Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Instituto Federal de Santa Catarina

Campus São José

Área de Telecomunicações

ELM20704 – Eletromagnetismo

INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Avaliação Teórica – Eletrodinâmica e Ondas

Data: 06/06/2014

Nome do aluno:____

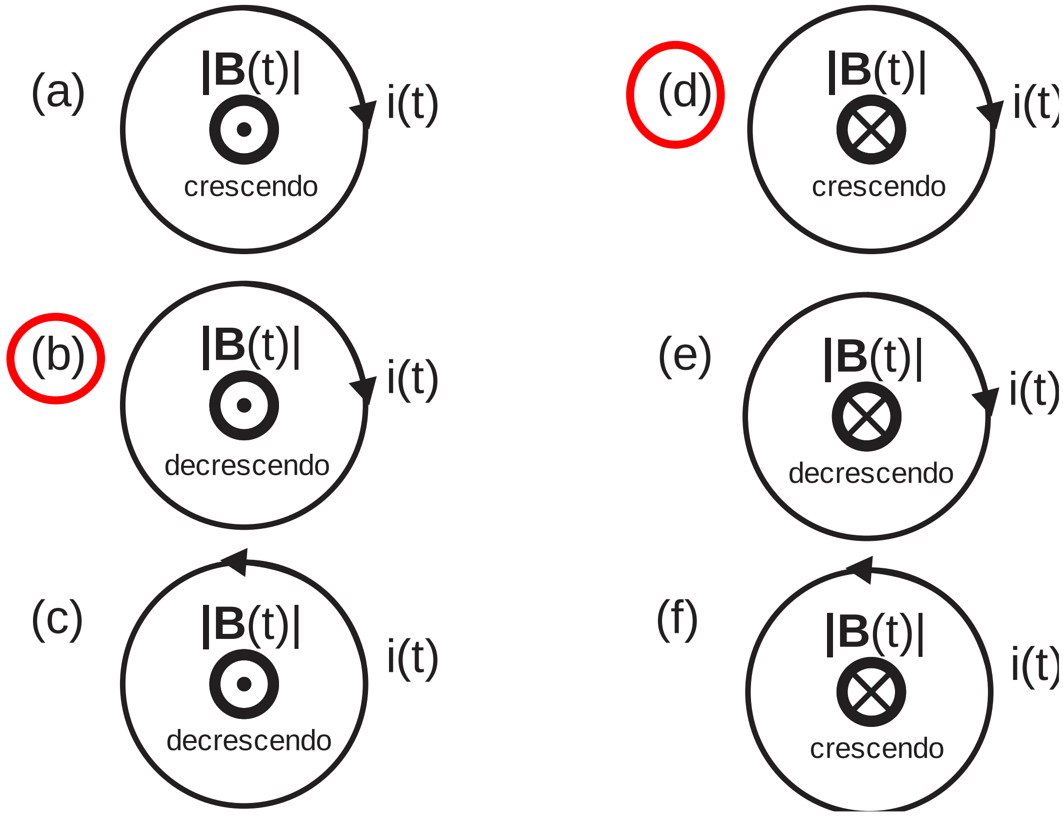
Nos problemas a seguir, <u>não esqueça</u> de indicar <u>as unidades</u> das grandezas escalares e vetoriais!

Responda na própria folha ou no verso da folha.

1) O fluxo através de cada volta de um núcleo de 50-voltas é $(-t^3 + 3.5t^2 - 4t)$ mWb, no qual t está em segundos. Encontre a E_{mf} induzida em $t = 1$ s.

$$E_{mf}(t) = -N\frac{d}{dt}\phi(t) = -50\frac{d}{dt}(-0.001t^3 + 0.0035t^2 - 0.004t)$$
$$E_{mf}(t) = -50(-0.003t^2 + 0.007t - 0.004)$$
$$E_{mf}(t) = 0.15t^2 - 0.35t + 0.2$$
$$E_{mf}(1) = 0.15 - 0.35 + 0.2$$
$$E_{mf}(1) = 0 \text{ Volts}$$

2) Assumindo que cada loop é estacionário e o campo magnético $\mathbf{B}(t)$ variante no tempo induz uma corrente $I(t)$, qual(is) a(s) configuração(ões) na figura abaixo está(ão) incorreta(s)?



3) Uma onda eletromagnética se propaga em um meio caracterizado por $\sigma = 0$ e $\mu = \mu_0$, $\varepsilon = 4\varepsilon_0$. O campo elétrico é dado por

$$\mathbf{E} = 5\cos\left(\frac{10^8 t - \pi}{2} - \beta z\right)\mathbf{a}_y \ \ (\mathrm{V/m})$$

e o correspondente campo magnético, na forma fasorial, é

$$\mathbf{H}_s = \frac{j}{15\pi} e^{-j\beta z}\mathbf{a}_x \quad (\mathrm{A/m})$$

encontre:

a) A forma fasorial de $\mathbf{E}$.

b) A forma vetorial instantânea de $\mathbf{H}_s$.

c) A direção de propagação da onda.

d) A permeabilidade relativa μ_r e a permissividade relativa ε_r do meio.

e) O período temporal T da onda.

f) O comprimento de onda λ.

g) A velocidade de propagação (em metros por segundo).

h) A impedância intrínseca do meio η (em ohms).

a) $\mathbf{E} = 5\cos\left(\frac{10^8}{2}t - \left(\beta z + \frac{\pi}{2}\right)\right)\mathbf{a}_y$ (V/m) ou $\mathbf{E} = 5\sin\left(\frac{10^8}{2}t - \beta z\right)\mathbf{a}_y$ (V/m)

$\mathbf{E} = \Re\{\mathbf{E_s} e^{j\omega t}\}$

$\mathbf{E_s} = -5je^{-j\beta z}\mathbf{a}_y$

b) $\mathbf{H} = \Re\{\mathbf{H_s} e^{j\omega t}\}$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{15\pi}\cos\left(\frac{10^8}{2}t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right)\mathbf{a}_x$$

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{15\pi}\sin\left(\frac{10^8}{2}t - \beta z\right)\mathbf{a}_x$$

c) $\beta > 0$, $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_E \times \mathbf{a}_H = \mathbf{a}_y \times (-\mathbf{a}_x) = -(-\mathbf{a}_z)$ ∴ Direção $+\mathbf{a}_z$

d) $\mu = \mu_r\mu_0 \rightarrow \mu_r = 1$, $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_r = 4$

e) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{10^8}{2}} = 4\pi \times 10^{-8} = 40\pi$ ns

f) $v = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{4\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{c}{2}$, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{\frac{10^8}{2}}{\frac{3\times 10^8}{2}} = \frac{1}{3}$, $\lambda = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$ m

g) $v = 1.5 \times 10^8$ m/s

h) $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)120\pi = 60\pi$

4) Seja $\mathbf{H}_s = (5\angle -90°\mathbf{a}_x - 10\angle 30°\mathbf{a}_y)e^{-j0.1z}$ A/m para uma onda planar viajando no espaço livre.

Determine:

a. A frequência temporal f.

b. O comprimento de onda λ.

c. H_x em $P(1,2,3)$ no instante $t = 31$ ns.

d. $|\mathbf{H}|$ em $t = 0$ s na origem do sistema.

Cálculo para $\mathbf{H}_s = \left(2\angle -40°\mathbf{a}_x - 3\angle 20°\mathbf{a}_y\right)e^{-j0.07z}$.

a) $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = c = \frac{\omega}{\beta}$

$\omega = \beta v = 0.07 \times 3 \times 10^8 = 21 \text{ Mrad/s}$

$f = \dfrac{\omega}{2\pi} \cong 3.34 \text{ MHz}$

b) $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.07} \cong 89{,}75 \text{ m}$ ou $c = \lambda f, \lambda = c/f$

c) $H_x = 2\cos(21 \times 10^6 t - 0.07z - 40°) \text{ A/m}$

$H_x(x = 1\text{m}, y = 2\text{m}, z = 3\text{m}, t = 31\text{ns}) = 2\cos\left(21 \times 10^6 \times 31 \times 10^{-9} - 0.07 \times 3 - \dfrac{2\pi}{9}\right) \text{ A/m}$

$H_x(x = 1\text{m}, y = 2\text{m}, z = 3\text{m}, t = 31\text{ns}) = 2\cos(0.651 - 0.21 - 0.698) = 2\cos(-0.2571)$

$H_x(1{,}2{,}3{,}31n) = 1{,}9342 \text{ A/m}$

d) $t = 0$ e $z = 0$ resulta no valor da onda para os desvios de fase:

$\mathbf{H}(\text{t} = 0, \text{z} = 0) = 2\cos(-40°)\,\mathbf{a}_x - 3\cos(\,20°)\,\mathbf{a}_y$

$\mathbf{H}(\text{t} = 0, \text{z} = 0) = 1{,}5320\mathbf{a}_x - 2.8191\mathbf{a}_y$

$|\mathbf{H}|(\text{t} = 0, \text{z} = 0) = \sqrt{(1{,}5320)^2 + (-2.8191)^2} = \sqrt{10.2947} = 3.2085\,\dfrac{\text{A}}{\text{m}}$

Outros valores: cálculo no matlab.

Para $\mathbf{H}_s = \left(5\angle -90°\mathbf{a}_x - 10\angle 30°\mathbf{a}_y\right)e^{-j0.1z}$:

a) $f = 4.77 \text{ MHz } (30 \text{ Mrad/s})$

b) $\lambda = 20\pi \text{ m}$

c) $H_x(1{,}2,-3,-5ns) \cong 0.75 \text{ A/m}$

d) $|\mathbf{H}|(\text{t} = 0, \text{z} = 0) \cong 8.66 \text{ A/m}$