoidal**<br><br>***(+) num sentido***<br>***(-) noutro sentido*** |

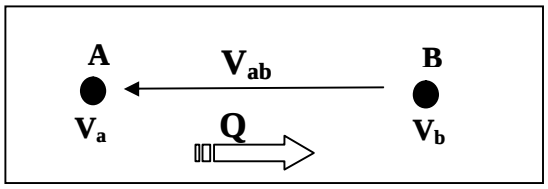
*Existem outros tipos de correntes, quanto ao comportamento, como por exemplo as mostradas nos gráficos abaixo:*

| | |
|---|---|
|  <br>**corrente pulsante** |  <br>**corrente qualquer** |

## 1.3 – A Tensão Elétrica: V,v

### a- Definição

Considere um sistema elétrico qualquer, onde são identificados dois pontos A e B.




Se uma carga elétrica for colocada no ponto **A** e tender a se deslocar expontãneamente para o ponto **B** ( *ou vice-versa* ), concluí-se que:

*O ponto **A** apresenta um potencial elétrico* $V_a$ *;*

*O ponto **B** apresenta um potencial elétrico* $V_b$ *;*

*Entre os dois pontos existe uma Diferença de Potencial ou Tensão Elétrica igual a*

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

*Neste contexto, defíne-se a tensão elétrica:*

**A tensão elétrica entre dois pontos *A* e *B* de um sistema elétrico é a razão entre o trabalho de uma força externa para deslocar uma carga de *B* até *A* e o valor da carga deslocada.**

*Ou seja:* $V_{ab} = W_{ba}/q$ **.....**Ou, de modo geral: **V = W/q**

- Símbolo de Tensão Elétrica: **V, v, U, u**
- Unidade de Tensão Elétrica (SI): **volt (V) ..... onde 1V = 1 J/C**
- Note que, a tensão elétrica, por ser uma grandeza relativa, pode assumir valores positivos e negativos.

**Por exemplo:**

Se uma força externa realiza um trabalho **Wba = 20 J,** para deslocar uma carga elétrica **q = 2 C,** de **B** até **A,** então, **Vab = 10 V.**

*Neste caso, como **10 V = 10 J/C**, verifíca-se que cada unidade de carga **(1 C)** exigirá **10 J** de energia para se deslocar de **B** até **A.***

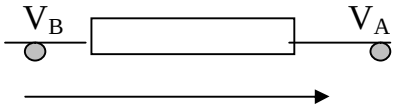
Ou seja, como trabalho é energia:

**A Tensão Elétrica entre dois pontos indica a energia necessária para mover uma unidade de carga (1 C) entre os dois pontos considerados**.

Sinônimos: **A tensão elétrica** é também denominada**: diferença de potencial elétrico (ddp), força eletromotriz (fem),** ou**,** simplesmente**, potencial elétrico,** neste último caso quando medido em relação à terra, que tem potencial zero de referência.

- **Representação da Tensão**:

É feita com o auxílio de sinais positivo/negativo, ou por meio de seta. Abaixo, observa-se a indicação da tensão existente entre os terminais **A** e **B** de um elemento elétrico, sendo o ponto **B** a referência.




$V_{AB} = V_A - V_B$

**b. Conceito prático de Tensão Elétrica**

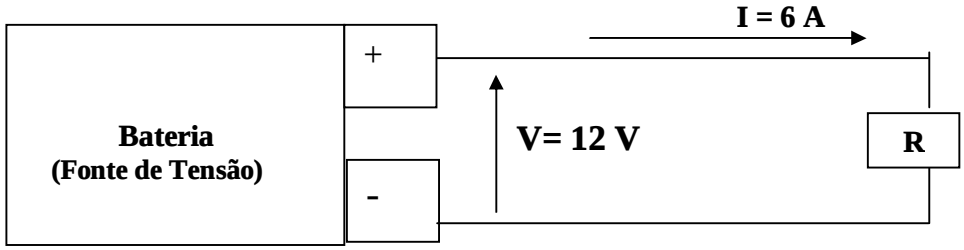
Vimos que, se existe uma tensão elétrica (ou diferença de potencial) entre dois pontos de um sistema elétrico, cargas elétricas tendem a se mover entre esses pontos.

Cabe acrescentar que, se a carga for negativa (elétron), o deslocamento se dará do ponto de potencial mais baixo (pólo negativo) para o de potencial mais alto (pólo positivo).

Assim, ao se ligar, por meio condutor, os pólos positivo e negativo de uma bateria (fonte de tensão) aos terminais de um resistor (receptor ou carga), formando-se o que se chama de circuito elétrico, ocorre a movimentação de cargas, ou seja, a circulação de uma **corrente elétrica.**

Vejamos um exemplo:

***Na figura abaixo, uma bateria de 12 V produz uma corrente de 6 A num circuito elétrico. Nesse mesmo circuito, uma bateria de 24 V produziria uma corrente de 12 A .***




Ou seja, na prática observa-se que quanto maior a tensão da fonte, maior a intensidade de corrente no circuito.

Então, no contexto de circuitos elétricos, pode-se dizer que:

**Tensão elétrica é a capacidade de produção de corrente elétrica.**

*A rigor, observa-se num circuito elétrico, de modo geral que:*

- ***Na fonte****, ocorre a transferência de energia para a corrente na taxa correspondente a sua tensão entre seus terminais ( por ex.: 12 J/C ). Ou seja, a tensão (elevação de tensão) indica a taxa de transferência de energia da fonte para a corrente.*

- ***No receptor****, ocorre a retirada de energia da corrente, na taxa correspondente a sua tensão entre seus terminais ( por ex.: 12 J/C ); Ou seja, a tensão (queda de tensão) indica a taxa de transferência de energia da corrente para o receptor.*

## c- Tipos de Tensão Elétrica

Uma tensão elétrica pode ser produzida pela simples separação mecânica entre cargas positivas e negativas.

Dependendo de sua fonte ou gerador, a tensão produzida pode ser do tipo **contínua** ou **alternada**, ou ter um comportamento qualquer, no passar do tempo:

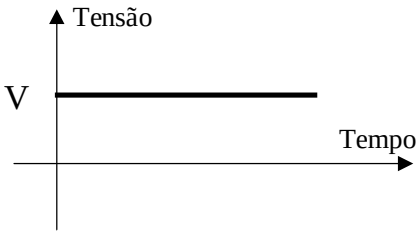
- **Tensão Contínua: (Vcc ou Vdc)**

**É o tipo de tensão que apresenta polaridade e intensidade constantes ( fig. a).**
***É aquela produzida por pilha, bateria e dínamo.***

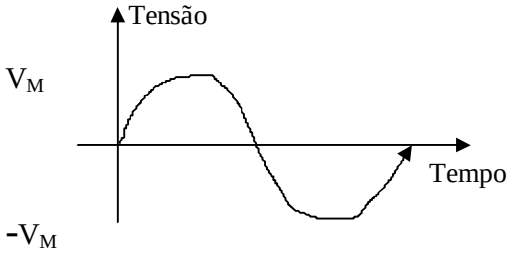
- **Tensão Alternada: (Vac ou Vca)**

**É o tipo de tensão que apresenta variação alternada de polaridade e de intensidade.**
Quando essa variação assume comportamento senoidal, tem-se a **tensão alternada senoidal ( fig. b).**

***Este tipo é produzido nos alternadores, estando presente em instalações residenciais, comerciais, etc....***




**a -Tensão contínua**



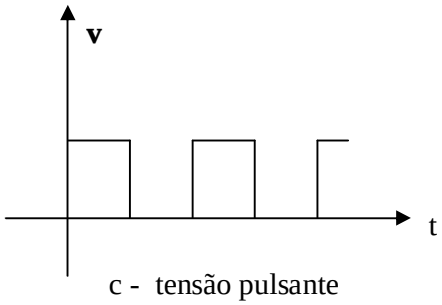

**b - Tensão alternada senoidal**

Como existe uma relação direta de causa-efeito entre a tensão (a causa) e a corrente (o efeito), então, conclui-se que:

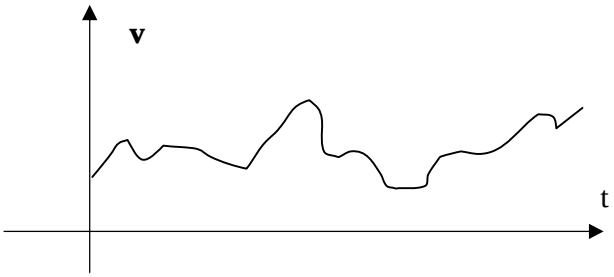
- **Tensão contínua** produz **corrente contínua;**
- **Tensão alternada** produz **corrente alternada**.

***A tensão presente nas tomadas elétricas é do tipo alternada senoidal, cujos máximo e mínimo são aproximadamente +311 V e (–)311 V, muito embora os múltimetros indiquem uma medida contínua de 220 V. Essa tensão contínua, que corresponde a 70,7 % do valor máximo, é chamada de tensão eficaz.***

- **Note que existem ainda outros tipos de tensão, como por exemplo a tensão pulsante ( c ) e a tensão de variação qualquer ( d ), conforme segue:**



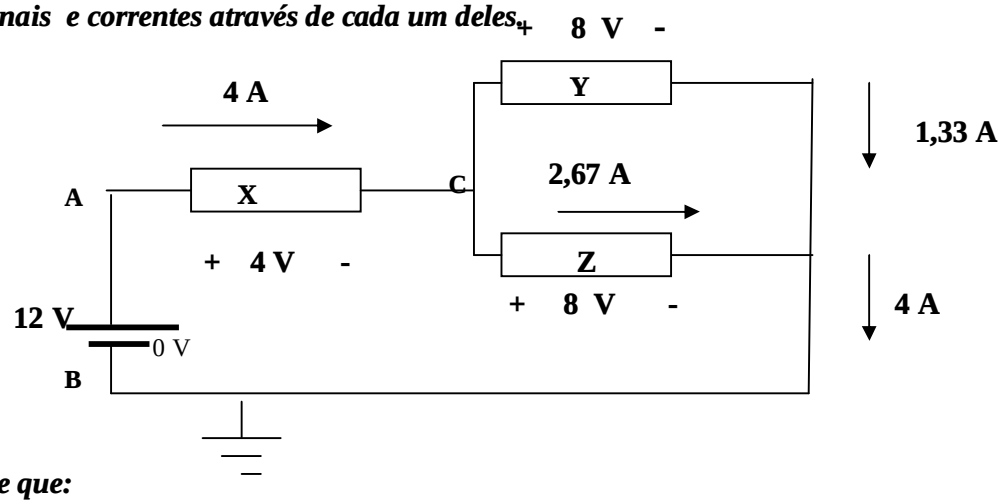

c - tensão pulsante




d - tensão qualquer

## Representações de tensões e correntes nos diagramas elétricos – *Exemplo Comentado*

***O diagrama seguinte mostra um esquema de um circuito elétrico, onde uma fonte de tensão 12 $V_{dc}$ alimenta um conjunto de 3 componentes receptores (X,Y,Z), com indicações das tensões entre seus terminais e correntes através de cada um deles.***




***Observa-se que:***

- Na simbologia adotada para a fonte, o traço maior indica o pólo positivo ( potencial +12 V ) e o traço menor o pólo negativo ligado ao terra (0V). Na fonte é indicada a sua ddp ou tensão ( 12 V). Outras simbologias são adotadas para fontes de tensão, como círculo (fontes independentes) e losangos (fontes dependentes). Essa simbologia de modo semelhante ocorre para fontes de correntes;

- As tensões estão indicadas por meio de polaridades positivo-negativas, em lugar de setas, sendo que a polaridade positiva está associada ao pólo positivo da fonte e indica o lado de maior potencial e a polaridade negativa indica o contrário, o de menor potencial

- <u>Sendo " potencial elétrico"</u> sinônimo de tensão ou ddp em relação ao terra,
  então, $V_A$ = 12 V, $V_B$ = 0 V e Vc = 8 V ;

- A corrente elétrica na fonte tem seu sentido indicado de modo a entrar pelo lado de menor potencial (negativo) e sair pelo de maior (positivo), indicando um ganho de energia, enquanto que nos demais elementos, do maior para o menor potencial, indicando uma queda de energia da corrente

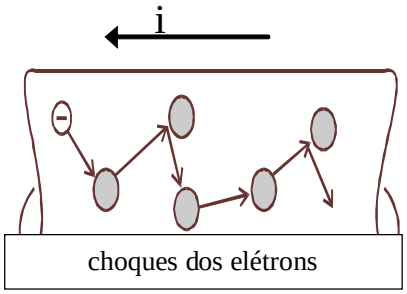
- Uma "queda de tensão" ocorre quando há uma variação negativa de potencial, e "elevação de tensão" quando ocorre o inverso . Assim, seguindo-se a corrente, na fonte observa-se uma variação positiva de 0 V para 12 V ( elevação de 12 V), e, ao se atravessar o elemento "X" o potencial varia negativamente de 12 V para 8 V (queda de 4 V). Ao se atravessar os elementos (Y e Z), o potencial cai de 8 V para 0 V, chegando-se ao nível do pólo negativo da fonte, cujo potencial é zero, por conta de seu aterramento;

- *Em análise de circuitos normalmente se está interessado nessa variação de potencial (ddp) observada nos elementos. Daí ocorrer o uso das expressões " elevação de tensão " e "queda de tensão", respectivamente, para indicar variação positiva e negativa de potencial observada.*

- Note que o potencial cai de 12 V para 0 V para manter a corrente em 4 A, ao longo do circuito: de 12 V para 8 V através do elemento "X"; de 8 V para 0 V através de "Y" e "Z".

## • 1.4 – Resistência Elétrica e Resistor elétrico

No fenômeno da corrente elétrica, os elétrons livres em movimento ordenado realizam sucessivos choques entre si e contra os átomos do material, resultando numa certa dificuldade ou atrito para a passagem da corrente .




Então, num condutor,

**A Resistência Elétrica é a grandeza que mede a dificuldade oferecida à passagem da corrente elétrica.**

Por definição, num condutor,

**Resistência Elétrica é a razão entre a tensão aplicada e a corrente resultante.**

**( R = V/I ).**

**Símbolo de resistência elétrica: R , r**

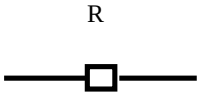
**Unidade (SI): ohm (Ω )**

***Isolando-se a corrente na expressão matemática acima ( I = V/R ) observa-se que a <u>resistência elétrica produz efeito limitador da intensidade de corrente num condutor, de modo que: quanto maior a resistência, menor será a intensidade de corrente</u> ( I = V/R ), desde que mantida a tensão constante.***

### <u>Resistor Elétrico</u>

***É todo elemento condutor elétrico (componente) que tem por finalidade a produção de uma determinada resistência elétrica.***

Símbolos:




### <u>Cálculo da Resistência</u>

**O valor de uma resistência elétrica varia com as dimensões e com o material do próprio condutor, de acordo com a expressão seguinte, além de depender da temperatura do elemento considerado:**

$$R = \rho \cdot l \ / \ A \quad (\Omega)$$

**Onde:**

"ρ" (rô) é a resistência específica, ou resistividade do material (veja quadro que segue)

"l" é o comprimento do condutor (m);

"A" é bitola ou seção transversal do condutor ($mm^2$)

***A rigor, nos metais a resistência elétrica cresce com a temperatura do condutor, que por sua vez cresce com com o aumento da corrente que o percorre.***

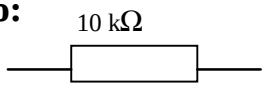
Nota-se na sua expressão de cálculo de que a resistência de um elemento condutor depende diretamente do seu comprimento e inversamente de sua bitola, e varia também de material para material, através de sua resistência própria ou resistividade (veja o quadro).

| Material Condutor | Resistividade à 20º C ( $\Omega$ .mm$^2$/m ) |
|---|---|
| Prata | 0,0164 |
| Cobre | 0,0172 |
| Ouro | 0,0230 |
| Alumínio | 0,0289 |

**( resistividade de alguns materiais condutores)**

***É comum, em Eletricidade e em outras áreas do conhecimento, a adoção de múltiplos e submútiplos das unidades SI, formados pela asssociação de prefixos métricos decimais às unidades, como kW, mA, MHz, etc.***

**Exemplo:**




***Segue quadro com os principais prefixos utilizados em nossa área.***

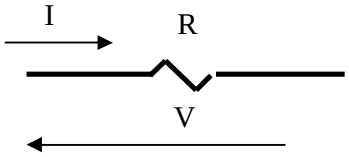
| prefixo | valor associado | prefixo | valor associado |
|---|---|---|---|
| quilo (k) | $10^3$ | mili (m) | $10^{-3}$ |
| mega (M) | $10^6$ | micro ($\mu$) | $10^{-6}$ |
| giga (G) | $10^9$ | nano (n) | $10^{-9}$ |
| téra (T) | $10^{12}$ | pico (p) | $10^{-12}$ |

**( prefixos métricos decimais do SI )**

## 1.5- Relação Tensão x Corrente no Resistor : Lei de Ohm

Convém lembrar de que a tensão entre os terminais de um resistor é comumente designada **queda de tensão**, que corresponde a uma variação negativa entre os potenciais de entrada e saída. Mas, pode-se também chamar simplesmente de **tensão**.

**No resistor, a razão entre a sua queda de tensão e a sua intensidade de corrente é igual a sua resistência elétrica**. Ou seja:




$$R = V / I$$

***Por ex.: Se a queda for de 12 V e a corrente de 2A, a resistência será 12 / 2 = 6 $\Omega$.***

Assim, essa relação entre tensão e corrente expressa na forma **V = R . I** aparenta uma proporcionalidade entre ambas, que em geral não ocorre devido a variação da resistência elétrica com temperatura, que por sua vez depende da corrente elétrica.
Portanto, se eliminada a influência da temperatura, a resistência elétrica de um resitor teria valor constante em qualquer situação de seu funcionamento e sua **tensão e corrente**

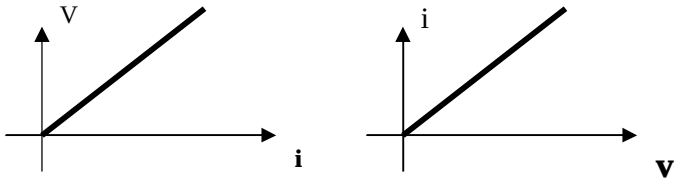
**seriam diretamente proporcionais**. Vejamos o que ensina a “chamada” lei de Ohm.

**A lei de Ohm:**

***“*** *Num resistor, à temperatura constante****,***
***a tensão e a corrente são diretamente proporcionais”***

Matematicamente: **V = R I** **Onde: R = constante**

Graficamente :




**Expressando-se a lei de Ohm de uma outra forma:**

*“Mantida a temperatura constante****,***
***a resistência elétrica de um resistor se mantém constante,***
***para qualquer valor de tensão ou corrente ”***

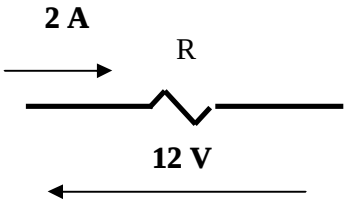
Na prática, como não se consegue manter a temperatura constante:

- O resistor que apresentar pouca variação da resistência com a temperatura terá **sua resistência** considerada **constante** e será considerado **Ôhmico (ou linear)**, ou seja, nele a **tensão e corrente serão considerada diretamente proporcionais.**

- Caso contrário, serão considerados **Não ôhmicos ( ou não lineares).**

**<u>Aplicação 2 - lei de Ohm:</u>**

Um resistor **ôhmico** percorrido por uma corrente de 2A apresenta uma queda de 12 V.

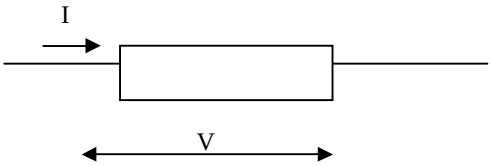



a - Calcule o valor de sua resistência elétrica;

b - Calcule o novo valor da corrente, se for dobrado o valor da tensão aplicada **( 24 V** ).

## 1.6 – Potência Elétrica: P

Considere um elemento elétrico qualquer, onde se observa uma tensão nos terminais e uma circulação de corrente.




Define-se:

**Potência Elétrica é igual ao produto da tensão pela corrente.**

Isto é:

**P = V . I** Unidade ( SI): **watt (W),** onde 1 W = 1J/s

**Por exemplo, para uma tensão de 12 V e uma corrente de 2 A, a potência será de 24 W.**

Note que: Como tensão elétrica expressa a energia por unidade de carga (V = W/q) e corrente a taxa de carga no tempo ( i= q/t ), então o produto **tensão x corrente** representará uma **taxa de energia** na unidade de tempo **(p= w/t)**, taxa esta denominada **potência elétrica.**

### Conceito de Potência Elétrica

Num elemento qualquer,

**Potência Elétrica é a taxa de fornecimento (ou de consumo) de energia, na unidade de tempo.**

Ou então: **"capacidade de consumo ou de fornecimento de energia".**

Num elemento passivo (carga), a **potência elétrica representa a sua taxa de consumo de energia elétrica, no tempo**, ou seja, a **velocidade de consumo** de energia.

***Tomemos por exemplo uma lâmpada incandescente de 100 W/ 220 V.***

***Como 1 W corresponde a 1 J/s, pode-se dizer que 100 W é a velocidade de consumo de energia dessa lâmpada, uma vez que 100 W representa 100 J/s .***

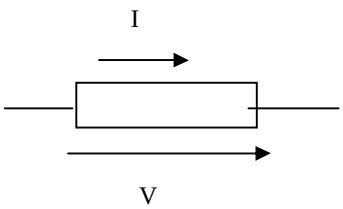
No elemento resistor essa potência é denominada potência disssipada

Num elemento ativo (fonte ), a **potência elétrica representa a sua taxa de fornecimento de energia elétrica, no tempo**, ou seja, a **velocidade de fornecimento** de energia.

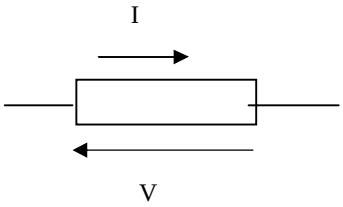
***Assim, uma bateria de 12 V, fornecendo uma corrente de 5A, estará fornecendo energia na razão de 60 W ou 60 J/s.***

No elemento fonte essa potência é denominada potência fornecida.

***Note que a potência elétrica (consumida ou fornecida) está condicionada a existência simultânea (ao mesmo tempo) da tensão e da corrente no elemento.***




elemento ativo




elemento passivo

**Outras formas de cálculo da potência elétrica dissipada no resistor**

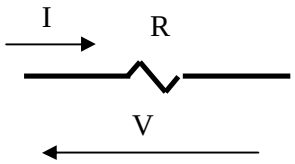
*Potência dissipada é sinônimo de potência consumida, ou seja, é a taxa de transformação de energia elétrica em energia térmica, que se dispersa no meio em forma de calor. Basicamente essa potência pode ser calculada pela expressão p = vi.*

Combinando-se as expressões:

**V = R . I**

e

**P = V . I**

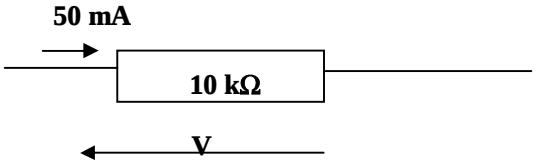



Obtêm-se duas novas expressões para o cálculo da potência dissipada no resistor:

$$P = R\,I^2 \qquad\qquad P = V^2 / R$$

**Aplicação 3:**

Um resistor de **10 kΩ** é percorrido por uma corrente de **50 mA**. Calcule a sua potência dissipada nessa situação.




## 1.7 – Energia elétrica: E

Ao produzir sua tensão elétrica, uma fonte estará gerando sua capacidade de produzir corrente elétrica. Ligando-se a fonte aos terminais de um resistor ocorrerá a transferência de energia aos elétrons livres, na taxa correspondente ao valor da tensão produzida ( ex.:12 V = 12 J/C ), resultando no aparecimento da corrente elétrica, cuja intensidade dependerá diretamente da tensão e inversamente da resistência encontrada no resistor.

Essa corrente elétrica ao atravessar um resistor transformará a energia recebida em energia térmica, por conta do fenômeno chamado **efeito joule**, na taxa representada por sua potência elétrica.

**Essa energia transferida pela fonte à corrente elétrica, e transformada em energia termica nos resistores, será aqui denominada energia elétrica.**

Assim, nesse contexto, pode-se adotar o seguinte **conceito** para **energia elétrica:**

***Energia elétrica é a energia presente na corrente elétrica.***

***Futuramente, no estudo do capacitor e do indutor, elementos que idealmente não dissipam energia, o conceito de energia poderá ser: Energia elétrica é a energia associada a presença da tensão e/ ou da corrente elétrica. Assim se contemplará a energia potencial que acontece nesses componentes.***

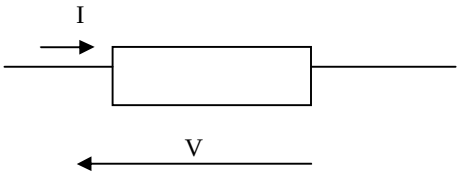
***Entrando em detalhes:*** *A fonte e sua tensão fornece energia às cargas representadas pelos elétrons livres do condutor (energia potencial), que ao se movimentarem produzem a corrente elétrica (energia cinética).Assim, ambas, energia potencial e cinética presentes nos elétrons livres em movimento, ou seja na corrente elétrica, são modalidades de energia elétrica.*

**Comparação (Analogia)**

***Pode-se fazer a comparação com a energia mecânica de um corpo que cai, onde em cada ponto aparece a energia potencial se transformando em energia cinética, sendo a potencial associada à posição e a cinética associada à velocidade e sendo ambas energia mecânica.***

## Efeito Joule

No resistor, essa energia elétrica é transformada em energia térmica, devido ao atrito provocado pelos sucessivos choques de elétrons entre si e contra os átomos do material, resultando no produção de calor, luz etc,




Esse fenômeno da transformação de energia elétrica em energia térmica, no resistor, é conhecido por Efeito Joule e tem importantes aplicações práticas, como lâmpada incandescente e chuveiro elétrico.

## Definição de Energia Elétrica: E

Em qualquer elemento**,**

**Energia Elétrica é igual ao produto da potência pelo tempo considerado.**

Ou seja:

$$E = P \cdot t \qquad (J)$$

Onde : "P" é a potência (W); "t" é o tempo (s)

**Unidade (SI) = joule (J)**

*Note que para haver consumo ou fornecimento de energia, deve haver ocorrência simultanea da tensão e da corrente, pois P= V.I e E = V.I.t*

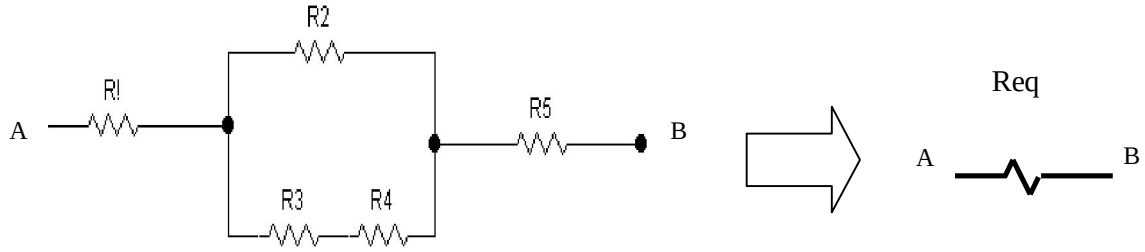
**Aplicação 4:**

Calcule a energia consumida pelo resistor de 10 kΩ da **Aplicação 3,** considerando o tempo de **24 h** de funcionamento, expressando o resultado:
a- Em joule;
b- Em kWh .

***( kWh é uma unidade prática adotada pelas concessionárias de energia, resultante da multiplicação da potência em kW pelo tempo expresso em hora).***

## 1.8 – Associações de resistores

| | |
|---|---|
| Resistores podem ser interligados formando associações diversas. | Uma associação de resistores pode ser reduzida a um único resistor que produza o mesmo efeito (a mesma potência) que o conjunto, cuja resistência é denominada **resistência equivalente (Req) ou total($R_T$ ).**<br><br>*Ou, por definição, resistência equivalente é a razão entre a tensão e a corrente na entrada da associação(Req = V/I)* |

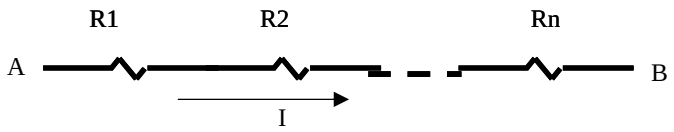



Exemplo de Associação de Resistores do tipo Mista

Resistência Equivalente

**Associações de Resistores e cálculo da Resistência Equivalente:**

### a – Associação em Série

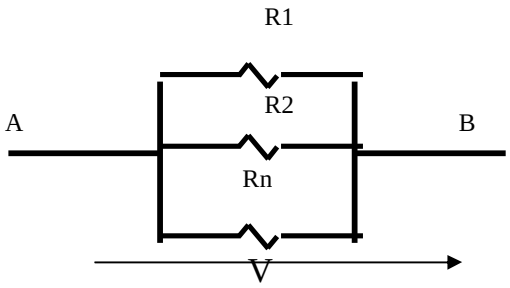



**Dois ou mais resistores estão em série quando são percorridos pela mesma corrente.**

Neste caso, a tensão total aplicada se divide pelos resistores associados, cujas quedas serão proporcionais aos valores de suas resistências.

**Req = $R_1$ + $R_2$ + ...+ Rn**

## b – Associação em Paralelo



$$1/Req = 1/R_1 + 1/R_2 + ..... 1/Rn$$

**Dois ou mais resistores estão em paralelo quando são submetidos à mesma tensão.**

Neste caso, a corrente total se divide nos caminhos formados pelos resistores, de modo inversamente proporcional aos valores de suas resistências.

**Casos particulares!!!**

**Dois resistores em paralelo (n = 2).....Req = $R_1 . R_2 / R_1 + R_2$**

**Três resistores em paralelo (n =3).....Req = $R_1.R_2.R_3/R_1.R_2+R_2.R_3+R_1.R_3$**

**Notas:**

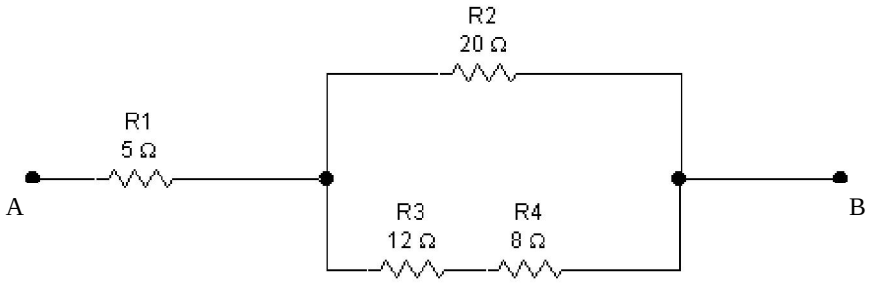
- A resistência de dois ou mais resistores em paralelo é sempre menor que a menor delas.
- Para o caso de dois ou mais resistores iguais, em paralelo, a resistência equivalente pode ser obtida pela divisão do valor de um deles pela quantidade existente de resistores iguais. Por exemplo, 3 resistores iguais de 12 ohms ligados em paralelo terão resistência equivalente igual a 12 /3 = 4 ohm.

## c - Associação Mista

É toda associação resultante de combinações **série** e **paralelo** de resistores.

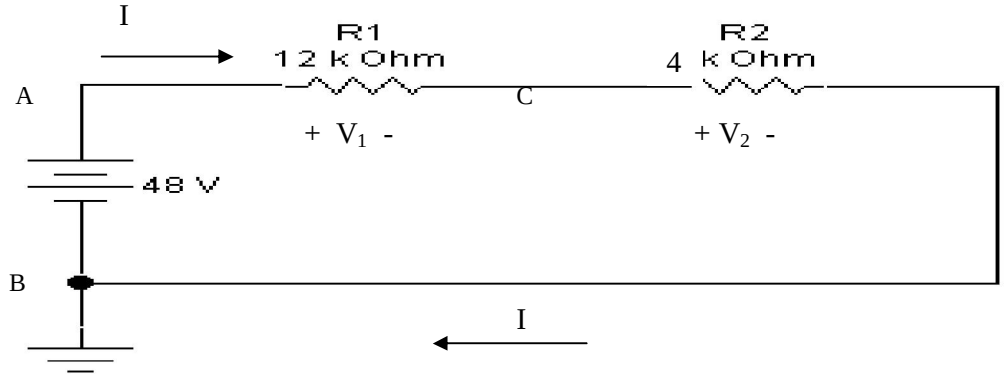
## <u>Aplicação 5:</u>

Calcule a resistência equivalentre entre os extremos A e B da associação mista abaixo.



## Exemplo Integrador:

*Para fins de integração dos estudos realizados, e para a introdução do que vem por aí, segue-se um diagrama de um circuito elétrico, alimentado por tensão contínua e percorrido por uma corrente contínua, com intensidade limitada por dois resistores associados em série.*




***Pode-se observar que:***

**1- O potencial no ponto "B" vale zero volts ( $V_B = 0$ V ), devido ao seu aterramento. Assim, $V_A = 48$ V e $V_C = 12$ V são potenciais medidos em relação ao ponto "B".**

2- O potencial no ponto "A", medido em relação à terra, corresponde a ddp entre "A" e a terra (B). Ou seja, $V_{AB} = V_A - V_B = V_A - 0 = V_A = 48$ V.

**3- Como a tensão é uma grandeza relativa, medida em relação a um valor de referência, pode assumir valores positivos ou negativos, como por exemplo:**

**$V_{AB} = V_A - V_B = 48 - 0 = 48$ V** **$V_{BA} = V_B - V_A = 0 - 48 = -48$ V**

4- A resistência total ou equivalente "vista" da fonte vale 16 kΩ;

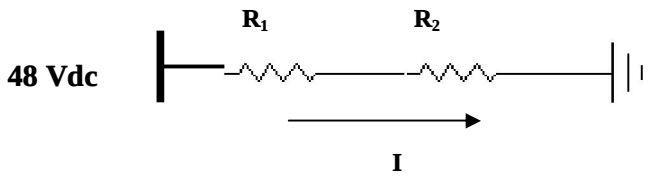
**5- A corrente total no circuito ( 3 mA ), percorre igualmente todos os resistores que estão associados em série ( $I = I_{R1} = I_{R2}$ ).**

6- No resistor $R_1$ ocorre uma queda de tensão de 36 V ( $V_1 = V_{AC} = 36$ V);
No resistor $R_2$ ocorre uma queda de tensão de 12 V ($V_2 = V_{CB} = 12$ V);
Somando-todas as quedas ( em série) obtém-se a tensão aplicada pela fonte ( 36+12 = 48 V );

**7- Da potência fornecida pela fonte ( 144 mW ), $R_1$ dissipa 108 mW e $R_2$ dissipa os restantes 36 mW, pois não há armazenamento de energia num circuito puramente resistivo;**

8- Em 1 hora de funcionamento o circuito consumirá uma energia igual a 518,45 J.

**9- O mesmo circuito poderia ser representado no formato aparente aberto seguinte:**



# 2.1 – Circuito elétrico resistivo simples, em DC

## a) Circuito Elétrico

Pode-se dizer que **circuito elétrico é um conjunto de elementos elétricos interligados por meio de condutores, de forma a possibilitar a circulação de corrente elétrica.**

***Nos diagramas (desenhos) de circuitos, os elementos reais são representados por seus modelos matemáticos, através de símbolos e relações matemáticas., como por exemplo o resistor, com seu conhecido símbolo e sua relação tensão-corrente V=RI.***

Um circuito elétrico, na sua mais forma básica, consiste de:

1- fonte ou gerador;
2- carga ou receptor;
3- chave ou interruptor;
4- condutores.

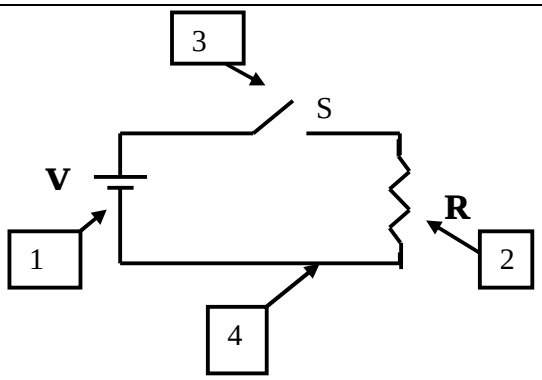
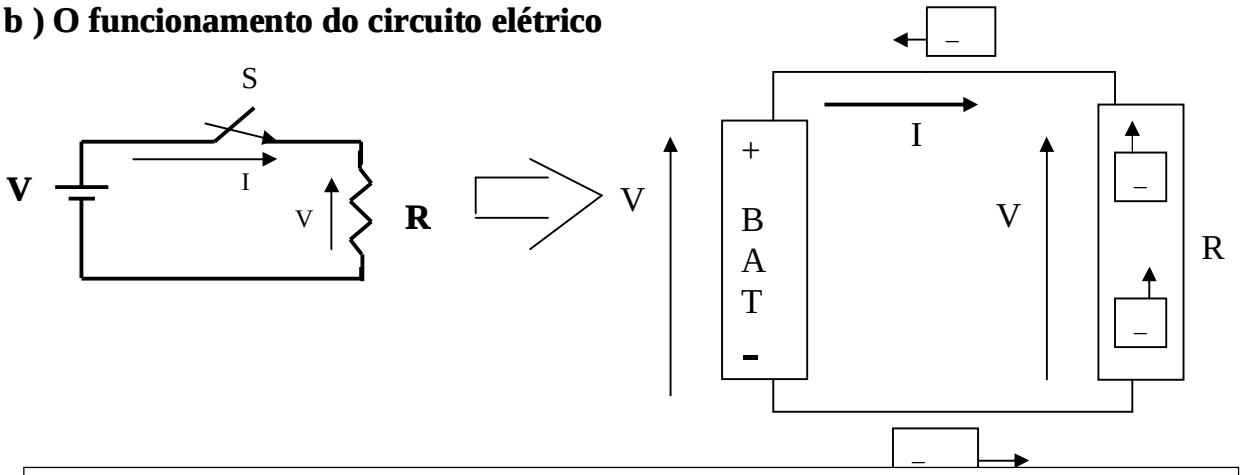



Diagrama de um circuito elétrico

***Outros elementos podem fazer parte de um circuito elétrico, tais como: dispositivos de proteção ( fusível, disjutor, ....), de medição ( amperímetro, voltímetro,multímetro .... ), etc.***

## b ) O funcionamento do circuito elétrico

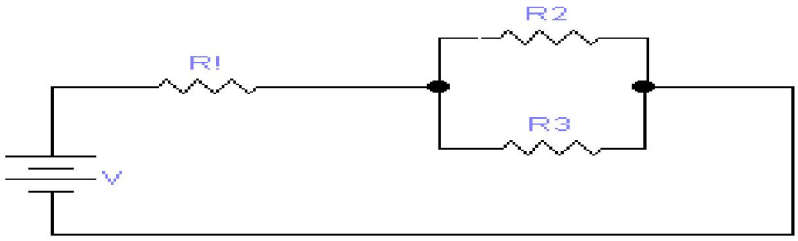



Ao se fechar a chave "S", por ação da tensão elétrica entre os pólos da bateria, elétrons livres do condutor/resistor são levados ao pólo positivo da fonte. Na mesma taxa elétrons são fornecidos pelo pólo negativo, fechando o ciclo. A repetição sucessiva deste ciclo forma a corrente contínua.

**c) Circuito elétrico resistivo simples, em DC**

***É todo circuito composto de resistores e de uma única fonte de tensão DC.***

Esse tipo de circuito pode ser ainda caracterizado como série, paralelo ou misto.
Por exemplo:



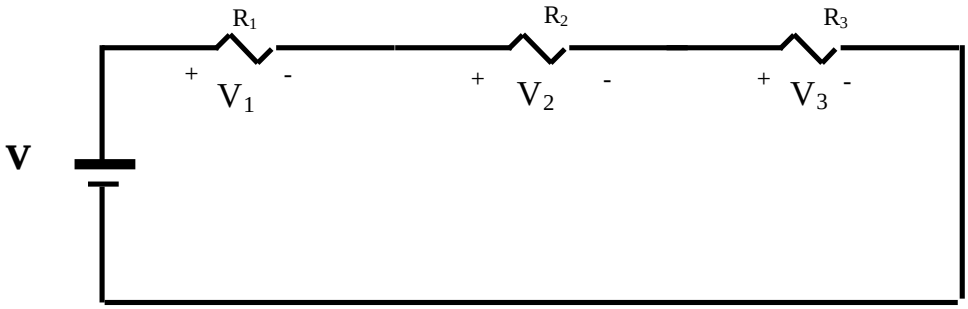

Circuito resistivo misto, simples, em DC

## 2.2 – Regras dos divisores de tensão e de corrente

**a - Circuito Divisor de Tensão**

Todo circuito resistivo **tipo série** é considerado um **circuito divisor de tensão,** pois a tensão aplicada se divide nos resistores, proporcionalmente aos valores de suas resistências elétricas.

Observe abaixo que a tensão aplicada se divide nos três resistores, de modo que
$\mathbf{V = V_1 + V_2 + V_3}$ . Note que no fundo o que ocorre é um balanço energético!




**( Circuito Divisor de Tensão )**

O problema normalmente consiste em se determinar a queda de tensão em cada resistor, o que poderá ser feito através da seguinte regra:

**Regra do Divisor de Tensão**

Considere o circuito anterior.

Aplicando-se a relação **V = R . I** ao resistor $\mathbf{R_1}$, obtém-se:

$\mathbf{V_1 = R_1 .I}$ **Onde:** $\mathbf{I = V/R_{eq}}$ **ou** $\mathbf{I = V/ (R_1+R_2 +R_3 )}$

Fazendo-se a substituição do valor de **" I"**, obtém-se:

$V_1 = R_1V / (R_1+R_2+R_3)$ ou, $\mathbf{V_1 = \frac{R_1}{R_{EQ}} . V}$

Procedendo-se da mesma forma, em relação aos demais resistores, obtêm-se:

$$\mathbf{V_2 = \frac{R_2}{R_{EQ}} . V} \qquad \mathbf{V_3 = \frac{R_3}{R_{EQ}} . V}$$

Generalizando-se as expressões de $\mathbf{V_1}$ **,** $\mathbf{V_2}$ **e** $\mathbf{V_3}$, e considerando **Req** igual a **Rs,**obtem-se, para um número qualquer de resistores:

$$\mathbf{V_X = \frac{R_X}{Rs} . V} \qquad \textbf{(Regra do Divisor de Tensão)}$$

Onde :

- $\mathbf{V_X}$ **é a queda de tensão no resistor "x";**
- $\mathbf{R_X}$ é a resistência do resistor considerado;
- $\mathbf{R_S}$ é a resistência equivalente do **conjunto série** considerado;
- **V** é a tensão total aplicada à **associação série** considerada.

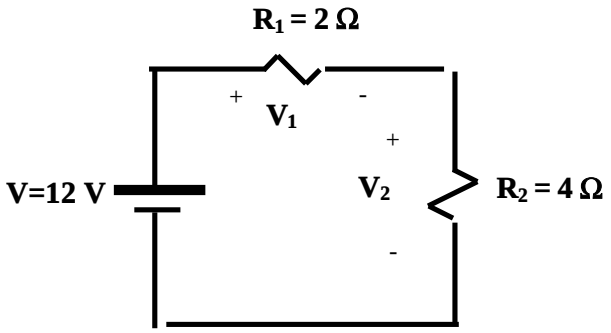
***Note que a Regra do Divisor de Tensão permite que se obtenha a queda de tensão em cada resistor, a partir do valor de sua resistência, da resistência equivalente à uma associação série considerada e do valor da tensão aplicada, sem, portanto, utilizar o valor da corrente.***
***Veja que, quanto maior o valor da resistência, maior será a queda de tensão no resistor.***

***Caso Particular: Divisor de Tensão com 2 Resistores ( $R_1$ e $R_2$)***

$$\mathbf{V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} . V} \qquad \mathbf{V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} . V}$$

**Aplicação 1**

Utilizando a Regra do Divisor de Tensão, determine a queda de tensão em cada resistor, no circuito a seguir:

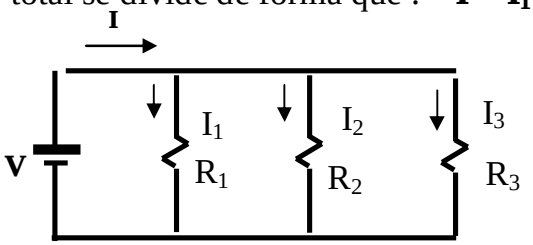


## b - Circuito Divisor de Corrente

Todo circuito resistivo do **tipo paralelo** é denominado **circuito divisor de corrente,** pois a corrente total aplicada se divide nos resistores, com valores inversamente proporcionais às suas resistências elétricas.

Observe o circuito divisor de corrente abaixo:

A corrente total se divide de forma que : $\mathbf{I = I_1 + I_2 + I_3}$




( **Circuito Divisor de Corrente** )

O problema geralmente consiste em se determinar o valor da corrente em cada resistor, a partir da corrente total "I", o que poderá ser feito pela regra que segue:

**<u>Regra do divisor de corrente</u>**

Aplicando-se a relação $\mathbf{I = V/R}$ ao resistor $\mathbf{R_1}$ do circuito anterior, resulta:

$\mathbf{I_1 = V/R_1}$ onde $\mathbf{V = R_{EQ}.I}$

Fazendo-se a substituição do valor de **V**, tem-se : $\mathbf{I_1 = Req.I / R_1}$

Procedendo- se da mesma forma, em relação aos demais resistores, obtêm-se:

$\mathbf{I_2 = Req.I / R_2}$ $\mathbf{I_3 = Req.I / R_3}$

Generalizando-se as expressões de $I_1$, $I_2$ e $I_3$, e considerando **Req** igual a **Rp,** obtém-se:

$$\mathbf{I_X = \frac{Rp}{R_X} . I} \qquad \textbf{( Regra do Divisor de Corrente )}$$

Onde:

**"$I_X$" é a corrente no resistor "x";**
"$\mathbf{R_X}$" é a resistência do resistor "x";
"**Rp**"é a resistência equivalente <u>da associação paralelo;</u>
**" I''** é a corrente total na associação paralelo;

***O uso da Regra do Divisor de Corrente permite se obter a corrente em cada resistor, a partir de sua resistência, da resistência equivalente <u>da associação paralelo considerada</u> e do valor da corrente aplicada, sem, portanto, utilizar o valor da tensão.***
***Observe que quanto maior a resistência do resistor, menor a corrente que o atravessa.***

**Caso Particular: Divisor de corrente com dois resistores ( $R_1$ e $R_2$ )**

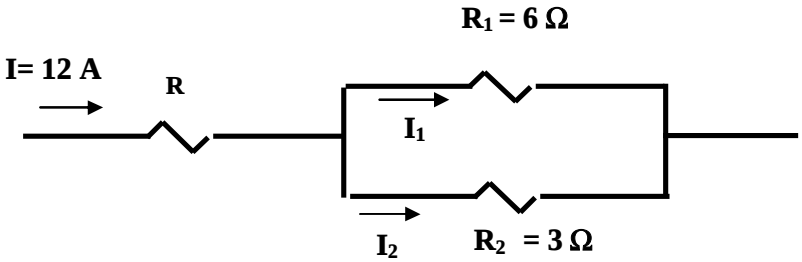
Sendo nesse caso: $Rp = R_1 . R_2 / R_1 + R_2$

Substituindo-se na regra do divisor, tem-se:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} . I \qquad\qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} . I$$

**Aplicação 2**

Utilizando a Regra do Divisor de Corrente, determine a corrente em cada resistor do trecho divisor de corrente que segue:



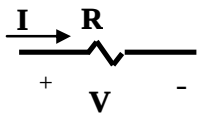

## 2.3 – A análise de circuitos elétricos resistivos simples (uma fonte), de corrente contínua

### a – Convenções: escolha de sentidos e polaridades

Ao se analisar um circuito elétrico deve-se considerar que correntes e tensões estão associadas a **sentidos** e **polaridades**. Vejamos alguns cuidados importantes:

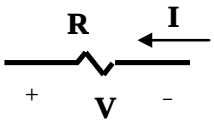
**Calculo da ( queda de ) tensão no resistor:**

**No resistor**, se a corrente indicada entrar pelo lado marcado com sinal positivo, aplica-se a relação **V = R.I**, na determinação da sua ( queda de ) tensão. Ou seja:




**V = R I**

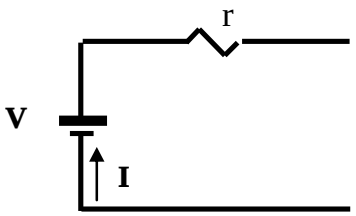
Caso contrário, deve-se atribuir um sinal negativo na relação **V = R . I**. Isto é :




**V = (-) R I**

**Cálculo da potência fornecida na fonte:**

**Na fonte de tensão (ou de corrente),** se a corrente indicada entrar pelo pólo negativo, então se aplica **P =V.I**, no cálculo da **potência fornecida pela fonte,** ou seja:




**P = V I** **( potência fornecida )**

Caso contrário, deve-se atribuir um sinal negativo para a potência fornecida, isto é,

**P = (-)V. I**

## b – Procedimento geral de análise

A análise de circuitos simples, na sua forma mais geral, consiste na redução do circuito a uma fonte ligada a um único resistor, para então se fazer a determinação da corrente elétrica total produzida pela fonte. A partir dessa corrente total pode-se determinar as demais grandezas de interesse.
Ou seja**:**
1) *Cálculo de resistência total vista pela fonte;*
2) *Calculo da corrente total do circuito;*
3) *Cálculo das tensões, correntes etc.*

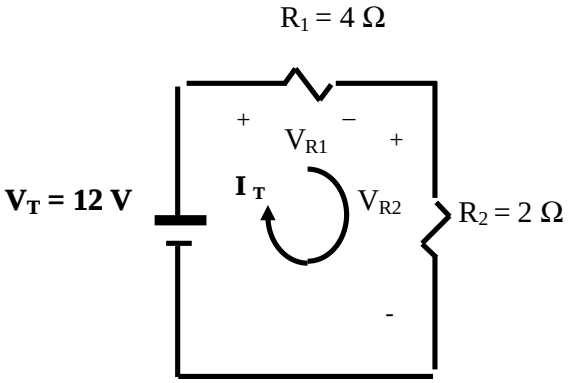
## c – Exemplos de análise

Seguem-se três exemplos completos de análise de circuito, abordando-se os três tipos de circuitos resistivos simples: série, paralelo e misto.

## 1 - Dado o circuito série, determine:

a) A resistência total "vista" da fonte ($R_T$);
b) A corrente total através do circuito ($I_T$);
c) A queda de tensão em cada resistor ($V_{R1}$, $V_{R2}$);
d) A potência em cada resistor ($P_{R1}$, $P_{R2}$);
e) A potência fornecida pela fonte ($P_T$).

***Note que a corrente é a mesma em todos os seus elementos.***



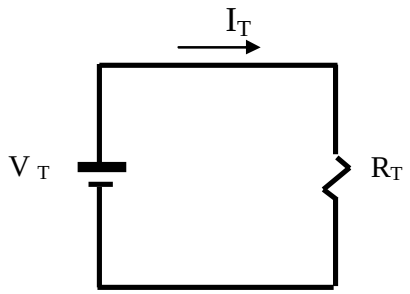
**Solução:**

(a)

$R_T = R_1 + R_2$

$R_T = 4 + 2$

$R_T = 6\ \Omega$




(b)

$I_T = \frac{V_T}{R_T}$

$I_T = \frac{12}{6}$

$I_T = 2\ A$

(c)

$V = R \cdot I$

$V_{R1} = R_1 \cdot I_T$

$V_{R1} = 4.2$

$V_{R1} = 8\ V$

$V_{R2} = R_2 \cdot I_T$

$V_{R2} = 2 \cdot 2$

$V_{R2} = 4\ V$

**Note que:**

**1 - $V_{R1} + V_{R2} = V_T$ ( propriedade do circuito série)**

**2 - As tensões $V_{R1}$ e $V_{R2}$ poderiam ser determinadas através da regra do divisor de tensão.**

(d)

$P = V.I$

$P_{R1} = V_{R1} \cdot I_T$

$P_{R1} = 8.2$

$P_{R1} = 16\ W$

$P_{R2} = V_{R2} \cdot I_T$

$P_{R2} = 4.2$

$P_{R2} = 8\ W$

$P = R \cdot I^2$

$P_{R1} = R_1 \cdot I_T^2$

$P_{R1} = 4 \cdot 2^2$

$P_{R1} = 16\ W$

$P_{R2} = R_2 \cdot I_T^2$

$P_{R2} = 2 \cdot 2^2$

$P_{R2} = 8\ W$

$P = \frac{V^2}{R}$

$P_{R1} = \frac{V_{R1}^2}{R_1}$

$P_{R1} = \frac{8^2}{4} = 16W$

$P_{R2} = \frac{V_{R2}^2}{R_2}$

$P_{R2} = \frac{4^2}{2} = 8W$

(e)

$P_T = V_T \cdot I_T$

$P_T = 12.2$

$P_T = 24\ W$

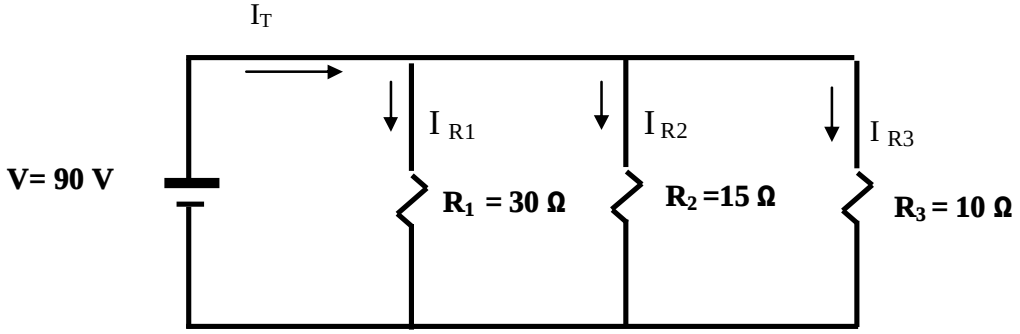
Obs: A potência total poderia ser obtida fazendo-se a soma:

$P_T = P_{R1} + P_{R2}$.

$P_T = 16 + 8$

$P_T = 24\ W$

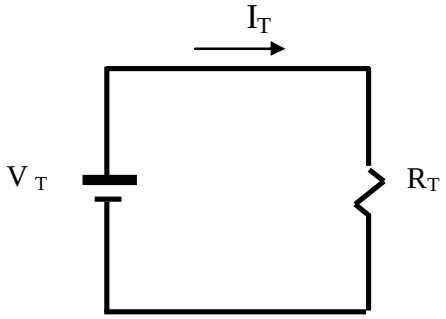
**2- Dado o circuito paralelo, determine:**




a) A resistência total do circuito ($R_T$);
b) A corrente total através do circuito ($I_T$);
c) A corrente através de cada resistor ($I_{R1}$, $I_{R2}$, $I_{R3}$);
d) A potência dissipada em cada resistor ($P_{R1}$, $P_{R2}$, $P_{R3}$);
e) A potência total fornecida pela fonte ($P_T$).

**Note que no circuito paralelo a tensão é a mesma em todos os elementos. Neste caso 90 V.**

**SOLUÇÃO**




a)

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{6}{30}$$

$$R_T = 5\Omega$$

b)

$I_T = \frac{V_T}{R_T}$

$V_T = 90V$

$R_T = 5\Omega$

$I_T = 90/5$

$I_T = 18$ A

c)

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{90}{30} = 3A$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{90}{15} = 6A$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R3} = \frac{90}{10} = 9A$$

d) $P = V . I$

$P_{R1} = V_{R1} . I_{R1}$

$P_{R1} = 90.3$

$P_{R1} = 270$ W

$P = R_I^2$

$P_{R1} = R_1 . I_{R1}^2$

$P_{R1} = 30.3^2$

$P_{R1} = 270$ W

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$P_{R1} = \frac{V_{R1}^2}{R_1}$$

$$P_{R1} = \frac{90^2}{30} = 270W$$

**$P_{R1}$ = 270 W**

$P_{R2} = V_{R2} \cdot I_{R2}$
$P_{R2} = 90.6$
$P_{R2} = 540$ W

$P_{R2} = R_2 \cdot I_{R2}^2$
$P_{R2} = 15 \cdot 6^2$
$P_{R2} = 540$ W

$P_{R2} = \frac{V_{R2}^2}{R_2}$

$P_{R2} = \frac{90^2}{15}$

$P_{R2} = 540$ W

$P_{R3} = V_{R3} \cdot I_{R3}$
$P_{R3} = 90.9$
$P_{R2} = 810$ W

$P_{R3} = R_3 \cdot I_{R3}^2$
$P_{R2} = 15 \cdot 9^2$
$P_{R2} = 810$ W

$P_{R3} = \frac{V_{R3}^2}{R3}$

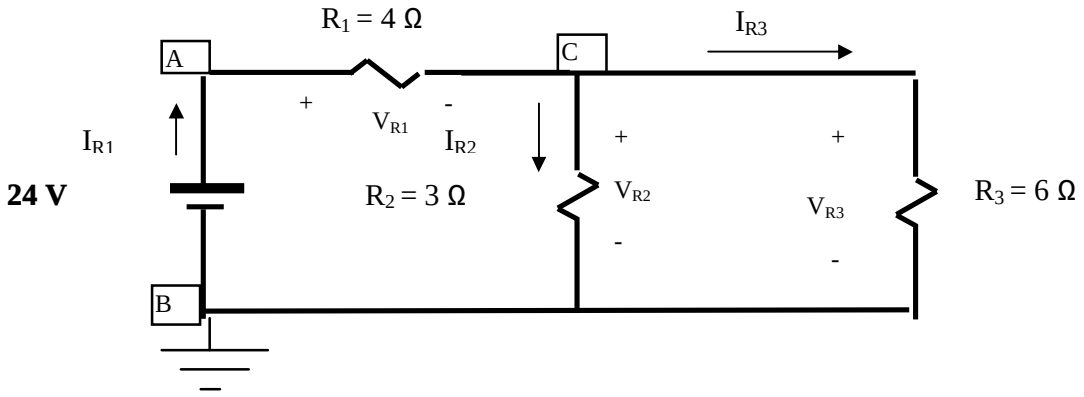
$P_{R3} = \frac{90^2}{10}$

$P_{R2} = 810$ W

e) $P_T = V_T \cdot I_T$
$P_T = 90.18$
$P_T = 1620$ W

***A potência total pode também ser determinada fazendo-se:***
$P_T = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$
$P_T = 270 + 540 + 810$
$P_T = 1620$ W

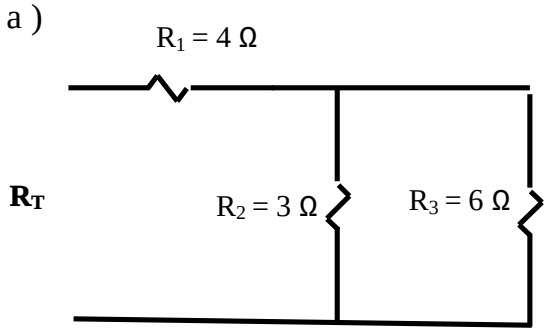
**3 - Dado o circuito misto, determine:**




a) - A resistência total do circuito;
b) - A corrente total mantida pela fonte;
c) - A corrente que atravessa cada resistor;
d) - A queda tensão em cada resistor;
e) - A tensão de cada ponto em relação à terra.

**SOLUÇÃO**

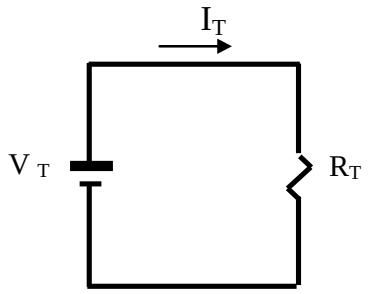
a )




$R_T = R_{AC} + R_{CB}$ (em série)
$R_{AC} = R_1 = 4\ \Omega$
$R_{CB} = \frac{R_1 x R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6x3}{6+3} = 2\Omega$
$R_{CB} = 2\ \Omega$
$R_T = 4 + 2$
$R_T = 6\ \Omega$

b )

$$I_T = \frac{V_T}{R_T} = \frac{24}{6} = 4A$$




c) **$I_{R1} = I_T = 4$ A,** pois **$R_1$** está em série com a fonte.

- **Para a determinação das correntes $I_{R2}$ e $I_{R3}$ , vamos aplicar a regra do divisor de corrente.**

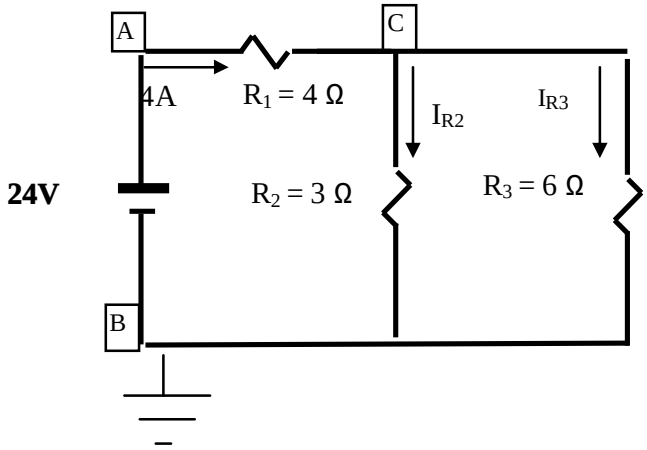
$$I_X = \frac{R_{EQ} . I_T}{R_X}$$

$I_X = I_{R2}$
$R_{EQ} = R_{CB} = 2\ \Omega$
$I_T = 4$ A
$R_X = R_2 = 3\ \Omega$

$$I_{R2} = \frac{R_{EQ} . I_T}{R_2} = \frac{2.4}{3} = \frac{8}{3} = 2,67A$$

$I_{R2} = 2,67$ A

Analogamente: $I_{R3} = 1,33$ A




d)
$V_{R1} = R_1 . I_{R1}$
$V_{R1} = 4.4$
$V_{R1} = 16$ V

$V_{R2} = R_2 . I_{R2}$
$V_{R2} = 3 . 2,67$
$V_{R2} = 8$ V

$V_{R3} = R_3 . I_{R3}$
$V_{R3} = 6 . 1,33$
$V_{R1} = 8$ V

**Note que:**

$V_{R2} = V_{R3} = V_{CB} = 8$ V ( estão em paralelo)

e)
$V_B = 0$ V (aterrado)
$V_A = V_B + 24$ V
$V_A = 0 + 24$ V $= 24$ V

$V_C = V_A - V_{R1}$
$V_C = 24 - 16$
$V_C = 8$ V

$V_B = V_C - V_{CB}$
$V_B = 8 - 8$
$V_B = 0$ V

## 3.1 - As leis de Kirchhoff

**As Leis de Kirchhoff são importantes ferramentas utilizadas na análise de circuitos elétricos, sejam eles circuitos série, paralelo ou misto, simples (uma fonte) ou complexo (duas ou mais fontes).**

São duas as leis:
**A lei de Kirchhoff para a Tensão (KVL) { ou lei das Malhas}**
**A lei de Kirchhoff para a Corrente ( KCL) { ou lei dos Nós}**

A utilização básica de cada lei é a seguinte:
**KVL - Utilizada para se encontrar um valor de tensão, utilizando-se de um caminho fechado onde as demais tensões sejam conhecidas.**

**KCL - Utilizada para se encontrar um valor de corrente, utilizando-se de um nó onde as demais correntes sejam conhecidas**.

**A utilização mais ampla das Leis de Kirchhoff acontece nos métodos de análise de circuitos denominados "Análise de Malhas", que será objeto de estudo neste capítulo, e do método chamado de "Análise Nodal", que não será tratado neste curso.**

### a - A lei de Kirchhoff para a Tensão ( KVL)

**A KVL pode então ser assim enunciada:**

***" Ao longo de um caminho fechado de um circuito elétrico, a soma algébrica das tensões é igual a zero."***

Matematicamente:

$$\sum V = 0$$

**Considere:**
***1 - A KVL é aplicada no sentido da corrente previamente arbitrada no sentido horário ( ou no anti-horário );***

***2 - Para fins da soma algébrica, as quedas de tensão serão consideradas positivas (sinal positivo) enquanto que as elevações de tensão serão consideradas negativas (sinal negativo );***

***3 – A aplicação básica da KVL consiste na determinação de uma tensão desconhecida;***

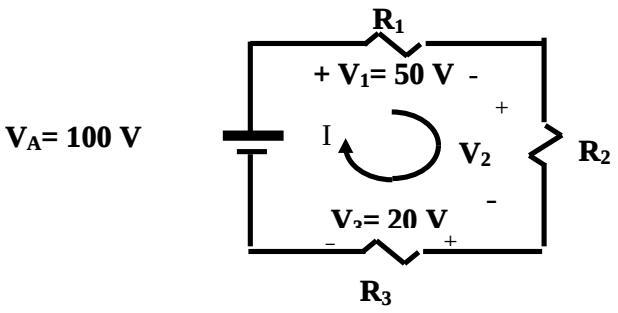
***4- O sinal negativo encontrado numa resposta indicará que a polaridade real é contrária àquela que foi adotada inicialmente. Sugestão: deixe tudo como está ou troque sinal/ polaridade.***

5- *A KVL poderia ser aplicada da seguinte forma: " num caminho fechado,* ***a soma das elevações de tensão é igual a soma das quedas de tensão".***

## Aplicação 1: KVL ( aplicação básica )

No circuito abaixo, determine o valor de $V_2$.

***Note que as polaridades das tensões e o sentido da corrente já foram previamente estabelecidos.***




**Macete:**
Pela forma como foi enunciada a KVL, para se definir o sinal da tensão em cada componente, basta considerar o **sinal da entrada** do mesmo. Então, ao se atravessar a fonte $\mathbf{V_A}$ no sentido da corrente, entra-se pelo pólo negativo, o que determina o sinal negativo para $\mathbf{V_A}$;
Ao se atravessar o resistor $\mathbf{R_1}$ entra-se pelo lado positivo de $\mathbf{V_1}$ ( isto é, pelo lado de maior potencial ), o que determina sinal positivo para $\mathbf{V_1}$ ;
E assim por diante .....
.

## b – A lei de Kirchhoff para a Corrente ( KCL )

Ela pode ser enunciada da seguinte forma:

" **Em qualquer nó, a soma algébrica das correntes é igual a zero"**

**Matematicamente**:

$$\sum I = 0$$

## Considere:

**1- Nó será todo ponto de conexão de três ou mais ramos. Ramo será todo e qualquer elemento.**

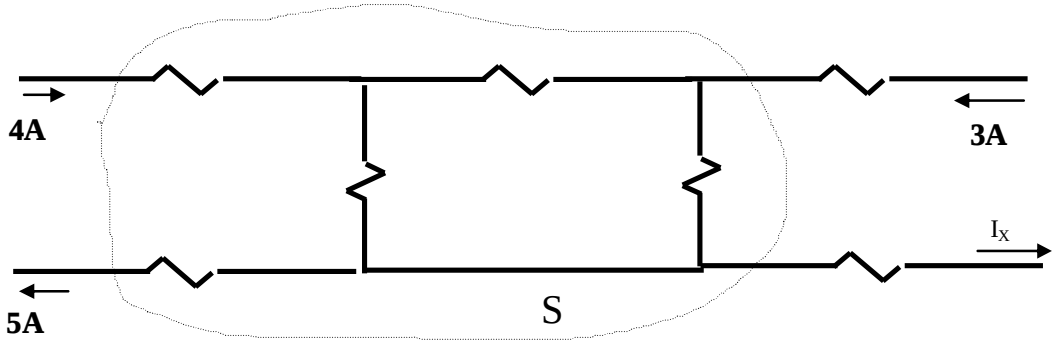
2- Para fins da soma algébrica, as correntes que saem de um nó recebem sinais positivos, enquanto que as correntes que entram recebem sinais negativos;

**3- A aplicação da lei pode ser feita de modo a igualar a soma das correntes que entram num nó com a das correntes que saem do mesmo nó.**

4 – A aplicação básica da KCL consiste na determinação de uma corrente desconhecida;

**5 - O sinal negativo numa resposta indica que o sentido real da corrente é contrário ao sentido adotado inicialmente ( troque sentido e sinal ou <u>deixe tudo como está</u> ).**

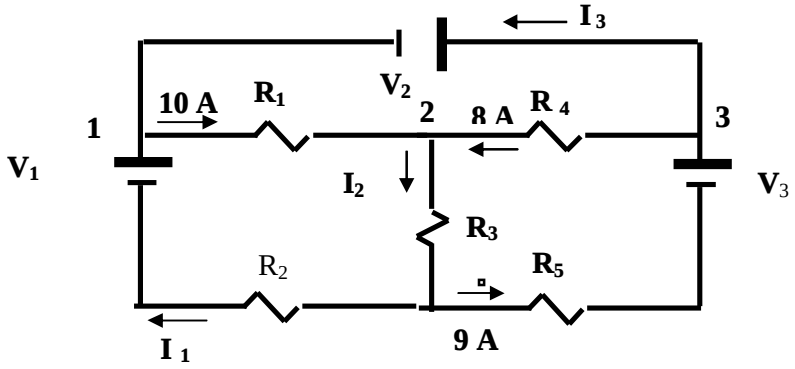
6 - A KCL também pode ser aplicada a qualquer região delimitada de um circuito, denominadas Superfície Fechada ou Supernó, como mostra abaixo:




**7-** A KCL poderia ser aplicada da seguinte forma:
"**Num nó, a soma das correntes que entram é igual a soma das correntes que saem"**

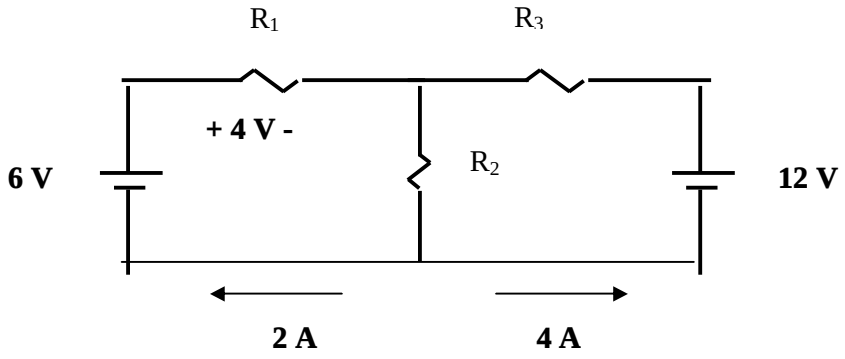
## <u>Aplicação 2: KCL ( aplicação básica)</u>

Seja o circuito abaixo. Determine os valores de $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{I_2}$ **e** $\mathbf{I_3}$.



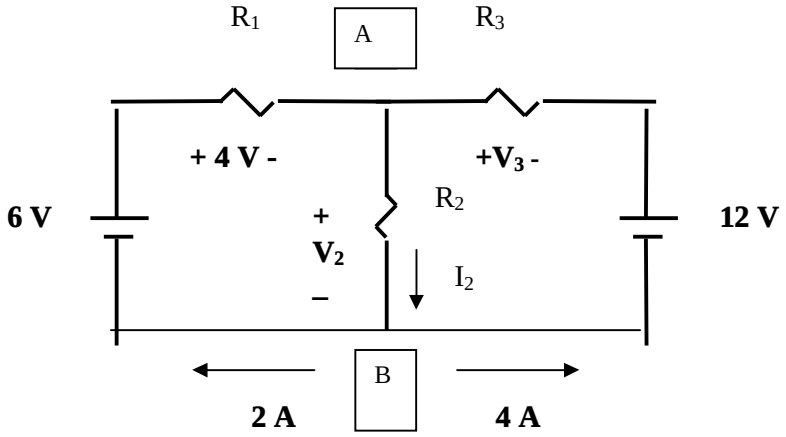
## Aplicação 03: KCL e KVL

Aplicando, corretamente as **leis de Kirchhoff,** determine as tensões e correntes desconhecidas no circuito abaixo:




**Solução:**

O primeiro passo é indicar as correntes e tensões, com seus sentidos e polaridades.




Após, aplicam-se as leis:

**Aplicação da KVL**

Note que existem 3 caminhos (ou 3 circuitos fechados) possíveis. A cada vez, o caminho a ser escolhido deve passar por uma das tensões desconhecidas.

| KVL no circuito fechado 1 | KVL no circuito fechado 2 |
|---|---|
| $\sum V = 0$<br>$- 6 + 4 + V_2 = 0$<br>$V_2 = 2$ V | $\sum V = 0$<br>$-6 + 4 + V_3 + 12 = 0$<br>$V_3 = -10$ V<br>Note que o sinal (-) indica que a polaridade real é contrária àquela indicada. |

**Aplicação da KCL**

Note que existem 2 nós disponíveis ( A e B ). Basta escolher um deles.

KCL $\Rightarrow$ Nó B

$\sum I = 0$

$-I_2 + 2 + 4 = 0$

$I_2 = 6$ A

## 3.2 – A análise de malhas

Análise de Malhas é um método que utiliza a lei de Kirchhoff para a tensão (KVL), aplicada às malhas de um circuito elétrico, com o fim de obter as correntes e tensões nos diversos componentes do circuito.

***Deve-se compreender por malha qualquer caminho fechado, que não contenha ramo em seu interior. Ou seja, a malha é visualizada como sendo uma" janela livre" no circuito.***

- O método consiste de 4 passos:

I$^o$ PASSO - Identificar as malhas, arbitrando as correntes de malhas ( $I_1$,$I_2$, $I_3$, ....), de preferência num mesmo sentido ( horário);

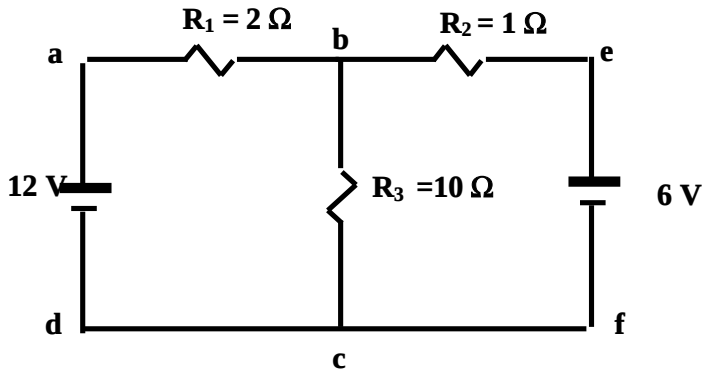
2$^o$ PASSO - Aplicar a KVL à cada malha e montar um sistema de equações;

3$^o$ PASSO - Resolver o sistema de equações, determinando os valores das correntes de malhas ( $I_1$, $I_2$, $I_3$ ...);

4$^o$ PASSO - De posse das correntes de malhas, determinar as correntes, tensões etc.

**Vejamos um exemplo completo**.

Seja o circuito elétrico abaixo. Utilizando o método Análise de Malhas, determine a intensidade de corrente e a tensão em cada resistor.

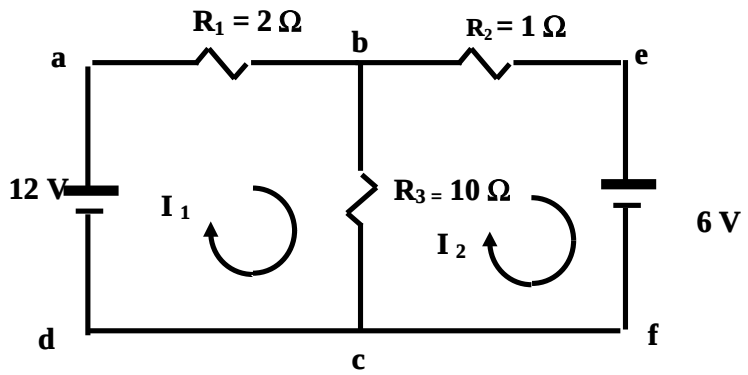


**1º Passo:**

O circuito considerado apresenta 2 malhas:

Malha 1 : a - b - c - d - a
Malha 2 : b - e - f - c – b

Em cada uma representa-se a sua corrente de malha (no sentido horário).




**2º Passo :**

Aplicando-se a KVL `a cada malha, tem-se:

*( Note que o resistor $R_3$ é comum as duas malhas, existindo assim uma queda de tensão para cada corrente que o atravessa. Na verdade, no final existirá a resultante)*

KVL ⇒ Malha 1

$-12 + 2\,I_1 + 10\,I_1 - 10\,I_2 = 0$

$12\,I_1 - 10\,I_2 = 12$ (1)

KVL ⇒ Malha 2

$1\,I_2 + 6 + 10\,I_2 - 10\,I_1 = 0$

$-10\,I_1 + 11\,I_2 = -6$ (2)

Sistema:

$$\mathbf{12\,I_1 - 10\,I_2 = 12 \quad (1)}$$
$$\mathbf{-10\,I_1 + 11\,I_2 = -6 \quad (2)}$$

**3º Passo:**

Resolvendo-se o sistema, pelo método da adição, obtém-se:

$12\,I_1 - 10\,I_2 = 12$ (1) [ x 10 ]
$-10\,I_1 + 11\,I_2 = -6$ (2) [ x 12 ]

$120I_1 - 100\,I_2 = 120$
$-120\,I_1 + 132\,I_2 = -72$
$0I_1 + 32\,I_2 = 48$

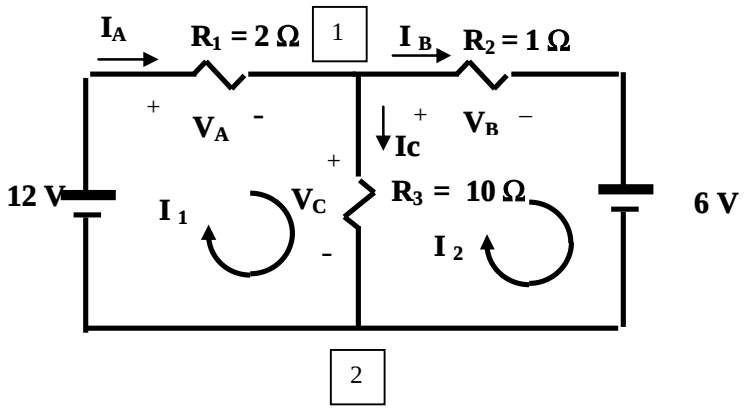
$I_2 = 48/32$
$I_2 = 1,5$ A

$12\,I_1 - 10\,I_2 = 12$
$I_2 = 1.5$
$12\,I_1 - 10\,(1.5) = 12$
$12\,I_1 - 15 = 12$
$12\,I_1 = 27$
$I_1 = 27/1$

$I_1 = 2,25$ A

**$4^0$ Passo:**

Deve-se, inicialmente, representar correntes e quedas de tensões nos componentes, de modo que no resistor a corrente entre pelo lado positivo da tensão. Em seguida faz-se a determinação dos valores das mesmas.




Sendo:

$I_1 = 2.25$ A e $I_2 = 1.5$ A, tem-se:

$I_A = I_1 = 2.25$ A
$I_B = I_2 = 1.5$ A
$I_C = ?$

Aplicando-se a KCL ao Nó '1', tem-se:

$-I_A + I_B + I_C = 0$
$I_C = I_A - I_B$
$I_C = 2,25 - 1,5$
$I_C = 0,75$ A

$V_A = R_1 . I_A$
$V_A = 2 . 2,25$
$V_A = 4,5$ V

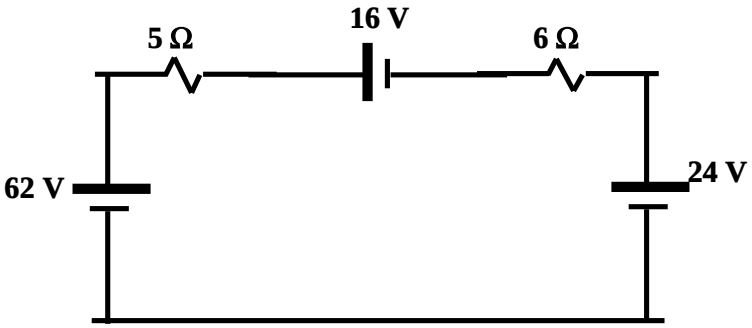
$V_B = R_2 . I_B$
$V_B = 1 . 1,5$
$V_B = 1,5$ V

$V_C = R_3 . I_C$
$V_C = 10 . 0,75$
$V_C = 7,5$ V

***<u>O método Análise de Malhas pode ser aplicado em circuitos com qualquer número de malhas, seja do tipo simples ou complexo, inclusive com uma só malha, como no exemplo que segue:</u>***

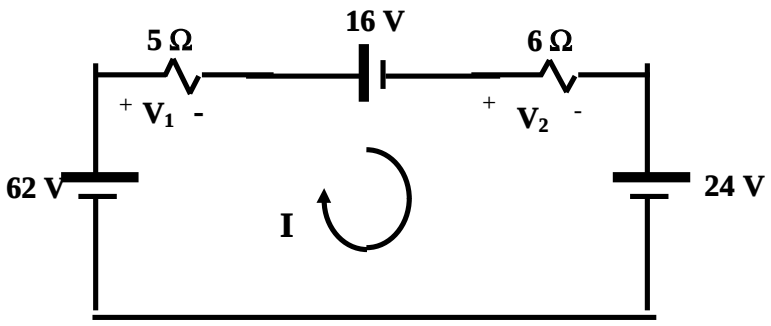
**Exemplo:**

No circuito a seguir, utilizando a **análise de malhas**, determine a corrente e a tensão em cada resistor.



**Solução:**

Trata-se de um circuito série, com uma só malha, com uma corrente de malha **'I'**




Aplicando-se a KVL, tem-se :

KCL⇒ malha

$\sum V = 0$

- 62 +5I + 16 + 6I + 24 = 0
11.I = 22
I = 2 A

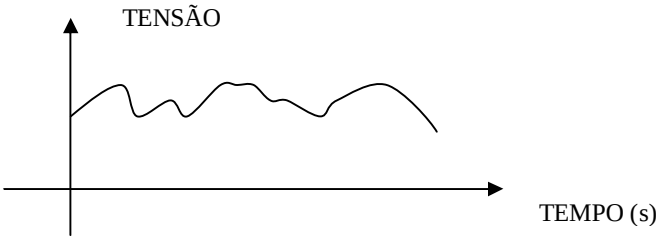
$V_1 = 5\ I$
$V_1 = 5.2$
$V_1 = 10\ V$

$V_2 = 6\ I$
$V_2 = 6.2$
$V_2 = 12\ V$

## 4.1 – Conceito de sinal elétrico senoidal

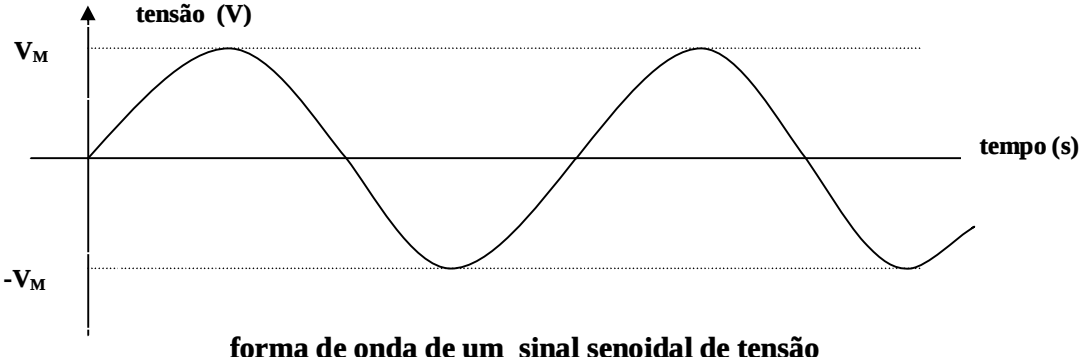
*Inicialmente, considere um* ***sinal elétrico*** *como sendo uma tensão ou uma corrente elétrica.*

Exemplo:




**Sinal elétrico Tensão**

Um sinal elétrico pode ser de diversos tipos. **É do tipo senoidal quando o seu valor varia, no passar do tempo, de modo periódico, alternado e senoidal**, sendo representado graficamente por uma forma de onda senoidal, conforme segue:

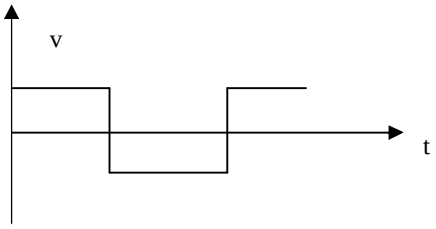



**forma de onda de um sinal senoidal de tensão**

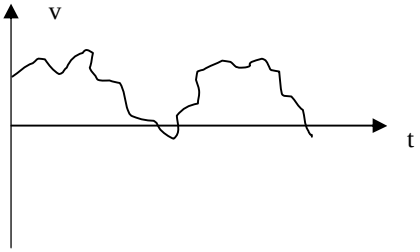
**Note que:**

**Sinal periódico**: É aquele sinal onde um conjunto de valores se repete, em intervalos iguais de tempo chamados período.
**Sinal alternado**: É aquele sinal periódico de média nula, onde ocorrem conjuntos iguais de valores positivos e negativos ( com amplitudes simétricas), num intervalo de um período.
**Forma de Onda**: É uma representação gráfica de um sinal elétrico.

***Outros exemplos de formas de onda:***



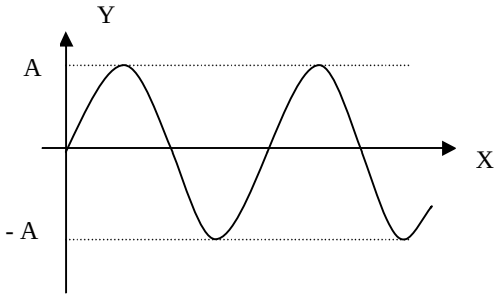

FORMA DE ONDA
QUADRADA
( PERÍODICA )




FORMA DE ONDA
QUALQUER
( NÃO PERÍODICA )

**A Forma de onda senoidal:**

A forma de onda é do tipo senoidal quando representa uma função seno, ou seja:




(forma de onda senoidal)

**y = A . sen x**

(função seno)

**Na função seno:**

- **"A"** é a amplitude ou o valor máximo;
- **"x" e "y"** são variáveis independente e dependente, respectivamente.

## 4.2- A expressão matemática de um sinal senoidal

***Todo sinal elétrico senoidal pode ter seu comportamento descrito de modo gráfico, através de uma forma de onda senoidal, como visto, ou analítico, através de uma função matemática senoidal.***

Assim, adota-se para a representação dos sinais de tensão e de corrente alternada senoidal, as seguintes expressões gerais:

$$v = V_M \,.\, sen\,(\omega t + \theta v) \qquad \text{OU} \qquad v = Vp \,.\, sen\,(\omega t + \theta v)$$

$$i = I_M \,.\, sen\,(\omega t + \theta i) \qquad\qquad i = Ip \,.\, sen\,(\omega t + \theta i)$$

Onde:

* **" v "** e **" i "** são variáveis dependentes;
* **" t " , " ( ωt + θν ) "** e **( ωt + θi ) "** são variáveis independentes**;**
* $V_M$ **(** ou **Vp ),** $I_M$ **(** ou **Ip ), θi, θν** são parâmetros associados à cada sinal considerado, cujos conceitos e determinações matemáticas serão abordados na seqüência**.**

Exemplo: $v = 311 \,.\, sen\,(377t + 30^o)$ **(V)**

Neste caso:

$V_M = 311$ **V**
$\omega = 377$ **rad/s**
$\theta = +30^o$

**Aplicação 1**

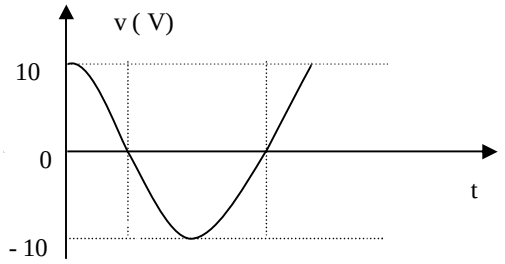
Considere o sinal de tensão alternada expresso por:

$$v = 10 \,.\, sen\,(\,200t + 90^o\,) \quad (V)$$

Esboce a sua forma de onda, em função do tempo.

**Solução:**

Como ainda não temos completo conhecimento dos parâmetros de um sinal, vamos neste caso considerar somente a amplitude e o ângulo de fase (10 V e 90 $^o$ ).

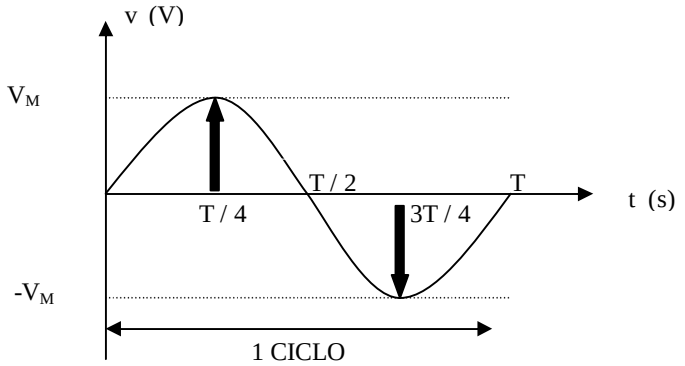



Note que a forma de onda resultou numa senóide adiantada de 90 graus , ou seja numa cossenóide, que é a representação gráfica da função cosseno, pois **y = cos (x)** corresponde a **y = sen (x + 90$^o$ ).**

## 4.3- Os parâmetros do sinal senoidal (Puro)

***Considere "Parâmetro" como sendo valor característico de um sinal elétrico, como por exemplo a frequência.***

Observe um sinal de tensão genérico: $\mathbf{v = V_M \,.\, sen\,(\,\omega t + \theta v\,)}$ (V) e sua correspondente representaçio gráfica:




$\Longrightarrow \quad \theta v = 0^o$

Onde : **Ciclo é uma evolução completa do sinal.**

**Define-se:**

**a) Amplitude, ou valor de pico ou valor máximo ( A , V p , V $_M$).**

*É o valor extremo alcançado pelo sinal*

b**) Período: T (s)**

*É o tempo decorrido na realização de um ciclo.*

c) **Freqüência: f (Hz)**

*É o número de ciclos realizados, na unidade de tempo, obtido por:*

**f = 1 / T ( Hz)** **.....** onde 1 Hz = 1 ciclo / segundo

d) **Velocidade Angular ou Freqüência Angular: ω (rad/s)**

*É a rapidez de variação do sinal. Ou seja, é a velocidade com que o sinal realiza um ciclo de variação, o que eqüivale realizar, num círculo, um arco de "2π" radianos ( ou 360 $^o$ ).*

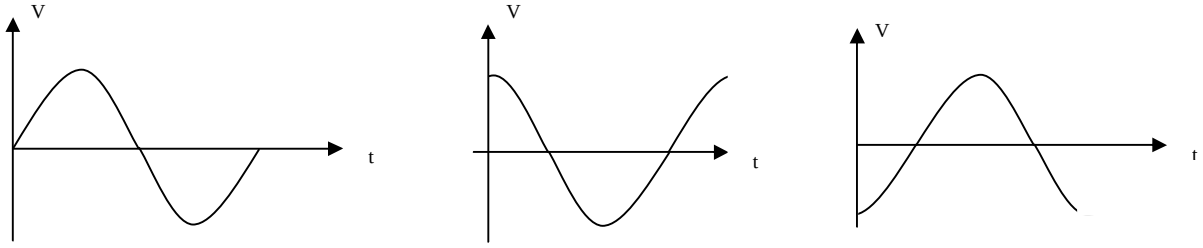
Como velocidade = espaço/tempo $\Rightarrow$ **ω = 2¶ / T** (rad/s) ou **ω = 2¶f** (rad/s)

Note que, quanto maior a freqüência "f", ( Hz), maior será o valor de "ω (rad) ".

e) **Ângulo de Fase: θ (expresso em grau)**

*Posição relativa do sinal em relação a um sistema de referência ( ou a outro sinal)*

Seu valor pode ser:
- $\theta > 0^o$ (positivo) - sinal adiantado
- $\theta = 0^o$ - sinal em fase
- $\theta < 0^o$ (negativo) - sinal atrasado




$\theta = 0^o$ (em fase) | $\theta = 90^o$ (adiantado) | $\theta = -90^o$ (atrasado)

f) **Defasagem: ∅**

*É a diferença de fase entre dois sinais **(A e B)**. Ou seja, é a medida do adiantamento, ou do atraso, de um sinal **(A )** em relação a um outro sinal de referência **(B)***

$$\varnothing_{AB} = \theta_A - \theta_B \qquad \text{ou} \qquad \varnothing_{BA} = \theta_B - \theta_A$$

**Por exemplo:**

Se $v_A = 10 \text{ sen } (200\,t + 30^{o})$ (V ) e $v_B = 100 \text{ sen } (200\,t + 50^{o})$ (V )

então, a defasagem entre "A" e "B" é: $\varnothing_{AB} = \theta_A - \theta_B = 30^{o} - 50^{o} = -20^{o}$

$$\varnothing_{AB} = -20^{o}$$

(Note que o sinal menos significa dizer que **"A"** está **atrasado** de **"B"** de **20 º**)

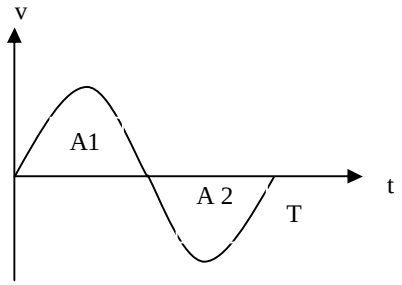
g) **Valor Médio: $V_m$ ou $I_m$**

*É a média dos valores do sinal, sendo considerado o intervalo de tempo de um Período.*

**Essa média corresponde à área abaixo da curva do sinal, dividida pelo seu Período**.

Existem 2 situações práticas a serem consideradas:

g.1- **sinal "AC" puro**

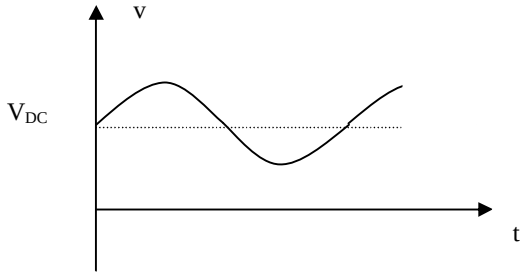



$v = V_M \text{ . sen } ( \omega t + \theta v )$

**Vm = A1 +(- A2) / T = zero**

**O valor médio será sempre nulo.**

g.2 – **sinal "AC + DC"**




**v = Vac + Vdc**
**Vm = $V_m$(ac) + $V_m$(dc)**
**Vm = 0 + Vdc = Vdc**

**O valor médio é a própria componente DC do sinal.**

**h) Valor Eficaz ( ou valor RMS ): $V_{ef}$ ou $I_{ef}$**

**É um valor contínuo que produz o mesmo efeito que o alternado, ou seja, produz a mesma potência (média) na carga.**

***Seu valor é obtido fazendo-se:***

Tensão alternada senoidal**:** $\mathbf{V_{ef} = V_M / \sqrt{2}}$
Corrente alternada senoidal**:** $\mathbf{I_{ef} = I_M / \sqrt{2}}$

**Assim, por exemplo, na rede elétrica local, 220 V é uma tensão eficaz, referente a tensão alternada senoidal de valor de pico 311 V.**

**<u>Aplicação 2</u>**

Considere uma tensão alternada senoidal (da rede), com os seguintes parâmetros:

$$\mathbf{V_M = 311\ V \qquad f = 60\ Hz}$$

**a) Represente matematicamente esse sinal;**

$v = V_M .\text{sen}\ (\omega t + \theta v)$
$V_M = 311V$
$\omega = 2\pi . f = 2\pi . 60 \approx 377$ rad/s
$\theta = 0^{o}$ ( escolhido )

$$\mathbf{v = 311 . \text{sen}\ (377t + 0^{o})\ (V)}$$

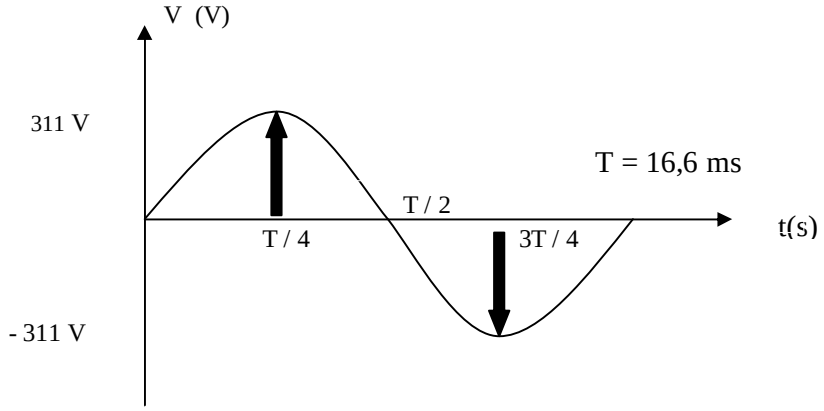
**b- Represente graficamente esse sinal ( 1 ciclo );**

<u>b.1) – Em função do tempo</u>

T = 1/f = 1/60 = 0,01667 s

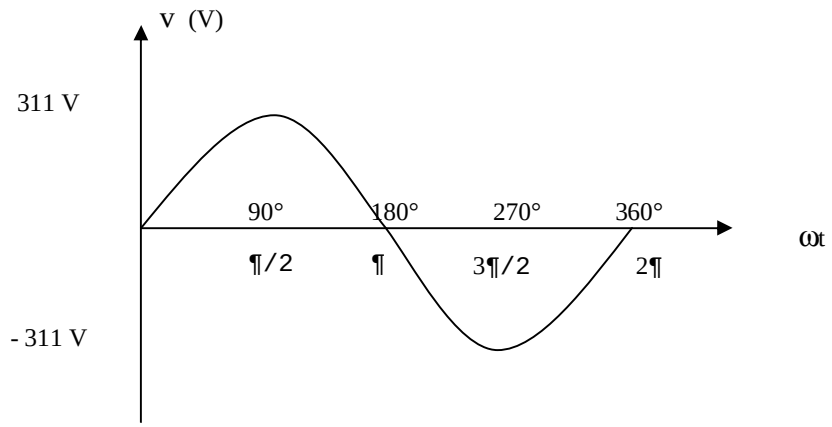
T = 16,67 ms

| V (V) | t (s) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 311 | T/4 |
| 0 | T/2 |
| -311 | 3T/4 |
| 0 | T |



b.2) – Em função de " ωt "

| V (V) | t (s) | ωt (radianos) | ωt (graus) |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 311 | T/4 | ¶/2 | 90 |
| 0 | T/2 | ¶ | 180 |
| -311 | 3T/4 | 3¶/2 | 270 |
| 0 | T | 2¶ | 360 |
| | | ω = 2¶ / T | |
| | | 2¶ rad → 360 $^0$ | |




b) Determine os valores médio e eficaz desse sinal;

$V_m = 0$ V (senoidal puro) $V_{ef} = V_M / \sqrt{2} = 311 / \sqrt{2} \approx 220V$

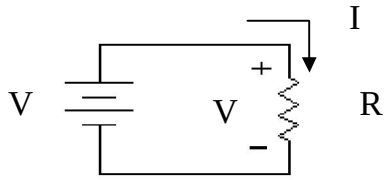
**Exercício Proposto 1***:*

Refaça a Aplicação 2, com uma corrente alternada senoidal,
onde **$I_M$ = 10 A e f = 120 Hz**

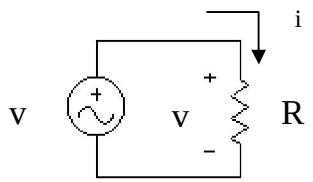
## 4.4 - A resposta senoidal do resistor

Em corrente contínua vimos que, no resistor, a tensão e a corrente se relacionam na forma:

**I = V / R ou V = R . I**



Então, como ficaria a relação **" v x i ",** em corrente alternada senoidal ?




$$v = V_M \,.\, sen\,(\omega t \pm \theta v)$$

Partindo-se de **:** $i = v / R$

Substituindo-se **"v",** tem-se:

$$i = V_M \,.\, sen\,(\omega t + \theta v) / R$$

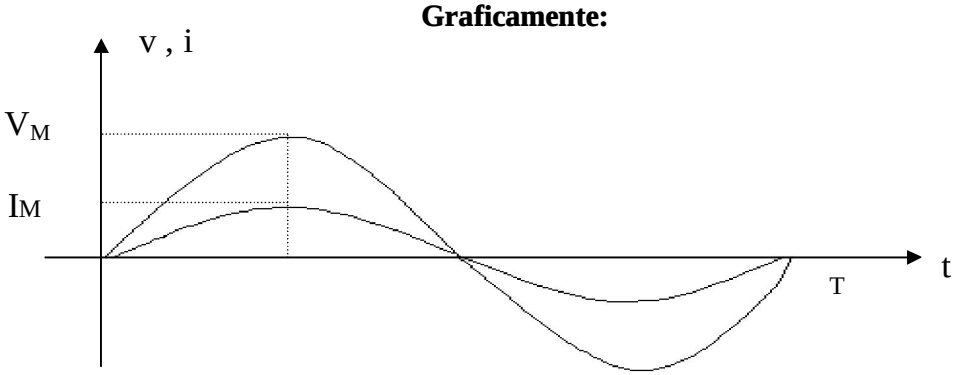
Logo**:** $i = I_M\, sen\,(\omega t + \theta i)$

Onde: $V_M / R = I_M$ **e** $\theta v = \theta i$ **(em fase)**

**Observa-se que:**

Num resistor, a tensão e a corrente estão em fase ($\theta v = \theta i$). Daí que seus valores máximos se relacionam na forma $I_M = V_M / R$ .

**Graficamente:**




Considerando seus respectivos valores eficazes, essa relação fica:

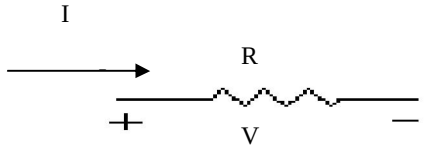
$$I_{ef} = V_{ef} / R$$

E, abandonando-se os índices:

$$I = V / R$$

**Conclui-se que, em AC, ao se adotar "valores eficazes", a tensão e a corrente se relacionam da mesma forma que em DC**

**Ou seja:**




$$V = R \,.\, I$$

(Onde V e I são valores eficazes)

Quanto a potência dissipada no resistor, em AC, pode-se demonstrar que seu valor instantâneo é calculado por :

$$\mathbf{p = P_M \, sen^2 \omega t \ \ (W)}$$

e que seu valor médio pode ser obtido pelas mesmas relações usadas em DC, que são:

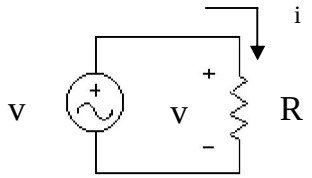
$$\mathbf{P = V \, . \, I} \qquad \mathbf{P = R \, I^2} \qquad \mathbf{P = V^2 / R}$$

Onde:
**P = potência média (W)**
**V e I = valores eficazes**

**<u>Aplicação 3</u>**

Uma lâmpada de **220 V, 100 W** é ligada a uma rede **AC** de **220 V, 60 Hz**. Determine a corrente elétrica através da lâmpada, expressando seu resultado no modo senoidal.

**Solução:**




<u>Note que a tensão fornecida corresponde ao valor eficaz e a potência ao valor médio. Assim, tudo se parece com um circuito em DC.</u>

Aplicando-se as relações apresentadas:

$$\mathbf{P = V^2 / R} \rightarrow \quad R = V^2 / P = 220^2 / 100 = 484\ \Omega$$

$$\mathbf{I = V / R} \rightarrow \quad I = 220 / 484 = 0{,}4545\ A \ \text{( eficaz )}$$

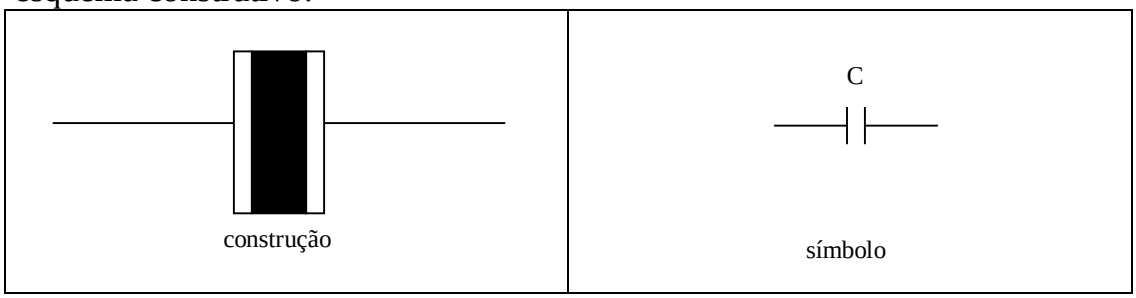
$$i = I_M \, sen\,(\omega t + \theta i) \quad \begin{cases} I_M = \sqrt{2} \times Ief = \sqrt{2} \times 0{,}4545 = 0{,}634\ A \\ \omega = 2¶ \times f = \omega = 2¶ \times 60 = 377\ rad/s \\ \theta i = \theta v\ (\text{referência}) = 0^o \end{cases}$$

**<u>Resposta: i = 0,643 sen (377t + 0º ) (A)</u>**

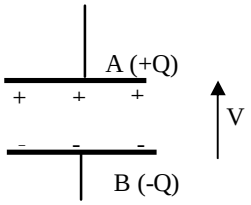
## 5.1 - O capacitor

*Nos capítulos anteriores, os circuitos elétricos analisados contavam apenas com o componente resistor, além de fontes alimentadoras. Vamos conhecer agora o capacitor, às vezes chamado de condensador, que é, assim como o resistor, um componente de grande aplicação nos circuitos elétro-eletrônicos.*

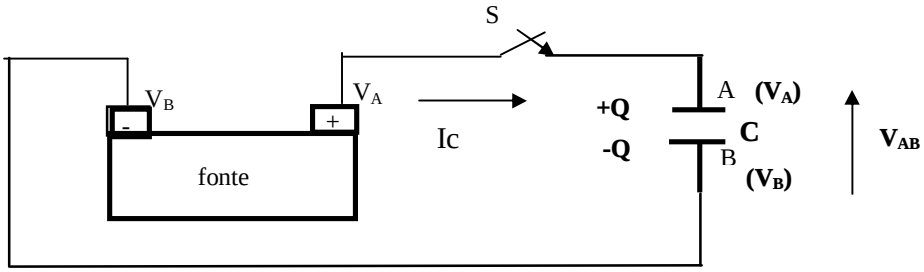
**a-Construção e Símbolo**: Um capacitor consiste basicamente de 2 placas (armaduras) condutoras, separadas por um material isolante (dielétrico). Seu símbolo é similar ao seu esquema construtivo.




a- **Finalidad**e: O capacitor tem a finalidade básica de armazenar cargas elétricas.




c - **Funcionamento**: Carga e Descarga




### O processo de carga de um capacitor

Ao se fechar a chave "S", ocorre um deslocamento natural de elétrons da placa "A" para o pólo positivo da fonte e do pólo negativo para a placa "B", produzindo-se um pico de corrente de carga (Ic), que cessa só quando o capacitor estiver carregado. Simultaneamente, surge uma tensão crescente entre as duas placas, que atinge seu valor final com o capacitor carregado (observe gráficos no item 5.5)

***Assim sendo, no seu estado final carregado com uma carga "Q", o capacitor terá uma placa "A" positiva (+Q), e uma "B" negativa (-Q), entre elas, uma tensão elétrica ($V_{AB}$),resultante da separação das cargas positivas e negativas com valor, neste caso, igual ao da fonte. Então, ao ser ligado diretamente a uma fonte de 12V o capacitor se carregará até produzir uma tensão de 12V entre suas placas.***

## A descarga de um capacitor

Para a descarga do capacitor, basta retirar a fonte e ligar as placas “A” e “B” entre si através de um elemento condutor, de modo a permitir o deslocamento natural de elétrons,que migram da placa negativa (B) para a positiva (A), produzindo-se um pico de corrente inverso, acompanhado de uma gradativa diminuição do valor da tensão no capacitor até o valor zero, indicativo de descarga completa.

**Em resumo: O processo de carga de um capacitor consiste na retirada de elétrons de uma das placas e fornecimento à outra. Enquanto que a descarga consiste na transferência espontânea dos elétrons em excesso da placa negativa para a positiva, até recuperado o equilíbrio.**

***Note que, ao armazenar cargas elétricas, o capacitor estará armazenando energia elétrica, de modo análogo a uma mola esticada. Ao ser descarregado o capacitor funcionará temporariamente como fonte, devolvendo a energia armazenada, que será transformada em calor nos elementos resistivos do circuito.***

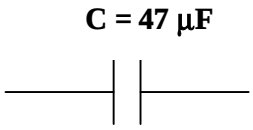
## 5.2 - A capacitância : C

A Capacitância "C" de um capacitor é a grandeza que expressa a sua capacidade de armazenamento de cargas elétricas.

Seu valor depende da sua construção, é fornecido pelo seu fabricante mas pode também ser determinado pela razão entre a carga armazenada e a tensão gerada no seus terminais.

Ou seja, por definição, **a capacitância** de um capacitor é : $\mathbf{C = Q / V}$

**Unidade SI: farad (F)**

Exemplo : 


Assim sendo, a carga armazenada em um capacitor depende diretamente de sua capacitância e da tensão aplicada aos terminais:

$$\mathbf{Q = C \cdot V}$$

Se, por exemplo, um capacitor de **47 μF** for carregado completamente, quando ligado a uma fonte de **12 V**, carregará com uma carga $\mathbf{Q = 47.10^{-6} . 12 = 564\ \mu C}$.

### 5.3 - A energia potencial: E

Comparado a uma mola esticada, um capacitor carregado apresenta uma energia armazenada, cujo valor pode ser calculado por:

$$\mathbf{E = \frac{1}{2} . C.V^2} \quad (J) \qquad \textbf{Unidade SI: joule (J)}$$

**<u>Aplicação 1</u>**

Um capacitor de 100 μF é carregado, quando ligado a uma fonte de 12 Vdc.

**Calcule:**
a) A sua carga armazenada; b) A sua energia potencial.

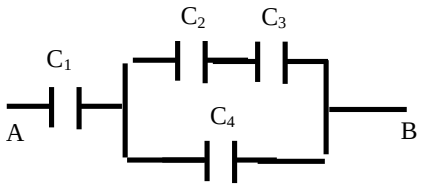
Solução:

| | |
|---|---|
| (a)<br>$Q = C . V = 100 . 10^{-6} . 12$<br>$Q = 1,2$ mC | (b)<br>$E = 1/2 . C V^2$<br>$E = 1/2 . 100 .10^{-6} . 12^2$<br>$E = 7,2$ mJ |

## 5.4 - Associações de capacitores e capacitância equivalente

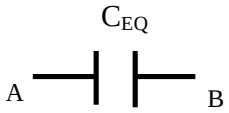
### Capacitância Equivalente: $C_{EQ}$

Considere um grupo de capacitores interligados eletricamente, formando uma associação de capacitores:



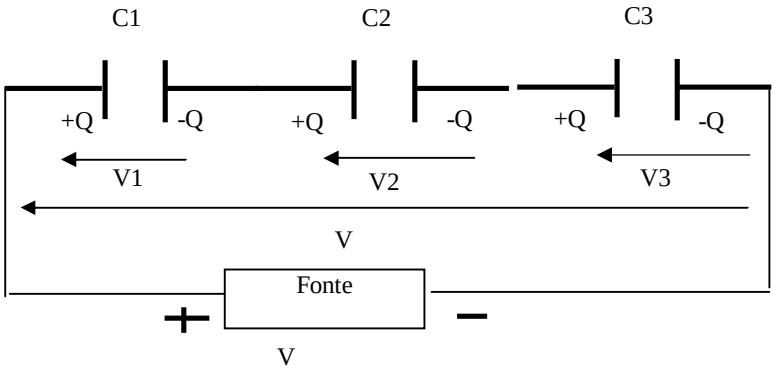

Existe um capacitor cujo valor de capacitância substitui e eqüivale à capacitância da associação, isto é, para uma mesma tensão aplicada, esse capacitor armazena a mesma energia que a associação.

A capacitância desse capacitor é então denominada Capacitância Equivalente.



# Associações de Capacitores:

## a - Associação em Série




**Característica**: A carga total armazenada é igual a carga de cada capacitor.

$$Q = Q_1 = Q_2 = ... = Qn$$

**Propriedade**: A soma das tensões nos capacitores é igual a tensão aplicada, isto é:

$$V = V_1 + V_2 + ... + Vn$$

## Capacitância Equivalente:

**Numa associação de capacitores em série, o inverso da capacitância equivalente é igual a soma dos inversos das capacitâncias associadas.**

**Ou seja:** $$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

## Caso particular: Associações com 2 CAPACITORES

No caso de uma associação de 2 capacitores em série ( n = 2 ), a capacitância equivalente é calculada fazendo-se: $C_{EQ} = \frac{C_1 x C_2}{C_1 + C_2}$

***Observações:***

*2- Havendo mais de dois capacitores em série, ainda assim poderá ser aplicada a fórmula acima, de dois em dois, até reduzir-se o conjunto a um único capacitor, o capacitor equivalente.*

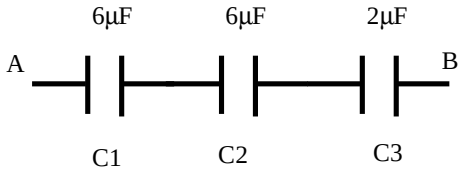
*3- Havendo dois capacitores de mesma capacitância, em série, a capacitância equivalente será igual a metade da capacitância individual; havendo 3, valerá 1/3, e assim por diante.....Isto é:*

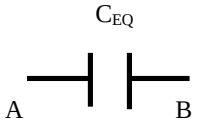
$$C_{EQ} = \frac{C}{n}$$

*3- O valor da capacitância equivalente a uma associação de capacitores em série é menor que a menor das capacitâncias associadas.*

## Aplicação 2

Calcule a capacitância equivalente entre os extremos **A e B** da associação série abaixo:




Solução:

$$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

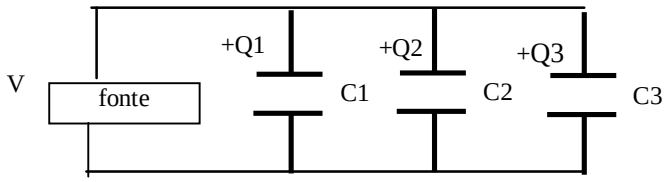
$$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{6x10^{-6}} + \frac{1}{6x10^{-6}} + \frac{1}{2x10^{-6}}$$

$$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{10^6}{6} + \frac{10^6}{6} + \frac{10^6}{2} = \frac{10^6 + 10^6 + 3x10^6}{6}$$

$$\frac{1}{C_{EQ}} = \frac{5x10^6}{6} \qquad C_{EQ} = \frac{6}{5x10^6} = 1,2x10^{-6}$$

$$C_{EQ} = 1,2\mu F$$

## b- Associação em Paralelo.




**Característica:** A tensão resultante em cada capacitor é igual a tensão aplicada à associação.

$$V_1 = V_2 = .....= Vn$$

**Propriedade**: A carga total armazenada é igual a soma das cargas nos capacitores.

$$Q = Q_1 + Q_2 + ... + Qn$$

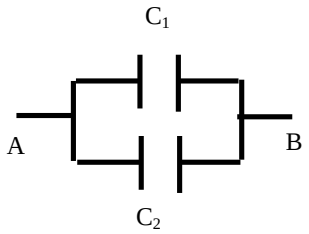
## Capacitância Equivalente

Numa associação de capacitores em paralelo, a Capacitância Equivalente é igual a soma das capacitâncias dos capacitores associados. Ou seja:

$$\mathbf{C_{EQ} = C_1 + C_2 + \ldots + C_\eta}$$

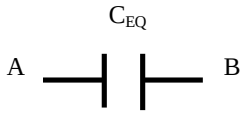
## Aplicação 3

Calcule a capacitância equivalente ente os extremos A e B da seguinte associação:




**$C_1$ = 8 μF**
**$C_2$ = 2μF**

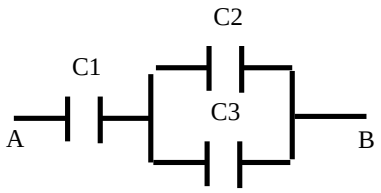
Solução:

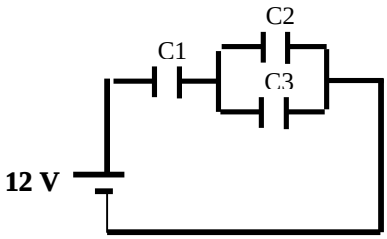



$C_{EQ} = C_1 + C_2 + ... + C_n$
$C_{EQ} = C_1 + C_2$
$C_{EQ} = 8\mu F + 2\mu F = 10\ \mu F$

## c - Associações Mistas de Capacitores

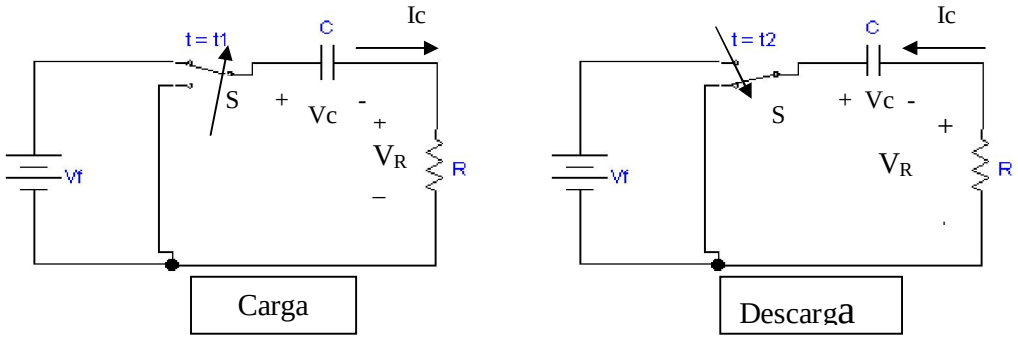
São aquelas que combinam associações dos tipos série e paralelo.

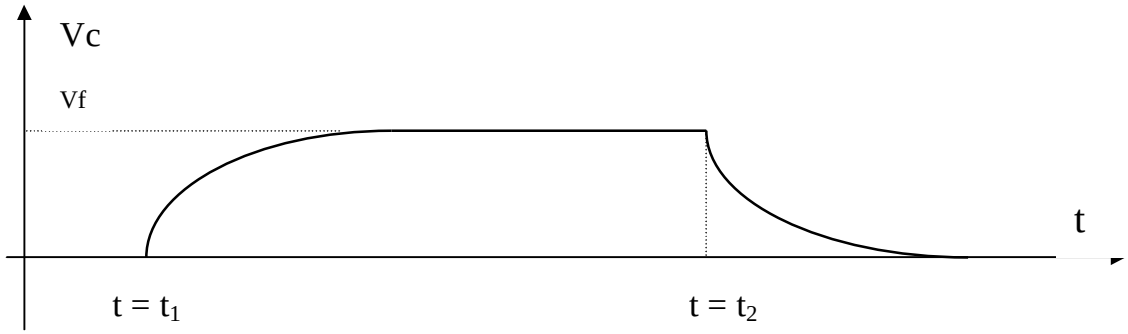
| | |
|---|---|
|   | **Para se determinar a Capacitância Equivalente deve-se resolver, passo a passo, as associações <u>série</u> e <u>paralelo</u> identificadas**. |

| | |
|---|---|
| **Aplicação 4:**<br>Determine, para o circuito capacitivo puro abaixo:<br>a- A capacitância equivalente vista da fonte;<br>b- A carga de cada capacitor;<br>c- A tensão em cada capacitor.<br>Considere: $C_1 = 30\ \mu F$; $C_2 = 40\ \mu F$ ;<br>$C_3 = 20\ \mu F$ |   |
| Solução<br>(a)<br>$C' = C_2 + C_3 = 40\ \mu F + 20\ \mu F = 60\ \mu F$<br>$Ceq = C' \times C_1 / C' + C_1 = 20\ \mu F$ | (b)<br>$Q_T = Ceq \cdot V = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 240\ \mu C$<br>$Q_1 = Q_T = 240\ \mu C$<br>$Q_{23} = Q_T = 240\ \mu C$<br>$Q = C \cdot V \rightarrow V_{23} = Q_{23} / C_{23} = 4\ V$<br>$Q_2 = C_2 \cdot V_{23} = 160\ \mu C$<br>$Q_3 = C_3 \cdot V_{23} = 80\ \mu C$ |
| (c )<br>$V_2 = 4\ V$ ( já determinado) $V_3 = V_2 = 4\ V$ $V_1 = Q_1/C_1 = 8\ V$ | |

## 5.5 - O capacitor em DC: Regime Permanente e Transitório

Os diagramas de circuitos e os gráficos a seguir mostram o comportamento do capacitor, em tensão e corrente, na situação transitória de carga e descarga, e na situação de regime permanente, que ocorre algum tempo após inicio da carga ou da descarga.



**Observações:**

1 - O regime permanente é atingido após decorrido 5 $\tau$, onde $\tau$ = RC é chamada de constante de tempo;

2 - Em regime permanente o capacitor funciona como um circuito- aberto, pois Ic = 0;

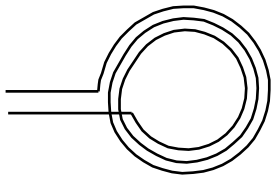
3 - O capacitor produz picos de corrente, durante a carga e a descarga;

4 - O capacitor não admite variação brusca de sua tensão, de um nível para outro. Daí a sua corrente resultar adiantada de sua tensão.

5 - A curva que melhor representa o processo de carga-descarga do capacitor é a curva Vc(t), haja vista que a carga armazenada é igual ao produto da capacitância pela tensão em seus terminais, ou seja Q = C.V .

## 6.1 - Construção, símbolo, funcionamento e finalidade

**a - Construção**:
O indutor é constituído basicamente de um fio condutor elétrico ( isolado ), enrolado em forma de anel, de espiral etc.



anel

espiral

*Note que:*
*È comum o indutor ser denominado de bobina, enrolamento, solenóide, etc.*
***Um indutor pode apresentar núcleo de material ferromagnético, facilmente imantável, tal como ferro doce e o aço temperado.***

## b- Símbolo

O símbolo do indutor lembra a sua constituição básica, qual seja a de um fio condutor enrolado. Associada ao símbolo normalmente aparece a propriedade do indutor chamada de indutância, representada pela letra “L” .

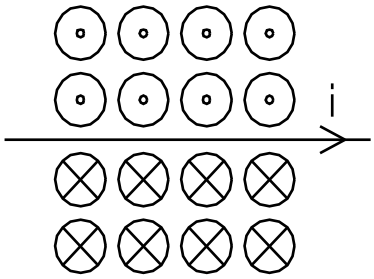
L

exemplo

L = 10 mH

**c - Funcionamento**: O indutor na função de um eletroimã

Um condutor reto, percorrido por uma corrente elétrica, produz ao longo de seu redor um campo magnético, em forma circular, no modo que sugerem as linhas de indução que entram (⊗) e saem ( ¤ ) do papel, no desenho em corte a seguir:

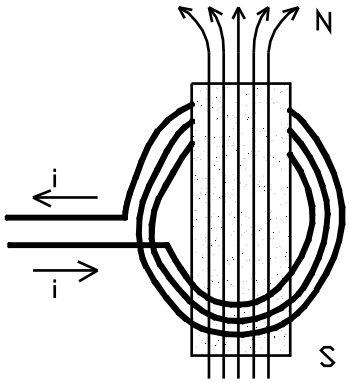


O sentido das linhas de indução - linhas imaginárias utilizadas para representar campo magnético- pode ser determinado pela Regra da Mão Direita, aplicada do seguinte modo:

- **Dedo polegar no sentido da corrente;**

- **Os demais dedos envolvem o condutor e apontam o sentido das linhas de indução.**

Se o condutor for disposto em forma circular, com várias voltas, ocorrerá a concentração das linhas de indução em seu interior, e se receber um núcleo ferromagnético (imantável) a concentração será maior ainda, ocorrendo assim um campo magnético de forte intensidade. Esse conjunto é chamado de **eletroímã** e tem seu funcionamento semelhante ao de um imã em barra, com norte e sul magnético bem definidos.




Campo de um eletroimã

**d – Finalidade, emprego e aplicações:**

**A finalidade básica de um indutor é a de produzir campo magnético, quando percorrido por uma corrente elétrica.**

Com isso ele pode ser empregado com objetivos de produção de força, de indução e de auto-indução eletromagnéticas, tendo assim diversas aplicações práticas, tais como **eletroímãs, relés, motores, transformadores etc.**

## 6.2 – Indutância (ou Auto- Indutância) de um indutor: L

**A Indutância de um indutor é a medida da sua capacidade de auto-induzir, ou seja, de produzir uma tensão entre seus terminais quando a sua corrente varia.**

- ***Seu valor depende do nº de espiras, da forma em que estão dispostas (anel, espiral,...), de suas dimensões e do material do núcleo. Para um solenóide ou bobina longa ( comprimento maior que três vezes o raio), a indutância seria igual a*** $L = \mu.N^2.S / l$ ***.***

- ***Seu símbolo é o "L".***

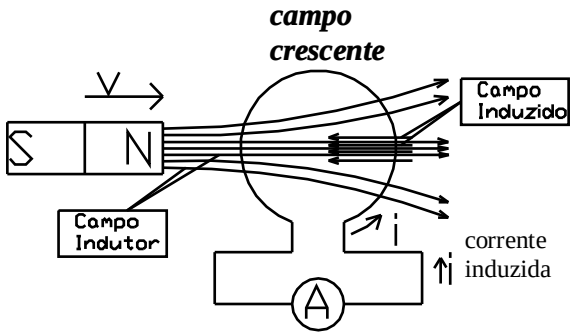
- ***Sua unidade (no SI) é o henry (H).***

## 6.3- Indução eletromagnética:

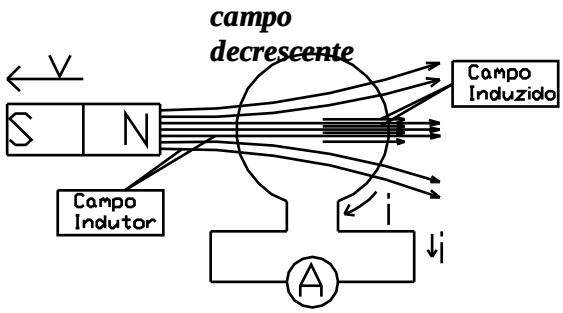
É o fenômeno no qual tensões (e correntes) são produzidas pela variação do campo magnético (ou fluxo magnético), no tempo, através da seção de um indutor.

Exemplo de indução de uma corrente:

**A – Imã aproximando-se do Indutor**




**B – Imã afastando-se do Indutor**




**Observe:**

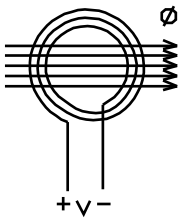
- Nos desenhos, o lado direito da espira estaria mais próximo do observador;
- A corrente induzida tem sentidos diferentes, na aproximação e no afastamento do imã.
- Para a sua melhor compreensão, considere que campos magnéticos variáveis produzem campos elétricos, que por sua vez produzem aceleração de cargas, ou seja a corrente elétrica.

## A lei de Faraday

É a lei que rege o fenômeno da indução eletromagnética, ou seja, o da produção de tensão induzida (ou auto-induzida).

Ela sustenta que:

***"A tensão induzida é a razão entre a variação do fluxo magnético e o tempo considerado, com o sinal trocado".***




$$v = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

v → tensão induzida (média), em volts (V)

Δϕ → variação do fluxo (concatenado) em weber-espira (Wb-e)

Δt → intervalo de tempo em segundos (s)

**Note que:**

1- Como fluxo magnético (∅) mede a quantidade de linhas de indução que atravessa cada espira, para um elemento com "N" espiras considera-se o fluxo magnético concatenado (∅c), que corresponde ao fluxo magnético de uma espira multiplicado pelo número de espiras atravessadas pelo mesmo campo, no indutor considerado (∅c = N∅ ). Este é o fluxo adotado na lei de Faraday, ainda que esteja sem o índice "c". Por isso a unidade Wb-e ( e não Wb ) é a mais correta.

2- O sinal negativo na expressão da lei de Faraday indica que a tensão induzida se opõe a variação ( crescimento ou diminuição) de sua causa. Esta oposição se manifesta na polaridade da tensão induzida ou auto-induzida e no sentido da corrente induzida (lei de Lenz).

## A lei de Lenz

*É a lei que rege o sentido de uma corrente induzida, que é resultado de uma tensão induzida.*

*Segundo* ***Lenz*: "O sentido da corrente é aquele que produz um fluxo induzido em oposição à variação do fluxo indutor".**

Ou seja:

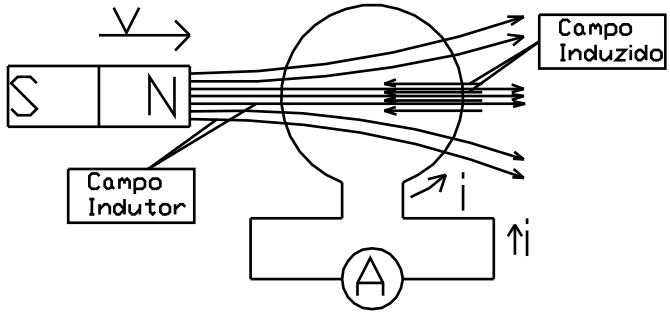
- Se o fluxo indutor é crescente ($\Delta\phi$ / $\Delta$t > 0) → A corrente produz um fluxo induzido em oposição ao fluxo indutor;
- Se o fluxo indutor é decrescente ($\Delta\phi$/$\Delta$t < 0) → A corrente produz um fluxo induzido a favor do fluxo indutor.

Assim, para se encontrar o sentido da corrente, aplica-se a **Regra da Mão Direita**, da seguinte maneira:

**"Ao se colocar o dedo polegar ao longo do fio apontando o sentido da corrente, os demais dedos indicarão o sentido das linhas de indução do campo induzido, para o caso considerado.**

**Ou melhor, ao se colocar os dedos no sentido do campo induzido, o polegar indicará o sentido da corrente".**

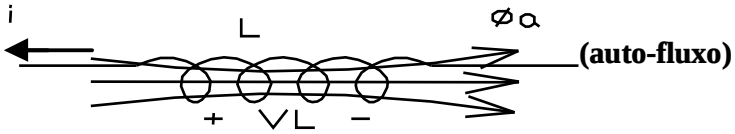
*Veja o sentido da corrente no exemplo que segue:*




O sentido da corrente está determinando um campo induzido oposto ao do campo indutor crescente com a aproximação do imã.

## A auto-indução:

**É o fenômeno da produção de tensão nos terminais de um indutor percorrido por uma corrente, devido a variação de seu próprio fluxo, decorrente da variação corrente elétrica.**




$$\phi = \phi_a$$

$$v_L = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$\phi_a = L \cdot i \Rightarrow \boxed{v_L = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}}$$

$v_L$ - tensão auto-induzida média (V)

Note que:

- Segundo a lei de Faraday para a auto-indução (**$v_L$=-L$\Delta$i/$\Delta$t)** , sempre que houver variação de corrente num indutor, haverá nele uma tensão auto-induzida. Se a corrente for constante ( $\Delta i/\Delta t = 0$ ), a sua tensão será zero e o indutor se comportará como um curto-circuito. É o que ocorre num circuito em DC, em regime permanente;

- A tensão auto-induzida, na forma **$v_L$=-L$\Delta$i/$\Delta$t, com sinal negativo,** é convencionada num circuito elétrico como sendo uma "elevação de tensão", com a corrente entrando pelo sinal negativo;

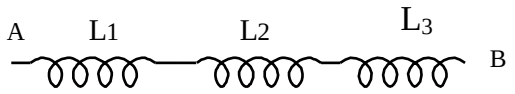
- A tensão auto-induzida também pode ser convencionada como uma "queda de tensão", com a corrente acessando o indutor pelo lado de "polaridade positiva", e nesse caso sua expressão matemática dispensaria o sinal negativo **( $v_L$=L$\Delta$i/$\Delta$t).**

## 6.4- Associações de indutores e Indutância Equivalente

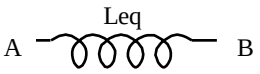
Assim como ocorre com resistores e capacitores, os indutores podem ser associados em série, em paralelo e na forma mista**.** E cada associação de indutores terá um efeito resultante a ser representado por um único indutor e sua indutância equivalente, que armazenaria a mesma energia que a associação correspondente.

Ou seja:

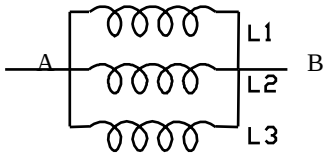
**associação em série**



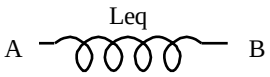

**indutância equivalente**




**associação em paralelo**




**indutância equivalente**




**Cálculo de indutância equivalente:** (similar ao de resistência equivalente)

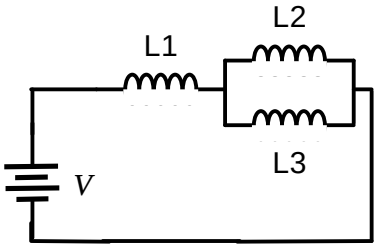
**Associação série:** $$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_n$$

**Associação em paralelo:** $$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_n}$$

**Para 2 indutores em paralelo:** $$L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

**Exemplo:**
Determinar a indutância equivalente entre os extremos da associação mista abaixo:

**Dados: $L_1$ = 20 H ; $L_2$ = 60 H ; $L_3$ = 30 H**



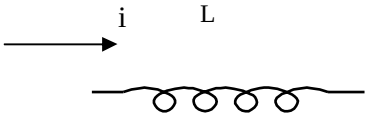

Resposta

Leq = 40 H

## 6.5 - A energia no indutor

**Ao ser percorrido por uma corrente elétrica ( i ) o indutor de indutância "L" apresentará uma energia "E" armazenada em seu campo magnético, calculada por**:

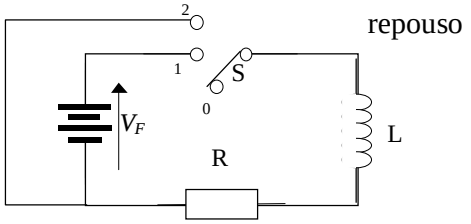
$$E = \frac{1}{2} L i^2 \quad \textbf{(J)}$$

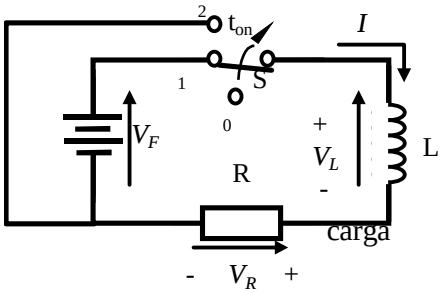


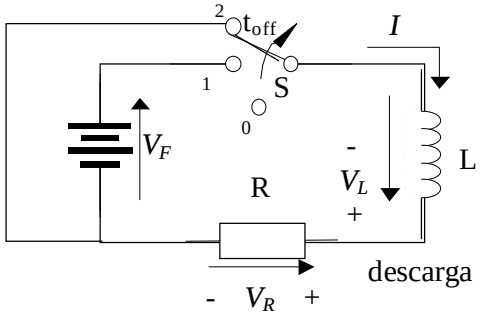

Exemplo:
Se L = 10 mH e i = 1,5 A , então: E = 11,25 mJ

## 6.6 – O comportamento do indutor em DC: Regimes Permanente e Transitório

No circuito abaixo, considere que a chave "S" sofra duas operações sucessivas, sendo levada para a posição "1", no instante $t_{on}$ **( carga** ) e no instante $t_{off}$, levada para a posição "2" ( **descarga** ).



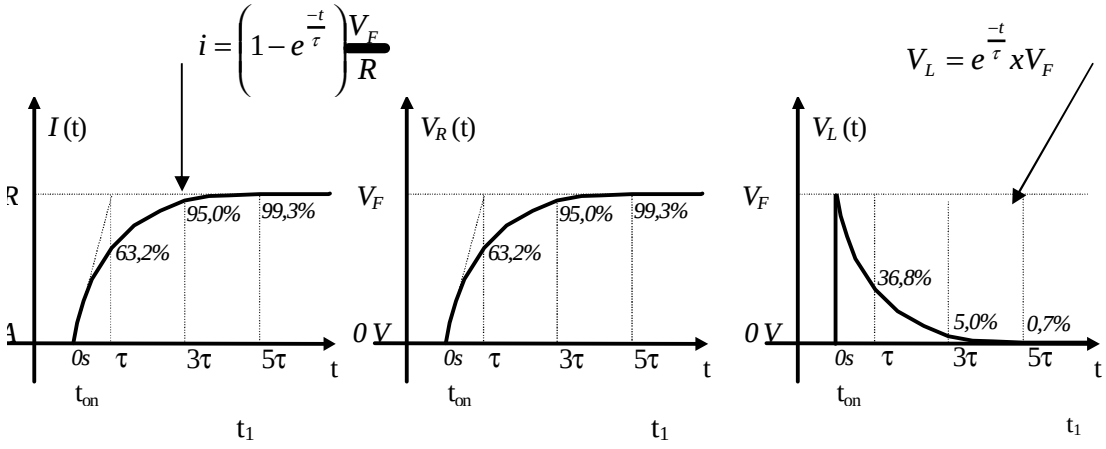



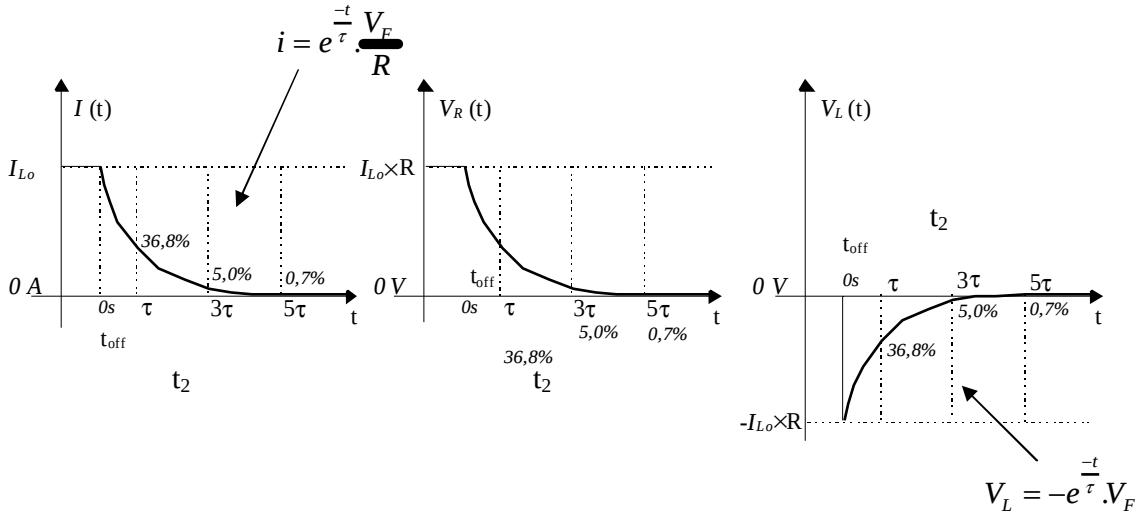

As polaridades das tensões auto-induzidas " $v_L$ " , indicadas aqui nos circuitos, correspondem as situações de momento, obtidas a partir de uma convenção geral de queda.

***Os gráficos a seguir mostram o comportamento da corrente e da tensão no indutor (e no resistor), diante das operações de liga e desliga consideradas, utilizando-se "positivo" para "queda de tensão" e "negativo" para "elevação de tensão":***

Curvas de tensões e correntes da carga do circuito RL




## Curvas de tensões e correntes da descarga do circuito RL




***Note que:***

1. **A corrente no indutor não varia bruscamente. Daí que a corrente se atrasa da tensão;**

2. **Nas operações liga-desliga, surgem picos de tensão no indutor ( $v_L = L\Delta i/\Delta t$);**

3. **Em regime permanente, o indutor funciona como um curto-circuito para a corrente ($v_L = 0$);**

4. **O regime permanente ocorre após decorrido 5 constantes de tempo ( "5 τ"), onde τ = L/R.**

5. **Em qualquer situação, a energia no indutor é dada por $E = \frac{1}{2}Li^2$ (J).**

## 7.1 - Números Complexos - Revisão de Matemática

### 1) Definição

Todo número que pode ser expresso na forma **z = a +j b** é um número complexo, onde:

- "a" é a parte real;
- "b" é a parte imaginária;
- "j" é a unidade imaginária de valor igual a $\sqrt{-1}$, ou seja $j^2 = -1$.

Exemplo**:** **z = 3 + j 4**

### 2) Formas retangular e polar

Um número complexo pode ser representado de diversas formas, dentre as quais se destacam as formas polar e retangular a saber:

**z = a +j b ( forma retangular)**

**z = | z | ∠θ ( forma polar)**

***Onde:*** ***" | z | " é o módulo de "z"*** ***e*** ***" θ " é o argumento de "z"***

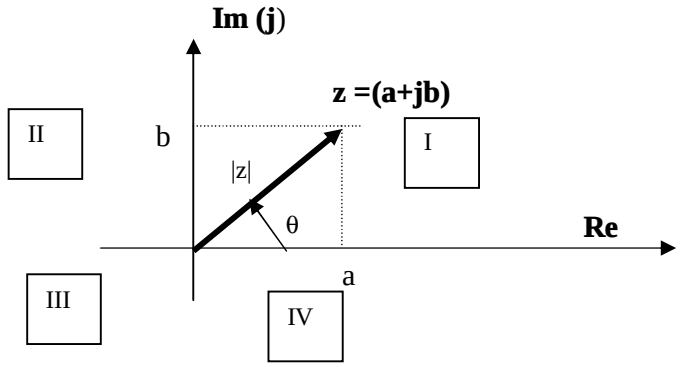
Exemplo**:** **z = 3 + j 4 ⇔ z = 5 ∠ 53,13 º**

***No "item 4" veremos como fazer a transformação de uma forma para outra.***

### 3) Representação de um nº complexo no plano de Gauss

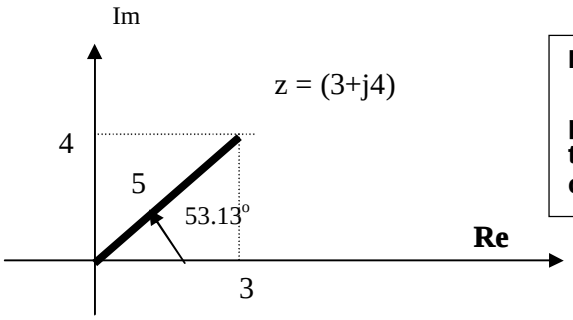
**z = a +j b**

**z = | z | ∠θ**




- **Note que ao número complexo z= a+jb pode-se associar um vetor z = | z | ∠θ , conform a figura.**
- **O argumento "θ" é medido anti-horário, contado do eixo dos Reais ( Re ).**
- **O plano de Gauss tem seus quadrantes I,II, III e IV contados no sentido anti-horário.**

**Exemplo:**
Represente o n$^o$ complexo **z = 3 + j 4** no plano de Gauss, indicando também seu módulo e seu argumento.




**Note que os valores do módulo " |Z|" e do argumento" θ" de " z" podem ser determinados por trigonometria no triângulo retângulo, como veremos logo a seguir.**

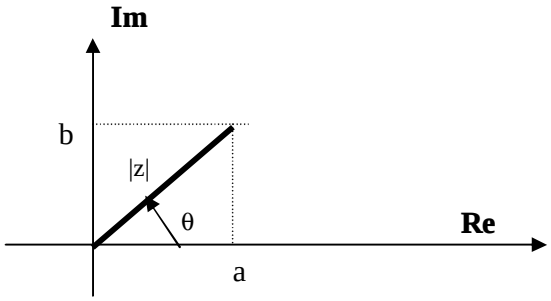
## 4) Transformação Retangular - Polar

**Um número complexo expresso na forma retangular pode ser transformado para a forma polar, conforme segue:**

$$z = a + j\,b \Rightarrow |z| \angle\theta$$

$$\theta = \text{arc tg } \frac{b}{a} \quad (\text{"z" no 1}^o \text{ quadrante})$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{(Pitágoras)}$$




**Exemplo:**
Transforme o número complexo z = 3 + j 4 para a forma polar:
**Solução:**
$z = 3 + j\,4 \quad \Rightarrow \quad |z| \angle\theta \quad \Rightarrow \quad z = 5 \angle 53{,}13^o$

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow |z| = 5$$

$$\theta = \text{arc tg } 4/3 \quad \Rightarrow \quad \theta = 53{,}13^o$$

**Um n$^o$ complexo na forma polar pode ser transformado para a forma retangular, conforme segue:**

$$z = |z| \angle\theta \quad \Rightarrow \quad z = |z| \cos\theta + j\,|z| \operatorname{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad z = a + j\,b$$

**Exemplo:**
Represente o n$^o$ complexo $z = 5 \angle 53{,}13^o$ na forma retangular.

**Solução:**
$z = 5 \angle 53{,}13^o \quad \Rightarrow \quad z = 5 \cos 53{,}13^o + j\,5 \operatorname{sen} 53{,}13^o \quad \Rightarrow \quad z = 3 + j\,4$

## 5) Operações com números complexos

### Adição e Subtração

***São operações melhor realizadas na forma retangular, sendo que operam-se parte real com parte real e parte imaginária com parte imaginária.***

**Exemplo:**

Dados: $z_1 = 3 + j\,5$ e $z_2 = 2 - j\,4$

Obter: $z_a = z_1 + z_2$ e $z_b = z_1 - z_2$

Solução:

| | |
|---|---|
| $z_a = z_1 + z_2$<br>$z_a = 3 + j\,5 + 2 - j\,4$<br>$z_a = 5 + j\,1$ | $z_b = z_1 - z_2$<br>$z_b = 3 + j\,5 - (2 - j\,4)$<br>$z_b = 3 + j\,5 - 2 + j\,4$<br>$z_a = 1 + j\,9$ |

### Multiplicação e Divisão

*São operações melhor realizadas na forma* ***polar****, sendo que, na* ***multiplicação, multiplicam-se os módulos e somam-se os argumentos****, enquanto que, na* ***divisão, dividem-se os módulos e subtraem-se os argumentos.***

**Exemplo:**

Dados: $z_1 = 3 + j\,4 \Rightarrow z_1 = 5\ \angle 53{,}13^{o}$

$z_2 = 0 + j\,6 \Rightarrow z_2 = 6\ \angle 90^{o}$

Obter:

$z_a = z_1 \times z_2$ e $z_b = z_1^2 / z_2$

**Solução:**

| | |
|---|---|
| $z_a = z_1 \times z_2 = 5\ \angle 53{,}13^{o} / 6\ \angle 90^{o}$<br>$z_a = 5 \times 6\ \angle 53{,}13^{o} + 90^{o}$<br>$z_a = 30\ \angle 143{,}13^{o}$ | $z_b = z_1 / z_2$<br>$z_b = (5\ \angle 53{,}13^{o}) / 6\ \angle 90^{o}$<br>$z_b = 0{,}833 \angle -36{,}87^{o}$ |

***Exercícios - Números Complexos***

1 - Dados os números complexos abaixo, representados na forma retangular:

$z_1 = 6 + j\ 8$ ( $1^o$ Quadrante $\Rightarrow$ $\theta = \text{arc tg}\ b/a$ )

$z_2 = -2 + j\ 3$ ( $2^o$ Quadrante $\Rightarrow$ $\theta = 180^o - \text{arc tg}\ |b/a|$ )

$z_3 = -2 - j\ 4$ ( $3^o$ Quadrante $\Rightarrow$ $\theta = 180^o + \text{arc tg}\ |b/a|$ )

$z_4 = 6 - j\ 8$ ( $4^o$ Quadrante $\Rightarrow$ $\theta = 360^o - \text{arc tg}\ |b/a|$ )

$z_5 = 0 + j\ 6$ ( sobre o eixo imaginário correspondente ao +j )

1.1) Represente-os no plano de Gauss;

1.2) Transforme-os para a forma polar;

1.3) Faça as operações indicadas abaixo:

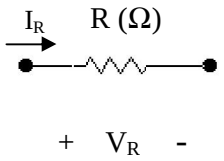
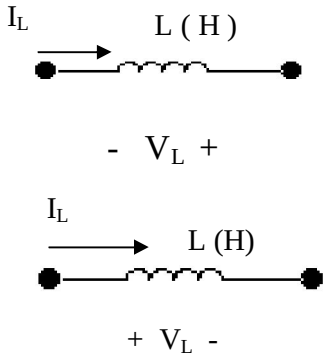
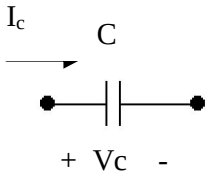
a ) $z_a = z_1 + z_2 - z_5$ b) $z_b = z_1 \cdot z_3$ c) $z_c = z_1^2 / z_4$

2 - Transforme os complexos abaixo para a forma polar ou para retangular, conforme o caso:

a) $z_1 = 6 + j\ 8$ b) $z_2 = 0 - j\ 3$ c) $z_3 = 50\ \angle 30^o$ d ) $z_4 = 10\ \angle 60^o$

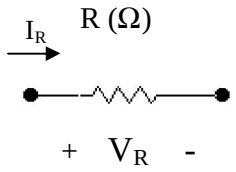
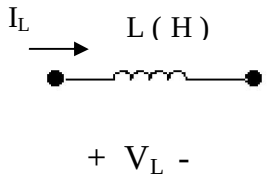
## 7.2 - Resistência Elétrica, Reatância Indutiva e Reatância Capacitiva

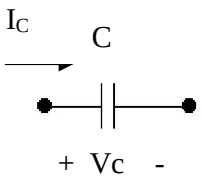
**Revisão: Comportamento RLC em Regime Permanente, em DC**

| elemento | | funcionamento em DC |
|---|---|---|
| **Resistor Puro**<br><br>. |  | $V_R = R.I_R$<br><br>$I_R = V_R / R$<br><br>*Funciona como um **limitador de corrente,** além de dissipar energia*<br>**( E = P.t ou E = V. I .t )** |
| | | |
| **Indutor Puro** |  | $v_L = - L . \Delta I_L/\Delta t = 0$ V<br><br>ou, mudando-se a convenção<br><br>$v_L = L . \Delta I_L/\Delta t = 0$ V<br><br>*Funciona como um **curto-circuito,** não afetando o valor da corrente.*<br><br>*Apenas armazena energia.*<br>**( $E = L.i^2/ 2$ ).** |
| | | |
| **Capacitor Puro** |  | $ic = C . \Delta Vc / \Delta t = 0A$<br><br>*Funciona como um **circuito aberto**, não permitindo a circulação de corrente.*<br><br>*Apenas armazena energia*<br>**( $E = C.V^2 / 2$ )** |

***Nota: em DC, o resistor e o capacitor produzem também queda de tensão, o que permite utilizá-los como divisores ou derivadores de tensão.***

## Comportamento RLC, regime permanente em AC, com valores eficazes de "V e I"

| *elemento* | | *funcionamento / relação V x I* |
|---|---|---|
| **Resistor Puro** |  | $\mathbf{I_R = V_R / R \Rightarrow V_R = R \cdot I_R}$<br><br>*Funciona como um **limitador de corrente**.*<br>*Produz queda de tensão e dissipação de energia.* |
| | ***Condições extremas no resistor:***<br>*$R = 0\ \Omega \Rightarrow$ O resistor funciona como um curto-circuito;*<br>*$R = \infty\ \Omega \Rightarrow$ O resistor funciona como um circuito aberto.* | |
| **Indutor Puro** |  | ($v_L = L\ \Delta i / \Delta t \Rightarrow V_L = \omega . L . I_L$)<br><br>$\mathbf{V_L = X_L \cdot I_L \Rightarrow I_L = V_L / X_L}$<br><br>*Funciona como um limitador e defasador da corrente ( atrasa a corrente em $90^o$ da tensão ).*<br>*Produz queda de tensão e armazena e libera energia, periodicamente.*<br><br>$\mathbf{X_L}$ (reatância indutiva, expressa em ohms) é o fator limitador da corrente, cujo valor está diretamente relacionado com as freqüências "**f**" e "**ω**", nas formas:<br>$\mathbf{X_L = \omega . L}$ **ou** $\mathbf{X_L = 2\ \pi\ f\ L}$ (Ω) |
| | **Condições extremas no indutor:**<br><br>***$f = 0$ Hz $\Rightarrow X_L = 0\ \Omega \Rightarrow$ O indutor funciona como curto-circuito.***<br>***É o que acontece em corrente contínua.***<br><br>***$f = \infty$ Hz $\Rightarrow X_L = \infty\ \Omega \Rightarrow$ O indutor funciona como um circuito aberto.*** | |

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Capacitor Puro</td>
<td> 
</td>
<td>(Ic = C.Δv/Δt ⇒ Ic = ω.C.Vc)<br><br>Ic = Vc/ Xc ⇒ $V_C$ = Xc. Ic<br><br>Funciona como um limitador e defasador da corrente (adianta a corrente em $90^0$ da tensão).<br>Produz queda de tensão, além de armazenar e liberar energia periodicamente.<br><br>Onde Xc (reatância capacitiva, expressa em ohms) é o fator limitador da corrente, cujo valor está inversamente relacionado com a freqüência.<br><br>Xc = 1 / ω.C (Ω) ou, Xc = 1 / 2π f C (Ω)<br><br>(note que maior "f" implica maior “I”)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Condições extremas no capacitor<br><br>f = 0 Hz ⇒ Xc = ∞ Ω ⇒ O capacitor funcionaria como um circuito aberto. É o que acontece em corrente contínua.<br><br>f = ∞ Hz ⇒ Xc = 0 Ω ⇒ O capacitor funcionaria como um curto-circuito, pois não afetaria o valor da corrente.</td>
</tr>
</table>

## Importante!

As relações entre tensão e corrente nos elementos RLC, em AC, se aplicam tanto a valores máximos como a valores eficazes de tensão e de corrente.

**exemplo:**

$$V_M = X_L . I_M \qquad \text{(com valores máximos)}$$

$$V = X_L . I \qquad \text{(com valores eficazes)}$$

## Aplicação 01

Em cada circuito AC abaixo, operando em regime permanente, utilizando valores eficazes e desconsiderando as defasagens, determine a intensidade de corrente resultante.

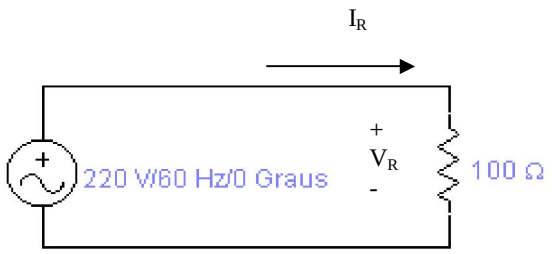
### a ) Circuito Resistivo Puro

Solução:

$I_R = V_R / R$

$I_R = 220 / 100$

$I_R = 2{,}2$ A



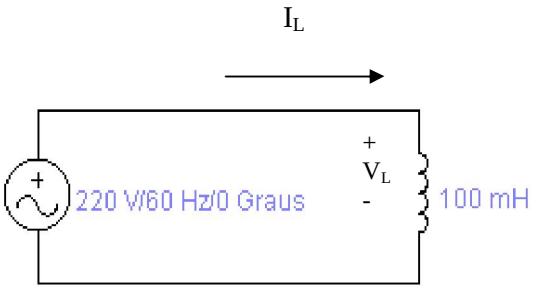

### b) Circuito Indutivo Puro

Solução

$I_c = V_L / X_L$

$X_L = \omega . L = 2 \pi .f. L = 37{,}7\ \Omega$

$I_L = 220 / 37{,}7 = 5{,}83$ A




### c)Circuito Capacitivo Puro

Solução

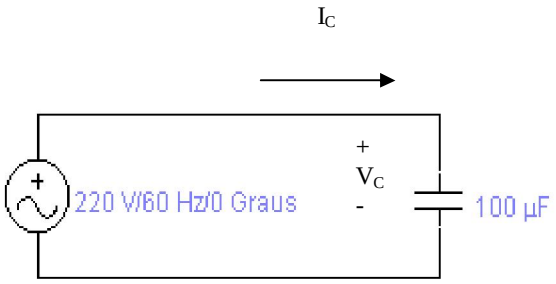
$I_C = Vc / Xc$

$X_C = 1 / \omega C$

$X_C = 1 / 2\pi fC = 26{,}5\ \Omega$

$I_C = 220 / 26{,}5$

$I_C = 8{,}3$ A



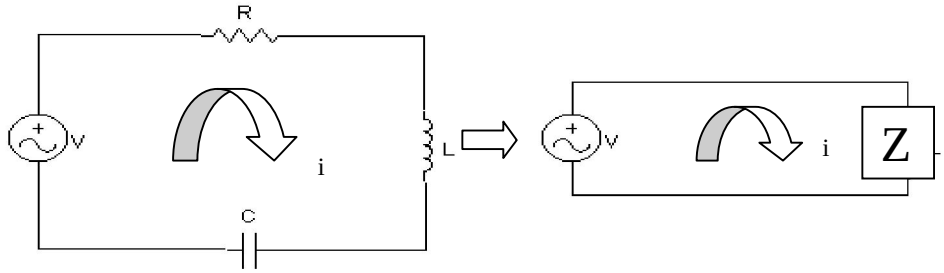

## Comentário:

Nessa aplicação ficou evidenciado que cada componente do circuito, seja resistor, indutor ou capacitor, através da resistência, da reatância indutiva ou capacitiva, respectivamente, atua de modo inversamente proporcional no sentido de limitar ou estabelecer o valor da corrente onde estão instalados.

As ações defasadoras do indutor e do capacitor, como também os efeitos produzidos pelas associações desses elementos, serão abordados na sequência, a partir do conceito de impedância.

## 7.3 - Impedância e Triângulo de Impedância

A presença no circuito dos componentes R,L,C, em AC, em regime permanente, isolados ou agrupados, produz um efeito resultante chamado IMPEDÂNCIA, que pode ser própria de um componente ou equivalente a um grupo ou associação, representado pela letra "Z", cujo valor irá influenciar a corrente elétrica, tanto na sua intensidade, quanto na sua fase.




Assim, pode-se conceituar a impedância de um elemento ou de conjunto de elementos como sendo:

**Impedância é uma grandeza complexa que representa a ação limitadora e defasadora sobre a corrente elétrica.**

Essa impedância **"Z"**, expressa em ohms (Ω), é representada por um número complexo na formas:

$$\mathbf{Z = R + j\,X} \quad \text{( forma retangular)} \qquad \text{ou} \qquad \mathbf{Z = |Z| \angle \phi} \quad \text{( forma polar),}$$

**Onde:**

- **" R** " é a parte real de "Z";
- **"X"** é a parte imaginária de "Z (indutiva ou capacitiva)
- **" | Z |** " é o módulo de **"Z".** Seu valor limitará a corrente na forma **I = V / |Z|** e será encontrado fazendo-se:

$$\mathbf{|Z|} = \sqrt{\mathbf{R^2 + X^2}}$$

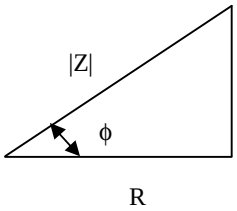
- " $\phi$ " é o argumento (ou o ângulo) da impedância **"Z".** Seu valor expressa a defasagem entre a tensão e a corrente, sendo calculado por:

$$\phi = \pm \,\mathbf{arc\ tg\ \ |X / R|}$$

*O sinal será positivo **(+)** caso predominar o efeito indutivo sobre o capacitivo.*
*Caso contrário, será negativo. Observe os exemplos seguintes*

***Exemplo de impedância do tipo indutiva:*** **Z = 6 + j 8 ( Ω)** **Z = 10 ∠53,13° ( Ω)**
***Exemplo de impedância do tipo capacitivo:*** **Z = 3 - j 4 ( Ω)** **Z = 5 ∠-53,13° ( Ω)**

***Triângulo de Impedância***: *É um triângulo retângulo utilizado para representar impedância, através de todos os seus componentes, nas formas polar e retangular, bem como para mostrar as relações existentes entre os próprios componentes. Note /Z/,R e X são módulos ( ou positivos)*




X (indutivo ou capacitivo)

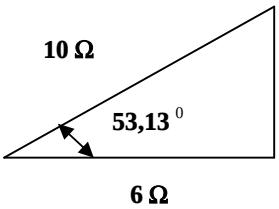
$$|Z|^2 = R^2 + X^2$$

$$\phi = \pm \text{ arc tg } | X / R |$$

**Exemplo:**

**Z = 6 + j 8 ( Ω)**

**Z = 10 ∠53,13º ( Ω)**




**8 Ω (indutivo)**

***Essa impedância é predominantemente indutiva, porque a sua parte imaginária é positiva, bem como porque seu ângulo é positivo. Logo, se localizará no primeiro quadrante do plano de Gauss. Caso fosse capacitiva seriam ambos negativos e impedância se localizaria no quarto quadrante.***

## Impedâncias Próprias

Cada um dos componentes R, L, C pode ter sua resistência ou reatância expressa na forma de uma impedância, obtida a partir de sua forma retangular geral: $\mathbf{Z = R + j(X_L - X_c)}$

| Elemento | Propriedade | Impedância Própria ( Ω) | |
|---|---|---|---|
| | | Retangular | Polar |
| Resistor | R ( Ω) | $Z_R = R$ | $Z_R = R \angle 0^o$ |
| Indutor | L ( H) | $Z_L = j X_L$<br>$Z_L = j \omega L$<br>$Z_L = j 2 \pi f L$ | $Z_L = X_L \angle 90^o$ |
| Capacitor | C ( F ) | $Z_C = - j X_C$<br>$Z_C = - j / \omega C$<br>$Z_C = 1 / j\omega C$<br>$Z_C = 1 / j 2 \pi f C$ | $Z_C = X_C \angle -90^o$ |

***Note que as impedâncias do indutor e do capacitor dependem diretamente e inversamente da freqüência, respectivamente.***

***(Fica como sugestão a elaboração de gráficos que ilustrem essas relações com a freqüência).***

## Associações de Impedâncias e Impedância Equivalente (Zeq).

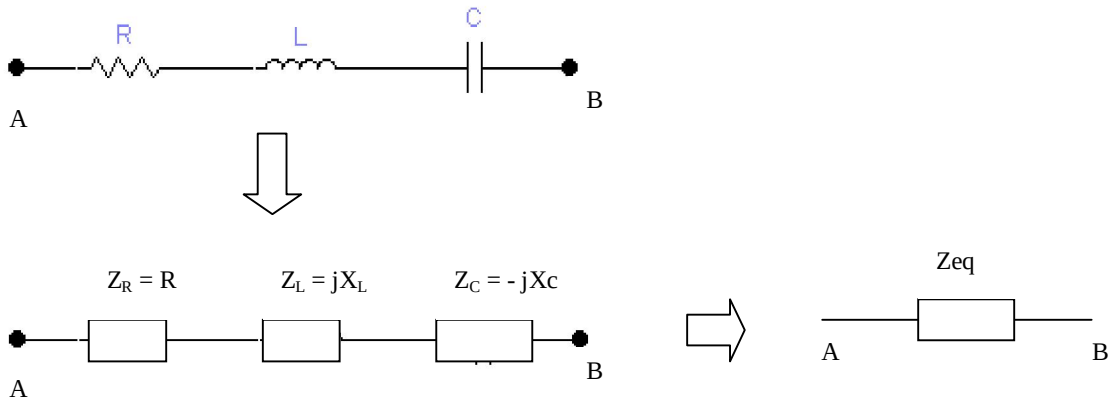
***Procedimento similar ao usado em associações de resistores.***

### a) Associação em Série

**Zeq** é igual a soma das impedâncias associadas**:** $\mathbf{Zeq = Z_1 + Z_2 + ... + Z_n}$

Seja, por exemplo, uma associação em série, do tipo RLC.

A impedância equivalente será:




$$Zeq = Z_R + Z_L + Z_C$$
$$Zeq = R + j\,X_L + (-j\,X_C)$$
$$Zeq = R + j\,(X_L - X_C)$$
$$Zeq = R + j\,X$$

### b) Associação em paralelo

O inverso de **"Zeq"** é igual a soma dos inversos das impedâncias associadas:

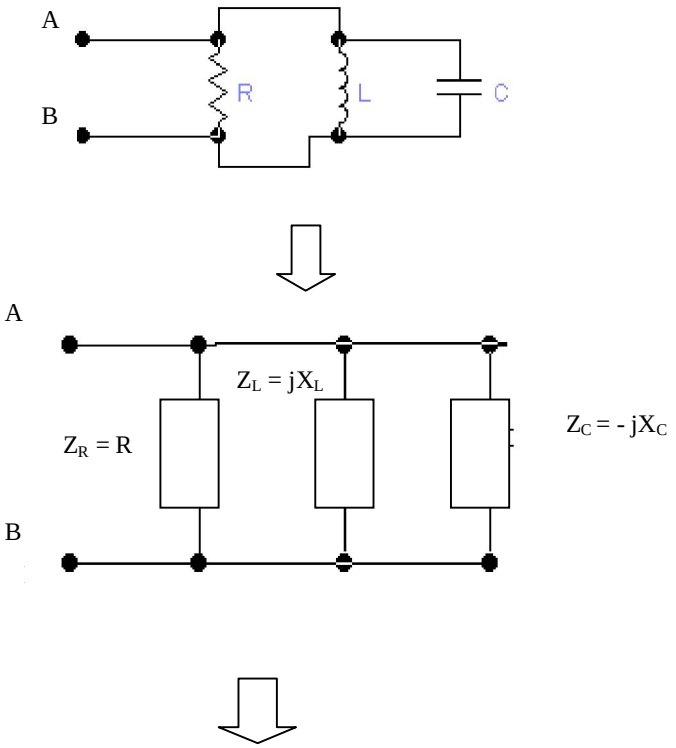
$$\mathbf{1/Zeq = 1/Z_1 + 1/Z_2 + .....+ 1/Zn}$$

**Caso particular: n = 2 ( duas impedâncias)**

$$\mathbf{Zeq = Z_1 \times Z_2 / Z_1 + Z_2}$$

Seja, por exemplo, a associação paralelo tipo RLC, abaixo.

A expressão de Zeq entre A e B será:




$$1/Zeq = 1/Z_R + 1/Z_L + \ldots\ldots + 1/Zc$$

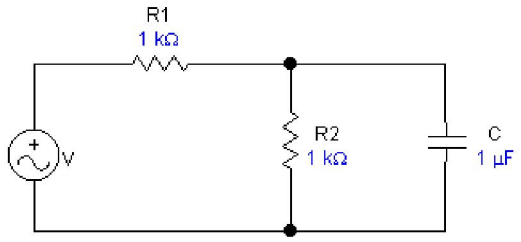
**Com seu resultado final do tipo:**

$$Zeq = R + j\,X$$

( Onde "R" é a parte real e "X" a parte imaginaria da impedância "Zeq")

**a) <u>Associações mistas:</u>** Combinam associações do tipos **série e paralelo.**

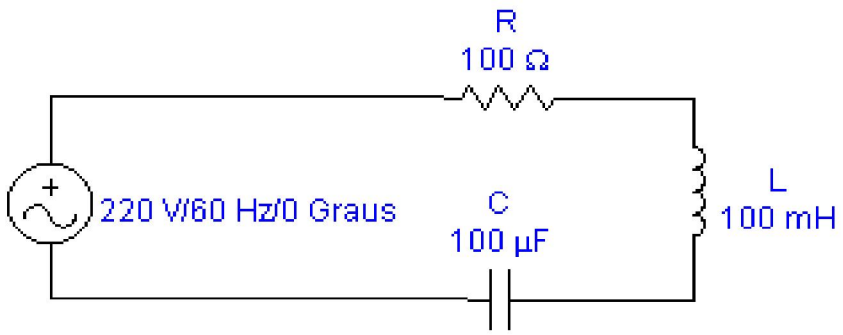
**Exemplo:**




Para a determinação de uma impedância equivalente, aplica-se passo a passo, onde for o caso, os procedimentos para associações série e paralelo.

**Aplicação 02**

Dado o circuito abaixo, em corrente alternada, em regime permanente, determine:



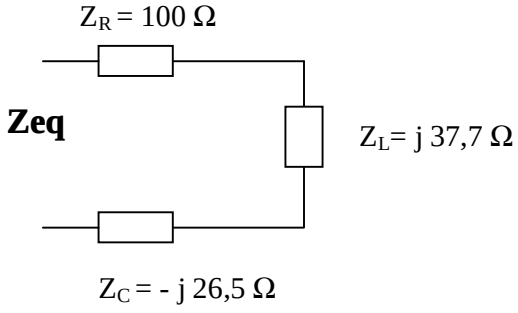

a) A impedância própria de cada elemento, nas formas retangular e polar.

$f = 60$ Hz
$\omega = 2\,\pi\, f$
$\omega = 2\,\pi\, 60 = 120\,\pi$ rad/s
$\omega = 377$ rad/s

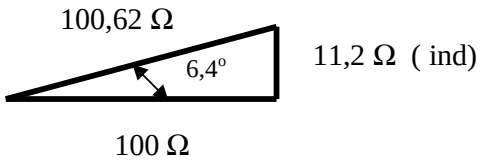
| resistor<br>R = 100 Ω | indutor<br>L = 100 mH | capacitor<br>C = 100 µF |
|---|---|---|
| $Z_R = R$<br>$Z_R = 100\ \Omega$<br>$Z_R = 100\ \angle 0^o\ \Omega$ | $Z_L = j\,\omega\, L$<br>$Z_L = j\ 37{,}7\ \Omega$<br>$Z_L = 37{,}7\ \angle 90^o\ \Omega$ | $Z_C = -\,j / \omega\, C$<br>$Z_C = -\,j\ 26{,}5\ \Omega$<br>$Z_C = 26{,}5\ \angle -90^o\ \Omega$ |

b) A impedância total "vista" pela fonte ( polar e retangular).

$Zeq = Z_1 + Z_2 + \ldots\ldots + Zn$
$Zeq = Z_R + Z_L + Z_C$
$Zeq = 100 + j\ 37{,}7 + (-\,j\ 26{,}5\ )$
$Zeq = 100 + j\ 11{,}2\ \Omega$ (retangular)
$Zeq = 100{,}62\ \angle 6{,}4^o\ \Omega$ (polar)

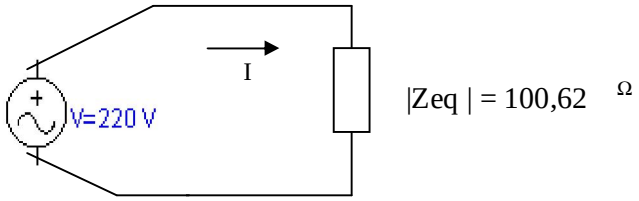


c)O triângulo de impedância.




d) A intensidade de corrente no circuito ( valor eficaz).

I = V / |Z|
I = 220 /100,62
I = 2,19 A




e) A defasagem entre "v" e " i "

$\phi = \theta v - \theta i$
$\phi = 6{,}4^{o}$ ( É o próprio ângulo da impedância visto em Zeq = 100,62 $\angle 6{,}4^{o}$ )

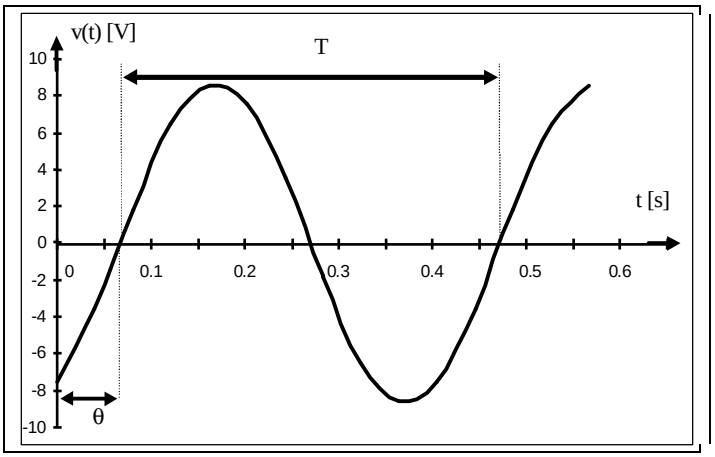
O sinal positivo de **" $\phi$ "** indica que a corrente está atrasada da tensão em **6,4** $^{o}$, resultado de um circuito predominantemente indutivo, onde $\mathbf{X_L}$ maior do que $\mathbf{X_C}$ .

## 8.1– Fasor

### a – Introdução

*Inicialmente, deve-se considerar a corrente alternada (**AC ou CA)** como sendo a corrente alternada do tipo senoidal existente em circuitos cujas fontes são de tensão alternada senoidal, como ocorre nos circuitos alimentados diretamente na rede elétrica.*

*Também deve-se lembrar de que tensões e correntes alternadas senoidais podem ser representadas gráfica e matematicamente, conforme mostra o exemplo que segue:*




$v = V_M \text{ sen } (\omega t + \theta_V)$

$v = 8.\text{sen}(5\pi t - 63^o)$ (V)

*Ocorre que essas representações não são apropriadas para a resolução de circuitos elétricos. Há, portanto, a necessidade de uma outra representação para tensão e corrente, que facilite as operações matemáticas presentes em qualquer problema de análise de circuitos elétricos.*

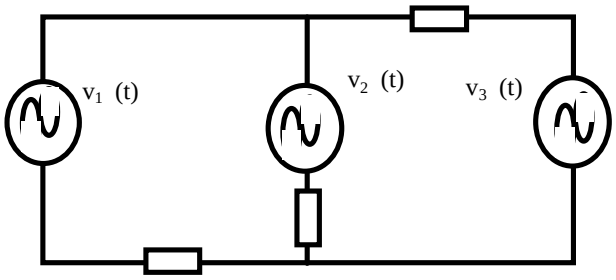
Nos estudos até aqui observamos que os parâmetros mais importantes da tensão e da corrente alternada são:

| valores máximos e eficazes | período e freqüência | velocidade ou freqüência angular | ângulo de fase |
|---|---|---|---|
| $V_M$, $I_M$ e $V_{ef}$ , $I_{ef}$ | T , f | $\omega$ | $\theta$ |

Como, em geral, as fontes de tensão (ou de corrente) num circuito apresentam a mesma freqüência, ou seja, mesmo "f" e mesmo "ω", e todas as correntes e tensões no circuito vem a ter esta mesma freqüência, então pode-se omitir a freqüência angular "ω´ nas representações de "v" e "i".

**Por exemplo:**

Considere as tensões seguintes:




$v_1 = 10 \text{ sen } (500t + 0^o)$ (V)
$v_2 = 5{,}0 \text{ sen } (500t + 45^o)$ (V)
$v_3 = 2{,}5 \text{ sen } (500t + 20^o)$ (V)

Onde $v = V_M \text{ Sen } (\omega t + \theta)$

Como as tensões $v_1$, $v_2$ e $v_3$ apresentam o mesmo $\omega$ **= 500 rad/s,** então, **"$\omega$"** por si só não diferencia as tensões entre si, podendo ser omitido na representação de $\mathbf{v_1, v_2, v_3}$.

Basta, então, diferenciar $\mathbf{v_1, v_2, v_3}$ através de **" $V_M$ "** e de **" θ",** o que será feito com a adoção do conceito de "fasor".

b**- Conceito de FASOR**

***FASOR – É um vetor complexo*** (*girante no sentido anti-horário com velocidade ω*) ***que através de seu módulo e de seu argumento representa uma tensão ou corrente alternada senoidal, no que se refere ao seu valor máximo (ou ao valor eficaz) e ao seu ângulo de fase, respectivamente.***

$v = V_M \text{ sen } (\omega t + \theta_V)$ ⇩ $= V_M \angle \theta_v{}^o$

$i = I_M \text{ sen } (\omega t + \theta i)$ ⇩ $= I_M \angle \theta_i{}^o$

Observe que um fasor é simbolizado por letra maiúscula encimada por um ponto. Seu módulo, por letra maiúscula, sem o tal ponto. Dada a dificuldade dessa notação, serão aqui adotadas **<u>letras maiúsculas no formato itálico para a identificação dos fasores.</u>**

Por exemplo: $v = V_M \text{ sen } (\omega t + \theta_V)$ ⇩

$\boldsymbol{V = V_M \angle +\theta v}$ **(em valor máximo - <u>a ser mais usado nesse capítulo</u>)**

$\boldsymbol{V = V \angle +\theta v}$ **( em valor eficaz)**

Lembre-se de que o valor eficaz é o valor máximo (ou de pico) dividido por raiz quadrada de dois.

Note que:

Sendo os fasores vetores complexos, para operá-los entre si podem ser usados os métodos gráficos e analíticos conhecidos para operações vetoriais e, principalmente, a álgebra dos números complexos. Optaremos por esta segunda forma.

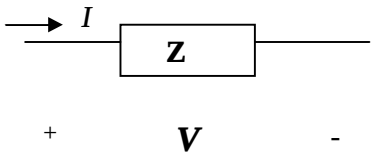
**Aplicação 1:**
Dados os sinais $v_1 = 30 \text{ sen } (100t + 0^o)$ ( V) e $v_2 = 40 \text{ sen } (100t + 90^o)$ ( V ),
obter a soma $v = v_1 + v_2$ .

**Solução:**
$v_1 = 30 \text{ sen } (100t + 0^o)$ (V) $\longrightarrow$ $V_1 = 30 \angle 0^o$ ( V)
$v_2 = 40 \text{ sen } (100t + 90^o)$ (V) $\longrightarrow$ $V_2 = 40 \angle 90^o$ (V)

$V = V_1 + V_2$
$V = 30 \angle 0^o + 40 \angle 90^o$
$V = ( 30 \cos 0^o + j\, 30 \text{ sen } 0^o ) + ( 40 \cos 90^o + j\, 40 \text{ sen } 90^o )$
$V = 30 + j\, 40$ ou $V = 50 \angle 53{,}13^o$ (V)

## 8.2 - Definição de Impedância

Por definição**, a impedância "Z" de um elemento (ou circuito) é o quociente entre o fasor tensão nos terminais e o fasor corrente através do mesmo**, ou seja:




$\Longrightarrow$ $\boxed{\mathbf{Z} = \boldsymbol{V} / \boldsymbol{I} \qquad (\Omega)}$

**Assim, como vimos anteriormente, a impedância é uma grandeza complexa que representa a ação limitadora e defasadora da corrente elétrica:**

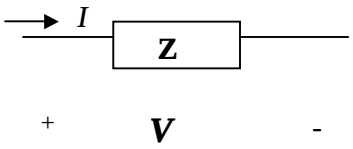
$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{V} / \mathbf{Z} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{Z} = |\mathbf{Z}| \angle \phi^{o} \quad \text{( forma polar)}$$

" $\phi$ " ( ângulo da impedância) – Indica a defasagem entre a tensão e a corrente;
"| Z | " ( módulo da impedância) - é o fator limitador da corrente **( I = V / | Z | ).**

**Aplicação 2:**

Nos terminais de um elemento, em um circuito em AC, aplica-se uma tensão
$\boldsymbol{V} = \mathbf{50 \angle 53{,}13^o}$ (V), observando-se uma corrente resultante $\boldsymbol{I} = \mathbf{10 \angle 20^o}$ **( A ).**
Determine a Impedância desse elemento:

$\mathbf{Z} = \boldsymbol{V} / \boldsymbol{I}$
$\mathbf{Z} = 50 \angle 53{,}13^o \;/\; 10 \angle 20^o$
$\mathbf{Z} = 5 \angle 33{,}13^o \; \Omega$




Note que não interessa se o fasor está em valor máximo ou eficaz.

Assim sendo, a partir da definição de impedância obtém-se a relação ***V = Z.I,*** que aplicada aos componentes elétricos estudado resulta em:

| | *Geral* | *Retangular* | *Polar* |
|---|---|---|---|
| **Resistor** | $V_R = Z_R.I_R$ | $V_R = R\ I_R$ | $V_R = R\ \angle 0^o .\ I_R$ |
| **Indutor** | $V_L = Z_L.I_L$ | $V_L = jX_L\ I_L$ | $V_L = X_L\ \angle 90^o .\ I_L$ |
| **Capacitor** | $V_C = Z_C.I_C$ | $Vc = -\ jXc.\ I_C$ | $V_C = X_C\ \angle -90^o .\ Ic$ |

## 8.3 - Domínio Tempo e Domínio Freqüência

Toda tensão ou corrente alternada senoidal estará representada no **Domínio Tempo** quando estiver expressa, respectivamente, na forma:

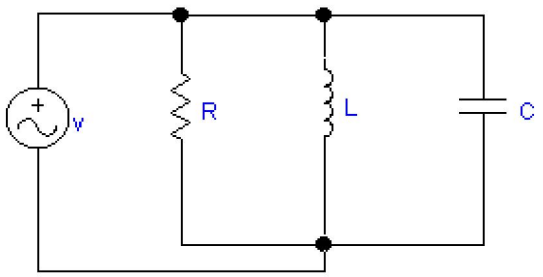
$$v = V_M \text{ sen } ( \omega t + \theta v ) \quad \text{ou} \quad i = I_M \text{ sen } ( \omega t + \theta i )$$

Toda tensão ou corrente alternada senoidal estará representada no **Domínio Freqüência** quando estiver na forma de "fasor", ou seja, respectivamente:

$$V = V_M \angle\ \theta v^o \qquad \text{ou} \quad I = I_M \angle\ \theta i^o .$$

Em decorrência, pode-se representar circuitos elétricos no Domínio Tempo e no Domínio Freqüência, conforme o exemplo seguinte:

domínio tempo

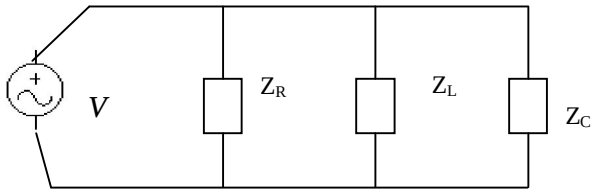



**Onde:**

$v = V_M \text{ sen } ( \omega t + \theta v )$

Onde R,L e C são propriedades dos elementos

domínio Freqüência




**Onde:**

$V = V_M \angle \theta_v{}^o$

Onde $Z_R$ ,$Z_L$ e Zc são impedâncias

Note que, no **Domínio Tempo,** os componentes são especificados através de suas propriedades **resistência ( R ), indutância (L) e capacitância ( C ),** enquanto que, no **Domínio Freqüência,** através de suas impedâncias próprias ( $\mathbf{Z_R, Z_L}$ **e** $\mathbf{Z_c}$ ).

A utilização de retângulos para representar as impedâncias é opcional, sendo adotada por melhor diferenciar as duas formas de representação ( domínios tempo e freqüência**).**

## 8.4 - Análise de Circuitos em AC, em Regime Permanente

***Nossos circuitos envolverão resistores, indutores e capacitores, combinados de diversas formas, sendo alimentados por uma única fonte de tensão AC.***
***As análises serão realizadas nos circuitos expressos no domínio freqüência, onde deverão estar representadas as impedâncias próprias dos elementos, como também os fasores tensões e correntes.***

**Importante***:*

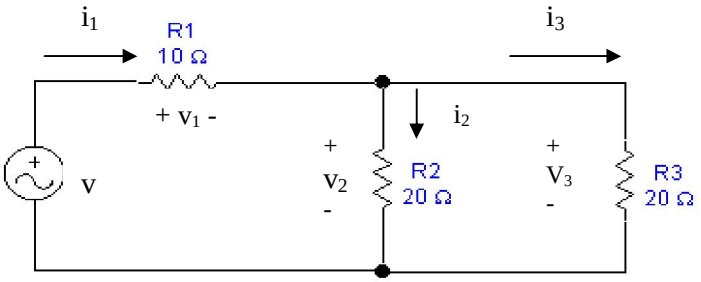
Na **representação fasorial** será preferencialmente adotado o **valor máximo** (ou de pico).

Mais adiante, no estudo de potência em AC, os fasores serão normalmente expressos através de valores eficazes.

**Como são muitas as combinações de circuitos RLC's, quais sejam Resistivo: Série, Paralelo, Misto; Resistivo-Indutivo: Série, Paralelo, Misto; Resistivo-Capacitivo: Série....., apresentaremos apenas 04 casos completos de análise, que servirão de base para outras eventuais situações.**

### <u>Caso 1 - Circuito Resistivo Misto.</u>

No circuito Resistivo Misto abaixo, determine a corrente e a queda tensão em cada resistor.

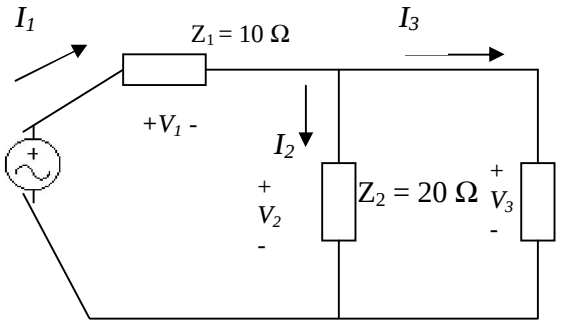



( Domínio Tempo )

v = 311 sen 377t ( V )

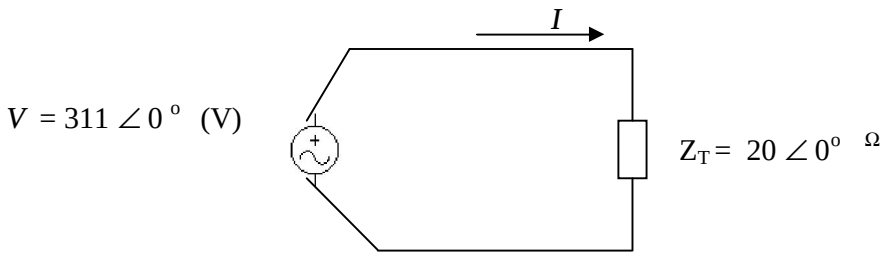
**Solução:**
Representação no Domínio Freqüência:

$V = 311 \angle 0^{o}$ (V)



A partir desse circuito se procede a análise.

| | |
|---|---|
| $Z_{23} = Z_2 \,.\, Z_3 \,/\, Z_2 + Z_3$<br>$Z_{23} = 20 \angle 0^o \,.\, 20 \angle 0^o / 20 + 20$<br>$Z_{23} = 10 \angle 0^o\ \Omega$ | $Z_T = Z_1 + Z_{23} = 10 + 10 = 20$<br>$Z_T = 20\ \Omega$ ou $Z_T = 20 \angle 0^o\ \Omega$ |




| | |
|---|---|
| $I = V / Z_T$<br>$I = 311 \angle 0^o / 20 \angle 0^o$<br>$I = 15{,}55 \angle 0^o$ (A) | $I_1 = I = 15{,}55 \angle 0^o$ (A) |
| *Ix = Zeq . I / Zx (regra do divisor de corrente)*<br><br>$I_2 = 7{,}78 \angle 0^o$ (A)<br><br>$I_3 = 7{,}78 \angle 0^o$ (A) | $V_1 = Z_1 \,.\, I_1 = 10 \angle 0^o \,.\, 15{,}55 \angle 0^o$<br>$V_1 = 155{,}55 \angle 0^o$<br>$V_2 = Z_2 \,.\, I_2$<br>$V_2 = 20 \angle 0^o \,.\, 7{,}78 \angle 0^o$<br>$V_2 = 155{,}56 \angle 0^o$ (V)<br>$V_3 = V_2 = 155{,}56 \angle 0^o$ (V) |

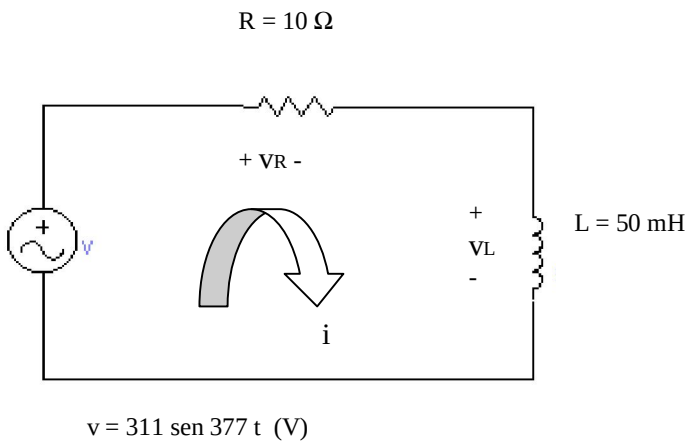
Resposta: (No Domínio Tempo)

$i_1 = 15{,}55 \text{ sen } ( 377\, t + 0^0 )$ (A)
$i_2 = 7{,}78 \text{ sen } ( 377\, t + 0^o )$ (A)
$i_3 = 7{,}78 \text{ sen } ( 377t + 0^o )$ (A )
$v_1 = 155{,}55 \text{ sen } (377t + 0^o )$ (V)
$v_2 = 155{,}56 \text{ sen } ( 377t + 0^o )$ (V)
$v_3 = 155{,}56 \text{ sen } ( 377t + 0^o )$ (V)

**Importante**: Em casos de circuitos puramente resistivos, as tensões e correntes estarão todas em fase, o que poderá dispensar a utilização de notação fasorial, podendo ser analisados considerando-se somente os módulos dessas grandezas.

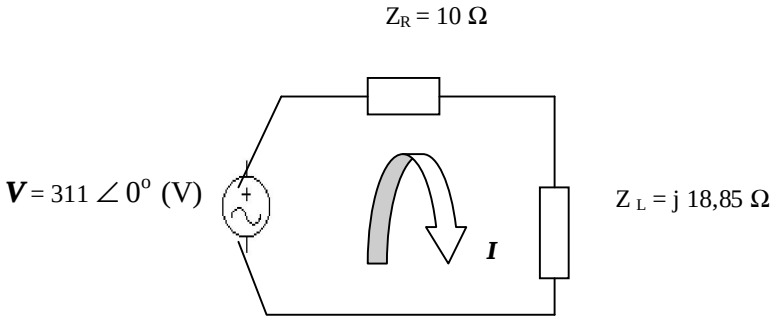
## Caso 2 - Circuito RL Série

No circuito RL tipo serie abaixo, determine as tensões e correntes nos elementos.




Solução : O primeiro passo é fazer a passagem do circuito para o Domínio Frequência.

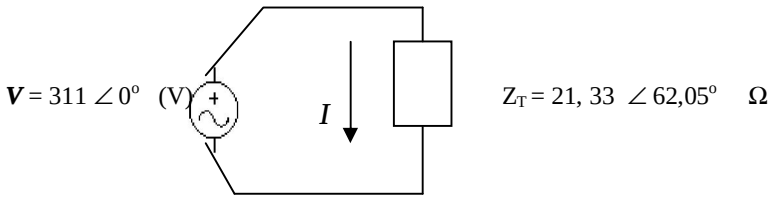
$Z_R = R = 10\ \Omega = 10 \angle 0^o\ \Omega$
$Z_L = j\ X_L = j\ \omega L$
$Z_L = j\ 18{,}85\ \Omega$
$Z_L = 18{,}85 \angle 90^o\ \Omega$




Segue-se a análise:

$Z_T = Z_R + Z_L = 10 + j\ 18{,}85$
$Z_T = 21{,}33 \angle 62{,}05^o\ (\Omega)$

$I = V / Z_T$
$I = 311 \angle 0^o\ /\ 21{,}33 \angle 62{,}05^o$
$I = 14{,}58 \angle -62{,}05^o$ (A)



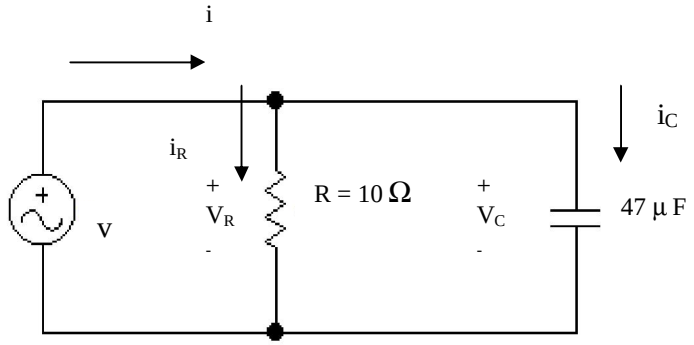

$V_R = Z_R \cdot I = 10 \angle 0^\circ \cdot 14{,}58 \angle -62{,}58^o = 145{,}8 \angle -62{,}05^o$ (V)
$V_L = Z_L \cdot I = 18{,}85 \angle 90^\circ \cdot 14{,}58 \angle -62{,}05^\circ = 274{,}83 \angle 27{,}95^\circ$ (V)

**Respostas:**
**i = 14,58 sen (377 t - 62,05º ) (A)**
**$v_R$ = 145,8 sen ( 377 t - 62,05º) (V)**
**$v_L$ = 274,83 sen (377 t + 27,95º (V)**

Note que no indutor a corrente está atrasada da tensão de 90 º, enquanto que no resistor a tensão e a corrente estão em fase.

## Caso 3 - Circuito RC paralelo

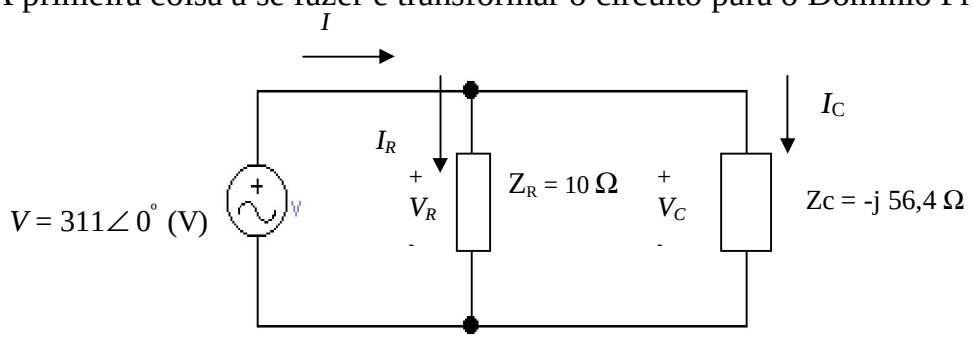
Dado o circuito RC paralelo abaixo, determine as tensões e correntes nos elementos.




v = 311 sen 377 t ( V)

Solução:

A primeira coisa a se fazer é transformar o circuito para o Domínio Freqüência :




onde:
$Zc = -j\ Xc = -J / \omega.C = -j / 377 . 47 . 10^{-6}\ (\Omega)$
$Zc = -i56{,}4\ \Omega$

$Z_T = Z_R . Z_C / Z_R + Z_C$

$Z_T = 10 \angle 0^\circ . 56{,}4 \angle -90^\circ / 10 \angle 0^\circ + (-j56{,}4)$

$Z_T = 9{,}84 \angle -10^\circ\ \Omega$

$I = V / Z_T \Rightarrow 311 \angle 0^\circ / 9{,}84 \angle -10^\circ \Rightarrow I = 31{,}60 \angle 10^\circ$ (A)

$V_R = V_C = V = 311 \angle 0^\circ$ (V)

$V_R = Z_R . I_R \qquad I_R = V_R / Z_R \qquad I_R = 311 \angle 0^\circ / 10 \angle 0^\circ \Rightarrow I_R = 31{,}1 \angle 0^\circ$ A

$V_C = Z_C . I_C \qquad I_C = V_C / Z_C \qquad I_C = 311 \angle 0^\circ / 56{,}4 \angle -90^\circ \qquad I_C = 5{,}5 \angle 90^\circ$ A

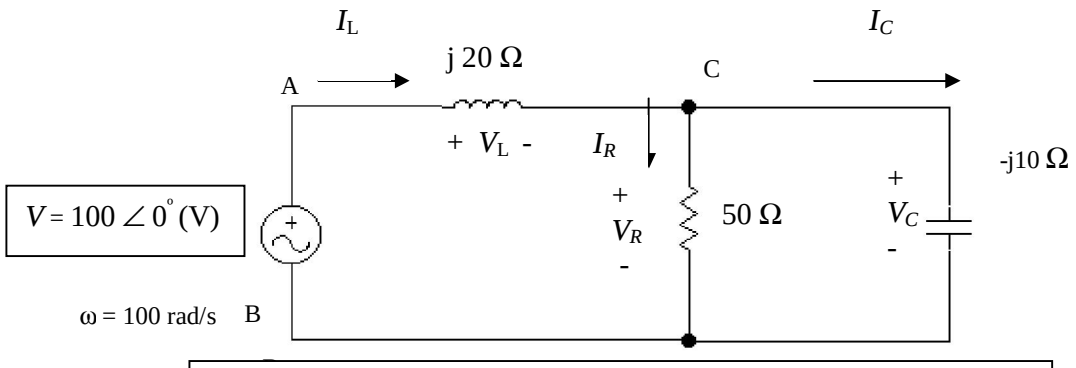
Respostas: (No Domínio Tempo)

**i = 31,60 sen ( 377 t + 10 º ) (A)**
**$i_R$ = 31,1 sen ( 377 t + 0º ) (A)**
**$i_C$ = 5,5 sen (377 t + 90 º ) (A)**
**$v_R = v_C = v$ = 311 sen ( 377 t + 0 º ) (V)**

Note que no capacitor a corrente está adiantada de 90º em relação à tensão, enquanto que no resistor está em fase.

## Caso 4 - Circuito RLC misto

Dado o circuito RLC misto, já no Domínio Freqüência, determine:




*A representação de impedância por meio de retângulo é uma opção didática que será abandonada nesse exemplo.*

### a - A Impedância "vista" pela fonte ($Z_{AB}$ = ? )

$Z_L = j\,20\ \Omega \Longrightarrow Z_L = 20\ \angle 90^o\ \Omega$

$Z_C = -j\,10\ \Omega \Longrightarrow Z_C = 10 \angle -90^o \Omega$

$Z_R = 50\ \Omega \Longrightarrow Z_R = 50 \angle 0^o\ \Omega$

$Z_{CB} = Z_R \,.\, Z_C / Z_R + Z_C = 9{,}8 \angle -78{,}7\ \Omega$ Resposta : $Z_{AB} = Z_L + Z_{CB} =$ **$10{,}56 \angle 79{,}5^o\ \Omega$**

### b - A corrente e a tensão através de cada impedância.

$I_L = V / Z_{AB} = 100 \angle 0^o \ / \ 10{,}56 \angle 79{,}5^o$

**$I_L = 9{,}47 \angle -79{,}5^o$ A ( é a própria corrente total )** $V_L = Z_L \,.I_L = 189{,}4 \angle 10{,}5^o$ V

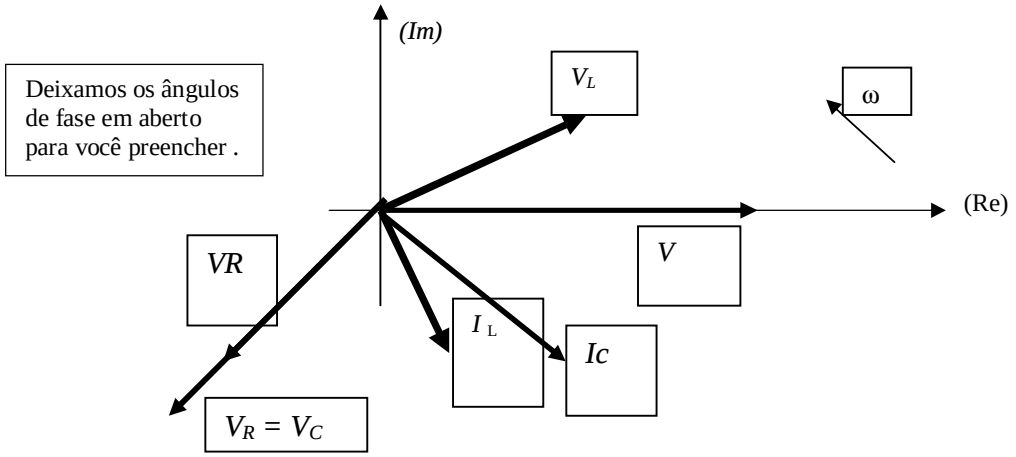
**$V_{CB} = Z_{CB} \,.\, I_L$** **$V_{CB} = 92{,}8 \angle -158{,}248^o$ V** **$V_{CB} = V_R = V_C$**

**$I_R = V_R / Z_R$** $I_R = 92{,}8 \angle -158{,}248 \ / \ 50 \angle 0^o$ **$I_R = 1{,}86 \angle -158{,}24^o$** A

$I_C = 92{,}8 \angle -158{,}248 \ / \ 10 \angle -90^o$ **$I_C = 9{,}28 \angle -68{,}24^o$ A**

### c - O diagrama fasorial do circuito

*Trata-se de uma novidade que mostra a posição relativa dos vetores entre si e com referência ao plano de Gauss.*

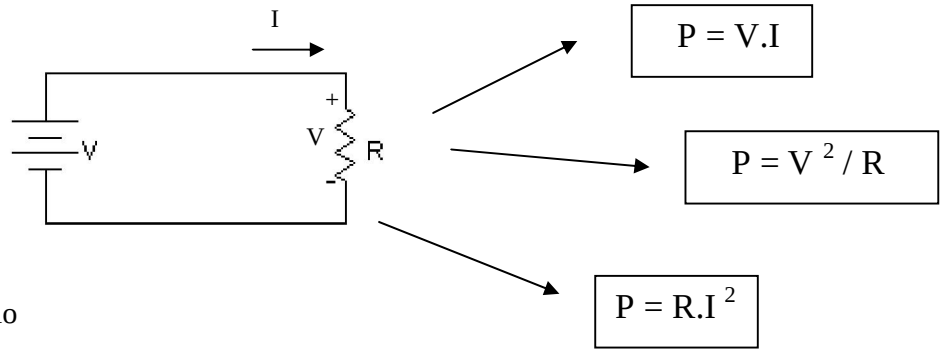


# Capítulo 9 - Potência em AC

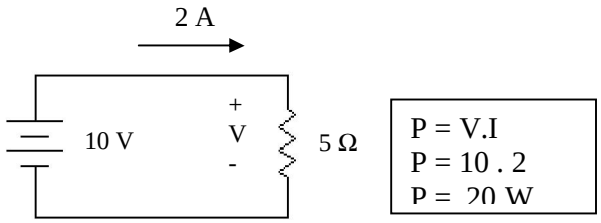
**Habilidades HEE 24 e 25**

## 9.1- Introdução: Potência em DC

Num **resistor** alimentado em **corrente contínua**, a **potência dissipada (consumida)** pode ser calculada de diversos modos, quais sejam:

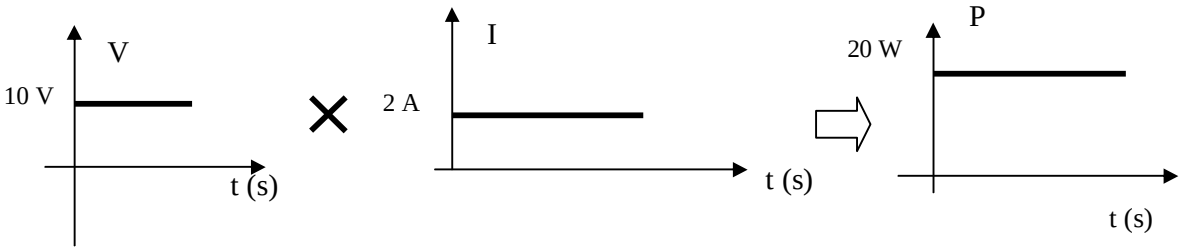



Por exemplo




Significa dizer que o resistor estaria transformando energia elétrica em térmica, na taxa de 20 joules por segundo.

Graficamente:




Observa-se que,

***assim como ocorre com a tensão e a corrente, a potência é constante no tempo.***

***O que aconteceria com a potência, se o mesmo resistor fosse alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal? É o que passaremos a tratar.***

## 9.2- A Potência em AC

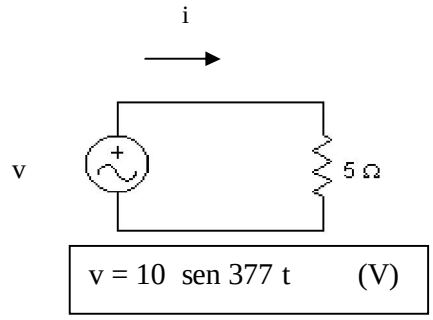
### a) A Potência na Carga Resistiva Pura

Considere o resistor de **5 Ω,** agora alimentado por uma fonte de tensão **AC** de valor

**v = 10 sen 377 t (V)**
onde $\theta_v = 0^o$.

Pela relação i = v /R, obtém-se:

**i = 2 sen 377 t (A)**

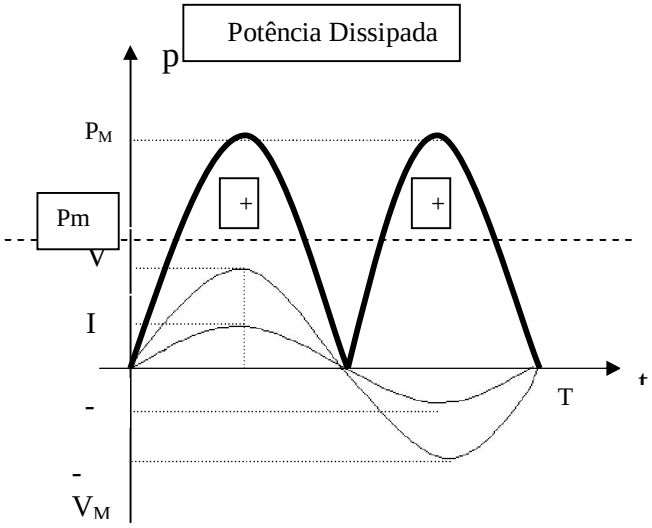



**<u>Aplicando-se a definição de potência ( p = v i ) à carga:</u>**

| ***de modo genérico*** | ***com os valores do exemplo*** |
|---|---|
| p = v . i<br>p = $V_M$ .sen ωt . $I_M$ sen ωt<br>p = $V_M$. $I_M$ . (sen ωt)$^2$<br>**p = $P_M$ (sen ωt)$^2$ (W), onde $P_M$ é a Potência Máxima** | p = v . i<br>p = 10 sen 377 t . 2 sen 377 t<br>p = 10 . 2 ( sen 377 t )$^2$<br>p = 20 ( sen 377 t )$^2$ (W)<br>**p = 20 sen$^2$ 377 t (W)**<br>**onde $P_M$ = 20 W** |

### Análise Gráfica:

*Traçando-se o gráfico genérico das variáveis envolvidas, vê-se que a potência dissipada varia, no tempo, com o **seno ao quadrado**, com freqüência dupla, com picos sempre positivos.*




<u>Assim, gráfica e matematicamente, nesse caso pode-se comprovar que:</u>

**Potência Média = 1/2 Potência Máxima**

Como $P_M = V_M.I_M$ , então:

**Pm = $P_M$ / 2 (W) ou Pm = $V_M$ . $I_M$ / 2 (W)**

Adotando-se valores eficazes:

$V_{ef} = V_M / \sqrt{2} \Rightarrow V_M = V_{ef}.\sqrt{2}$

$I_{ef} = I_M / 2 \Rightarrow I_M = I_{ef}.\sqrt{2}$

A expressão da potência média resulta em:

$Pm = V_{ef}.\sqrt{2} . I_{ef}.\sqrt{2} \Rightarrow$ **Pm = $V_{ef}$ . $I_{ef}$**

Abandonando-se os índices:

**P = V.I (W)** ⇨

A **potência média** dissipada em um resistor alimentado em AC, é igual ao produto da tensão eficaz pela corrente eficaz.
É essa potência média, e não a máxima, que é adotada na grande maioria das aplicações práticas.

*E, ainda, considerando-se a relação tensão x corrente no resistor ( **V = R .I ,** onde **V** e **I** são valores eficazes) pode-se reescrever a expressão da potência média de duas outras maneiras diferentes*:

$$P = R \cdot I^2$$

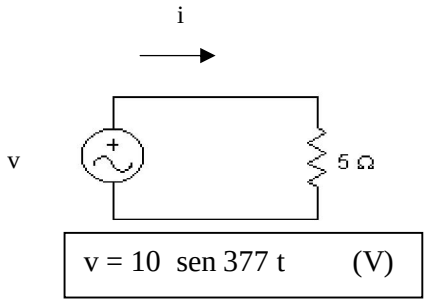
$$P = V^2 / R$$

⇨ **Potência média dissipada no resistor, em AC**

Retornemos ao nosso exemplo para calcular:

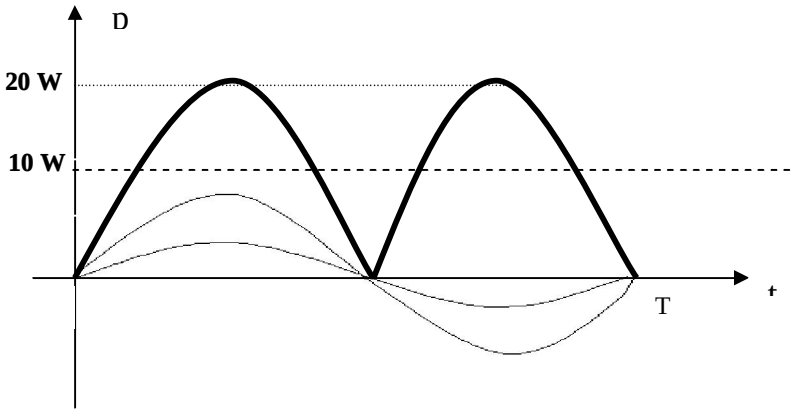
**a**) **A potência máxima ( $P_M$)** dissipada no resistor**;**

**b**) A **potência média (P)** dissipada no resistor.




| **a) potência máxima** | **b) potência média** |
|---|---|
| $P_M = V_M \cdot I_M$<br>$V_M = 10$ V<br>$I_M = V_M / R = 2$ A<br>$P_M = 20$ W | $P = V.I$<br>$V = 10 / \sqrt{2} = 7{,}07$ V<br>$I = 2 / \sqrt{2} = 1{,}41$ A<br>$P = 10$ W |

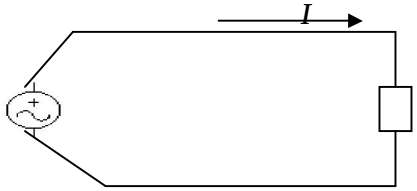
Fazendo-se o gráfico da situação considerada, tem-se:




## b) A potência na carga qualquer

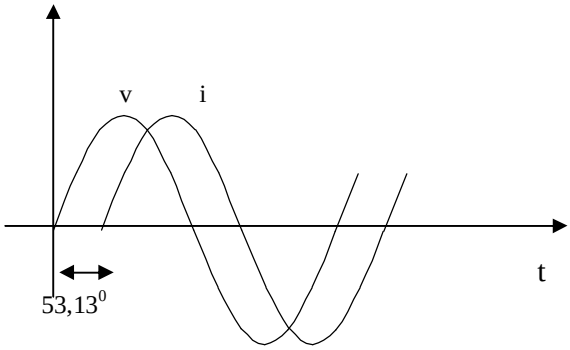
Consideremos, por exemplo, uma carga RL de valor **$Z = 5 \angle 53{,}13^o\ \Omega$,** alimentada em **220 $V_{AC}$** eficaz**,** conforme abaixo**:**

$V = 220 \angle 0^o$ (V)



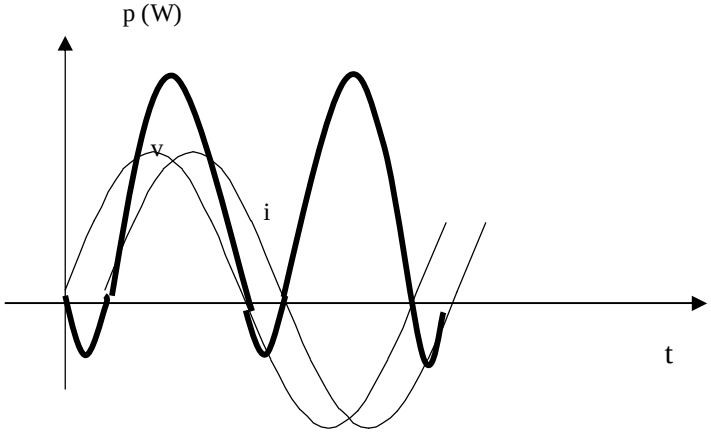

$Z_T = 5 \angle 53{,}13^o\ \Omega$

Nesse caso a corrente eficaz resulta em ***I* = *V* / Z**, ou seja igual a ***I* = 44 ∠ -53,13º** (A). Portanto, a corrente está defasada (atrasada de 53,13 º em relação a tensão), conforme indica o gráfico que segue.




Em consequência disto, os valores de pico $V_M$ e $I_M$ não mais são simultâneos, o produto $V_M . I_M$ não mais representa a potência máxima dissipada na carga, nem a sua metade ($V_M . I_M$ /2) representa a potência média.

Então, fazendo-se o produto ponto a ponto da tensão pela corrente, em valores instantâneos, obtém-se o comportamento da potência absorvida pela carga RL considerada, conforme a ilustração que segue:

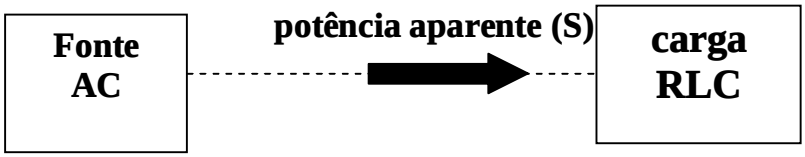



Nota-se no gráfico a presença de valores positivos e negativos para a potência, significando a potência absorvida e a potência devolvida, respectivamente.
Como a área delimitada pela curva da potência corresponde a energia, portanto a carga RL alimentada em AC tem a propriedade de absorver energia, consumir uma parcela e devolver ao alimentador uma outra parcela, de forma periódica, no passar do tempo.
Esse mesmo fenômeno ocorre para qualquer outra carga, seja RC ou RLC.

Assim, diante desse quadro, surge a necessidade de distinguir três potências: **A total absorvida (aparente "S"), a parcela consumida ( ativa "P") e a parcela devolvida ( reativa "Q"), todas valores médios, sendo que se relacionam na forma:**

$$S^2 = P^2 + Q^2.$$

**Vamos as definições das potências em AC:**




| Potência Aparente: S | Potência Ativa: P | Potência Reativa: Q |
|---|---|---|
| **É a potência total absorvida pela carga ( inclui a ativa e a reativa )**<br><br>**Importante:**<br>***Essa é a potência adotada no cálculo da corrente nos circuitos alimentadores em geral bem como no dimensionamento e especificação de transformadores*** | **É a parcela da potência total absorvida que é transformada na carga.**<br><br>*É também chamada de potência média ou potência real.* | **É a parcela da potência total absorvida que não é transformada na carga, e que retorna para ao alimentador.** |
| **$S = V\ I$ (VA)**<br><br>**Onde:**<br><br>**V e I são valores eficazes**<br><br>**VA = volt-ampère**<br><br>. | **$P = V\ .\ I\ .\ \cos\phi$ (W)**<br><br>**(ou $P = S \cos\phi$ )**<br><br>**Onde:**<br><br>**V e I são valores eficazes**<br><br>**$\phi$ = ângulo da impedância, ou defasagem entre "v" e "i "**<br><br>**$\cos\phi$ = fator de potência da carga**<br><br>**W = watt** | **$Q = V.I.\ \text{sen}\ \phi$ (var)**<br><br>**(ou $Q = S\ .\ \text{sen}\ \phi$ )**<br><br>**Onde:**<br><br>**V e I são valores eficazes**<br><br>**$\phi$ = ângulo da impedância, ou defasagem entre "v" e "i "**<br><br>**var = var**<br><br>**Obs.:**<br>**Q>0 = indutivo**<br>**Q<0 = capacitivo** |

Aplicando-se essas definições ao exemplo estudado, obtém-se

$$S = V.\ I \qquad \text{ou} \qquad S = 9680\ VA$$

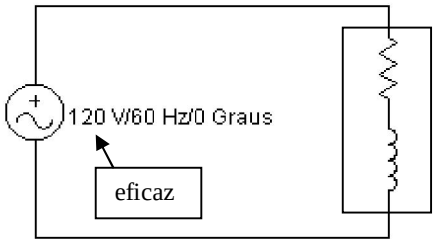
$$P = V.\ I\ .\ \cos\phi \qquad \text{ou} \qquad P = 5808\ W$$

$$Q = V.\ I\ .\ \text{sen}\ \phi \qquad \text{ou} \qquad Q = 7744\ \text{var (indutivo)}$$

**<u>Note que $S^2 = P^2 + Q^2$</u>**

**<u>Aplicação 01</u>**

No circuito abaixo, uma fonte AC alimenta uma carga RL. Determine os valores das **potências aparente, ativa e reativa absorvidas pela carga.**




$Z = 20 \angle 30^{o}\ (\Omega)$

Cálculo da **corrente eficaz:**

$I = V / |Z|$
$I = 120 / 20$
$I = 6\ A$

Cálculo da **potência aparente**:

$S = V.I$
$S = 120 .6$
$S = 720\ VA$
Essa potência poderia ser calculada fazendo-se: $S = |Z| . I^2$

Cálculo da **potência ativa**

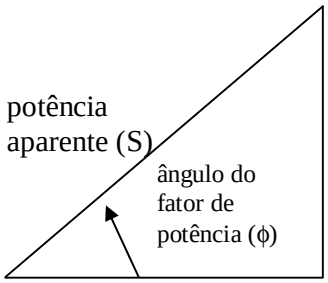
$P = V.I. \cos \phi$
$P = 120.6.\cos 30^{o}$
$P = 623{,}54\ W$
Essa potência poderia ser calculada fazendo-se: $P = R . I^2$

Cálculo da **potência reativa**

$Q = V.I. \text{sen}\ \phi$
$Q = 120.6. \text{sen}\ 30^{o}$
$Q = 360$ var (indutivo)
Essa potência poderia ser calculada fazendo-se: $Q = X . I^2$

## c) Triângulo de Potência

Partindo-se do triângulo de impedância, multiplicando-se cada um de seus lados por $\mathbf{I^2}$ obtém-se um novo triângulo, denominado de triângulo de potência, utilizado para representar e relacionar entre si as potências aparente, ativa e reativa e o ângulo do fator de potência.




potência reativa (Q)

potência ativa (P)

**$Q = V . I . \text{sen}\ \phi$** (var)
Em lugar de se colocar sinais positivo ou negativa, indica-se " indutivo" ou "capacitivo".

Importante: Note que a relação entre S, P e Q é : $\mathbf{S^2 = P^2 + Q^2}$

**d - Fator de Potência: FP ou Cos $\phi$**

O **fator de potência** é um número compreendido **entre "0" e "1",** classificado como **resistivo, indutivo ou capacitivo**, que expressa a **razão entre a potência ativa e a aparent**e, ou seja:

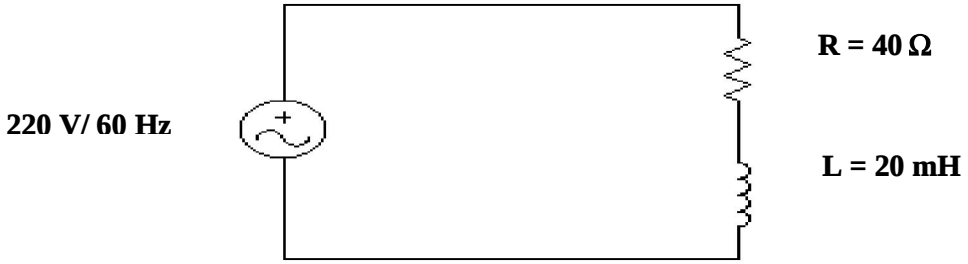
$$FP = P / S \qquad (\text{Como } P = S.\cos\phi,\ \text{logo: } P / S = \cos\phi = FP)$$

| Elemento/ ângulo da impedância | fator de potência ( FP ou Cos $\phi$ ) |
|---|---|
| **Resistivo Puro ($\phi$ = zero)** | **1** |
| **Indutivo Puro ($\phi = 90^o$)** | **0 (indutivo)** |
| **Capacitivo Puro ($\phi = -90^o$)** | **0 (capacitivo)** |
| **Circuito Qualquer ( $-90 \leq \phi \leq 90$ )** | **$0 \leq FP \leq 1$** |

**Tipos de fatores de potência**

## Exercício Proposto 01

Um circuito RL é constituído de uma resistência R = 40 Ω e de uma indutância L = 20 mH. A tensão aplicada é de 220V/60 Hz**.**




**Calcule/Obtenha:**

a - A impedância do circuito (Z);
b - O ângulo da impedância ($\phi$);
c - O fator de potência dessa carga "Z" (FP);
d - Os valores eficazes da tensão e da corrente na carga;.
e - Os valores das potências Aparente, Ativa e Reativa;
f - O triângulo de potência.

## 10.1 - Princípio da Superposição

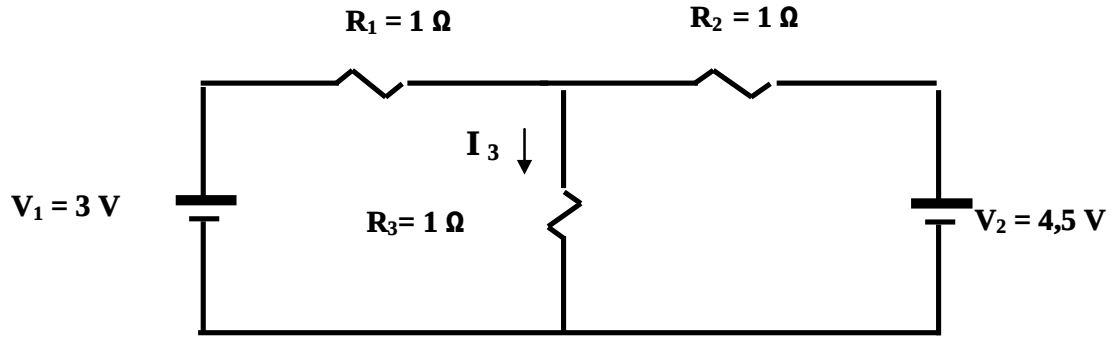
" **A corrente (ou tensão) em qualquer ramo ou elemento de um circuito ( linear ), com duas ou mais fontes, pode ser obtida pela soma algébrica da componente corrente (ou tensão) produzida nesse ramo, por cada fonte separadamente, com as outras fontes desativadas ou mortas".**

- ***Pode-se considerar um circuito linear aquele circuito constituído de fontes independentes, fontes dependentes lineares, resistores, indutores e capacitores.;***
- ***As componentes produzidas por cada fonte não são reais, apenas são componentes matemáticas;***
- ***Na desativação de uma fonte, deve-se assim proceder:***
  ***Fonte de Tensão $\Rightarrow$ Substituir por um curto-circuito ( v = 0 );***
  ***Fonte de Corrente $\Rightarrow$ Substituir por um circuito-aberto ( i = 0 ).***

| Aplicações de "Superposição" | Grau de importância |
|---|---|
| Circuitos em DC | Dispensável |
| Circuitos em AC com uma só freqüência | Dispensável |
| Circuitos em AC + DC | Importante |
| Circuitos em AC c/ freqüências diferentes | Importante |

### Aplicação 1 - Circuito em DC

Aplicando o princípio da Superposição, determine a intensidade de corrente **($I_3$)** através do resistor **$R_3$**, no circuito seguinte:

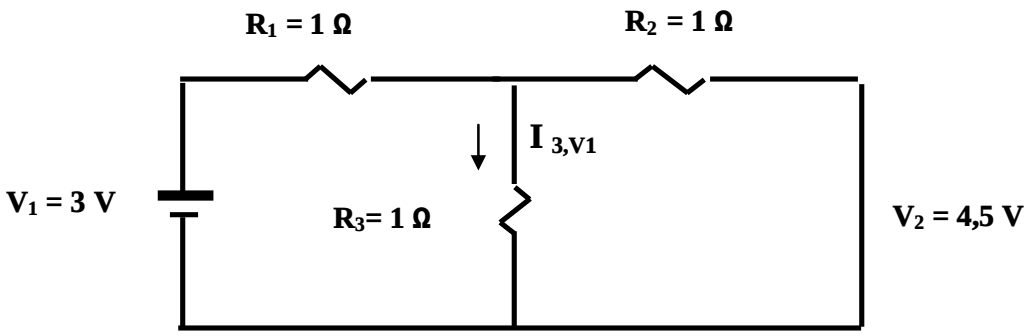



**Solução:**
Arbitrando-se a corrente no resistor **$R_3$**, na forma indicada no circuito, e aplicando-se o princípio da Superposição, tem-se:

$$I_3 = I_{3,\,V1} + I_{3,\,V2}$$

**Assim sendo, basta calcular a "contribuição"de cada fonte para através de soma algébrica se obter o efeito resultante "$I_3$".**

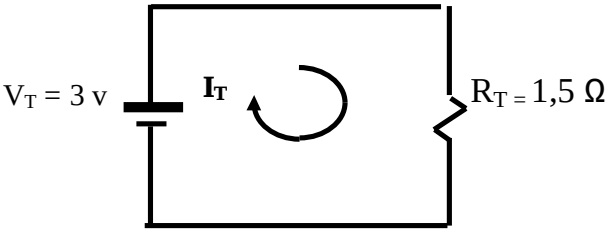
**Determinação de $I_{3,V1}$** ( Matar $V_2$)_




***A determinação da corrente $I_{3,V1}$ pode ser feita por análise de malhas, ou por divisor de corrente. Usaremos essa segunda opção.***

$R_T = 1{,}5\ \Omega$

$I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{3}{1{,}5} = 2\,A$




Utilizando a regra do divisor de corrente, tem-se;

$$\mathbf{I_x = Rp.I / R_x}$$

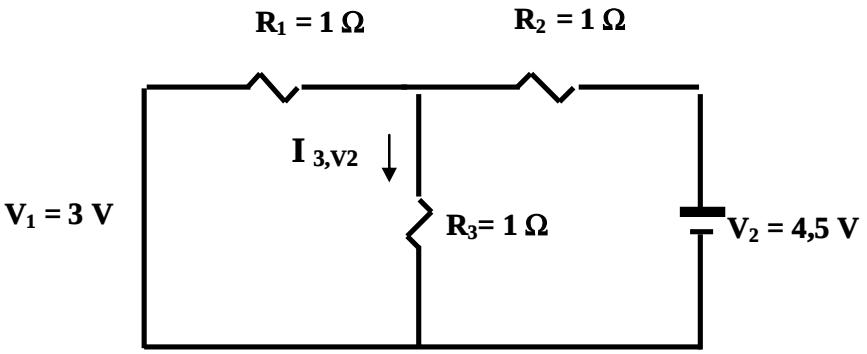
$R_p = \frac{R_2 x R_3}{R_2 + R_3} = 0{,}5\Omega$

$R_X = R_3 = 1\ \Omega$

$I_X = I_{3,V1}$

$I_{3,\ V1} = \frac{0{,}5.2}{1} = 1A$

**Determinação de $I_{3,V2}$:** ( Matar $V_1$)

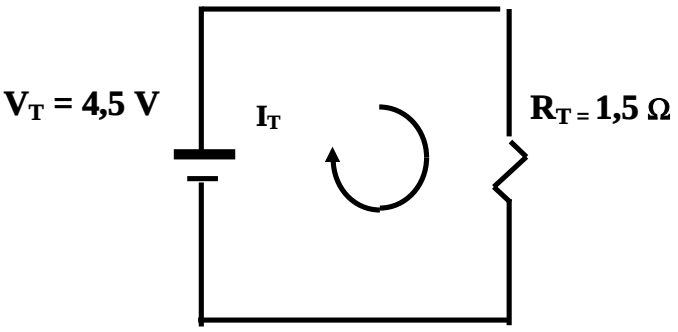



Resolvendo-se da mesma forma:

$$R_T = \frac{1x1}{1+1} + 1 = 1,5$$

$R_T = 1,5\ \Omega$

$$I_T = \frac{V_2}{R_T} = \frac{4,5}{1,5} = 3A$$




Utilizando-se a regra do <u>divisor de corrente</u>, tem-se:

$I_x = R_p.I / R_x$

$$Rp = \frac{R_1 x R_3}{R_1 + R_3} = 0,5\Omega$$

$R_X = R_3 = 1\ \Omega$

$I_T = 3$ A

$I_X = I_{3,V2}$

$$I_{3,V2} = \frac{0,5.3}{1} = 1,5$$

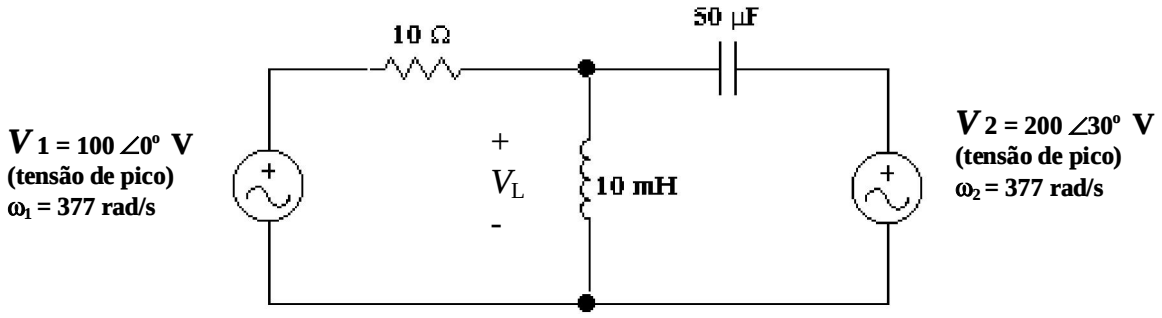
$I_{3,V2} = 1,5$ A

Finalmente: **$I_3 = I_{3,V1} + I_{3,V2}$**
**$I_3 = 1 + 1,5$**
**$I_3 = 2,5$ A**

**Importante:**
Não considere as componentes de 1 A e de 1,5 A como sendo correntes reais produzidas por cada uma das fontes.

## Aplicação 2 - Circuito em AC, com uma única freqüência

No circuito AC abaixo, determine a tensão no indutor ( $V_L$ ), através da aplicação do princípio da Superposição.



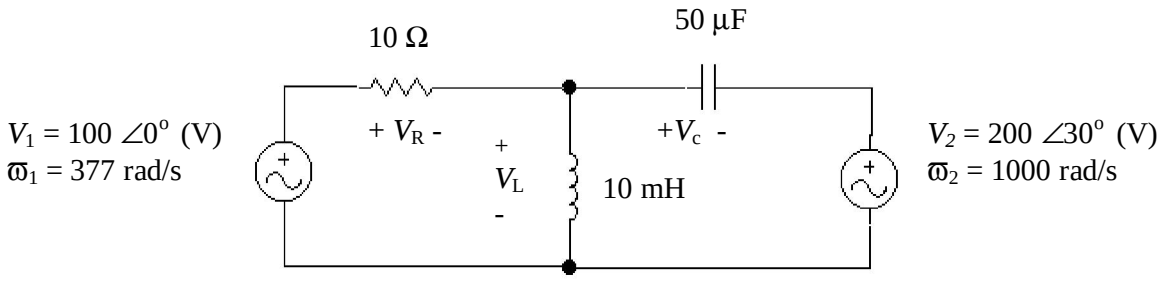

Solução:

*(resolver em sala de aula, com resposta aproximada:* $V_L = 33{,}3 \angle 89{,}4^o$ *V )*

## Aplicação 3 - Circuito em AC, com fontes de frequências diferentes

Repetir a Aplicação 2, alterando a frequência da fonte **2** para $\varpi_2$ **= 1000 rad/s**.

Observe que esta alteração só afeta a impedância " vista" pela fonte "$V_2$" .




Solução

$$\boldsymbol{V_L = V_{L\,(V1)} + V_{L(V2)}}$$

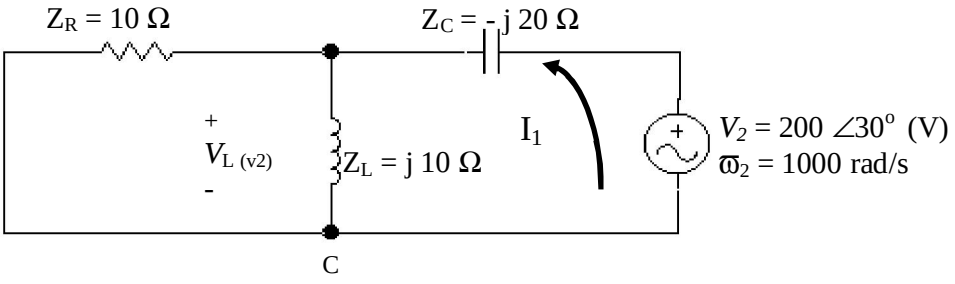
**Determinação de $V_{L(V1)}$** (matar $V_2$ )

Vamos repetir o valor da aplicação anterior pois a freqüência, consequentemente, a impedância, se mantiveram.

$$\boldsymbol{V_{L\,(V1)} = 37{,}53\ \angle 67{,}95^o}$$

A única alteração ocorre na componente produzida pela fonte $\boldsymbol{V_2}$ ,pois sua freqüência foi alterada.

**Determinação de $V_L(_{V2})$** ( matar $V_1$ )




- Cálculo de $Z_L$ e de $Z_C$ :

$$Z_L = j\,X_L = j\,\omega_2.L = j\,1000\,.\,10\,.\,10^{-3} = j10\ \Omega$$
$$Zc = -\,j\,X_C = -j\,1\,/\,\omega C = -\,j\,1/\,1000\,.\,50\,10^{-6} = -\,j20\ \Omega$$

- Cálculo da impedância total vista pela fonte "$V_2$"

$Z_{LR} = Z_L \,.\, Z_R / Z_L + Z_R = 7{,}07 \angle 45^{o}\,\Omega$
$Z_2 = Z_{LR} + Z_C = 15{,}81 \angle -71{,}56^{o}\ \Omega$

Cálculo da componente "$V_{L(v2)}$", através da regra do divisor de tensão:

$V_{L\,(V2)} = Z_{LR} \,.\, V_2 \ / \ Z_2$
$V_{L\,(V2)} = 7{,}07 \angle 45^{o} \,.\, 200 \angle 30^{o} \ / \ 15{,}81 \angle -71{,}56^{o}$
$V_{L\,(V2)} = 89{,}44 \angle 146{,}56^{o}$ (V)

- Finalmente:

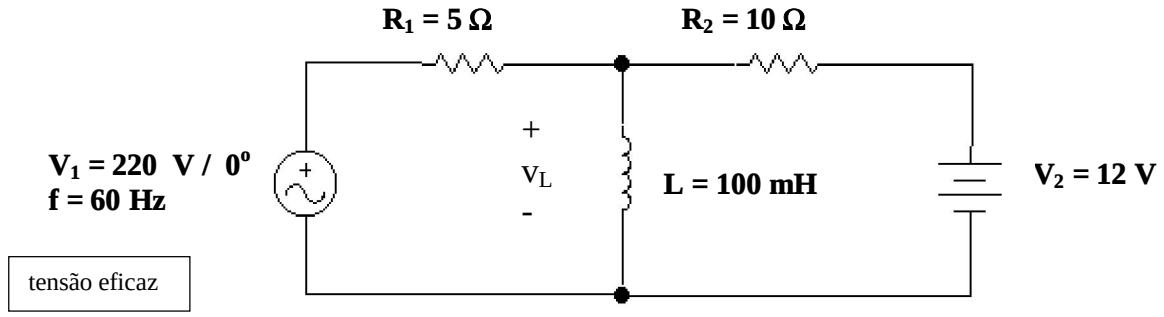
$V_L = V_{L\,(V1)} + V_{L(V2)} = 37{,}53 \angle 67{,}95^{o} + 89{,}44 \angle 146{,}56^{o}$ (fasores com freq. diferentes)

$\boldsymbol{v_L = 37{,}53 \text{ sen } (377\,t + 67{,}95^{o}) + 89{,}44 \text{ sen } (1000\,t + 146{,}56^{o})}$ **(V)**

**Nota:**
A tensão resultante poderá ser obtida através de soma ponto a ponto, ou na forma gráfica.

## Aplicação 4- Circuitos com fontes AC e DC

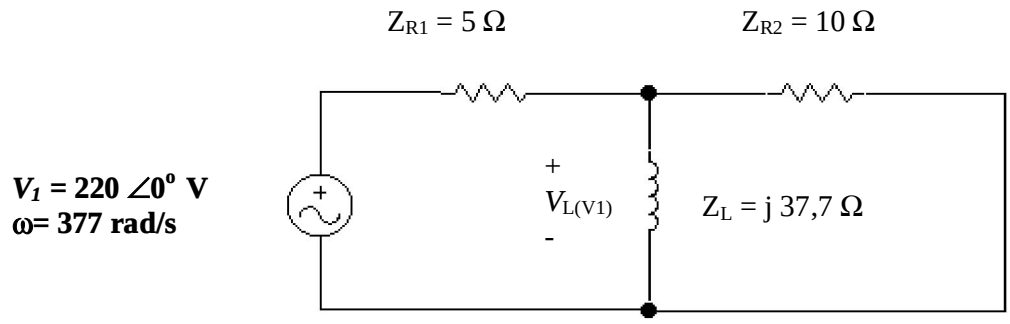
O circuito abaixo mistura fontes **AC** e **DC.**
Aplicando o principio da **Superposição**, determine a tensão resultante no indutor.




**Solução:**

$$\mathbf{v_L = v_{L\,(V1)} + v_{L(V2)}}$$

- **Determinação de $v_{L\ (V1)}$** (matar $V_2$ )

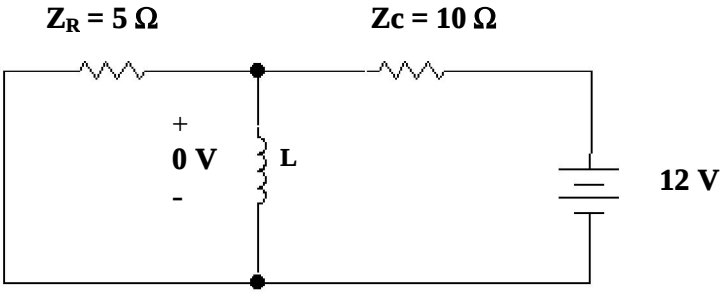



$Z_L = j\,\omega\,L = j\,377 \,.\, 100.\, 10^{-3} = j\,37{,}7\ \Omega$

$V_L\,(v_1) = Z_{LR2}\,.V_1\ /\ Z_T$ ( Regra do Divisor de Tensão)

$V_L\,(v_1) = 9{,}67\ \angle 14{,}86\ .\ 220\ \angle 0^{\,o}\ /\ 14{,}84\ \angle 9{,}62^0$
$V_L\,(v_1) = 143{,}35\ \angle 5{,}24^{\,o}$ (V) eficaz
$v_L\,(v_1) = 202{,}12\ \text{sen}\ (\ 377\ t + 5{,}24^{\,o}\,)$ (V)

- **Determinação de $v_{L\ (v2)}$** (matar $V_1$ )




Em DC, o indutor se comporta como um curto-circuito. Logo **$v_{L(v2)}$ = Zero**

**Resposta: $v_L$ = 202,12 sen ( 377 t + 5,24 $^{o}$ ) + 0 (V)**

## 10.2 - Teorema de Thèvenin

**Veremos o teorema aplicado ao dois tipos de circuitos: DC e AC**

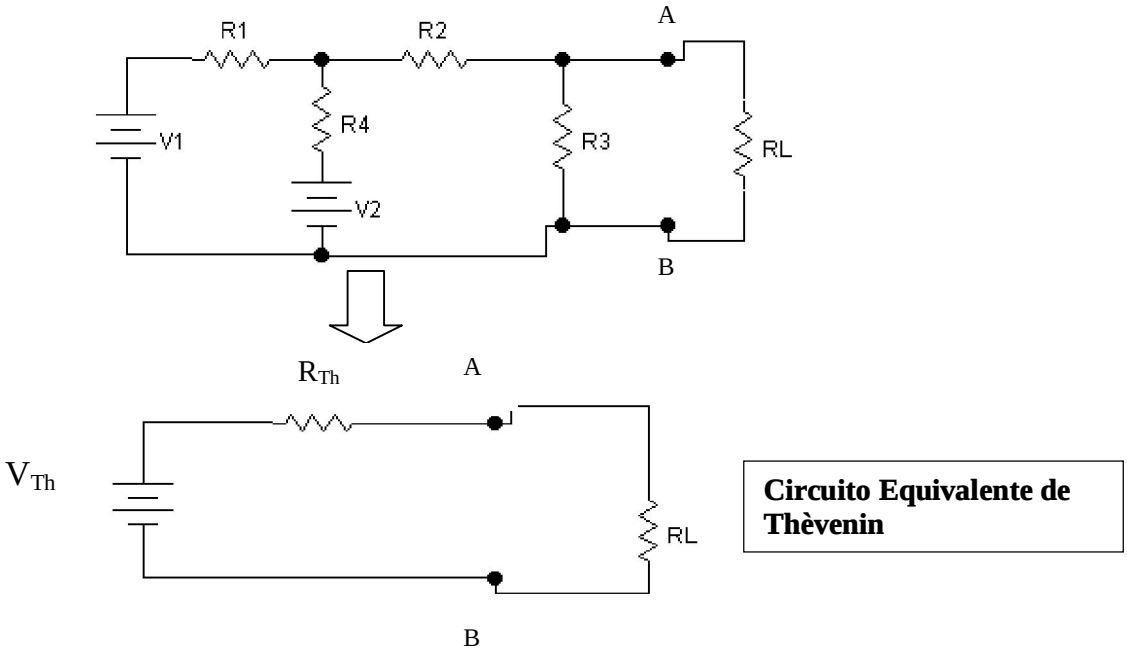
### a - Circuitos em DC

**"Qualquer parte de um circuito ( linear) com dois terminais de saída, "A" e "B", pode ser substituída por uma fonte de tensão em série com uma resistência".**

***Utilidade: Simplificação de Circuitos***

**Exemplificando:**

Seja o circuito DC abaixo com dois terminais de saída **A** e **B**, onde se liga uma carga $\mathbf{R_L}$. Segundo Thèvenin, toda a parte à esquerda de **A** e **B** pode ser substituída por uma fonte de tensão em série com uma resistência, o que resulta no chamado de "Circuito Equivalente de Thèvenin", onde aparecem os parâmetros de Thèvenin ($\mathbf{V_{Th}}$ **e** $\mathbf{R_{Th}}$)



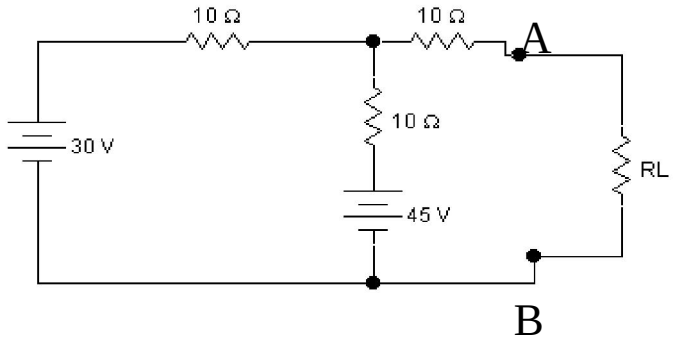

**Definições dos Parâmetros de Thèvenin:**

$\mathbf{V_{Th}}$ **( Tensão de Thèvenin ) -** É a tensão nos terminais A e B, em aberto (sem $R_L$ );

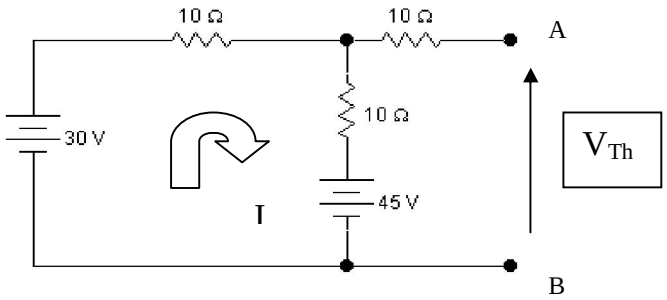
$\mathbf{R_{Th}}$ **( Resistência de Thévenin) -** É a resistência total entre os terminais A e B, sem a carga $R_L$ e com as fontes (independentes) eliminadas ou mortas.

**Aplicação 01**

Determine o circuito Equivalente de Thèvenin, do circuito alimentador à esquerda dos terminais A e B, abaixo:




**Solução:**




**Determinação de $V_{Th}$**

Aplicando KVL à malha:

$- 30 + 10.I + 10.I + 45 = 0$

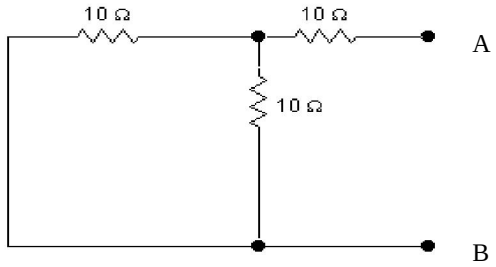
$I = - 0,75$ A

Aplicando a KVL ao caminho que passe por AB:

$-30 + 10.I + 10 . 0 + V_{Th} = 0$

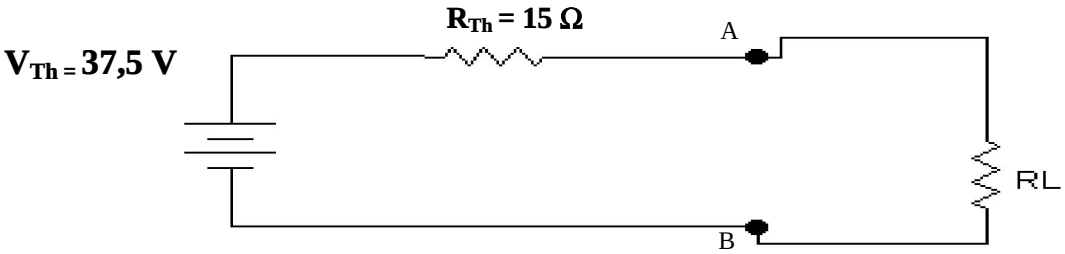
$V_{Th} = 37,5$ V

**Determinação de $R_{Th}$ :**




**$R_{Th}$ = 15 Ω**

Resposta: **Circuito Equivalente de Thèvenin**



**Aplicação 02**

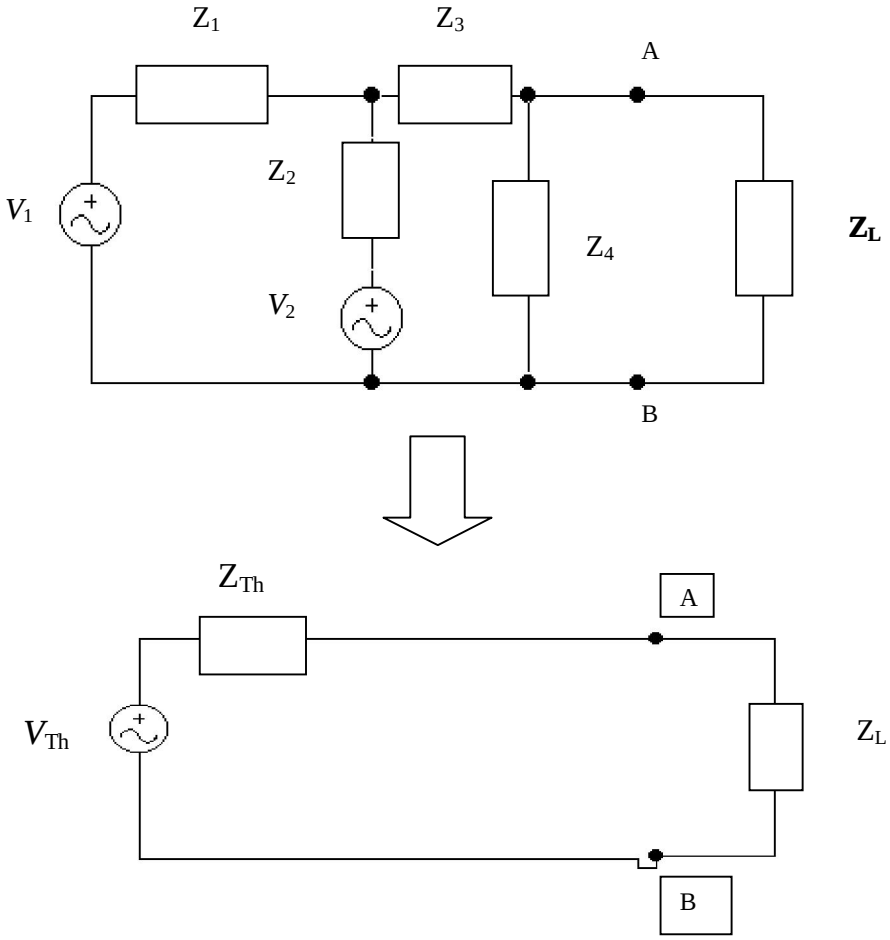
Considerando que o modelo de fonte de tensão contínua real contempla uma fonte de **fem (força eletromotriz)** em série com uma **resistencia interna**, responda:

Qual a fonte resultante em cada caso de associação de fonte de tensão contínua abaixo?

- *Duas fontes iguais, de 6V e 1Ω, ligadas em série;*
- *Duas fontes iguais, de 6V e 1 Ω, ligadas em paralelo;*
- *Uma fonte de 6V e 1Ω em paralelo com uma outra de 12 V e 1Ω.*

## b- Circuitos em AC

Seja, por exemplo, o circuito em AC abaixo, onde se identifica a saída **AB.** A parte à esquerda de **AB** pode ser substituida por uma fonte de tensão em série com uma impedância, formando com $\mathbf{Z_L}$ o Circuito Equivalente de Thèvenin.



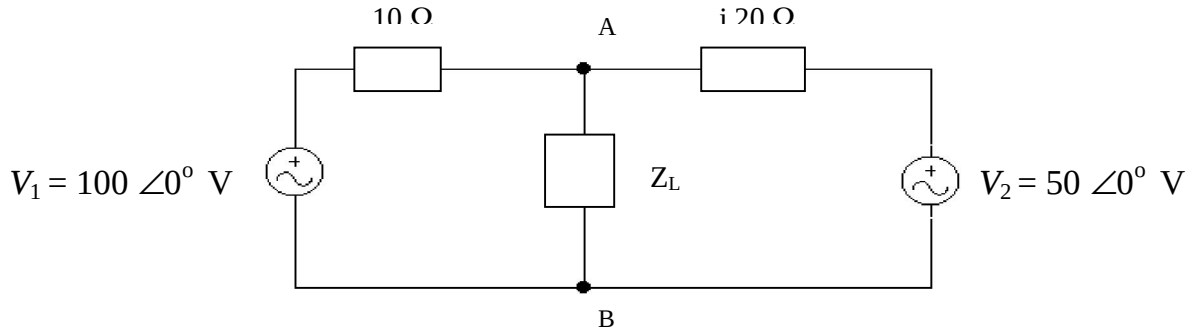

## Definição dos Parâmetros de Thèvenin:

- $\boldsymbol{V_{Th}}$ **-** Fasor tensão entre os terminais de saída **AB,** sem a parte $\mathbf{Z_L}$**;**

- $\mathbf{Z_{Th}}$ **-** Impedância entre os terminais de saída **AB**, sem a parte $\mathbf{Z_L}$ e com as fontes mortas ou eliminadas**.**

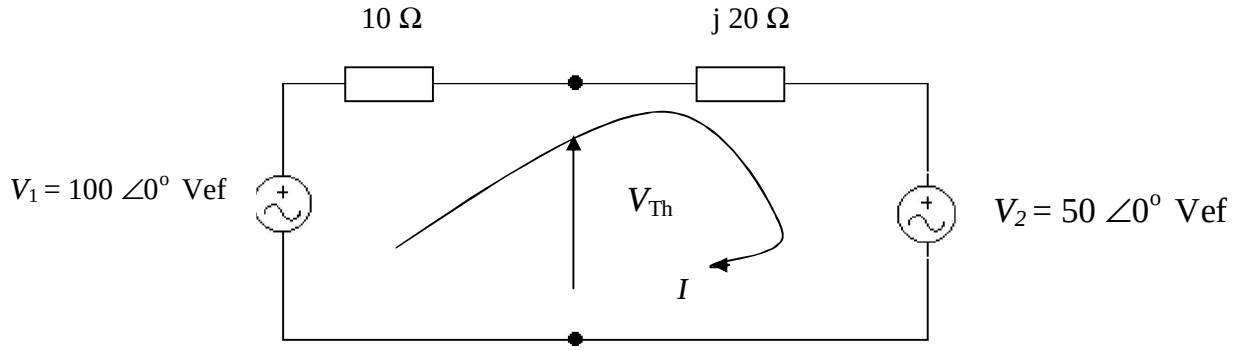
## Aplicação 03

No circuito **AC** abaixo, determinar o circuito Equivalente de Thèvenin, considerando **A** e **B** como terminais de saída.




**Solução:**

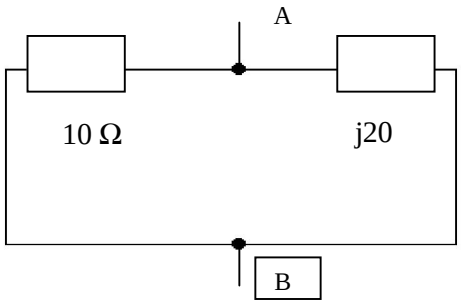
- **Determinação de $V_{Th}$:**




Após a determinação do fasor corrente determina-se, pela KVL, o fasor tensão $V_{Th}$.

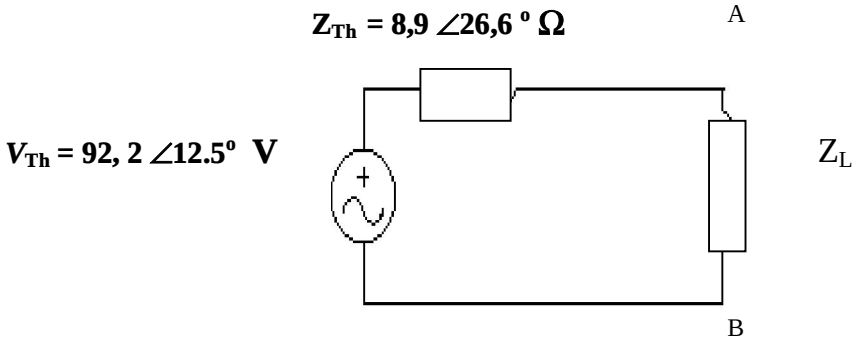
$$\boldsymbol{V_{Th} = 92{,}2 \angle 12{,}5^o \text{ V}}$$

- **Determinação de $Z_{Th}$**




$Z_{Th} = Z_{AB}$
$Z_{Th} = 10 \,.\, 20\angle 90^o / 10 + j20$
$\mathbf{Z_{Th} = 8{,}9 \angle 26{,}6^o\ \Omega}$

- **Resposta:** Circuito Equivalente de Thèvenin

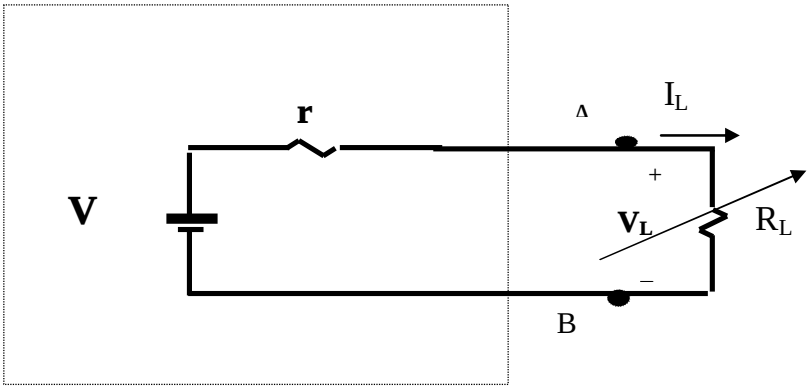


## 10.3- O Teorema da Máxima Transferência de Potência

### a - Aplicado a circuitos em DC

Seja a figura abaixo, onde se observa uma fonte DC real, com sua **fem** (**V**) e resistência interna (**r),** alimentando uma carga (**$R_L$ )**, resultando numa potência **$P_L = R_L . I_L^2$**.

Verifica-se que essa potência transferida da fonte para a carga (**$P_L$),** também chamada de potência útil, depende do valor da resistência da carga ($R_L$) e da corrente de carga ($I_L$), que por sua vez depende da resistência de carga (**$R_L$)** , na forma : $I_L = \dfrac{V}{r + R_L}$




***Pode-se demonstrar que:***

> " A **máxima potência transferida** da fonte para a carga **($P_M$)**, ocorre na situação em que a **resistência da carga ($R_L$) assume valor igual** a **resistência interna** da fonte **(r)**". Ou, de modo mais geral, quando **$R_L$** é **igual** a **Resistência de Thèvenin ($R_{TH}$)** do circuito alimentador.

Isto é:

Se**: $R_L = r$ ( ou, se $R_L = R_{Th}$ )**

Então: **a potência na carga é MÁXIMA** ( $P_L = P_M$)

A potência dissipada na carga (potência útil)pode ser calculada fazendo-se:

**$P_L$ = Potência gerada pela fonte - Potência perdida na fonte**

ou **$P_L = V.I_L - r.I_L^2$** ou, **$P_L = R_L.I_L^2$** ou, ainda: **$P_L = V_L . I_L$**

## Curva característica da potência útil

Considere a expressão da potência útil: $\mathbf{P_L = R_L.I_L^2}$

Variando-se o valor de **"$R_L$",** tem-se uma correspondente variação na corrente **"$I_L$",** pois

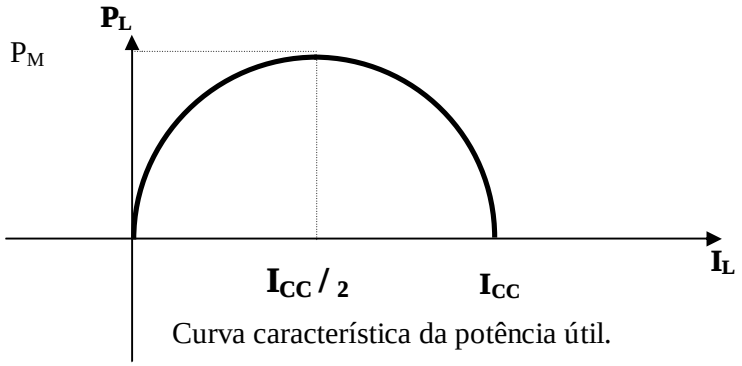
$$I_L = \frac{V}{r + R_L}$$

Em decorrência, para cada "**$R_L$**" tem-se uma corrente "**$I_L$**" e uma correspondente potência útil **"$P_L$",** ou seja, a potência útil depende do valor da carga instalada.

Esta relação de dependência é mostrada no gráfico abaixo, que mostra o comportamento característico da potência útil, com a variação da corrente na carga.

Note que:

A máxima potência transferida **($P_M$)** ocorre na situação em que $\mathbf{I_L = I_{CC}/2}$, onde $\mathbf{I_{cc}}$ é a corrente de curto-circuito.



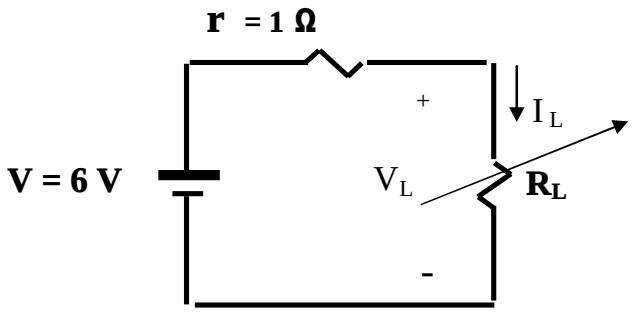
Curva característica da potência útil.

***Pode-se demonstrar que, na situação de máxima transferência de potência, ocorre:***

- $V_L = \frac{V}{2}$ ***( a tensão nos terminais da fonte é metade da sua força eletromotriz interna);***
- ***$\eta$% = 50%, ( o rendimento da fonte é de 50%.);***
- ***$I_L = I_{CC} / 2$ (a corrente na carga é metade da corrente de curto-circuito)***

**Vejamos um exemplo de situação, onde se verifica a máxima transferência de potência.**

Com base no circuito abaixo, onde uma fonte DC alimenta uma carga variável $\mathbf{R_L}$, e considerando os valores de $\mathbf{R}_L$ da primeira coluna, preencha o restante da planilha e, em seguida, responda as questões apresentadas.




| $R_L$ | $I_L = \frac{V}{r + R_L}$ | $P_L = R_L I_L^2$ | $V_L = V - rI_L$ | $\eta\% = \frac{V_L}{V} x100$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 Ω | 2 A | 8 W | 4 V | 66,67 % |
| 1,5 Ω | 2,4 A | 8,64 W | 3,6 V | 60,00 % |
| 1,0 Ω | 3 A | 9 W | 3 V | 50 % |
| 0,5 Ω | 4 A | 8 W | 2 V | 33 % |
| 0 | 6 A | 0 W | 0 | 0 % |

**Solução**:
Os resultados obtidos, para cada valor de $\mathbf{R_L}$ arbitrado, são apresentados diretamente na própria planilha.

**Questões:**

a) O valor da resistência da carga para que ocorra a máxima transferência de potência;
b) O valor máximo de potência transferida;
d) A tensão nos terminais da fonte nessa situação;
e) O rendimento da fonte nessa situação;
d) A curva $\mathbf{P_L = f\,(I_L)}$.

**Respostas:**

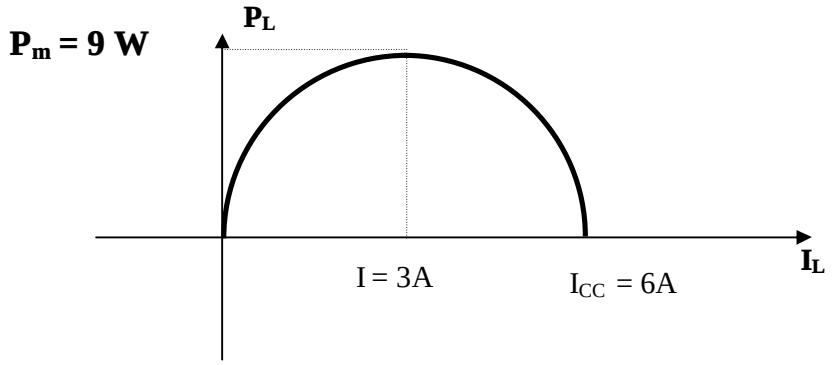
a) Pelo teorema da M.T. de Potência a resposta é $\mathbf{R_L = 1\ \Omega}$, pois, nessa situação, $\mathbf{R_L = r}$.

b) Na planilha se verifica que para $\mathbf{R_L = 1\ \Omega}$ ocorre a potência máxima ($\mathbf{P_M = 9\ W}$).

c) Na planilha se verifica que para $\mathbf{R_L = 1\ \Omega}$. ocorre uma tensão na carga igual a metade da fem interna da fonte ($\mathbf{V_L = 3\ V}$).

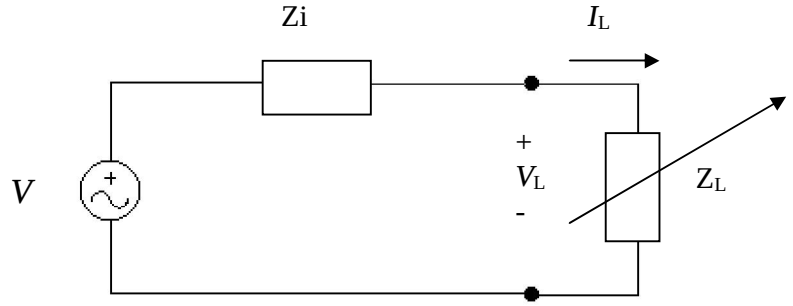
d) Na planilha verifíca-se que para $\mathbf{R_L = 1\ \Omega}$ ocorre rendimento da fonte $\boldsymbol{\eta\% = 50\%}$.

e - A curva $\mathbf{P_L = f\,(I_L)}$:




## b – Aplicado a circuito em AC

Seja o circuito abaixo, onde uma fonte real de tensão **AC** (uma fonte de **"fem**" em série com uma impedância interna "**Zi"** ), alimenta uma carga de impedância variável **"$Z_L$"**




***V, $V_L$ e $I_L$*** são fasores em valores eficazes

## O Teorema:

" A máxima **potência ativa** transferida da fonte para a carga, ou a **máxima potência útil**, ocorre na situação em que a **impedância da carga assume valor igual ao conjugado da impedância interna da fonte**.
*Ou, de modo geral, .....**igual ao conjugado da impedância de Thèvenin de um circuito alimentador.***

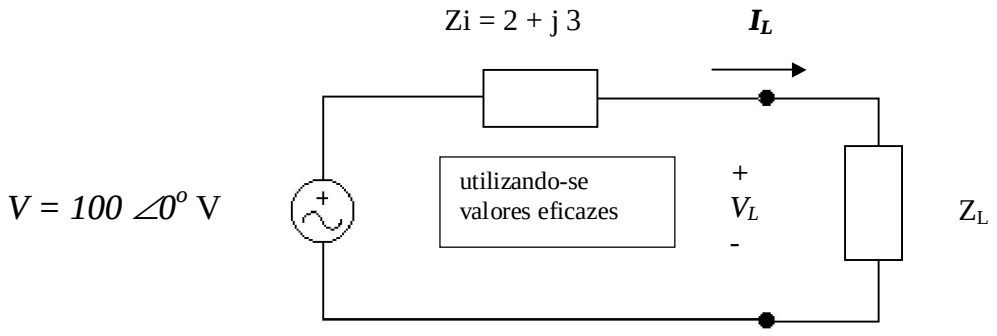
Ou seja: Se: $\mathbf{Z_L = Z^*_i}$ ( ou se $Z_L = Z^*_{Th}$ ), então **a potência útil será máxima ($P_M$)**, sendo calculada pela sua expressão característica da **potência ativa**:

$$\mathbf{P = V.I.\cos\phi \quad (ou\ P = R\,I^2)}$$

***Note que, na expressão do conjugado, a parte real da impedância da carga é igual a parte real da impedância do alimentador, enquanto que a parte imaginária tem sinal contrário.***

## Aplicação 1

Determine no circuito em AC, abaixo:
a - A impedância $\mathbf{Z_L}$ para que haja a máxima potência útil ;
b - O valor da potência útil máxima **($P_M$).**




**Solução:**

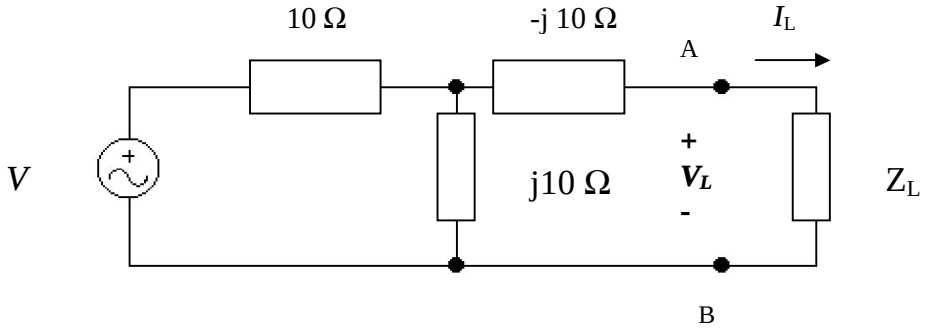
**a** - $Z_L = Z^*i = 2 - j\,3 \Rightarrow Z_L = 3{,}6\ \angle{-56{,}3}\,\Omega$
$I_L = V/\,|Z|$
$Zt = 2 + j3 + 2 - j3 = 4 + j\,0$
$|Zt| = 4\ \Omega$
$I_L = 100 / 4 = 25$ A
$V_L = |Z_L|.\ I_L = 3{,}6\ .\ 25 = 90{,}23$ V
$P_M = V_L\ .\ I_L \cos\phi = 90{,}23\ .\ 25\ .\ \cos\ -56{,}3$

**$P_M$ = 1250,20 W**

***(sugestão : refaça o cálculo usando a expressão $P = R\,I^2$, onde R é a parte real da impedância)***

## Aplicação 2

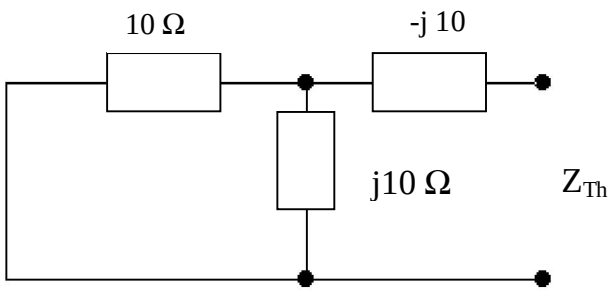
No circuito abaixo, determine o valor da impedância da carga **($Z_L$)** para que a mesma dissipe a máxima potência.



**Solução:**

**Pelo teorema em estudo, a potência ativa na carga assume o máximo valor quando a sua impedância for igual ao conjugado da impedância de Thèvenin do circuito alimentador.**

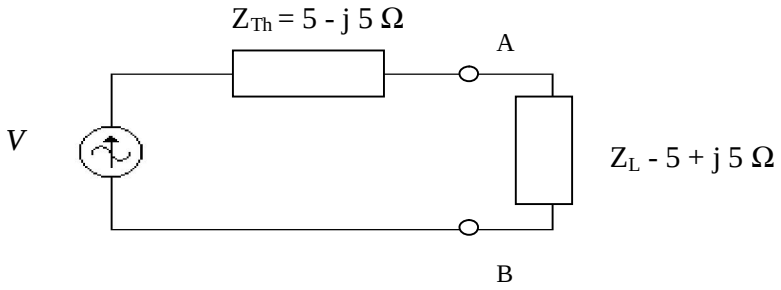
Então, o primeiro passo é determinar essa impedância de Thèvenin.




Resposta : $Z_{Th}$ = **5 - j 5 Ω**

Assim, seu conjugado será $\mathbf{Z^*_{Th} = 5 + j\ 5\ \Omega}$ e, para se ter potência útil máxima, a impedância da carga deverá ser: $\mathbf{Z_L = 5 + j\ 5\ \Omega}$.

O esquema abaixo mostra a situação de máxima transferência de potência para o caso considerado.



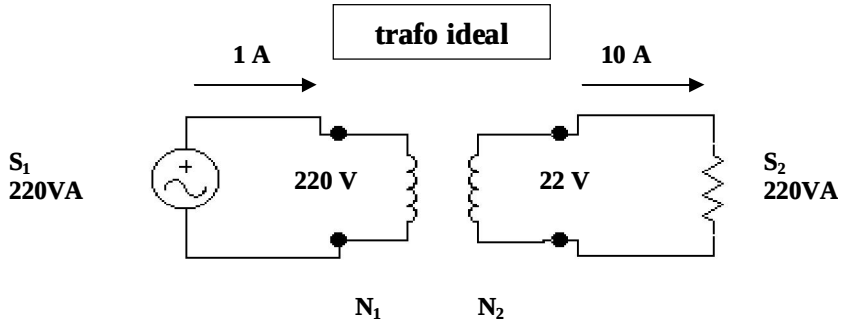

***Tarefa:***

*Faça a determinação do valor da máxima potência dissipada na carga, considerando agora uma alimentação na rede elétrica ( 220 V/60 Hz)*

## 11.1 – Definição: (Transformador de Potência)

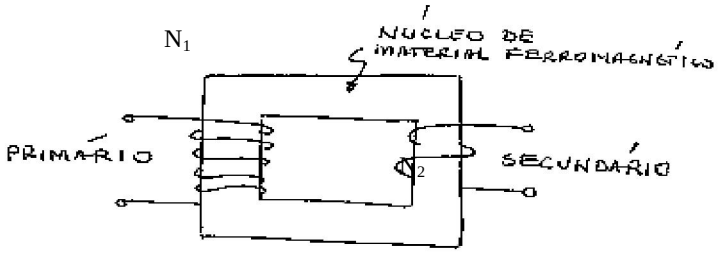
O transformador é uma máquina estática, de corrente alternada, capaz de transferir a energia elétrica de um circuito para outro, alterando ou não os níveis de tensão e de corrente, mantendo a freqüência constante.

**Exemplo:**




## 11.2 - Construção e Finalidade

Basicamente, o transformador é constituído de dois enrolamentos (ou bobinas), isolados eletricamente entre si, mas, acoplados magneticamente, através de um núcleo de material ferromagnético, ou do próprio ar.




Onde $\mathbf{N_1}$ e $\mathbf{N_2}$ são número de espiras dos enrolamentos primário e secundário, respectivamente.

A denominação **primário** está associada ao lado da entrada de energia e, **secundário** ao lado da carga.

O transformador pode ser utilizado para adequar (elevar ou abaixar) níveis de tensão ou de corrente, para casamento de impedâncias, isolamento de correntes DC, etc.

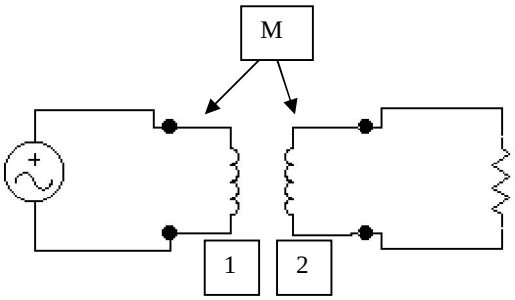
*Em Telecomunicações, os trafos em geral são de núcleo não- ferromagnético (cerâmica, ar, etc.), para evitar a saturação e a conseqüente falta de linearidade dos mesmos, o que provocaria distorções / atenuações indesejáveis nos picos dos sinais neles transformados.*

## 11.3- Funcionamento do transformador

Se baseia no conceito de indutância mútua "M".

**A Indutância Mútua entre dois enrolamentos ( indutores) é a capacidade que eles têm de induzir um no outro.**

Dito de outra forma, a **Indutância Mútua é a medida do acoplamento magnético entre dois enrolamentos próximos entre si.**




$$M_{12} = M_{21} = M$$

Para se ter uma melhor compreensão, o funcionamento do transformador vai ser apresentado nas duas situações possíveis de sua utilização: sem carga ( a vazio ) e com carga.

### a- Com o secundário a vazio ( sem carga )

Alimentando-se o primário (em AC), surge uma corrente senoidal "Io" que produz um fluxo senoidal "ϕ", denominado fluxo mútuo, que atravessa ambos os enrolamentos, produzindo, no secundário, uma tensão induzida "$E_2$" e no primário uma tensão auto-induzida "$E_1$", regidas pela lei de Faraday.

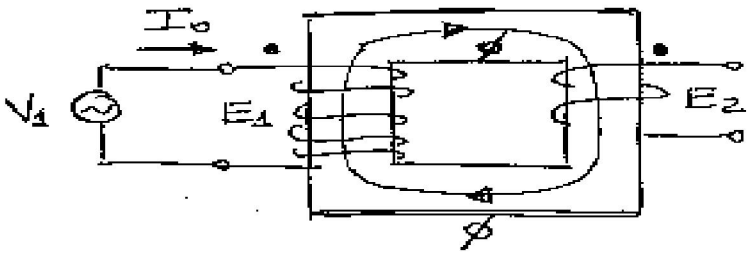



FIG.: 3.3.

$$E_1 = - L\ \Delta I_0 / \Delta t$$

$$E_2 = -M\ \Delta I_0 / \Delta t$$

***Essa corrente " $I_0$ " no primário, de pequena intensidade (5% do valor nominal), é suficiente apenas para a excitação do núcleo, isto é, para sustentar sua magnetização e suas perdas.***
***Denominada <u>corrente de excitação</u>, juntamente com o número de espiras do primário ($N_1$) essa corrente compõe a força magnetomotriz ($Fmm = N_1.I_0$), que é a grandeza responsável pela produção e manutenção do fluxo mútuo"ϕ", que irá atravessar os enrolamentos primário e secundário, produzindo o acoplamento magnético entre ambos, permitindo a transferência da energia entre os dois circuitos, primário e secundário, isto quando conectada a carga no secundário.***

**b - Com Carga ( tipo resistiva )**

Ao se conectar uma carga ao secundário, surge a corrente **"$I_2$"**, e sua correspondente força magnetomotriz ( **$Fmm_2 = N_2 . I_2$ )**, resultando num fluxo " **$\phi_2$"**, em oposição a variação do fluxo mútuo " $\phi$ ".

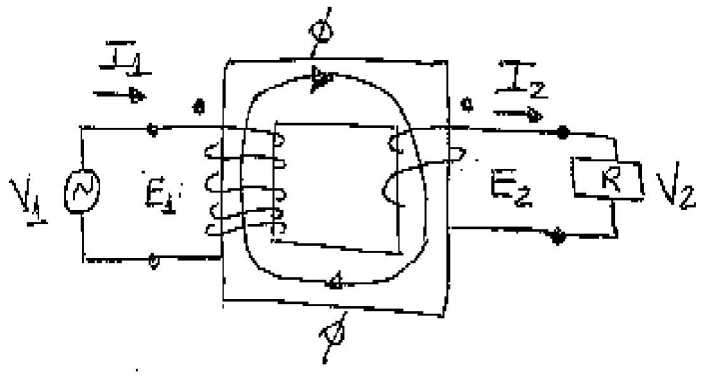
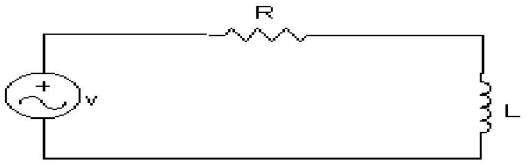



FIG.: 3.4

Simultaneamente, o primário reage, aumentando a sua corrente para "$I_1$", produzindo-se um fluxo **"$\phi_1$", em oposição** ao fluxo **"$\phi_2$", equilibrando-o,** de modo que o transformador passe a funcionar, em regime permanente, com um **fluxo resultante senoidal igual ao fluxo mútuo " $\phi$ ",** existente antes da ligação da carga. Só que, agora, com mais corrente.

## 11.4 - Potência em AC ( breve revisão )

Considere, por exemplo, o circuito **AC** com carga **RL** (Resistivo-Indutivo):




***Considerando-se os valores eficazes de tensão e de corrente ( valor eficaz é igual ao valor máximo dividido por raiz quadrada de dois) e valores médios para potências, tem-se as seguintes definições:***

**Potência Aparente ( S )** - É a potência total absorvida pela carga.

$$S = V . I \qquad \{VA\}$$

**Potência Ativa (P)** - É a componente da potência total absorvida que é dissipada na carga.

$$P = V . I . \cos\phi \qquad [\ W\ ]$$

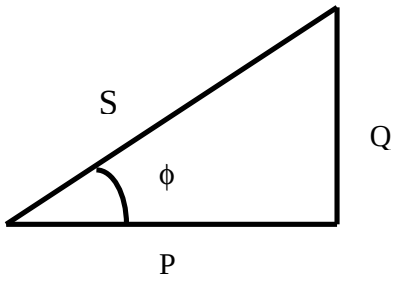
**onde "$\phi$" é a defasagem entre a tensão e a corrente.**

**Potência Reativa (Q) -** É a componente da potência total absorvida que não é transformada na carga.

$$Q = V . I . \operatorname{Sen}\phi \qquad [\ var\ ]$$

**onde "$\phi$ "é a defasagem entre a tensão e a corrente.**

**Essas três modalidades de potência estão defasadas e podem ser relacionadas, entre si, através do triângulo de potência:**




**S = V . I {VA}**

**P = V . I . Cos ϕ (W)**

**Q = V . I . Sen ϕ (var)**

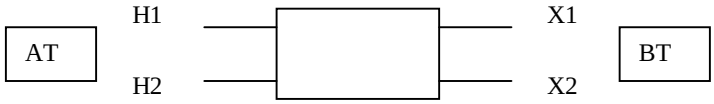
**Onde, $S^2 = P^2 + Q^2$**

**<u>Importante: Os transformadores são especificados e adquiridos pela sua potência aparente, esta definida a partir da carga a ser alimentada no secundário, expressa em quilo-volt-ampère (kVA), bem como pelas tensões primária e secundária.</u>**

## 11.5 - Marcas de Polaridade.

As marcas de polaridade são pontos, ou indicações alfanuméricas, marcados nos terminais dos enrolamentos de um transformador, cujas colocações dependem do modo como os enrolamentos são realizados, e indicam quais os terminais de tensões positivas simultâneas, consequentemente, informando, no trafo considerado, se as **tensões de entrada e de saída estão em fase** ( **polaridade subtrativa** ), ou **defasadas de 180 graus ( polaridade aditiva ).**

**Polaridade Subtrativa:**




**Polaridade Aditiva:**

A figura abaixo mostra o modo Polaridade Aditiva. Para se ter Polaridade Subtrativa, basta inverter o modo de enrolar o secundário.

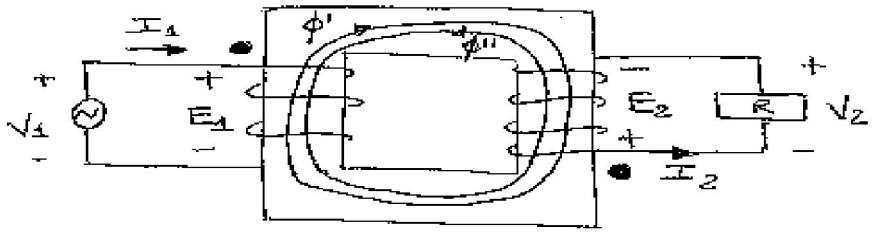
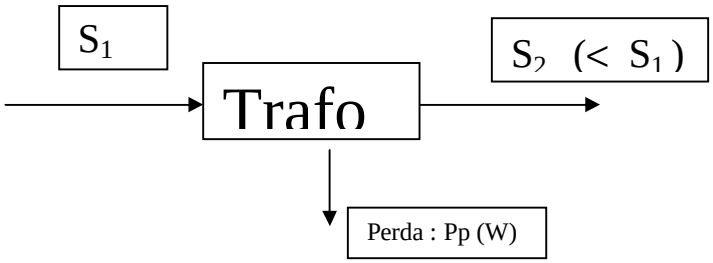



FIG. 3.8 – POLARIDADE ADITIVA

***Note que as marcas de polaridade indicam os dois terminais com potencial instantâneo positivo.***

## 11.6 - Perdas Nos Transformadores

Como sabemos, o transformador de potência é um equipamento que transfere a energia elétrica, de um circuito para outro, do primário para o secundário. Ocorre que nem toda a energia recebida no primário é entregue à carga no secundário, pois, uma pequena parte é perdida no seu funcionamento, sendo convertida basicamente em energia térmica, nos enrolamentos e no núcleo, resultando no aquecimento do transformador.




**As principais perdas nos transformadores, expressas em watt, podem ser classificadas em:**

### a) Perdas nos Enrolamentos

***São perdas atribuídas ao efeito joule, produzidas pela corrente elétrica nas resistências elétricas dos enrolamentos.***

### b) Perdas no Ferro

**b1 - Perdas por Histerese Magnética.**

***São perdas devidas ao magnetismo residual apresentado pelo núcleo, que para ser desfeito a cada ciclo da corrente consome, no atrito entre moléculas, uma determinada quantidade de energia, que é transformada em calor.***

**b2 - Perdas por Correntes Parasitas.**

***São perdas atribuídas ao Efeito Joule, decorrentes da circulação de correntes parasitas (ou de Foucault), induzidas no ferro do núcleo.***

## 11.7 - Rendimento ou eficiência ($\eta_{\%}$)

**É a razão entre a potência ativa na carga e a potência ativa de entrada do trafo.**

$$\eta_{\%} = (P_2 / P_1) \times 100$$

**Por exemplo**: Um trafo de **200 VA**, absorve no primário uma potência ativa de **160 W** e transfere à carga uma potência de **150 W**. Determine a potência perdida e o rendimento desse trafo.

**Potência Perdida (Pp) = 160 - 150 = 10 W**

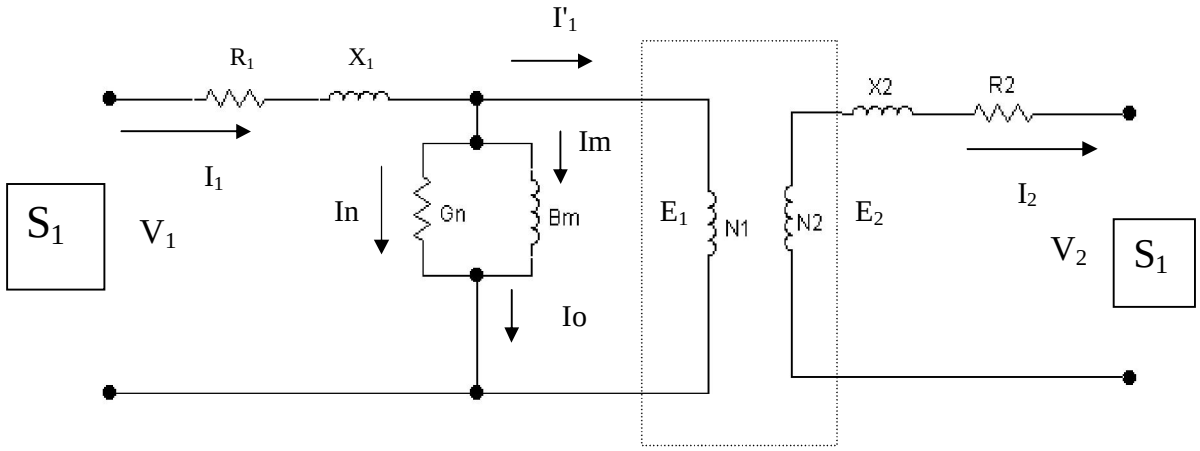
$$\text{Rendimento } (\eta_{\%}) = \frac{150 \times 100}{160} = 93{,}5\ \%$$

***<u>Por ser uma máquina estática, sem atritos, o valor do rendimento do transformador é alto por natureza. Isto permite se considerar o transformador sem perdas, na maioria das suas aplicações práticas.</u>***

## 11.8 - O Transformador Real - Circuito Equivalente

***O conhecimento do circuito equivalente de um trafo real não é nosso principal objetivo. Sua breve apresentação servirá apenas de referência, para embasar a simplificação denominada trafo ideal, cujo estudo iremos realizar.***

O circuito abaixo mostra o circuito equivalente do transformador real, cujos parâmetros de perdas, de quedas de tensão e de saturação do núcleo estão devidamente representados.




**Legenda**:
**$S_1$ e $S_2$** - Potências aparentes no primário e no secundário (carga);
**$V_1$ e $V_1$** - Tensões do primário e do secundário;
**$E_1$ e $E_2$** - Fem induzida e auto-induzida no primário e no secundário;
**$I_1$ e $I_2$ -** Correntes do primário e do secundário;
$N_1$ e $N_2$ - Números de espiras do primário e do secundário;
**$R_1$ e $R_2$** - Resistências dos enrolamentos primário e secundário;
**$X_1$ e $X_2$** - Reatâncias de dispersão dos enrolamentos primário e secundário;
**Io** - Corrente de excitação (Io = Im +j In);
Im - Corrente de magnetização do núcleo;
In - Corrente de perda no núcleo;
**Gn** - Condutância de perda no ferro (maior **Gn** implica em maior **In**);
**Bm** - Susceptância de saturação no núcleo (maior **Bm** implica em maior **Im**).

**Observações:**

***1 - A condutância é o inverso da resistência ( G = 1/R );***

***2 - A susceptância é o inverso da reatância (B = 1 / X );***

***A condutância e a susceptância formam a admitância (Y), que é o inverso da impedância (Z);***

***3 - A saturação do núcleo trafo ($\phi \neq K\, i$) determina a falta de linearidade entre a excitação e a resposta de um trafo, tendo por conseqüência a atenuação/deformação dos picos dos sinais que o atravessam.***

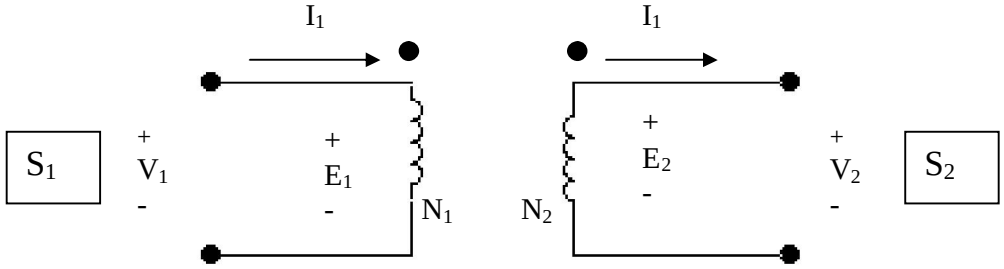
## 11.9 - O Transformador Ideal e suas Relações

Na maioria das aplicações adota-se o transformador como sendo uma máquina ideal, cujo modelo despreza as possiveis perdas de energia, quedas de tensão e saturação do núcleo.

Tem-se, portanto, o modelo de T**ransformador Ideal** quando:

- **São desprezadas as perdas de energia.** Isto implica em**:** $S_1 = S_2$ **;**
- **São desprezadas as quedas de tensão.** Isto implica em: $V_1 = E_1$ **e** $V_2 = E_2$
- **É desprezada a saturação do núcleo.** Isto implica em linearidade do trafo (fluxo proporcional a corrente) e consequente ausência de distorção no sinal.

Assim, com todas essas simplificações, **o modelo básico de trafo ideal fica reduzido a dois enrolamentos (primário e secundário)**, conforme mostra a figura abaixo:




***trafo ideal***

**sem quedas.....$V_1 = E_1$ e $V_2 = E_2$**
**sem perdas.....$S_1 = S_2$**
**sem saturação**

**Legenda**:

$S_1$ = Potência Aparente no Primário;
$V_1$ **=** Tensão no primário;
$I_1$ **=** Corrente no primário;
$N_1$ = Número de espiras do primário;
$E_1$ = Fem auto-induzida no primário.

$S_2$ = Potência Aparente no Secundário;
$V_2$ = Tensão no secundário;
$I_2$ = Corrente no secundário;
$N_2$ = Número de espiras do secundário;
$E_2$ = Fem induzida no secundário.

.

**Importante:**

**Note que, no capítulo dos transformadores, as tensões e correntes adotadas são valores eficazes e as potências são valores médios.**

# As relações no Trafo Ideal

Sendo a **Relação de Espiras "a"** assim definida: $\mathbf{a = N_1/N_2}$, pode-se demonstrar que:

$\mathbf{V_1 / V_2 = N_1 / N_2}$ **ou** $\mathbf{V_1 / V_2 = a}$ **(Relação de Tensão)**

$\mathbf{I_1 / I_2 = N_2 / N_1}$ **ou** $\mathbf{I_1 / I_2 = 1 / a}$ **(Relação de Corrente)**

***As tensões são transformadas na razão direta do número de espiras e as correntes na razão inversa.***

Como $\mathbf{S_1 = S_2}$, então: $\mathbf{V_1 . I_1 = V_2 . I_2}$ **( Relação de Transformação )**

*Finalmente, pode-se demonstrar que, em módulo:* $\boldsymbol{Z_1 / Z_2 = a^2}$ ***(Relação de Impedância)***

*Aplicação 1*

**Um transformador ideal apresenta tensões nominais 220 V/6 V. Qual a tensão no secundário, se no primário for aplicada uma tensão de 110 V ?**

**Solução:**

| | |
|---|---|
| $a = V_1/V_2$<br>$a = 220/6$<br>$a = 36,67$ | $V_1 / V_2 = a$<br>$V_2 = V_1/a$<br>$V_2 = 110 / 36,67$<br>$V_2 = 3$ V |

*Aplicação 2*

**Um trafo ideal funciona com 120 V e 0,5 A no seu primário. Calcule a corrente no secundário, sabendo que a tensão é elevada para 600V.**

Solução:

$V_1 . I_1 = V_2 . I_2$
$I_2 = (120/60) \times 0,5$
$I_2 = 100$ mA.

Note que no lado de alta tensão de um trafo ocorre a baixa corrente, pois a potência aparente (S = VI) se mantém (no trafo ideal), ou seja $S_1 = S_2$

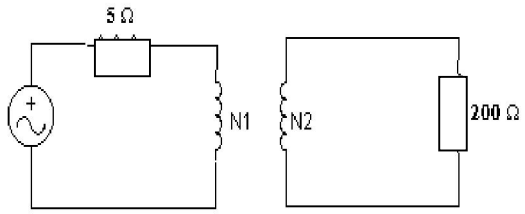
*Aplicação 3*

**Determine a tensão no secundário do transformador descrito a seguir:**

| | |
|---|---|
| $V_1 = 220$ V<br>$N_1 = 1000$ espiras<br>$N_2 = 50$ espiras | Solução:<br>$V_1 / V_2 = N_1 / N_2$<br>$V_2 = (N_2 / N_1).V_1$<br>$V_2 = 11$ V |

*Aplicação 4*

**Calcule a relação de espira do trafo casador de impedância, abaixo representado:**




Solução: $\mathbf{N_1/N_2 = a \Leftrightarrow Z_1 / Z_2 = a^2}$

logo, $\mathbf{a = 0,158}$

**Efeito Resultante:**

Neste caso, a fonte considera 5 Ω referido ao primário, em série com sua impedância 5 Ω .

# CADERNO de EXERCÍCIOS

| *LISTA / CONTEÚDO* | *HABILIDADES* |
|---|---|
| LISTA 1 - LEI DE OHM | HEE 01 A 08 |
| LISTA 2 - CIRCUITOS ELÉTRICOS EM DC | HEE 09 |
| LISTA 3 - LEIS DE KIRCHHOFF | HEE 10 |
| LISTA 4 - O SINAL SENOIDAL | HEE 11 E 12 |
| LISTA 5 - O CAPACITOR | HEE 13 A 15 |
| LISTA 6- O INDUTOR | HEE 16 A 19 |
| LISTA 7 - A IMPEDÂNCIA | HEE 20 A 23 |
| LISTA 8 - CIRCUITOS ELÉTRICOS EM AC | HEE 24 |
| LISTA 9 - POTÊNCIA EM AC | HEE 25 E 26 |
| LISTA 10 - TEOREMAS DE CIRCUITOS | HEE 27 E 28 |
| LISTA11- O TRANSFORMADOR | HEE 30 |
| | |
| ***ANEXO*** | |
| PACOTE DE PROVAS ANTERIORES | |

## Lista 1 / Lei deOhm - Habilidades HEE 01 a 08

1) Estruturalmente, o que diferencia o material condutor do material isolante elétrico?

2) Cite 4 materiais condutores e 4 materiais isolantes elétricos.

3) Defina e conceitue corrente elétrica.

4) Faça a distinção entre:

a) corrente contínua e corrente alternada;

b) corrente iônica e corrente eletrônica.

5) Defina e conceitue tensão elétrica. Represente seu símbolo e sua unidade no S I.

6) Faça a distinção entre tensão contínua e tensão alternada senoidal.

7) Conceitue resistência elétrica. Represente seu símbolo e sua unidade S I.

8) O que você compreende por resistor elétrico?

9) Explique rapidamente o fenômeno Efeito Joule. Cite duas aplicações práticas ( aparelhos, equipamentos, etc)

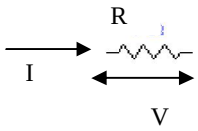
10) Qual a expressão matemática que mostra a relação entre tensão e corrente num resistor qualquer?

11) Enuncie a lei de Ohm e mostre a sua expressão matemática.

12) O que diferencia o resistor ôhmico do resistor não – ôhmico?

13) Um resistor qualquer é submetido a um ensaio, resultando no seguinte quadro de valores de tensão e de corrente.

| V(V) | I (A) |
|---|---|
| 2 | 0,5 |
| 4 | 1,0 |
| 6 | 1,5 |
| 8 | 2,0 |




Responda e Justifique graficamente: Esse resistor é ôhmico?

14) Um resistor ôhmico é submetido à uma tensão de 20V, sendo percorrido por uma corrente de 2 A.

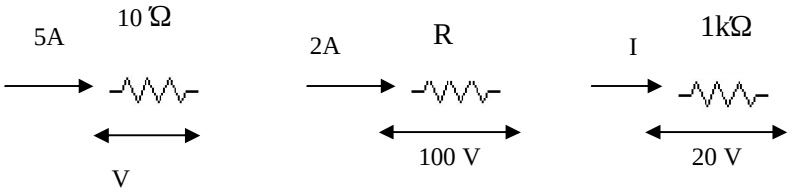
Calcule

a) A resistência elétrica desse resistor;

b) valor da tensão a ser aplicada para se obter uma corrente de 6 A.

15 ) Defina e conceitue potência e energia elétrica ( num resistor ). Apresente suas definições matemáticas e suas unidades ( S I ).

16) Calcule a potência dissipada nos 3 casos abaixo:



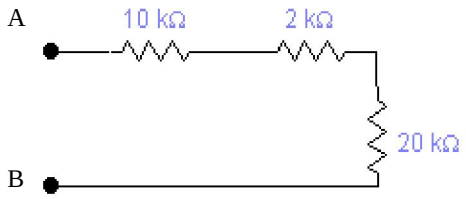

17) Qual a máxima tensão a ser aplicada num resistor de valores nominais 5W / 100 Ω ?

18) Calcule a energia consumida pelo resistor da questão anterior, se submetido à sua máxima tensão de serviço, durante 1 hora.

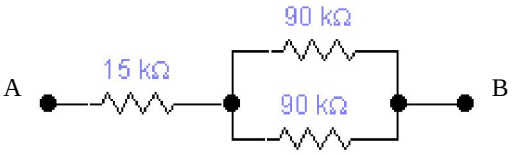
19) Conceitue resistência equivalente.

20) Calcule a resistência equivalente entre os terminais extremos de cada associação abaixo:

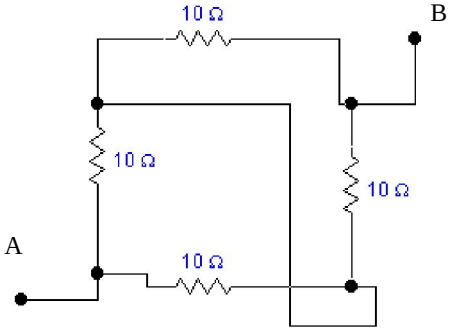
1



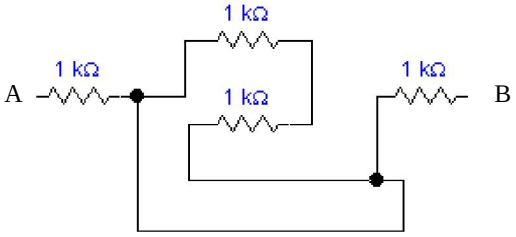

2



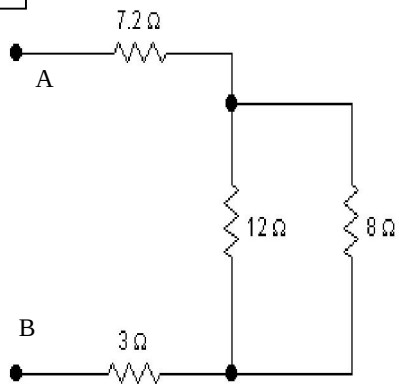

3



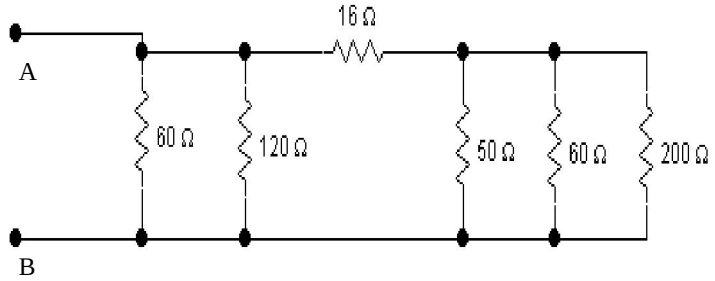

4



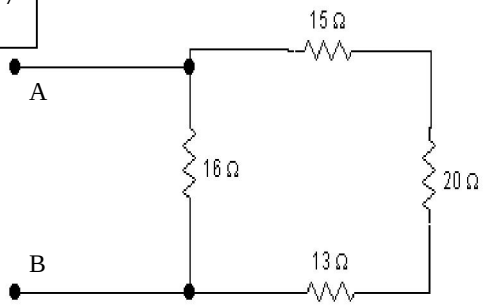
5


7.2 Ω
A
12 Ω
8 Ω
B
3 Ω

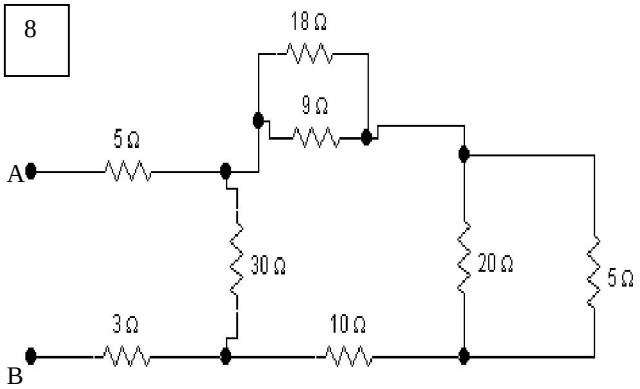
6


16 Ω
A
60 Ω
120 Ω
50 Ω
60 Ω
200 Ω
B

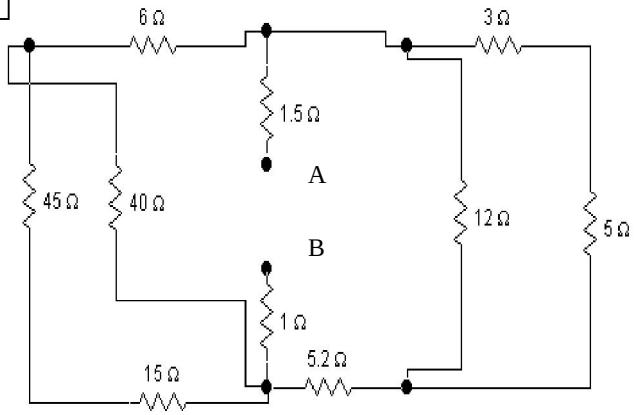
7


15 Ω
A
16 Ω
20 Ω
B
13 Ω

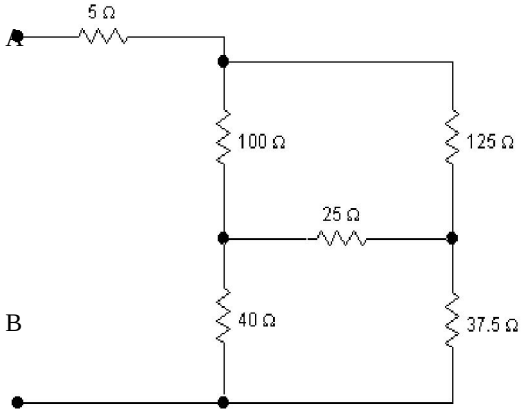
8


18 Ω
9 Ω
5 Ω
A
30 Ω
20 Ω
5 Ω
3 Ω
10 Ω
B

9


6 Ω
3 Ω
1.5 Ω
A
45 Ω
40 Ω
12 Ω
5 Ω
B
1 Ω
5.2 Ω
15 Ω

10


5 Ω
A
100 Ω
125 Ω
25 Ω
B
40 Ω
37.5 Ω

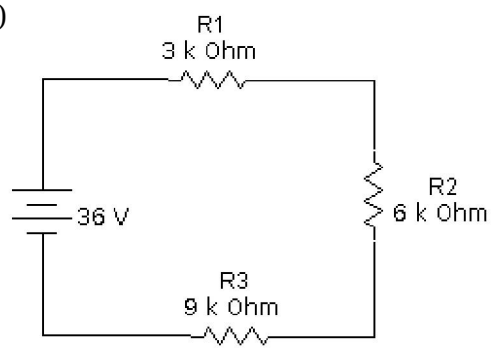
## Lista 2/ Circuitos Elétricos em DC - Habilidade HEE 09

1) Conceitue circuito elétrico e faça um diagrama de um circuito elétrico qualquer.

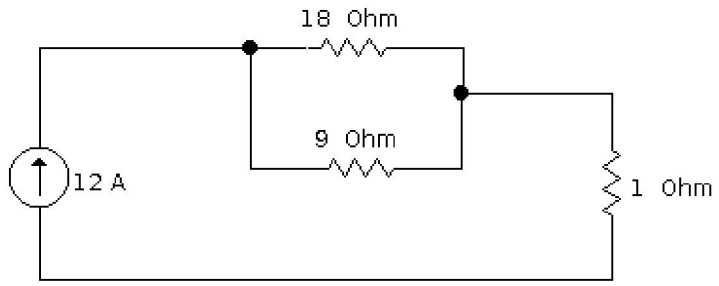
2) O que você entende por " *circuito elétrico resistivo simples em DC*" ?

3) Utilizando as regras do divisor de tensão e de corrente, onde for o caso, calcule e represente as tensões e correntes nos resistores abaixo:

a)




b)




4) Assinale a afirmativa correta:

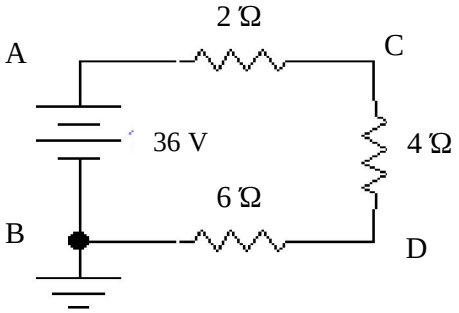
( ) Em um circuito tipo série, a tensão se divide e a corrente é a mesma em todos os resistores;
( ) Em um circuito tipo paralelo, a corrente é a mesma e a tensão se divide nos resistores.

5) No circuito seguinte, calcule o potencial elétrico de cada ponto indicado em relação ao ponto " B " aterrado ( $V_B$ = zero volts)

Vab = Va = ?

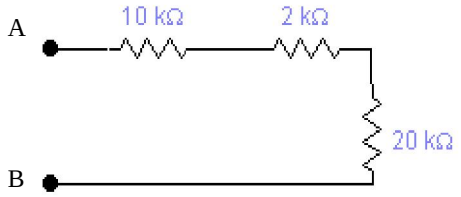
Vcb = Vc = ?

Vdb = Vd = ?

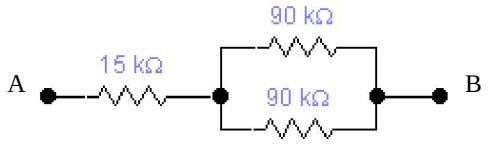


6) Instale uma fonte de tensão de **12 Vdc** nos extremos de cada uma das associações de resistores seguintes e calcule a corrente a tensão e a potência em cada resistor.

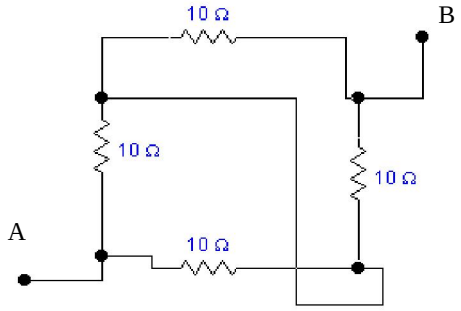
**1**



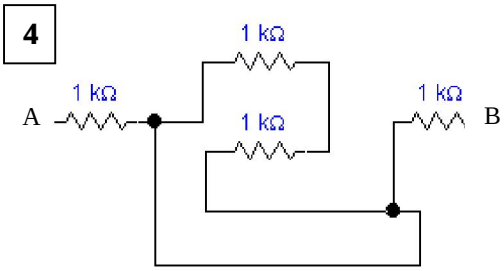

**2**



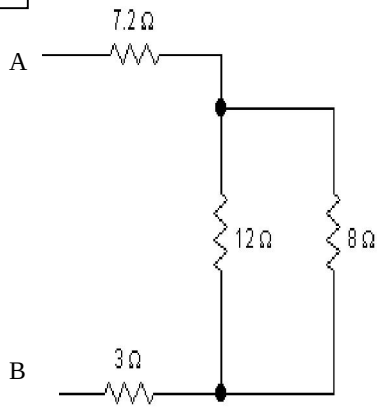

**3**



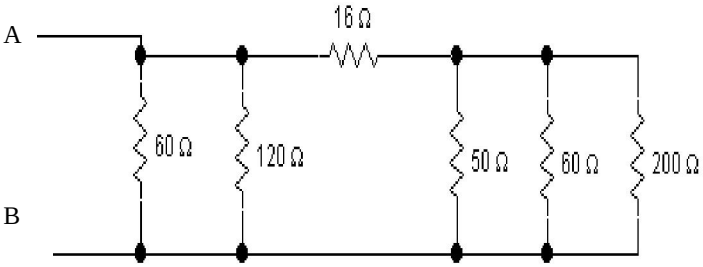

**4**



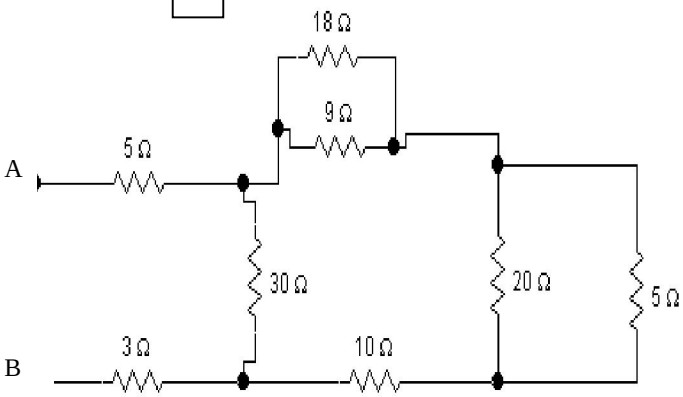

5



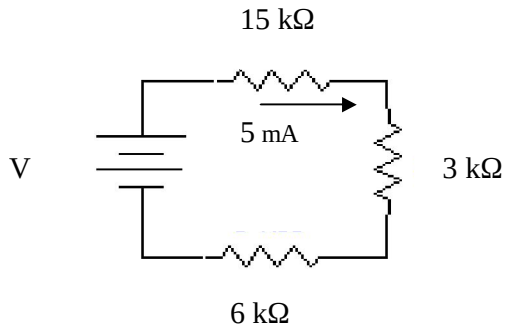

6




**7**



7) No circuito representado abaixo, calcule a tensão na fonte “V”.




**Lembrete:**

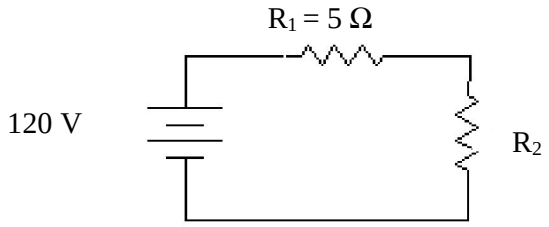
$1\ mA = 10^{-3}\ A$

$1\ k\Omega = 10^{3}\ \Omega$

8) Um resistor $R_1$ de **125 Ω** e um resistor de **375 Ω** são associados em série e ligados a uma fonte de tensão DC de **12 V**. Calcule:

a) A resistência total do circuito “vista” pela fonte;
b) A corrente total;
c) A tensão em cada resistor;
d) A potência dissipada em cada resistor.

9) Calcule a queda de tensão no resistor $R_2$, sabendo que $R_1$ dissipa **60 W**, no circuito abaixo:



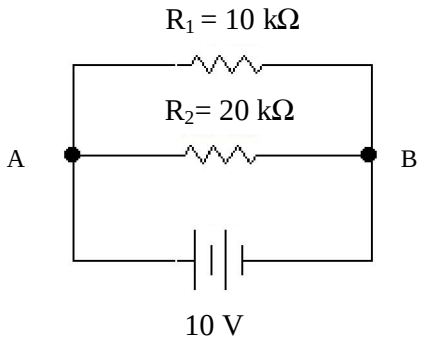

10) Considerando o circuito tipo paralelo, abaixo, determine:

a) A resistência total entre A e B ;

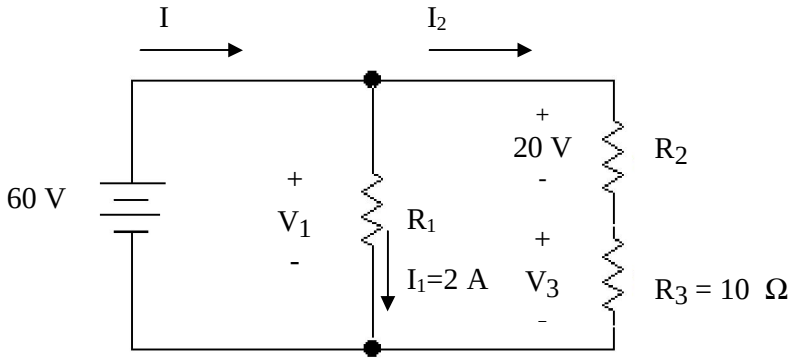
b) A corrente fornecida ao circuito ;

c) A corrente através de cada resistor;

d) A potência total dissipada.




11) No circuito seguinte, obtenha os valores de tensões e de correntes desconhecidos:

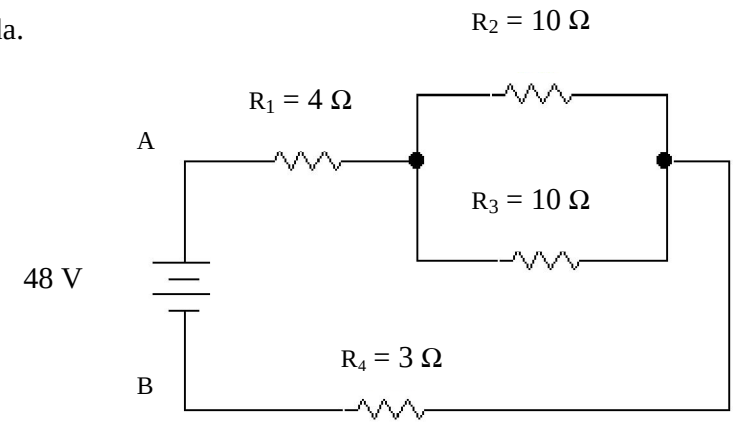


12) No circuito abaixo, determine:

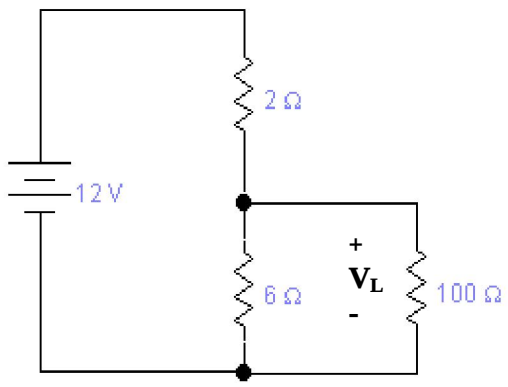
a) A resistência equivalente entre A e B;

b) A queda de tensão em cada resistor;

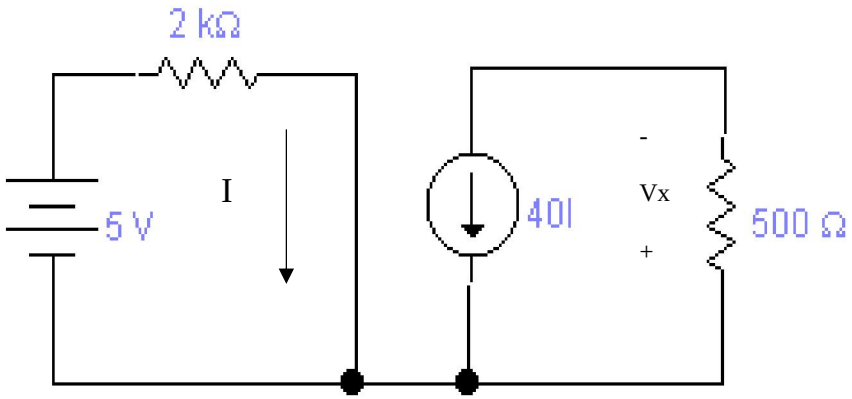
c) A potência total dissipada.




13) Calcule " $V_L$ " no circuito divisor de tensão, abaixo:



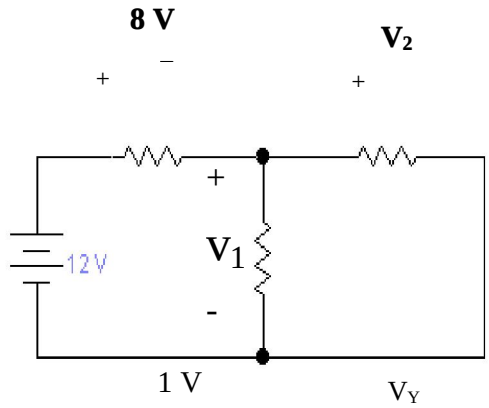

14) Obtenha o valor de "Vx", considerando a existência de uma " fonte de corrente dependente de corrente" de valor 40 I, onde "I" é a corrente na primeira malha.



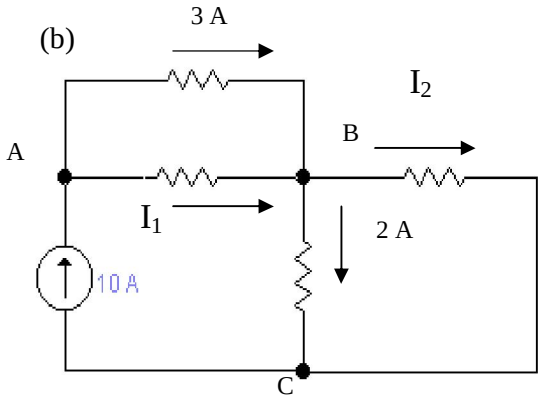
## Lista 3 / Leis de Kirchhoff - Habilidade HEE 10

1) Utilizando a KVL ou a KCL, onde for o caso, descubra os valores das tensões ou correntes, abaixo:

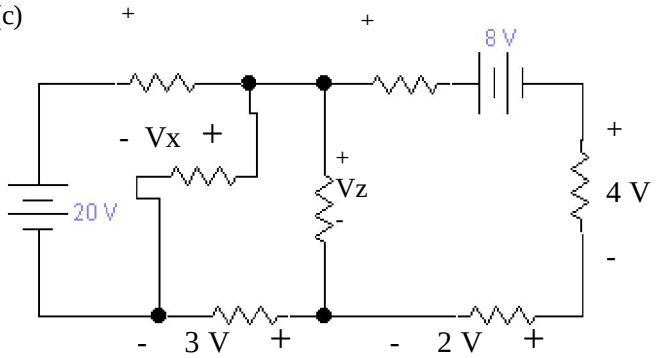
(a)



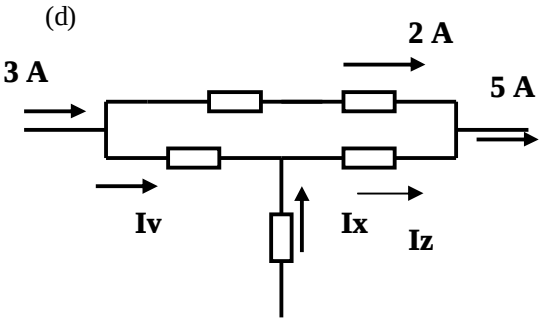

(b)




(c)

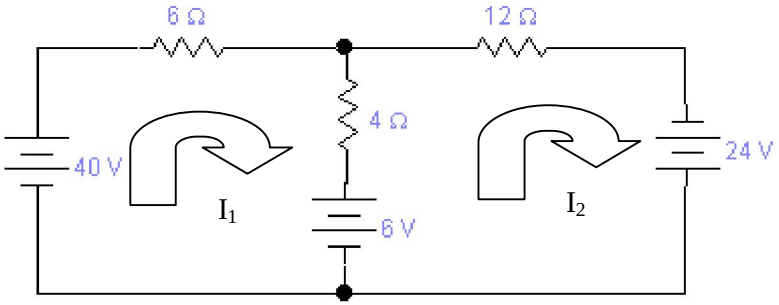



(d)



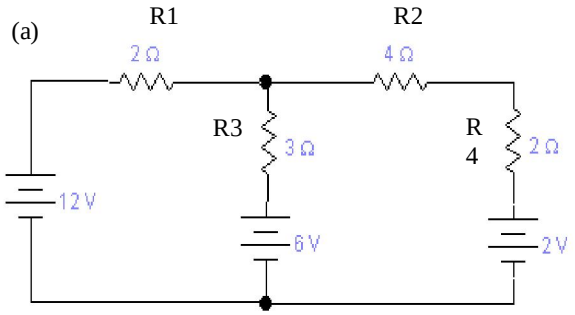

2)Determine os valores de $I_1$e $I_2$, no circuito seguinte:

:

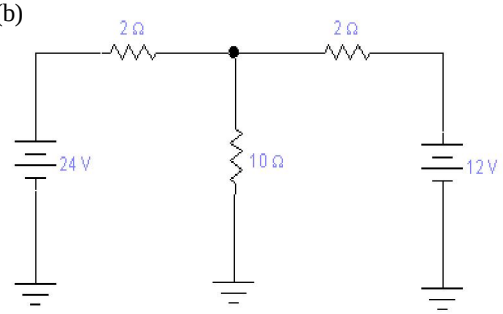



3)Nos circuitos seguintes, calcule e indique a corrente e a tensão em cada um dos resistores.

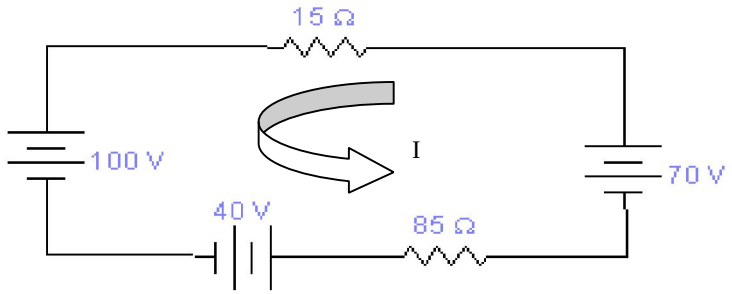
(a)



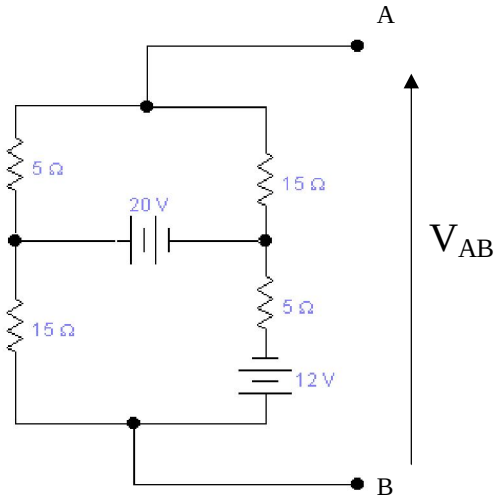

(b)



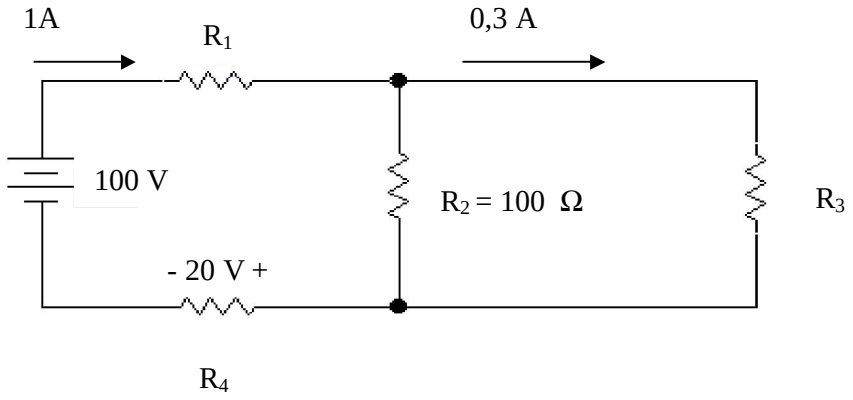
4) No circuito seguinte, calcule a potência total consumida
.



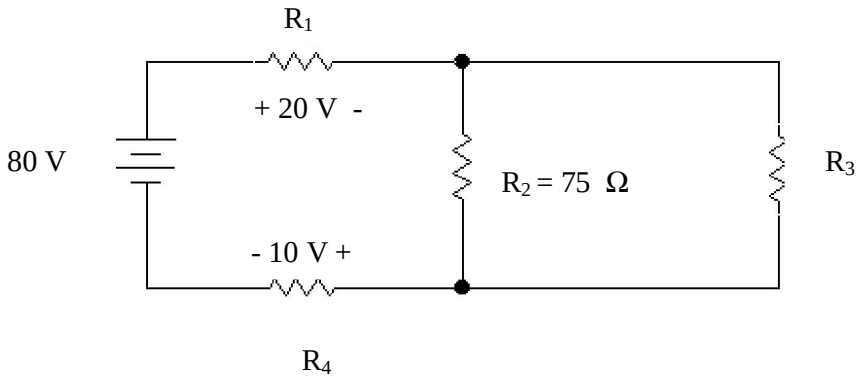

5) Determine a DDP entre A e B ($V_{AB}$) :




6) No circuito que segue, calcule a potência dissipada em $R_1$.

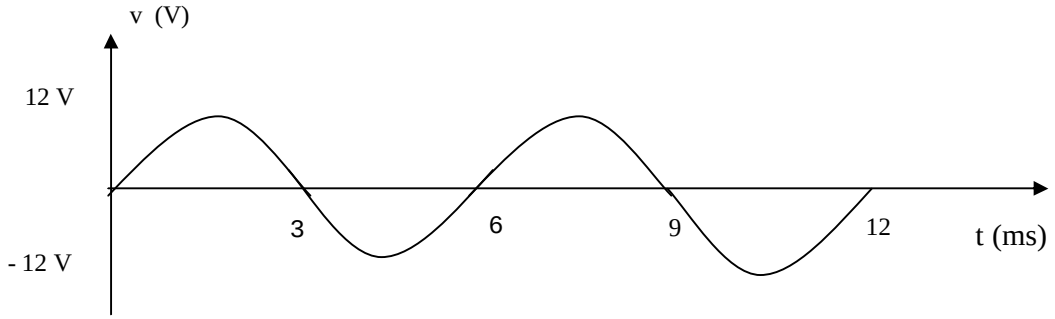



7) Calcule a potência dissipada em $R_2$.



## Lista 4 / O Sinal Senoidal - Habilidades HEE 11 e 12

1) Considerando a forma de onda abaixo, determine:



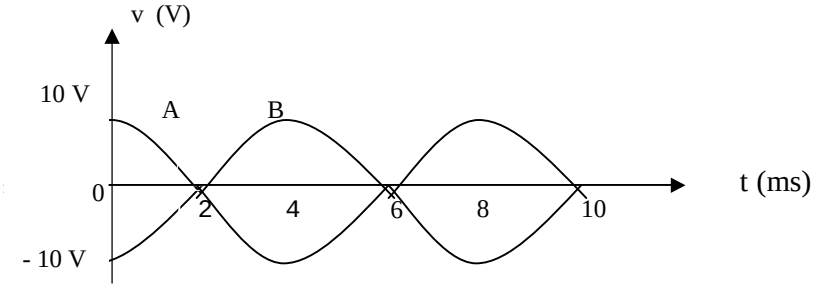

a) A expressão matemática do sinal representado;
b) Os valores médio e eficaz desse sinal ( Vm e Vef);
c) A freqüência "f" desse sinal.

2) Faça a representação gráfica mostrado 1 ciclo do sinal de corrente senoidal, cuja expressão matemática é:

$$i = 6 \text{ sen } (100t + 90^{o}) \quad (\text{ mA})$$

2.a- Em função do tempo;
2.b- Em função de "ωt" , expresso em radiano e em grau.

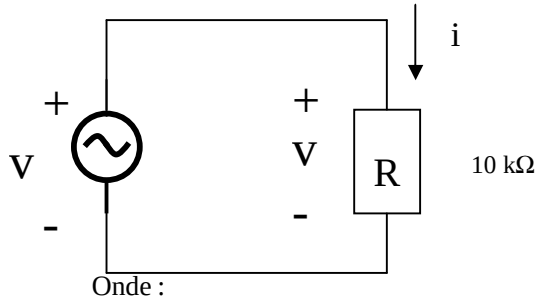
3) Considerando os sinais de tensão "$V_A$" e "$V_B$" abaixo representados, determine:




a) O período de cada sinal ( $T_A$ e $T_B$ );
b) A freqüência " f " de cada sinal ( $f_A$ e $f_B$ );
c) A velocidade angular de cada sinal ( $\omega_A$ e $\omega_B$ );
d) O ângulo de fase de cada sinal ( $\theta_A$ e $\theta_B$ );
e) O valor médio de cada sinal ( $Vm_A$ e $Vm_B$ );
f) O valor eficaz de cada sinal ( $V_A$ e $V_B$ );
g) A amplitude de cada sinal ( $V_{MA}$ e $V_{MB}$);
h) A expressão matemática de cada sinal;
i) A defasagem entre os sinais A e B ( $\phi_{AB}$ ).

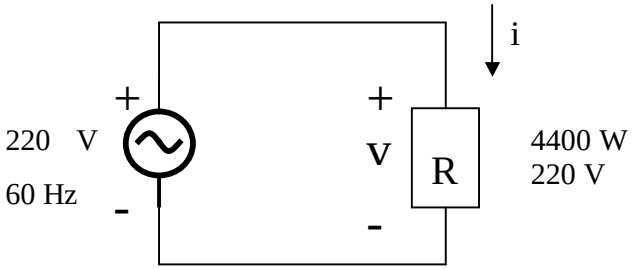
4) Um resistor de 10 kΩ é alimentado em " CA ", conforme abaixo:
Determine

a) o valor máximo de pico da tensão;
b) a freqüência da tensão;
c) o valor eficaz de tensão;
d) o valor eficaz de corrente;
e) a expressão matemática da corrente;
f) a potência media dissipada de cada resistor.




Onde :
v = 12 sen 1000 t (V)

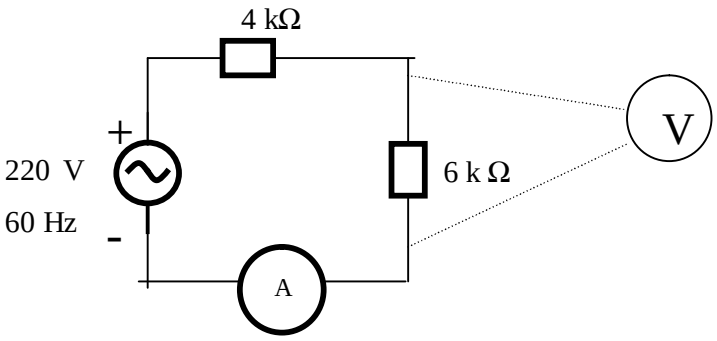
5) Um chuveiro elétrico de 4400 W e 220 V é ligada à rede de tensão eficaz 220 V e 60Hz.




Determine:

a) a resistência " R " do chuveiro;
b) o valor eficaz da corrente no circuito;
c) os valores de pico da tensão e da corrente;
d) as expressões matemáticas da tensão e da corrente;
e) as representações gráficas de " $v_{(t)}$ " e de " $i_{(t)}$ ".

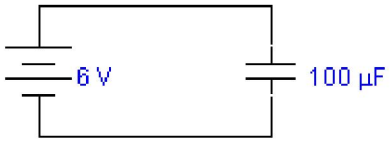
6 ) Determine os valores medidos no amperímetro e no voltímetro, abaixo. Calcule também a potência média dissipada no circuito.



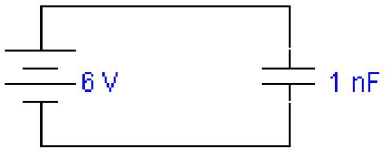
## Lista 5/ O Capacitor - Habilidades HEE 13 a 15

1 - Descreva a construção básica de um capacitor.
2 – Responda: Qual a finalidade básica de um capacitor?
3 - Expresse o significado de capacitância.
4 - Calcule a carga armazenada em cada caso. Justifique o valor maior encontrado.

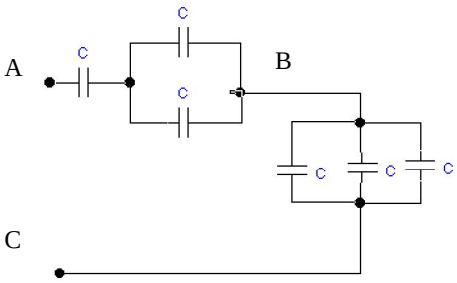
(a)




(b)




5 - Calcule a capacitância equivalente nos trechos abaixo:
a ) Trecho AB b) Trecho BC c) Trecho AC




Dado : C = 10 µ F

6 - Dispondo dos capacitores que seguem, faça uma associação cuja capacitância resulte 44,7µF.

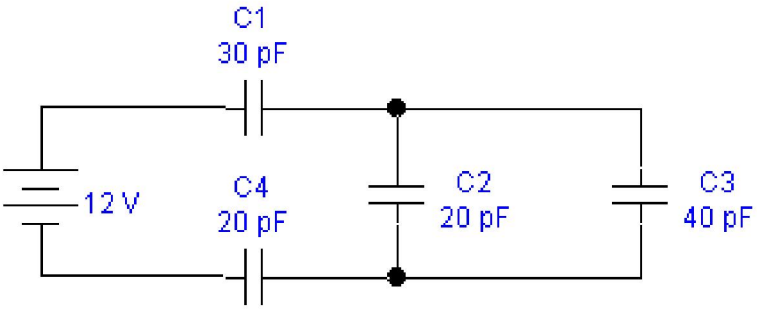
**$C_1$ = 80 µF; $C_2$ = 80 µF; $C_3$ = 4,7 µF**

7 - Construa a curva de carga e descarga ( q x t ) de um capacitor, em DC.

8 - Como se comporta um capacitor, em DC, em regime permanente? E em regime transitório?

9 - No circuito capacitivo puro que segue, calcule:

a) A capacitância equivalente vista da fonte;
b) A carga total armazenada;
c) A carga em cada capacitor;
d) A tensão em cada capacitor;
e) A energia total armazenada;
f) A energia armazenada em cada capacitor.

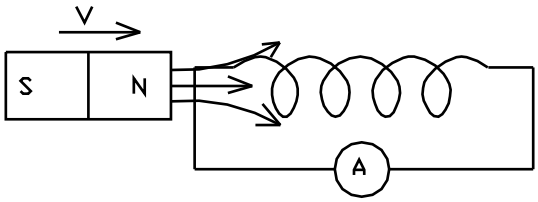


## Lista 6 / Indutores - Habilidades HEE 16 a 19

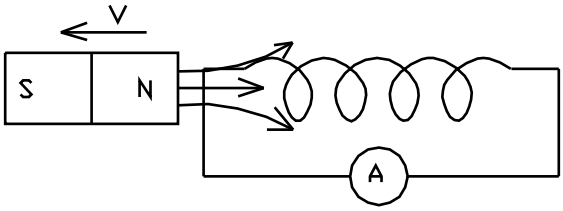
1 – Assinale “V” ou “F”:
a ( ) Um indutor é essencialmente um fio condutor elétrico (isolado) enrolado;
b ( ) O indutor produz campo magnético, indução eletromagnética e auto-indução;
c ( ) O indutor real possui resistência elétrica em série com a indutância.

2 – O quê ocorre em torno de um fio condutor percorrido por corrente elétrica?
3 – Desenhe um eletroímã com núcleo ferromagnético.
4 – Faça a distinção entre indutor e indutância.
5 – Descreva os fenômenos da indução e da auto-indução. Ilustre uma situação para cada fenômeno.
6 – O quê determina a Lei de Faraday? E a lei de Lenz?
7 – O quê você entende por fluxo magnético?

8 – Aplicando a lei de Lenz, indique, usando seta, o sentido da corrente em cada caso abaixo:

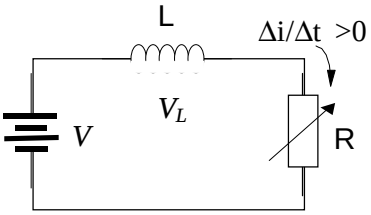



a) aproximação

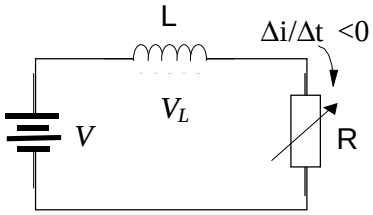



b) afastamento

9 – Coloque as polaridades (reais) das tensões auto-induzidas, nas situações abaixo:



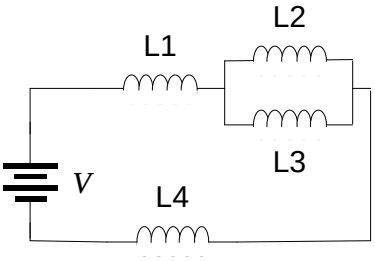

a) corrente crescente




b) corrente decrescente

9 – Calcule a indutância equivalente entre A e B.

**Dados $L_1$ = 20mH , $L_2$ = 100mH ; $L_3$ = $L_4$ = 10mH.**




11 – Assinale “V” ou “F”.
a – ( ) O indutor não admite variação brusca de sua corrente;
b – ( ) Em DC, em regime permanente, o indutor funciona como um curto-circuito, pois $v_L$ = 0V;
c – ( ) O indutor, ao ser ligado ou desligado, produz picos de tensão entre seus terminais.

12 - Desenhe a curva " carga-descarga" de um indutor { i = f(t).

## Lista 7 / A Impedância - Habilidades HEE 20 a 22

1 - Assinale "V" ou "F", se verdadeira ou falsa.

a ( ) No resistor, a intensidade de corrente depende inversamente do valor de sua resistência;

b ( ) No indutor, a intensidade de corrente é limitada pela sua reatância indutiva;

c ( ) A freqüência da tensão alternada senoidal aplicada ao circuito afeta diretamente os valores das reatâncias indutiva e capacitiva;

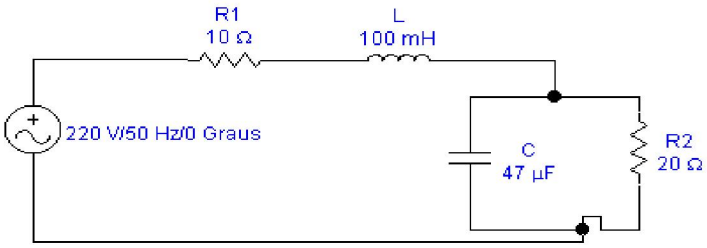
d ( ) A impedância é uma grandeza complexa associada à resistores, indutores e capacitores;

e ( ) Em circuitos R,L,C, a impedância determina o valor da corrente e também a sua fase, atrasando-a ou adiantando-a em relação a tensão;

f ( ) Um triângulo de impedância mostra e relaciona as componentes da impedância.

2 - Determine as reatâncias presentes nos circuitos abaixo:

( a )

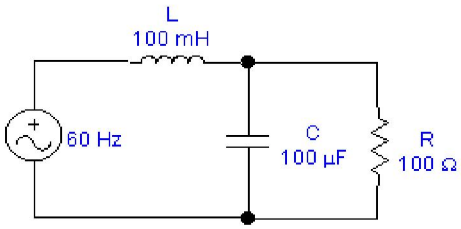



( b ) No circuito anterior, altere a freqüência para 5 k Hz e refaça os cálculos;

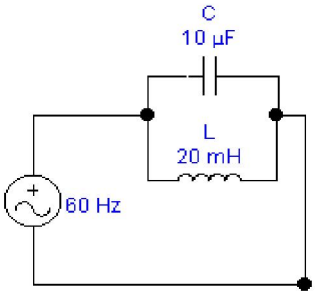
3 - Nos circuitos seguintes, determine a impedância própria de cada elemento e a impedância total "vista" da fonte, considerando uma freqüência de 60 Hz.

a

b

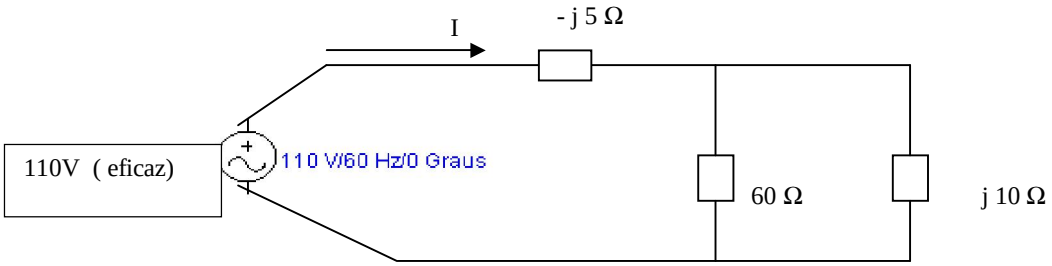



c




4 - Monte o triângulo de impedância para cada impedância total encontrada no exercício 3.

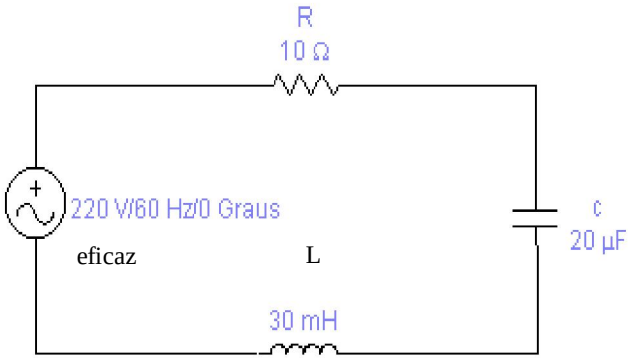
5 - Calcule a intensidade de corrente " I " no circuito seguinte, utilizando o conceito de valor eficaz.



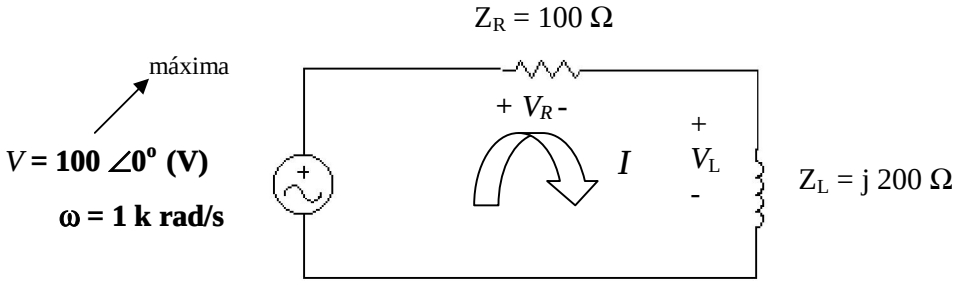
## Lista 8 / Circuitos Elétricos em AC - Habilidades HEE 23

1 - Construa o triângulo de Impedância para Z = 30 + j 40 Ω.

2 - Passe o circuito abaixo para o Domínio Freqüência e determine:
(a) A impedância total ( $Z_{AB}$);
(b) A corrente no circuito;
(c) A tensão em cada elemento;
(d) O diagrama fasorial do circuito.

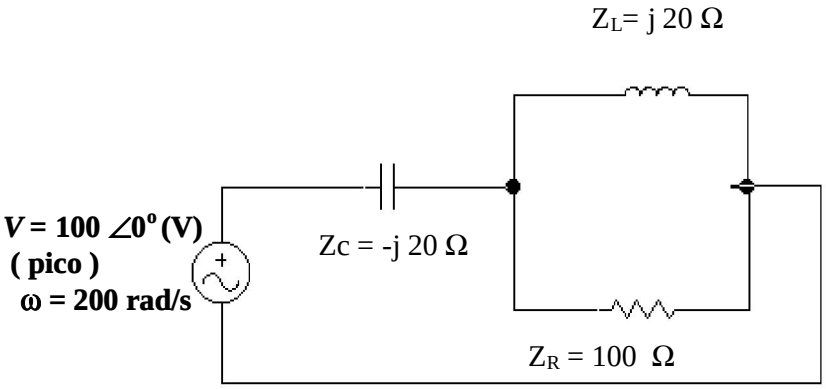



3 - Dado o circuito no Domínio Freqüência, determine a corrente total e a queda de tensão em cada impedância.




4 - Passe o circuito anterior para o Domínio Tempo. Apresente as expressões de i(t), $v_1$(t) e $v_2$(t).

5 - Calcule os valores de tensões e correntes (fasores), nas impedâncias do circuito a seguir:



## Lista 9 / Potência em AC - Habilidades HEE 24 e 25

1- Calcule as potências aparente, ativa e reativa absorvidas por uma carga de impedância $Z = 30 \angle 10^{o}$, submetida a tensão AC de 12V/ 1 kHz $/0^{o}$. Calcule também o fator de potência da carga.

2 - Construa os triângulos de impedância e de potência desse circuito;

3 - Recalcule o problema 1, utilizando a definição de potência complexa S' abaixo:

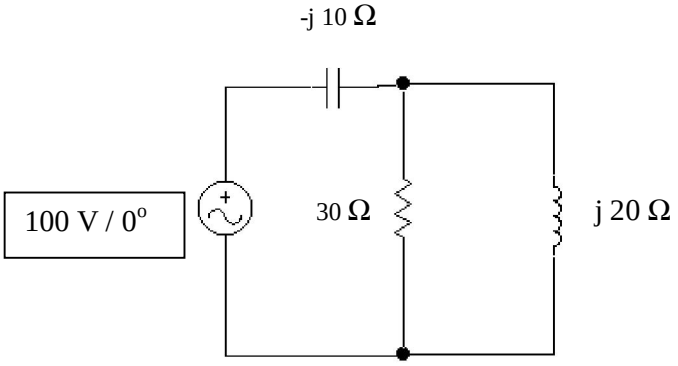
<u>A Potência Complexa (S') é igual ao produto do fasor tensão pelo conjugado do fasor corrente.</u>

4 - Considerando o circuito a seguir, determine:

a - As potências aparente, ativa e reativa e o fator de potência de cada uma das impedâncias presentes em cada circuito;

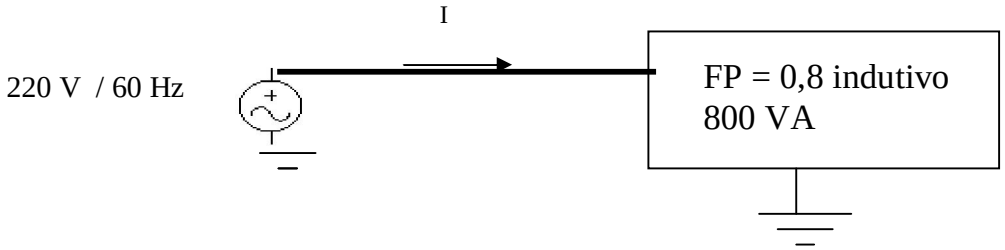
b - A impedância total do circuito;

c - As potências aparente ativa e reativa absorvidas pela impedância total do circuito.




5 – Considerando o circuito abaixo, onde uma fonte AC alimenta uma carga RL.

5.1- Calcule:




a- A corrente eficaz (I) no circuito alimentador;

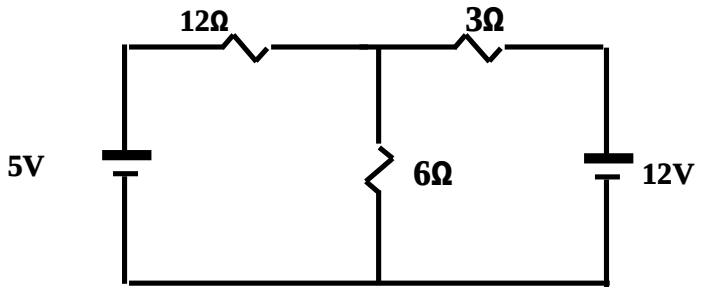
b- As potências ativa e reativa fornecida pela fonte;

5.2- Construa o triângulo de potência do circuito.

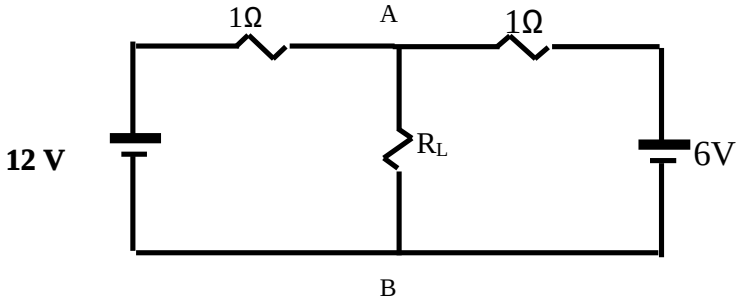
6 – Refaça o problema anterior, considerando uma correção de fator de potência da carga para o valor 0,92 (indutivo), valor mínimo exigido pela concessionária de energia.

## Lista 10 / Teoremas de Circuitos - Habilidades HEE 26 a 28

1- Aplicando "Superposição", determine a corrente a tensão no resistor de 6Ω.

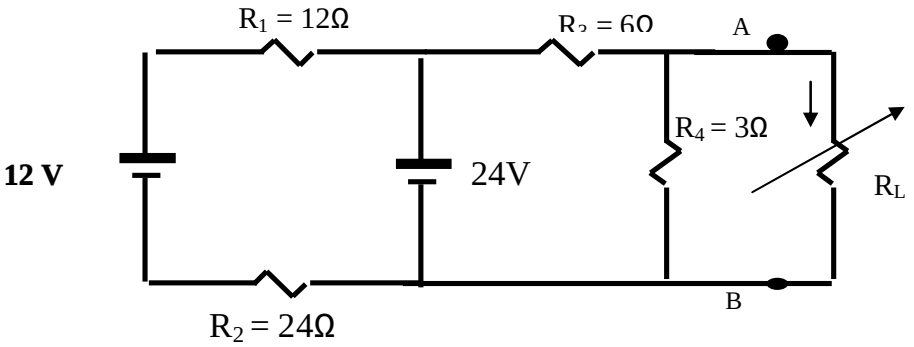



2 - Dado o circuito, determine o Equivalente de Thèvenin do circuito alimentador da carga $R_L$.




3- No circuito que segue, calcule a corrente e a tensão em $R_L$ (carga), para os seguintes valores de $R_L$:

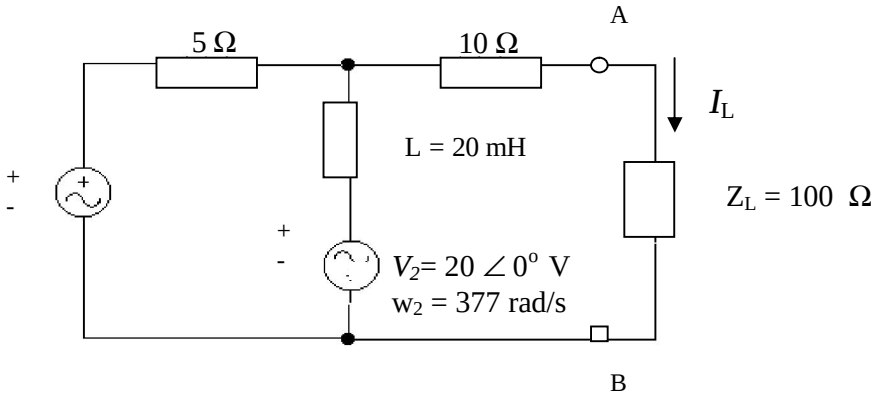
a) $R_L$= 8 Ω
b) $R_L$= 6 Ω
c) $R_L$= 4 Ω
d) $R_L$= 2 Ω



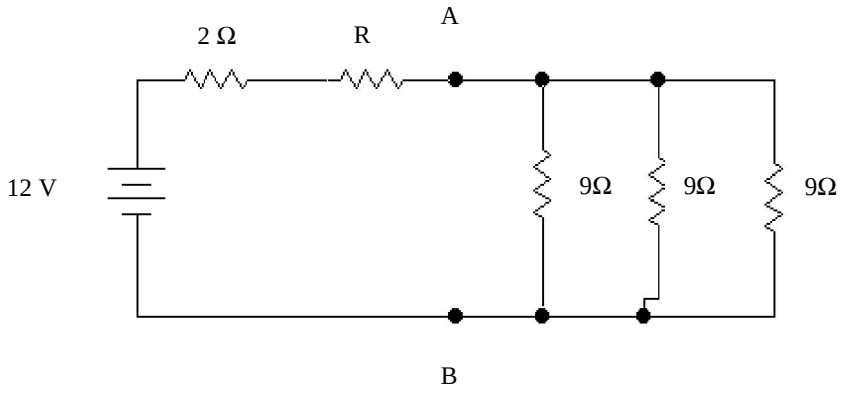

(Dica: Encontre inicialmente o circuito equivalente de Thèvenin)

4 - No circuito abaixo, determine o equivalente de Thèvenin considerando A e B os terminais de saída.

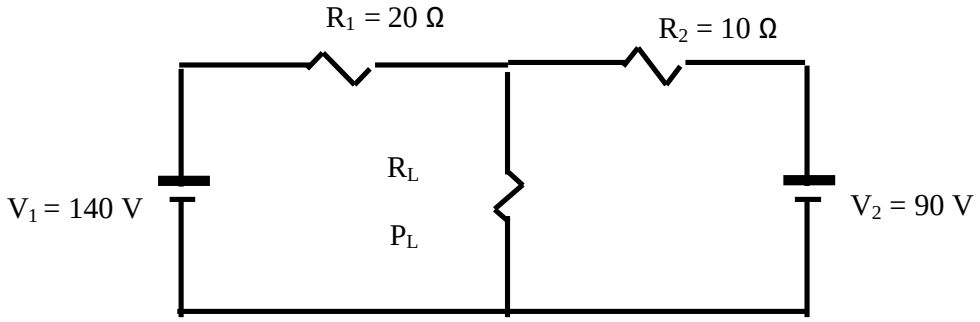
$V_1 = 10 \angle 0^o$ V
$w_1$ = 377 rad/s



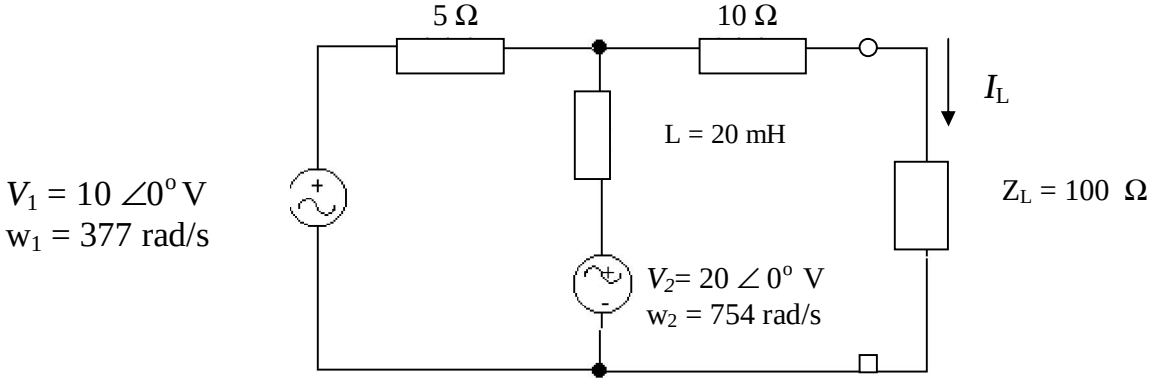
5 - Qual deve ser o valor de "R" para se ter o casamento e, consequentemente se ter a máxima potência dissipada na carga representada pelos três resistores de "9 Ω", instalados entre os terminais de saída "A" e "B", do circuito alimentador?




6 - Dado o circuito, calcule o valor da resistência de carga $\mathbf{R_L}$ que permita a máxima potência útil. Calcule o valor dessa potência máxima $P_M$.

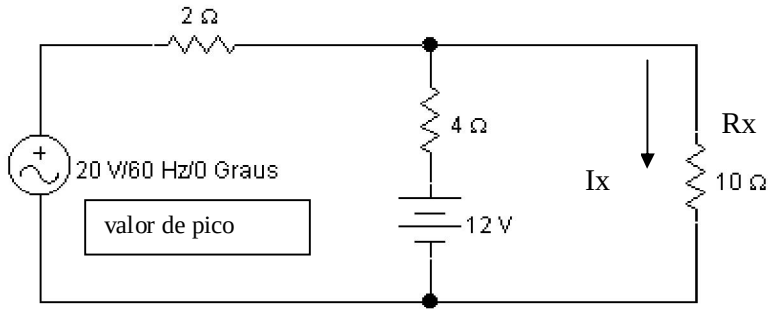



7- O circuito abaixo contém duas fonte AC de freqüências distintas.
Determine a corrente na carga ($I_L$)

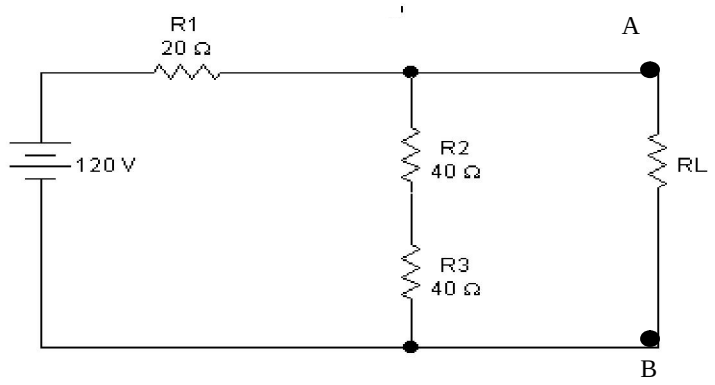


8 - Aplicando o princípio da Superposição, determine o valor da corrente que atravessa o resistor Rx, no circuito AC + DC, abaixo:

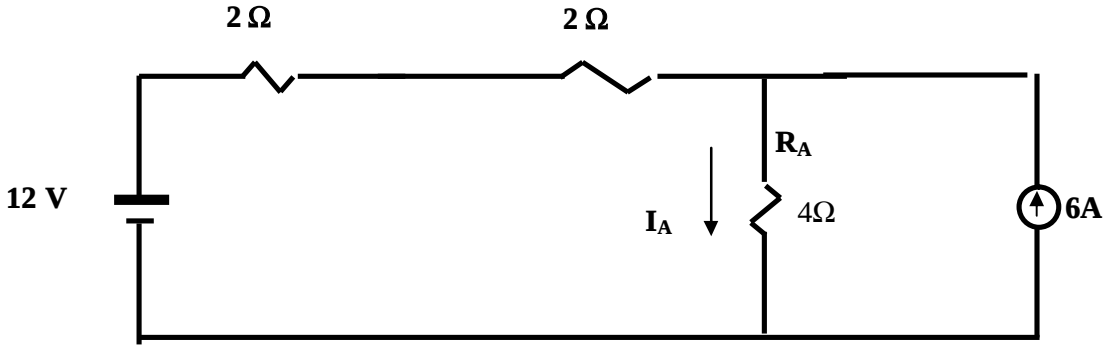
*Sugestão: Por se tratar de circuito resistivo, pode-se trabalhar apenas com o módulo da tensão em valor máximo (ou de pico), evitando-se o uso de fasores. Ao final, representa-se a componente corrente na sua forma senoidal.*




9 - Considerando o teoremas de Thèvenin e da Máxima Transferência de Potência, determine o máximo de potência que o resistor de carga $R_L$ poderia dissipar, partindo do principio que $R_L$ pode ser casado com o seu circuito alimentador.




10- Utilizando o Princípio da Superposição , calcule a corrente " $I_A$ " através do resistor $R_A$ .



**Lista 11 /O Transformador Ideal - Habilidades HEE 29 e 30**

1- O que é o transformador?

2- Quais os elementos fundamentais que constituem um transformador de potência ?

3- Explique o funcionamento de um transformador ideal de potência.

a- Com carga;

b- Sem carga.

4- Faça o esquema de um transformador com polaridade aditiva, representando as tensões, correntes e o fluxo mútuo.

5- Assinale Verdadeira (V) ou Falsa (F)

a( ) O trafo ideal despreza perdas no ferro e no núcleo, as quedas de tensão e a saturação do núcleo;

b( ) O trafo é uma máquina estática que funciona em AC e em DC;
c( ) Um mesmo trafo pode ser usado como elevador ou como abaixador de tensão;
d ( ) O primário recebe a energia e o secundário alimenta a carga;
e( ) O fluxo mútuo é aquele fluxo resultante que atravessa os enrolamentos primário e secundário;
f ( ) No trafo ideal considera-se $S_1 = S_2$ , $V_1 = E_1$ e $V_2 = E_2$ .

6- Considerando as marcas de polaridade, preencha:
a - No primário a corrente ----------pelo ponto;
b- No secundário a corrente ---------- pelo ponto;
c- Na polaridade aditiva, as tensões de entrada e de saída estão ---------- ---(em fase/defasadas de 180 graus);
d- As marcas de polaridade indicam os terminais que apresentam de forma simultânea a polaridade ---------- (positiva/negativa) da tensão.

7- Quais as relações matemáticas de um trafo?

8- Um trafo ideal de 100 VA reduz a tensão de 120 V para 8 V. Determine:

a - A corrente no primário e no secundário;

b - A relação de espira "a".

9- Um trafo ( abaixador) ideal de 1 kVA, 220 V, apresenta $N_1$ = 1000 espiras e $N_2$ igual a 50 espiras. Aplicando-se 220 V no primário, determine:
a - A tensão no secundário;
b - A corrente no primário e no secundário, com a carga nominal.

10 - Um transformador ideal de 1,2 kVA, 220 V/110 V alimenta um forno elétrico resistivo de 800 W e 110 V nominais. Determine o valor eficaz da corrente no secundário e no primário.

11 - Considere um transformador ideal de 10000 espiras no primário e 1000 espiras no secundário. Se for aplicada uma tensão de 24 V no primário, qual o valor da tensão no secundário ($V_2$) ?

12 - Calcule a potência nominal em VA de um trafo ideal de 220 V/ 110 V, necessária para alimentar uma carga de 800 W / 110 V e FP = 0,9 ind.

# Coleção de Provas

**Prova 1 - HEE 1-8**

HEE 1

De um modo geral, o que diferencia um material condutor de um material isolante elétrico? Cite 3 materiais condutores e 3 isolantes .

HEE 2

a) Conceitue corrente elétrica e caracterize o tipo AC senoidal.

b) Qual a intensidade de corrente no fio condutor por onde passa $2 .10^{20}$ elétrons, à cada 10 s?

HEE 3

Diferencie tensão contínua da alternada senoidal

HEE 4

O resistor tem como papel principal fazer a limitação do valor da corrente elétrica. Assim, quanto maior a resistência de um resistor, menor será a sua intensidade de corrente ( I=V/R). Conceitue resistência elétrica.

HEE 5

a) Calcule a intensidade de corrente, caso seja aplicado 9 V nos terminais de um resistor ôhmico de valores nominais 5W / 4k5 Ω.

b) Calcule o novo valor da corrente, se a tensão for aumentada para 27 V.

HEE 6

a) Tomando por base uma lâmpada de 100 W/220 V, conceitue potência elétrica.

b) Calcule a potência elétrica dissipada num resistor de valores nominais 1W / 6 kΩ, que está sendo submetido a uma tensão de 12 V. Calcule também o valor da corrente nessa situação de funcionamento.

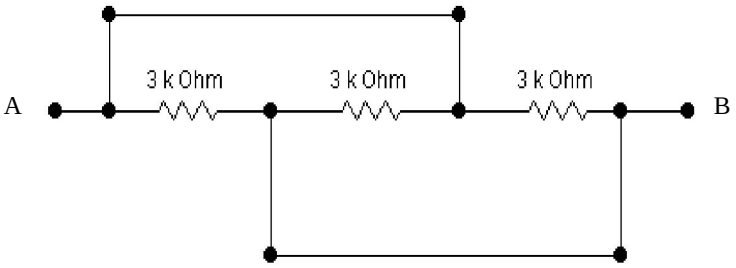
HEE 7

Pode-se compreender a energia elétrica como sendo a energia associada aos elétrons de uma corrente elétrica. Calcule a energia elétrica (em joule) transformada em térmica quando uma corrente contínua de intensidade 2 A atravessa um resistor, produzindo uma queda de tensão de 12 V, durante 1 dia de observação.

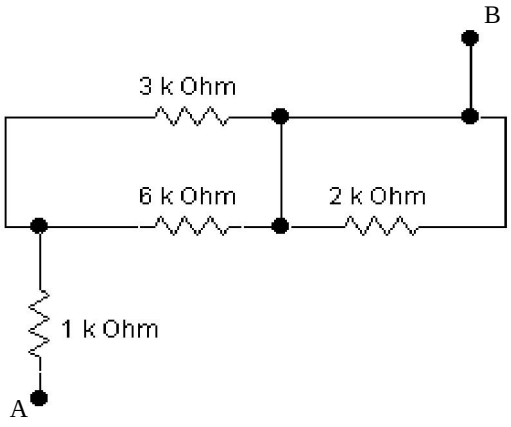
HEE 8

A resistência elétrica de um resistor que substitui uma associação e produz o mesmo efeito, isto é, a mesma potência, é denominada resistência equivalente à essa associação.
Calcule a resistência equivalente entre os pontos "A" e "B" , nas associações abaixo:

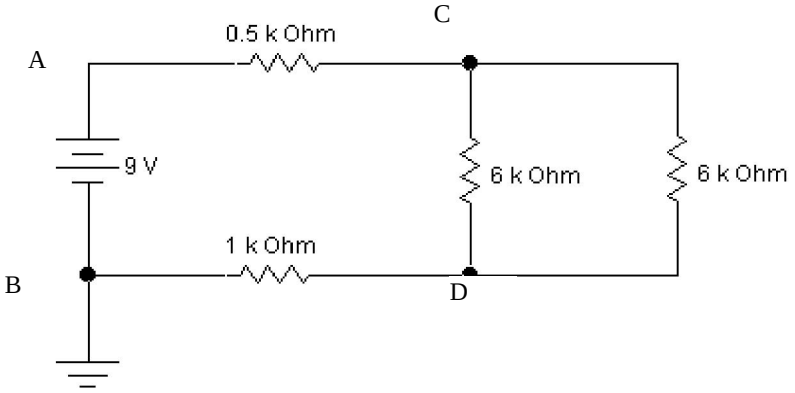
a




b



1) No circuito abaixo, calcule o **potencial elétrico** (tensão) em cada ponto indicado, em relação ao terra.




$V_A$ =

$V_B$ =

$V_C$ =

$V_D$ =

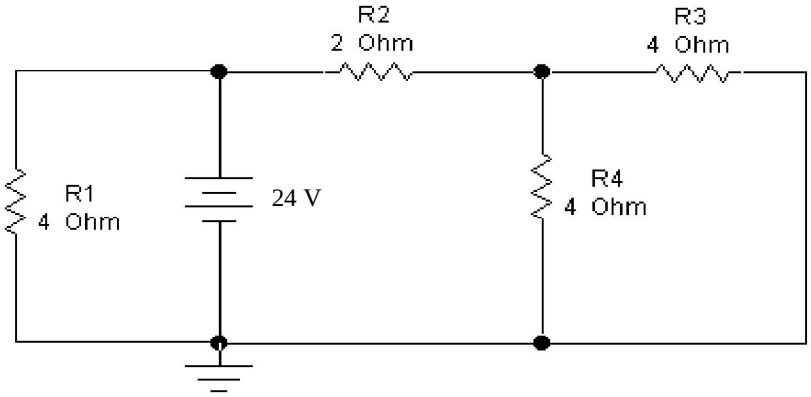
2 ) No circuito a seguir, calcule:

a) O valor da resistência equivalente vista da fonte;

b) A corrente total do circuito;

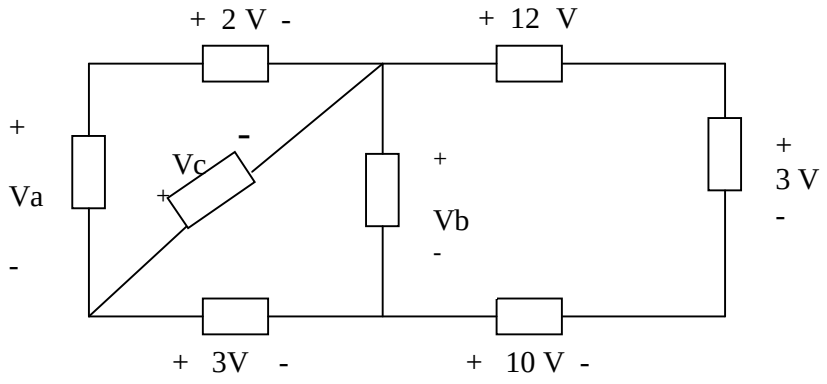
c) Os valores da corrente, da tensão e da potência no resistor $R_4$;

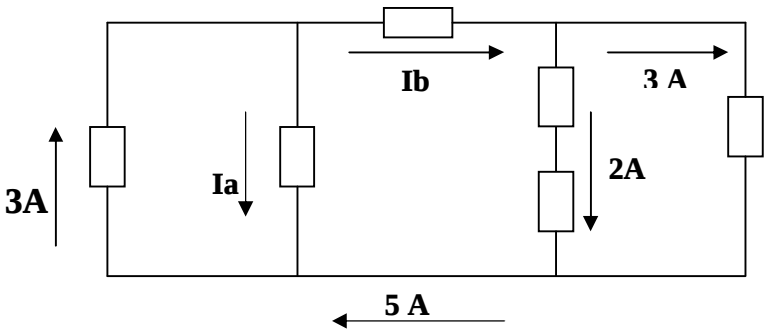
d) A potência total consumida no circuito.



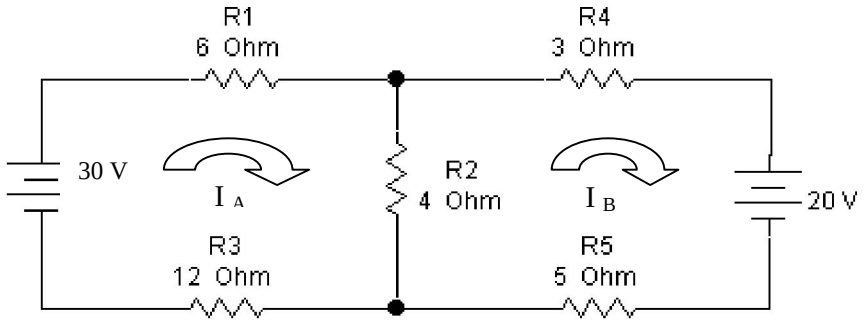
# Prova 3 - HEE 10

1- Empregando as leis de Kirchhoff, KCL e KVL, onde for o caso, obtenha os valores das tensões e correntes desconhecidas, indicadas abaixo:

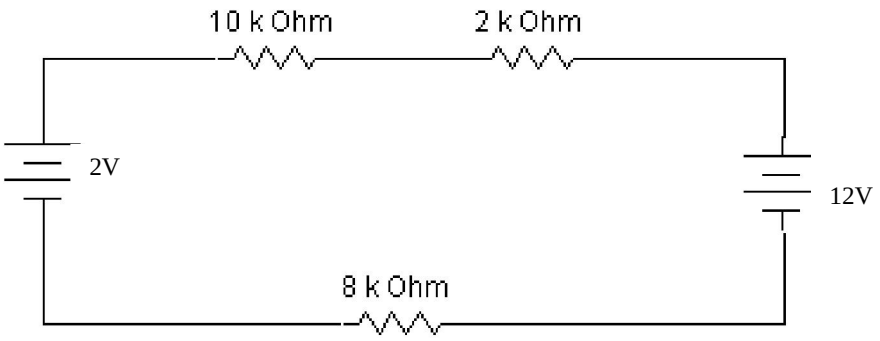


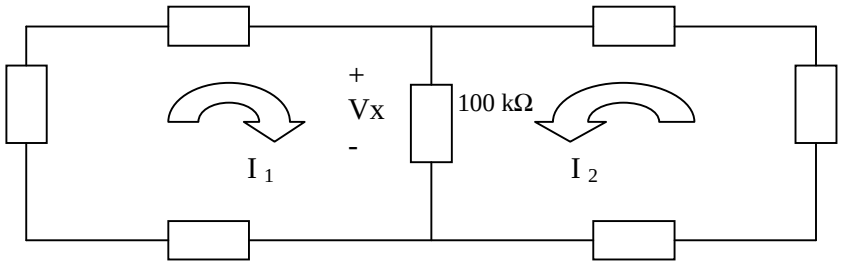

2 – Calcule a potência dissipada em $\mathbf{R_2}$ **:**



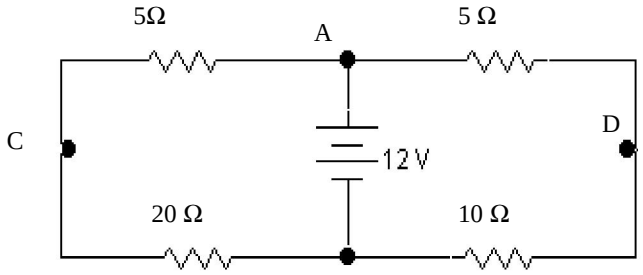
3 – Calcule a potência total consumida, no circuito que segue.




4 – No circuito abaixo, sabendo que as correntes de malhas indicadas valem $I_1$ = 1,2 mA e $I_2$ = 0, 8 mA, calcule a potência consumida no Rx .




5 – Calcule $V_{AD}$ e $V_{CD}$ , no circuito abaixo.



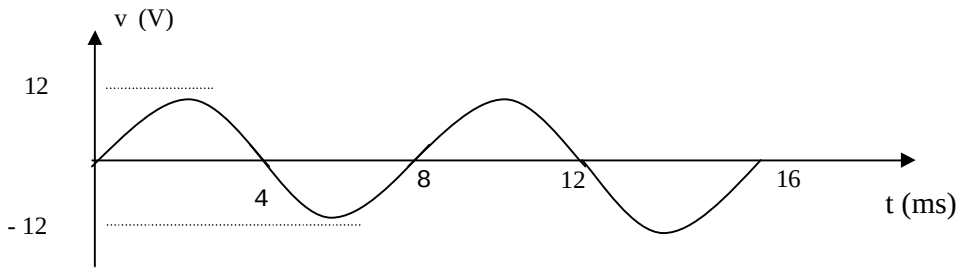

Formulário Geral:

V = R . I
P = V . I
$P = R . I^2$
$P = V^2 / R$
Vx = Rx. V / Req  Ix = Req. I /Rx

# Prova 04 - HEE 11 E 12

**Parte 1 - HEE 11'**

5) Considerando o sinal de tensão senoidal representado pela forma de onda abaixo, determine:



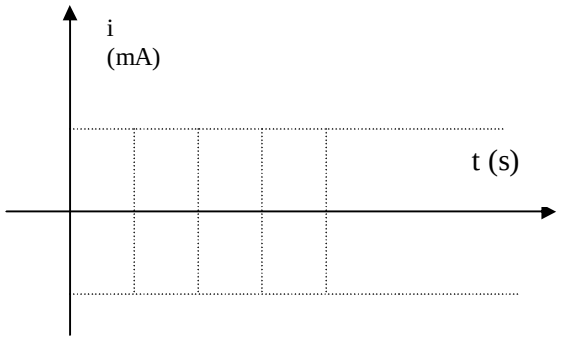

1.1 - Os parâmetros:

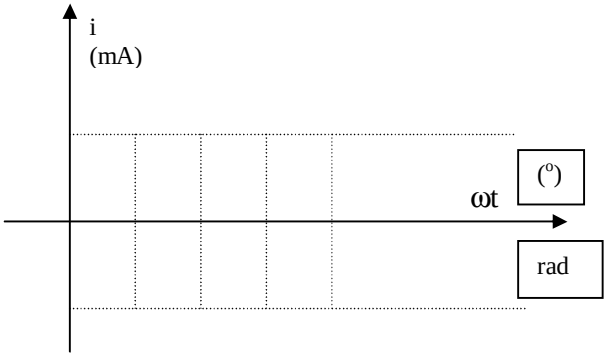
| | | |
|---|---|---|
| a - Valor máximo ($V_M$); | b - Valor médio ( Vm ); | c - Valor eficaz ( Vef ); |
| d - Período (T); | e - Freqüência (f); | f - Freqüência angular (ω); |
| g - Ângulo de fase ( θ ); | 1.2 - A expressão matemática do sinal representado v = f (t ). | |

1.2 - Faça a representação gráfica mostrando 01 ciclo do sinal de corrente senoidal, cuja expressão matemática é:

$$i = 100 \text{ sen } (100t - 90^{o}) \quad (\text{ mA})$$

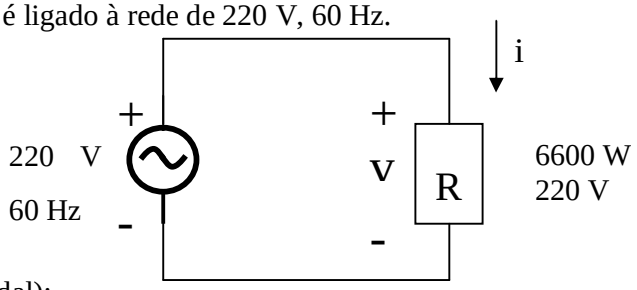
a) em função do tempo;
b) em função de "ωt" ( em radiano e em grau).



**Parte 2 – HEE 12**

1) Um chuveiro elétrico de 6600 W e 220 V é ligado à rede de 220 V, 60 Hz.
**Determine:**




f) a resistência " R " do chuveiro;

g) a expressão matemática da tensão (senoidal);

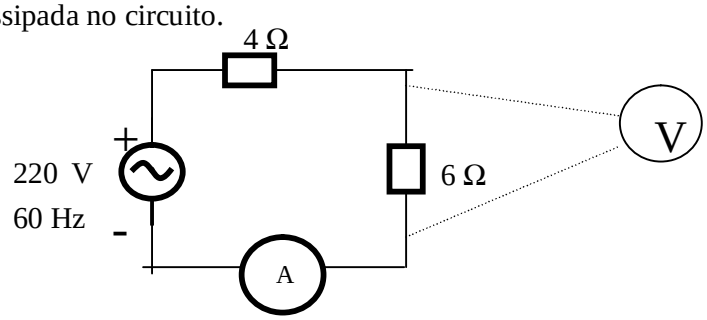
h) o valor eficaz da corrente no circuito;

i) o valor de pico da corrente;

j) a expressão matemática da corrente (senoidal);

k) a representação gráfica de " $v_{(t)}$ " e de " $i_{(t)}$ ".

2 ) Descubra os valores indicados no amperímetro (A) e no voltímetro (V), abaixo. Calcule o valor da potência media dissipada no circuito.

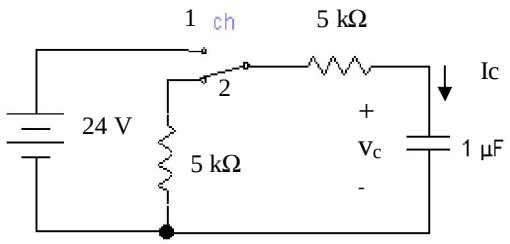


# Prova 5 - O capacitor - HEE 13 a 15

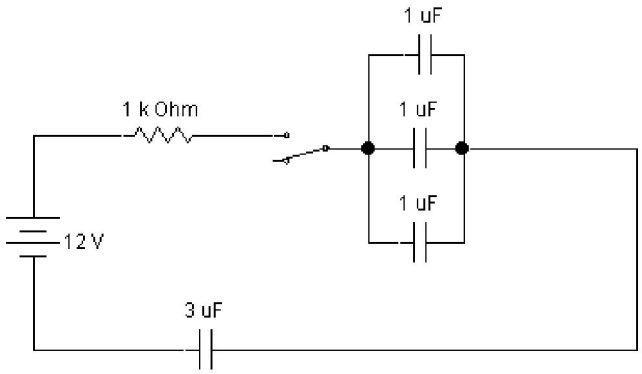
1 – Qual a construção e finalidade básica de um capacitor?

2- Explique como ocorrem os processo de carga e descarga de um capacitor?

3 – Construa o gráfico $v_c$ (t) da carga e descarga do capacitor abaixo, indicando o valor máximo atingindo pela sua tensão. Calcule também os tempos de carga (tc) e de descarga (td) do capacitor, considerando liga na posição 1 e desliga na posição 2.




4 – Calcule a carga armazenada em cada capacitor abaixo, após fechamento da chave e decorrido um tempo superior a 5 constantes de tempo de carga ($t > 5\tau_c$). Calcule também a energia total armazenada no circuito.




5 – Conceitue CAPACITÂNCIA de um capacitor.

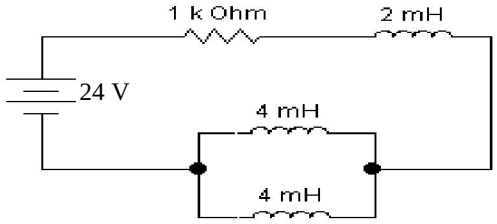
# Prova 6 - O indutor - HEE 16 a 19

1-Descreva a construção e apresente a finalidade básica do indutor?
Ilustre a situação em que um indutor seja percorrido por corrente elétrica e tenha seu campo magnético indicado com auxílio de linhas de indução, orientadas pela aplicação da Regra da Mão Direita.

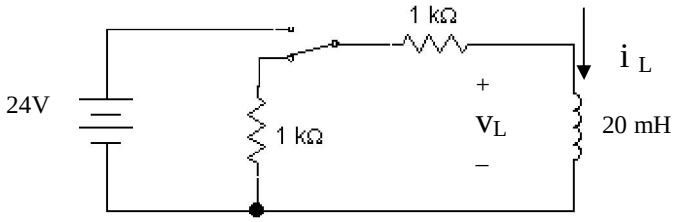
2 - Enuncie a lei de Faraday, mostre sua expressão matemática geral e faça uma ilustração de sua aplicação, utilizando um imã e uma espira retangular interrompida (ou aberta).

3 - Faça uma ilustração do fenômeno da indução eletromagnética, utilizando um imã e uma espira circular, onde o sentido da corrente esteja indicado pela aplicação correta da lei de Lenz.

4- Calcule a energia total armazenada nos indutores do circuito abaixo.

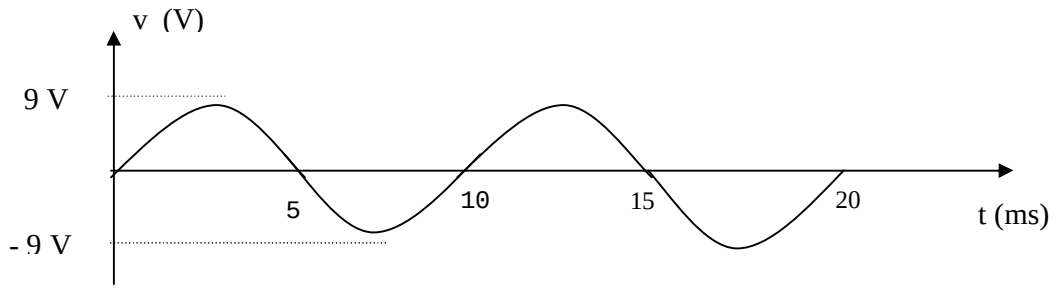



5 - Mostre os gráficos da evolução completa da tensão auto- induzida e da corrente no indutor abaixo, considerando um chaveamento, com tempo suficiente para o regime permanente, indicando valores alcançados pela tensão e corrente no indutor. Calcule os tempos de carga / descarga ( $t = 5\tau$ onde $\tau = L/R$).



## HEE 11

6) Considerando o sinal de tensão senoidal, representado pela forma de onda abaixo, determine:



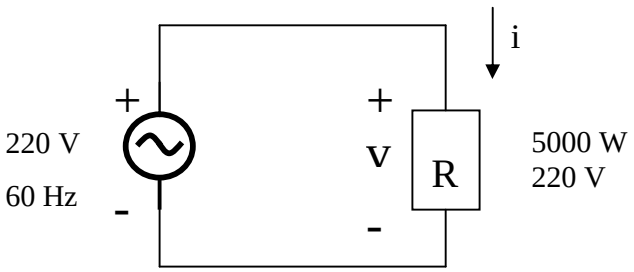

| | | |
|---|---|---|
| a - Valor máximo ($V_M$); | b - Valor médio ( Vm ); | c - Valor eficaz ( Vef ); |
| d - Período (T); | e - Freqüência (f); | f - Freqüência angular (ω); |
| g - Ângulo de fase ( θ ); | h - A expressão matemática do sinal representado v = f (t ). | |

## HEE12

2- Um chuveiro elétrico de 5000 W e 220 V é ligado à rede de 220 V, 60 Hz.

**Determine:**

l) A resistência " R " do chuveiro;



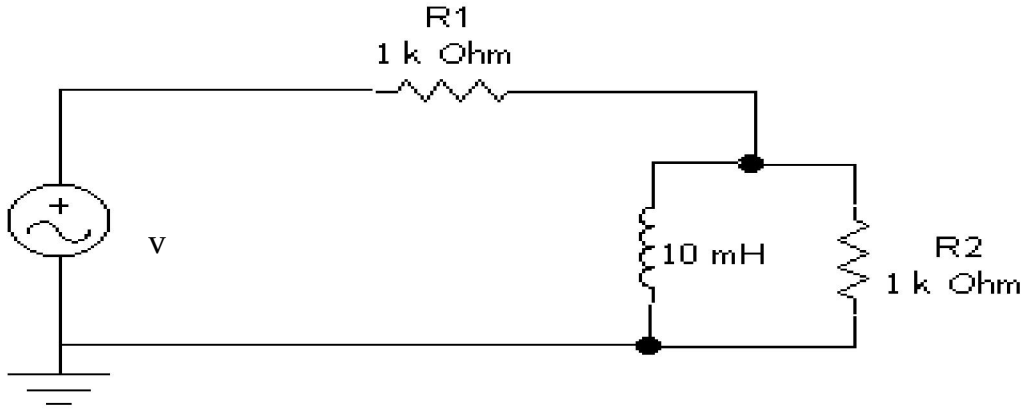

m) A valor eficaz da tensão e da corrente no circuito;

n) A expressão matemática da tensão e da corrente (senoidal);

**HEE 20-22**

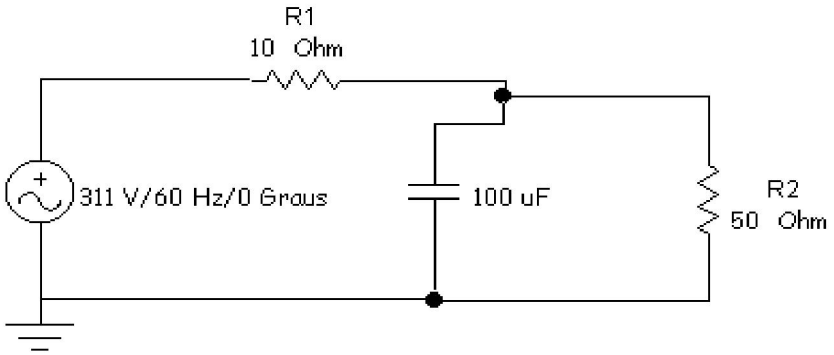
3- Para cada frequência abaixo, determine a impedância vista da fonte AC, expressa na forma polar, no circuito que segue:

| Freqüência da tensão aplicada | Impedância total vista da fonte |
|---|---|
| f= 0 Hz | |
| f= 10 $kH_Z$ | |
| f= infinito Hz | |



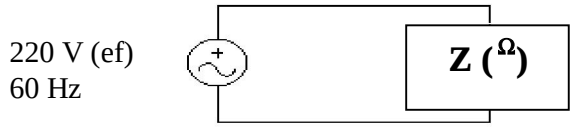

**HEE 23**

4- Calcule a tensão e a corrente no resistor $R_2$, no circuito AC senoidal abaixo, com tensão de pico de 311 V, expressando o resultado final na forma senoidal:



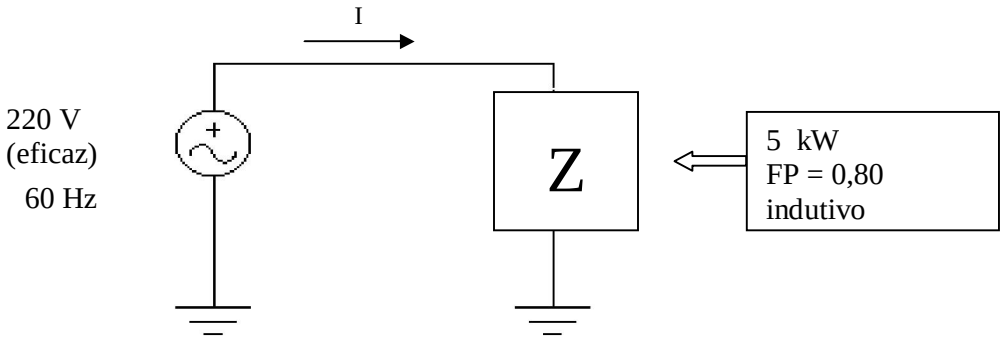
**HEE 24 e 25**

5- Calcule o fator de potência e as potências aparente, ativa e reativa, absorvidas pela carga de impedância ajustável "Z", abaixo, considerando:




| | Cos ϕ | S | P | Q |
|---|---|---|---|---|
| Z = 100∠0° Ω | | | | |
| Z = 100∠45 ° Ω | | | | |

6 - Considerando o circuito abaixo, onde uma fonte AC senoidal alimenta acarga "Z", determine:



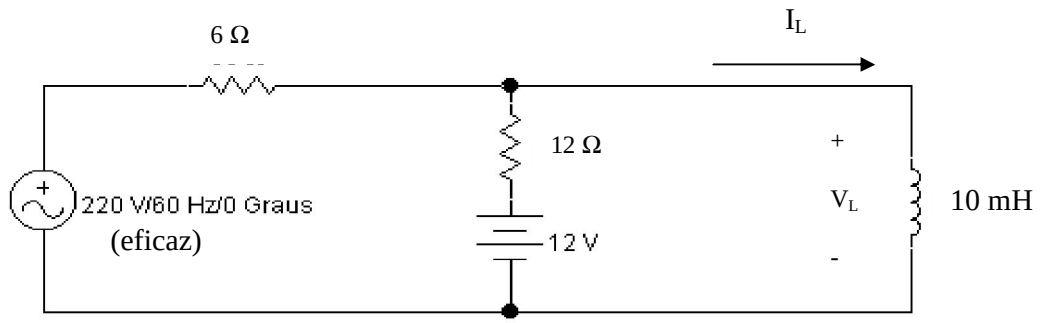

| a- A corrente eficaz no circuito alimentador | b - A potência aparente fornecida pela fonte | c - A potência reativa fornecida pela fonte |
|---|---|---|
| | | |

7- No problema anterior, qual seriam os novos valores da corrente eficaz, da potência aparente e da potência reativa, caso o fator de potência seja corrigido para 0,9 indutivo.

| **Corrente (A)** | **Potência Aparente (VA)** | **Potência Reativa (var)** |
|---|---|---|
| | | |

**Prova 10 - Teoremas de Circuitos - HEE 26 a 28**

1 – Aplicando o princípio da Superposição, determine a tensão ( e a corrente) no INDUTOR, no circuito AC + DC abaixo:



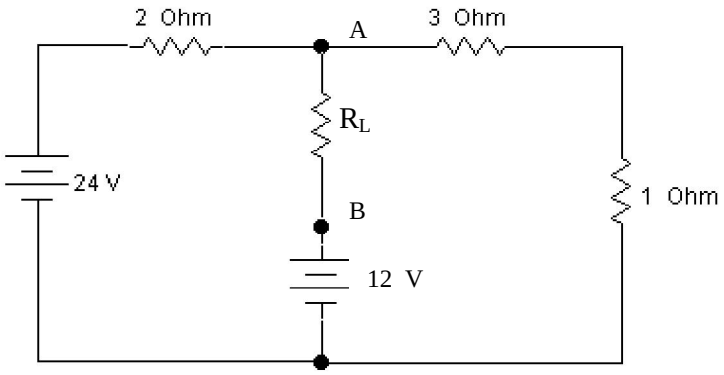

2- Faça o esboço gráfico da **tensão (e da corrente) AC+DC** acima encontrada, em função do tempo.

3- Considerando os terminais **A** e **B** como a saída do circuito alimentador, onde está ligada uma carga $R_L$, determine:

a - O equivalente de Thèvenin do alimentador;

b - O valor da carga resistiva "$R_L$" para que a mesma dissipe o máximo de potência;

c - O valor dessa potência máxima;




4- Relativamente a questão anterior, esboce o gráfico da variação da potência na carga, considerando uma variação de $\mathbf{R_L}$ de **infinito a zero**, indicando os seguintes valores:

- A potência máxima na carga e sua corrente correspondente;
- A corrente de curto-circuito A-B.

# Prova 11: HEE 29 e 30 (o Transformador)

**1- O que é o transformador e qual a construção básica de um trafo de potência?**

**2- Faça um desenho e explique rapidamente como funciona o transformador?**

**3- Assinale Verdadeira (V) ou Falsa (F)**

a ( ) No trafo ideal são desprezadas perdas, quedas de tensão e saturação do núcleo;
b ( ) O trafo é uma máquina estática que funciona só em AC;
c ( ) Um trafo 220 V/12V, 1KVA não pode ser usado para elevar uma tensão de 6V para 110 V.
d ( ) O primário do trafo recebe a energia da fonte e o secundário alimenta a carga;
e ( ) O fluxo mútuo é o fluxo resultante que atravessa os enrolamentos primário e secundário;
f ( ) O trafo de potência é basicamente especificado pela relação de tensão e potência aparente .

**4- Para que servem as marcas de polaridades e quais os tipos existentes?**

**5- Apresente as relações matemáticas associadas a um trafo ideal.**

**6 - Um trafo ideal de 500 VA reduz a tensão de 110 V para 6 V.**

Determine:

a- A sua relação de espiras;

b- A intensidade de corrente (eficaz) no secundário e no primário.

**7-Um trafo ideal de 1 kVA, 220 V no lado de alta tensão, apresenta $N_1$ = 1000 espiras e $N_2$ igual a 50 espiras. Supondo-o alimentado em 220 V, calcule:**

a - A tensão no secundário;

b - A corrente no primário e no secundário, considerando uma carga nominal.

**8 - Um transformador ideal de valores nominais 1,2 kVA, 220 V/110 V alimenta uma carga $R_L$ de valores 800 W, 110 V e fator de potência 0,9 indutivo**.

Faça um desenho da situação e determine o valor da corrente no primário e no secundário.

**9- Faça um desenho da situação e calcule a potência aparente mínima adequada, em VA, de um trafo ideal de 220 V/ 110 V, necessária para alimentar uma carga de 900 W / 110 V e FP = 0,9 indutivo.**

**10- Fazendo um desenho da situação, calcule a relação de espiras ( N1/N2=a ) adequada para fazer o casamento de uma impedância de saída de módulo 10 Ω com uma carga de módulo 300 Ω.**