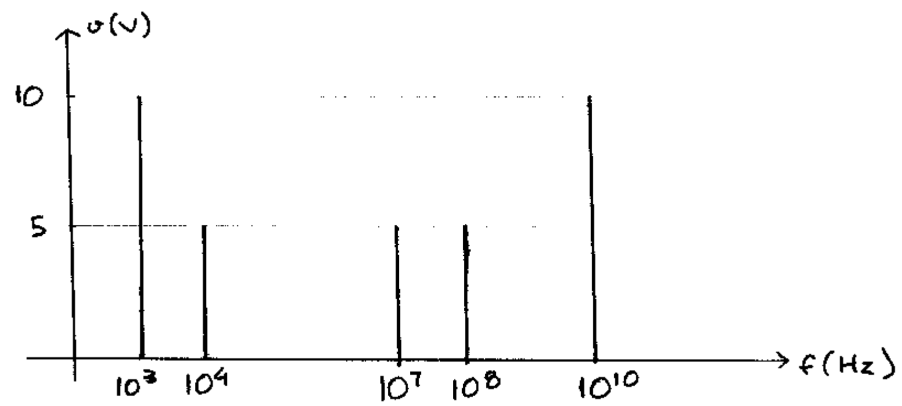
INSTITUTO FEDERAL SANTA CATARINA	**Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica** **Instituto Federal de Santa Catarina** **Campus São José** **Área de Telecomunicações** **PRT11102 – Princípios de Telecomunicações**

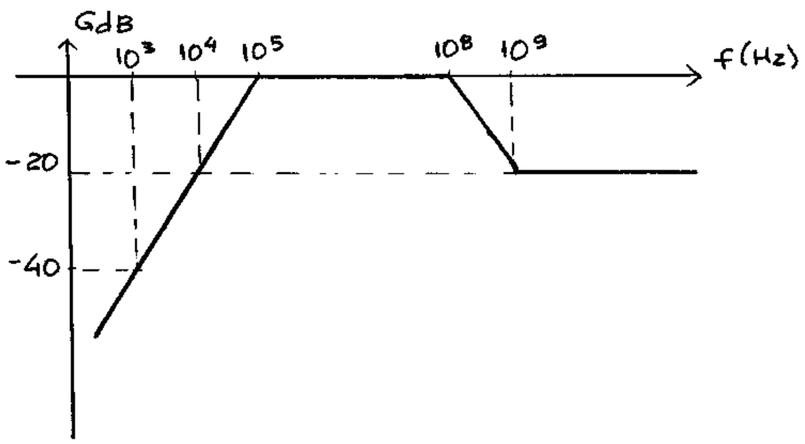
Solução do exercício 3a da Lista 02:

Obter o espectro do sinal de saída, considerando o espectro do sinal de entrada e as características de transferência dos sistemas apresentados a seguir.

SINAL DE ENTRADA



SISTEMA A



Solução:

O sinal possui componentes de entrada (com amplitudes não-nulas) nas frequência

$$f = 10^3,\ 10^4,\ 10^7,\ 10^8 \text{ e } 10^{10}\ \text{Hz}.$$

Portanto, a saída do filtro deve ter essas mesmas componentes, porém com suas amplitudes modificadas pelos ganhos do sistema A.

Observando a análise do espectro de frequências do Sinal de Entrada, mostrada na primeira Figura, podemos obter as amplitudes do sinal em cada frequência:

Frequências ($\mathbf{Hz}$)	$\mathbf{10^3}$	$\mathbf{10^4}$	$\mathbf{10^7}$	$\mathbf{10^8}$	$\mathbf{10^{10}}$
Amplitudes do Sinal ($\mathbf{Volts}$)	10	5	5	5	10

Observando a Figura dos ganhos do Sistema A nas frequências supracitadas, obtemos os valores:

Frequências ($\mathbf{Hz}$)	$\mathbf{10^3}$	$\mathbf{10^4}$	$\mathbf{10^7}$	$\mathbf{10^8}$	$\mathbf{10^{10}}$
Ganhos do filtro ($\mathbf{dB}$)	-40	-20	0	0	-20

Observe que os ganhos do filtro estão na escala decibel e as amplitudes de entrada estão na escala linear de tensão. Para obter as amplitudes do sinal de saída, é necessário trabalhar com todos os valores na mesma escala.

Abaixo seguem duas possíveis soluções:

1) <u>Converter os ganhos do filtro para a escala linear</u>

Com essa solução, obtemos as amplitudes do sinal de saída em Volts.

Na escala linear, os ganhos de amplitude de um filtro são dados pela razão entre saída e a entrada:

$$\frac{\mathrm{V_{saída}}}{\mathrm{V_{entrada}}} = \text{ganho}$$

Em decibel, por se tratar de amplitudes dos sinais (em Volts), usamos a conversão

$$\text{ganho (dB)} = 20 \log\left(\frac{\mathrm{V_{saída}}}{\mathrm{V_{entrada}}}\right)$$

Neste caso, o problema apresenta o valor do ganho em decibel e apresenta também o valor da tensão de entrada em Volts. Basta substituí-los na equação acima e encontrar o valor da tensão de saída.

Esse procedimento deve ser realizado em cada componente de frequência individualmente. Veja a seguir:

a) **Frequência $\mathbf{f = 10^3 Hz = 1000\ Hz = 1\ kHz}$**

Nesta frequência, o sinal de entrada tem uma componente de $10\ \mathrm{Volts}$ de amplitude. O filtro causa uma atenuação de $40\ \mathrm{dB}$ ($ganho(\mathrm{dB}) = -40\ \mathrm{dB}$).

Aplicando os valores na relação de conversão dos ganhos para a escala decibel:

$$\text{ganho (dB)} = 20\log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}\right)$$

$$-40 = 20\log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{10}\right)$$

$$-\frac{40}{20} = \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{10}\right)$$

$$-2 = \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{10}\right)$$

$$10^{-2} = \frac{V_{\text{saída}}}{10}$$

$$10 \times 10^{-2} = V_{\text{saída}}$$

$$V_{\text{saída}} = 0{,}1\ \text{Volts} = 100\ \text{mV}$$

Essa é a amplitude da tensão de saída na frequência de $1\ \mathrm{kHz}$.

b) **Frequência $\mathbf{f = 10^4 Hz = 10000\ Hz = 10 kHz}$**

Nesta frequência, o sinal de entrada tem uma componente de $5\ \mathrm{Volts}$ de amplitude. O filtro causa uma atenuação de 20 dB ($ganho(\mathrm{dB}) = -20\ \mathrm{dB}$).

Aplicando os valores na relação de conversão dos ganhos para a escala decibel:

$$\text{ganho (dB)} = 20\log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}\right)$$

$$-20 = 20\log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{5}\right)$$

$$-\frac{20}{20} = \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{5}\right)$$

$$-1 = \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{5}\right)$$

$$10^{-1} = \frac{V_{\text{saída}}}{5}$$

$$5 \times 10^{-1} = V_{\text{saída}}$$

$$V_{\text{saída}} = 0{,}5 \text{ Volts} = 500 \text{ mV}$$

Essa é a amplitude da tensão de saída na frequência de 10 kHz.

c) Frequência $\mathbf{f = 10^7 Hz = 10000000\ Hz = 10\ MHz}$

Nesta frequência, o sinal de entrada tem uma componente de 5 Volts de amplitude. O filtro causa uma atenuação de 0 dB ($ganho(\text{dB}) = 0 \text{ dB}$).

Observe que um ganho de 0 dB não altera a amplitude do sinal. Portanto já é claro que a amplitude do sinal de saída nesta componente será igual a de entrada (5 Volts). Mas podemos mostrar isso matematicamente.

Aplicando os valores na relação de conversão dos ganhos para a escala decibel:

$$\text{ganho (dB)} = 20 \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}\right)$$

$$0 = 20 \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{5}\right)$$

$$\frac{0}{20} = \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{5}\right)$$

$$0 = \log\left(\frac{V_{\text{saída}}}{5}\right)$$

$$\underbrace{10^0}_{1} = \frac{V_{\text{saída}}}{5}$$

$$5 = V_{\text{saída}}$$

$$V_{\text{saída}} = 5 \text{ Volts}$$

Essa é a amplitude da tensão de saída na frequência de 10 MHz.

d) Frequência $\mathbf{f = 10^8 Hz = 100000000\ Hz = 100\ MHz}$

É semelhante ao caso anterior. O ganho de 0 dB não altera a componente. Portanto, nesta frequência (100 MHz)

$$V_{saída} = V_{entrada} = 5\ \mathrm{Volts}$$

e) **Frequência** $\mathbf{f = 10^{10}Hz = 10000000000\ Hz = 10\ GHz}$

Nesta frequência, o sinal de entrada tem uma componente de $10\ \mathrm{Volts}$ de amplitude. O filtro causa uma atenuação de $20\ \mathrm{dB}$ ($ganho(\mathrm{dB}) = -20\ \mathrm{dB}$).

A situação é a mesma do caso **(b)**, na frequência de $10\ \mathrm{kHz}$, em que constatamos que um ganho de $-20\ \mathrm{dB}$ causa uma atenuação de 10 vezes, ou seja:

$$\frac{V_{saída}}{V_{entrada}} = 10^{-1}$$

$$V_{saída} = \frac{V_{entrada}}{10}$$

$$V_{saída} = \frac{10\ V}{10} = 1\ V$$

2) Converter as amplitudes de entrada para a escala decibel e após converter as amplitudes do sinal de saída de volta para a escala linear

Em vez de converter os ganhos para a escala linear, podemos converter o valor de entrada para decibel e operar todos os valores nessa escala. Após, ao obter o valor de saída em decibel, será necessária a conversão de volta para a escala linear para respondermos ao que foi pedido no problema.

a) **Frequência** $\mathbf{f = 10^{3}Hz = 1000\ Hz = 1\ kHz}$

Na frequência de 1 kHz do sinal de entrada, sua amplitude é de 10 Volts. Nesta frequência o ganho do filtro é de $-40\ \mathrm{dB}$ (atenua $40\ \mathrm{dB}$).

Convertendo $10\ \mathrm{Volts}$ para dBV:

$$V_{dB} = 20\log(10) = 20\ \mathrm{dBV}$$

Entram $20\ \mathrm{dBV}$ em $1\ \mathrm{kHz}$.

Nesta frequência, o filtro atenua $40\ \mathrm{dB}$.

A saída é:

$$V_{saída}(\mathrm{dBV}) = \mathrm{entrada}(\mathrm{dB}) + \mathrm{ganho}$$

$$= 20\ \mathrm{dBV} - 40\mathrm{dB} = -20\ \mathrm{dBV}$$

Em Volts, quanto é a saída?

$$-20 \text{ dBV} = 20\log(\text{x Volts})$$

$$-\frac{20}{20} = \log(\text{x})$$

$$-1 = \log_{10}(\text{x})$$

$$\text{x} = 10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0{,}1 \text{ Volts}$$

Conclusão: nesta frequência (1 kHz) entrou um sinal de 10 Volts (20 dBV)e saiu um sinal de $0{,}1$ Volts (-20 dBV) porque o filtro atenuou o sinal de entrada por 40 dB (nesta frequência).

b) **Frequência $\mathbf{f = 10^4 Hz = 10000\ Hz = 10kHz}$**

Nesta frequência, a componente do sinal de entrada é de 5 Volts. O filtro (sistema), nesta frequência, tem um ganho de -20 dB. Significa que o filtro atenua o sinal de entrada.

$5\ Volts$ em decibel são:

$$V_{dB} = 20\log(5 \text{ Volts})$$

$$= 14 \text{ dBV}$$

Entra no sistema um sinal de 14 dBV na frequência de 10 kHz.

O ganho nesta frequência é $-20\ dB$.

A saída do sinal nesta frequência é

$$\text{V}_{\text{saída}}(\text{dB}) = \text{V}_{\text{entrada}}(\text{dB}) + \text{Ganho}$$

$$= 14 - 20 = -6 \text{ dBV}$$

Para converter a saída de dBV para Volts, temos que fazer a operação contrária.

$$-6 \text{ dBV} = 20\log(\text{x Volts})$$

$$-\frac{6}{20} = \log_{10}(\text{x})$$

$$\text{x} = 10^{-6/20} = 0{,}5 \text{ V}$$

Conclusão: nesta frequência (10 kHz) entrou um sinal de 5 Volts e saiu um sinal de $0{,}5$ Volts; porque o filtro atenuou o sinal de entrada por 20 dB (nesta frequência).

c) **Frequência $\mathbf{f = 10^7 Hz = 10000000\ Hz = 10\ MHz}$**

É o mesmo caso do método 1 de solução, em que o ganho $0\ \mathrm{dB}$ não altera o sinal de entrada.

d) Frequência $\mathbf{f = 10^8 Hz = 100000000\ Hz = 100\ MHz}$
É o mesmo caso do método 1 de solução, em que o ganho $0\ \mathrm{dB}$ não altera o sinal de entrada.

e) Frequência $\mathbf{f = 10^{10} Hz = 10000000000\ Hz = 10\ GHz}$
Já vimos para o caso (a) que $10\ \mathrm{Volts}$ equivalem a $20\ \mathrm{dBV}$.
Também vimos para o caso (b) que uma atenuação de $20\ \mathrm{dB}$ divide a amplitude do sinal de entrada por 10 vezes (escala linear).

Portanto, para a frequência de $1\ \mathrm{GHz}$, o sinal de entrada possui uma componente de $10\ \mathrm{Volts}$ e o sistema um ganho de $-20\ \mathrm{dB}$.
O valor do sinal de saída em $1\ \mathrm{GHz}$ será de $0\ \mathrm{dBV}$, que equivale a $1\ \mathrm{Volt}$ na escala linear.

O gráfico do espectro do sinal de saída é apresentado na Figura abaixo:

Frequências $(\mathbf{Hz})$	$\mathbf{10^3}$	$\mathbf{10^4}$	$\mathbf{10^7}$	$\mathbf{10^8}$	$\mathbf{10^{10}}$
Sinal de Entrada $(\mathbf{Volts})$	10	5	5	5	10
Ganhos do filtro $(\mathbf{dB})$	-40	-20	0	0	-20
Sinal de Saída $(\mathbf{Volts})$	$0{,}1$	$0{,}5$	5	5	1

SINAL DE SAÍDA