

# **Material de apoio ao aprendizado de Circuitos Elétricos I**

## **Solução da Lista de Exercícios V Análise de Malha de Circuitos Elétricos CC e CA**

**Coordenador: Prof. Mr. Volney Duarte Gomes**

**Aluno: Anderson Gaspar de Medeiros**

O presente trabalho é o resultado do projeto **Material de Apoio ao Aprendizado de Circuitos Elétricos I**, disciplina do curso de Engenharia de Telecomunicações, aprovado pela **Chamada Pública 05/2016 - Programa de Apoio a Projeto de Ensino, Pesquisa e Extensão no Câmpus São José - EDITAL - N°05/2016**. A disciplina circuitos elétricos I, estuda as técnicas de análise de circuitos e seus teoremas em cc e ca.

Visa deixar no ambiente Wiki IFSC Campus São José arquivos com as soluções da lista de exercícios de análise de malha de circuitos em cc e ca para consulta dos alunos. É composto por:

Lista de exercícios ..... Lista de Exercícios V.pdf  
Lista com os exercícios resolvidos ..... Solução da Lista de Exercícios V.pdf

## Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

### 2 Identificar as malhas.

2.1 Identificar as malhas.

2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

### 3 Obter as Equações Simultâneas

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

- 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**
- 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.**
  - 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.**
  - 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.**
- 6 Verificação dos resultados**
  - 6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**
  - 6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**
- 7 Retorno ao domínio do tempo.**
  - 7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



**Questão 1.1 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**

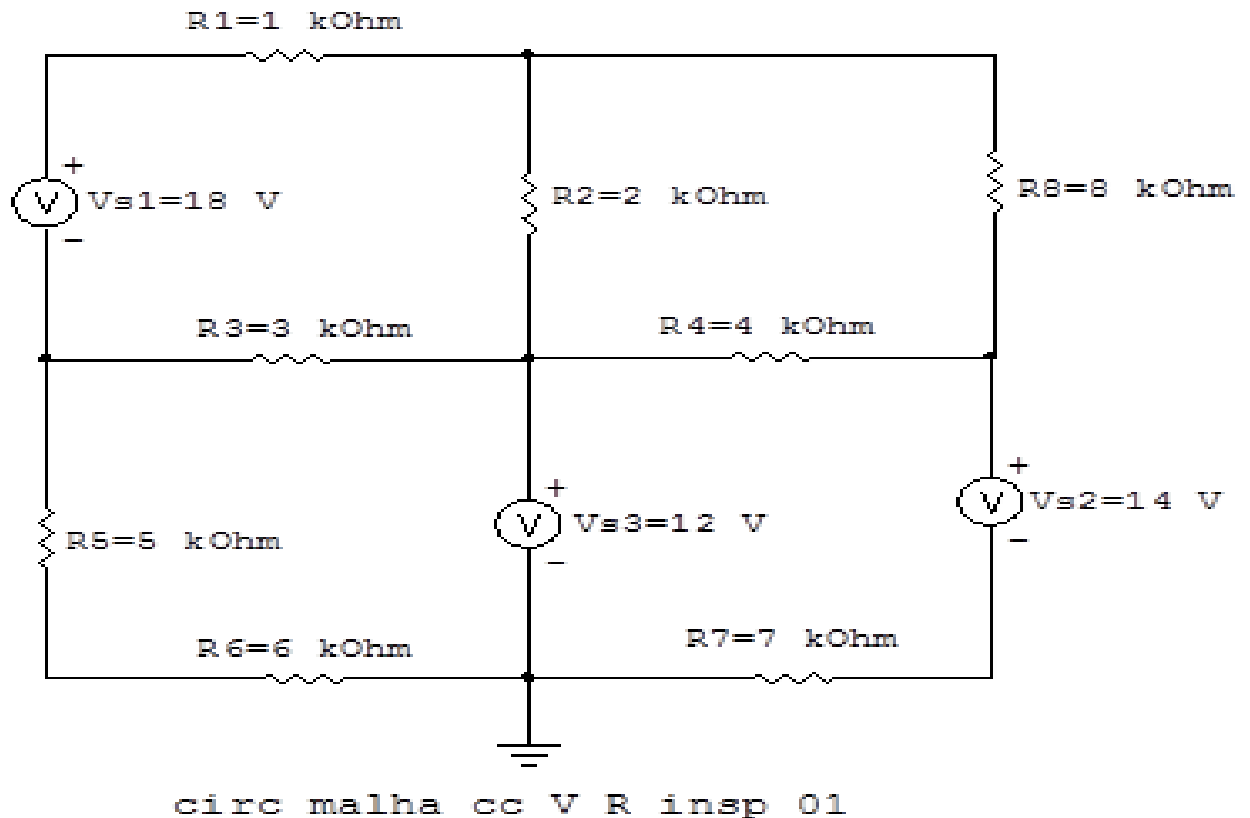


Figura 1: Circuito elétrico 1.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

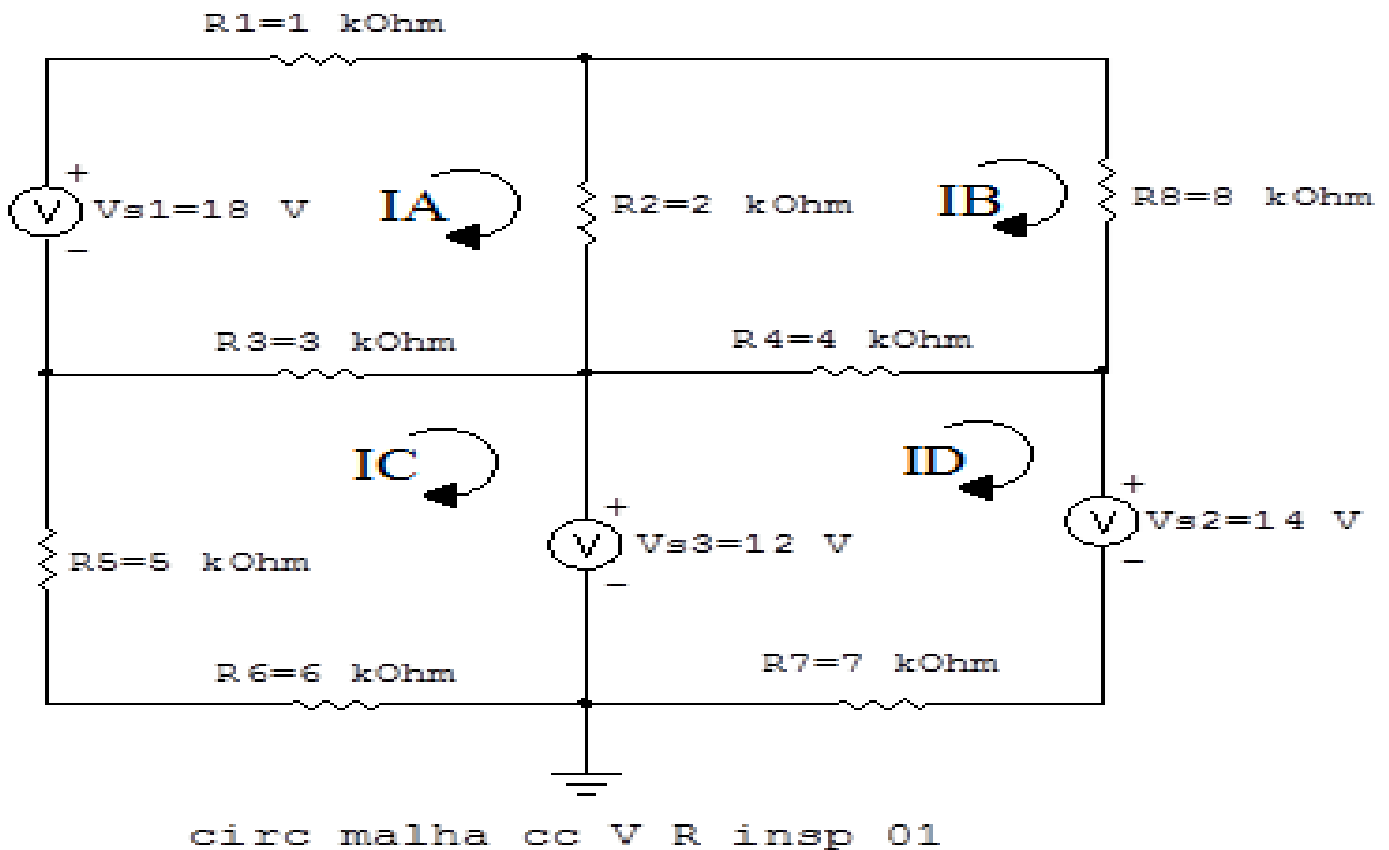


Figura 2: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 1 \Omega \quad R3 = 3 \Omega \quad R5 = 5 \Omega \quad R7 = 7 \Omega$$

$$R2 = 2 \Omega \quad R4 = 4 \Omega \quad R6 = 6 \Omega \quad R8 = 8 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

**EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS**

$$(R1 + R2 + R3)IA + (-R2)IB + (-R3)IC + 0ID = Vs1$$

$$(-R2)IA + (R2 + R8 + R4)IB + 0IC + (-R4)ID = 0$$

$$(-R3)IA + 0IB + (R5 + R3 + R6)IC + 0ID = -Vs3$$

$$0IA + (-R4)IB + 0IC + (R4 + R7)ID = (Vs3 - Vs2)$$

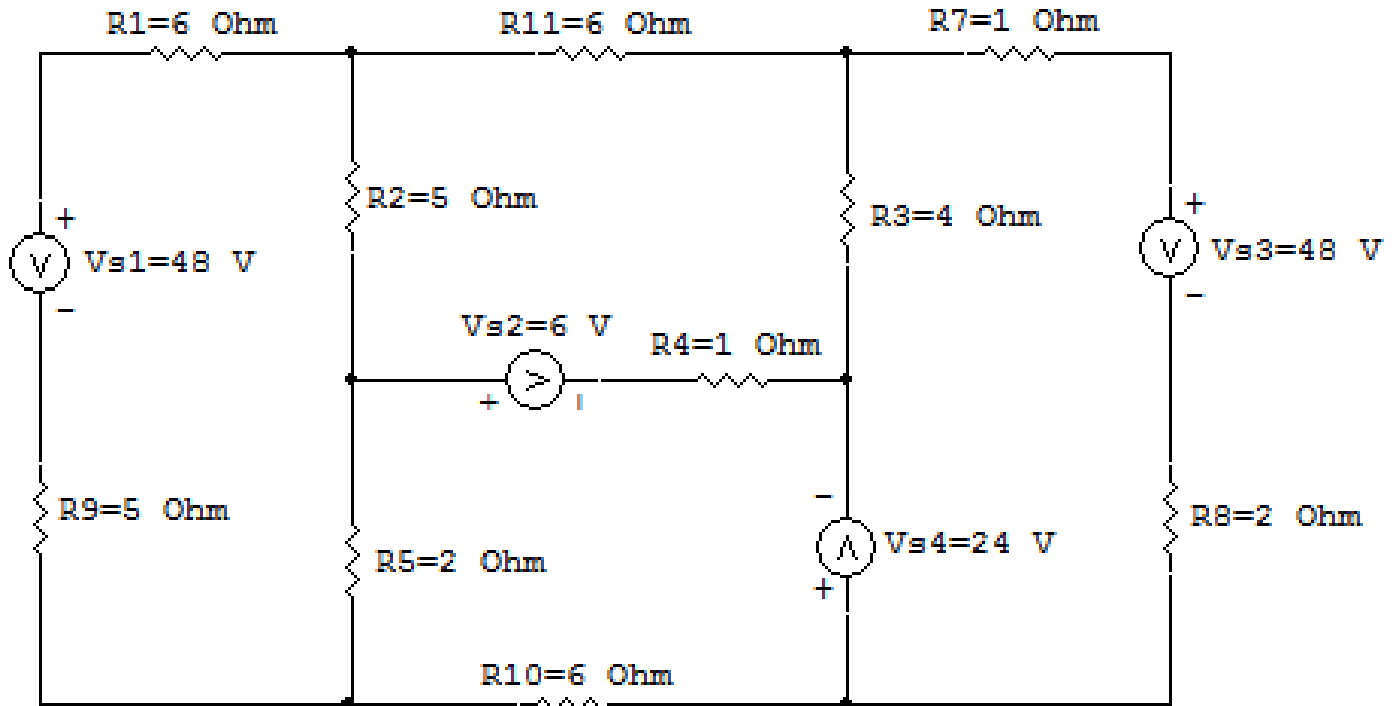
**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} (R1+R2+R3) & & -R2 & & -R3 & & 0-R2 \\ & (R2+R8+R4) & & 0 & & -R4-R3 & \\ & 0 & & (R5+R3+R6) & & 0 & 0 \\ -R4 & & 0 & & (R4+R7) & & \\ [ Vs10-Vs3(Vs3-Vs2) ] & & & & & & \end{bmatrix} [ IAIBICID ] =$$

**Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:**

$$\begin{bmatrix} 6k & & -2k & & -3k & & 0k-2k \\ & 14k & & 0k & & -4k-3k & \\ & 0k & & 14k & & 0k0k & \\ -4k & & 0k & & 11k & & \\ [ 180-12-2 ] & & & & & & \end{bmatrix} [ IAIBICID ] =$$

**Questão 1.2 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**



circ malha cc V R insp 02

Figura 3: Circuito elétrico 1.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

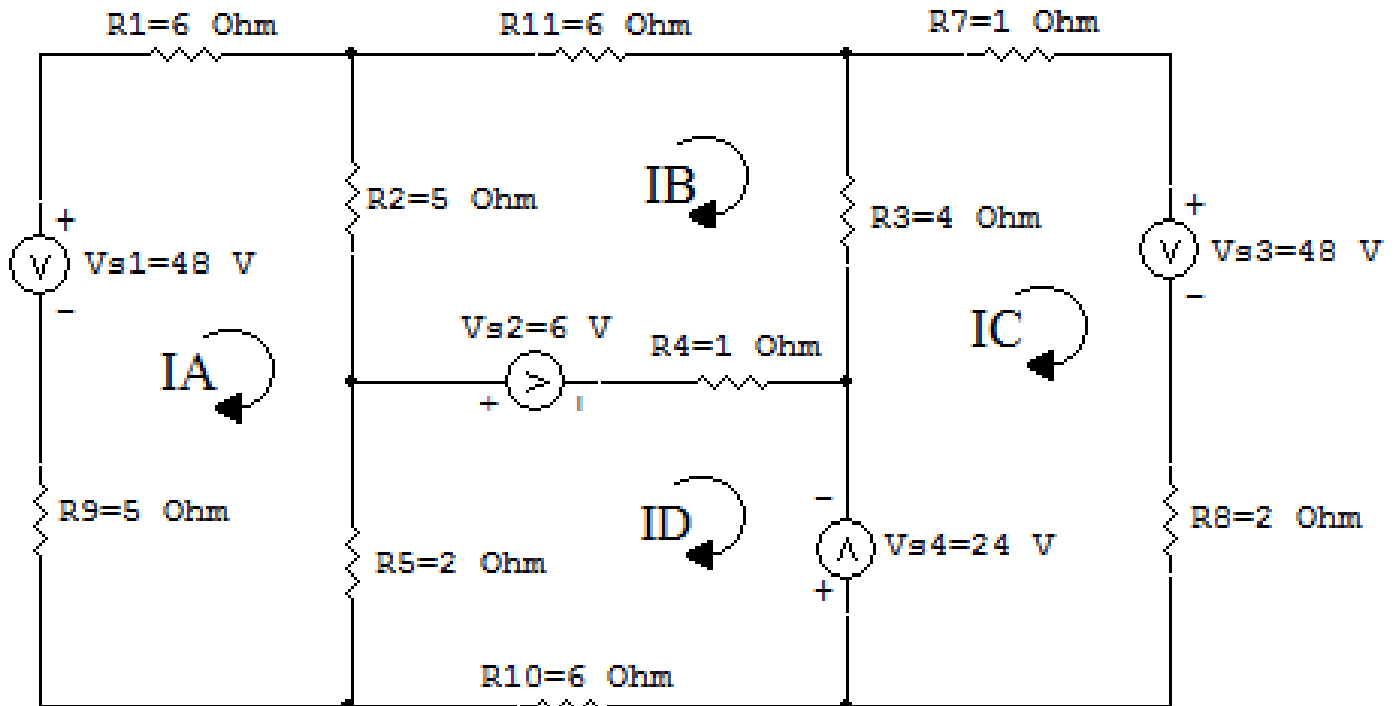
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V R insp 02

Figura 4: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 6 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R5 = 1 \Omega \quad R8 = 1 \Omega \quad R10 = 6 \Omega$$

$$R2 = 5 \Omega \quad R4 = 1 \Omega \quad R7 = 2 \Omega \quad R9 = 2 \Omega \quad R11 = 6 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

**EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS**

$$(R1 + R2 + R5 + R9)IA + (-R2)IB + 0IC + (-R5)ID = Vs1$$

$$(-R2)IA + (R2 + R11 + R3 + R4)IB + (-R3)IC + (-R4)ID = Vs2$$

$$0IA + (-R3)IB + (R3 + R7 + R8)IC + 0ID = (-Vs3 - Vs4)$$

$$(-R5)IA + (-R4)IB + 0IC + (R5 + R4 + R10)ID = (-Vs2 + Vs4)$$

**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} (R1+R2+R5+R9) & & -R2 & & 0 & & -R5-R2 \\ & (R2+R11+R3+R4) & & -R3 & & & -R4 \\ & -R3 & & (R3+R7+R8) & & & 0-R5 \\ -R4 & & 0 & & (R5+R4+R10) & & \\ IAIBICID & & & & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Vs1 & Vs2 & (-Vs3-Vs4) & (-Vs2+Vs4) \end{bmatrix}$$

**Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:**

$$\begin{bmatrix} 18 & & -5 & 0 & & -2-5 \\ & 16 & & -4 & & -10 \\ & -4 & & 7 & & 0-2 \\ -1 & 0 & & 9 & & \end{bmatrix} [ IAIBICID ] = [ 486-7218 ]$$



**Questão 1.3 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**

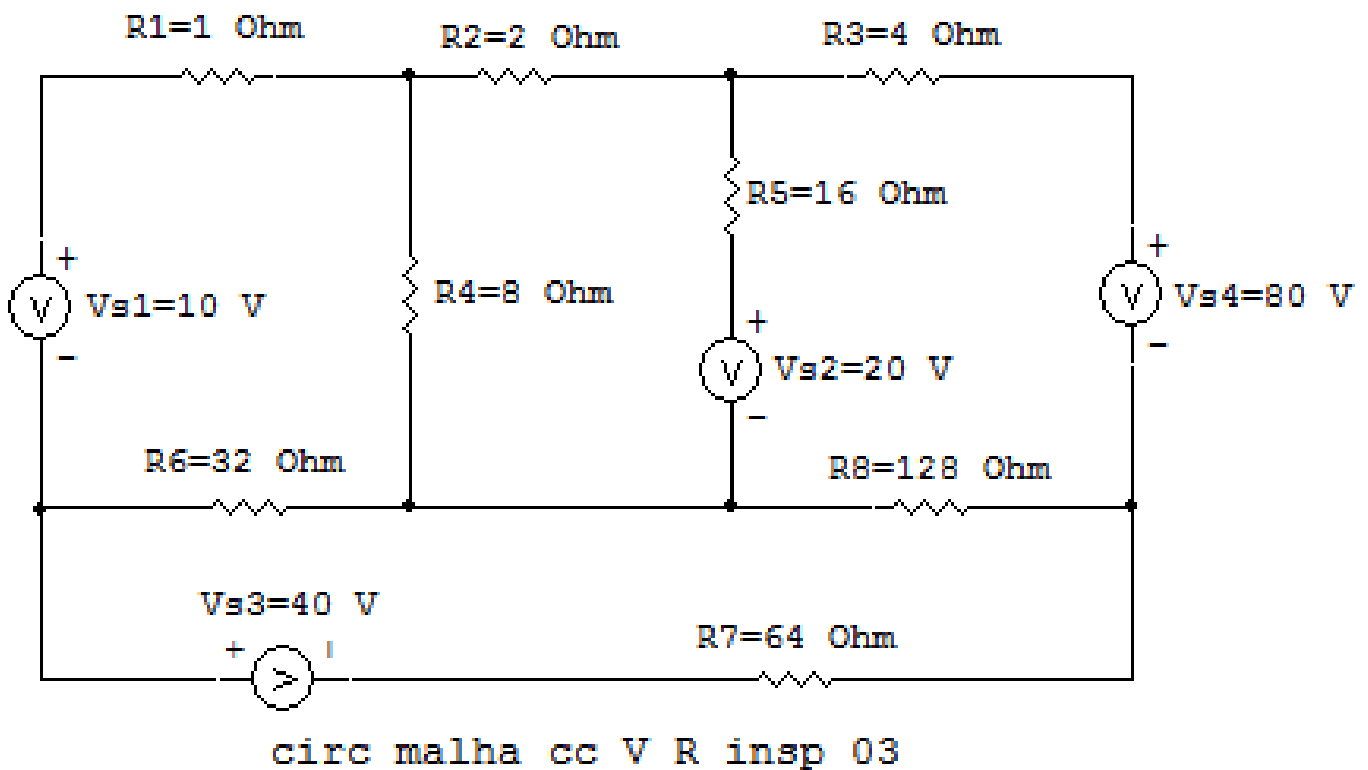


Figura 5: Circuito elétrico 1.3

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

2.1 Identificar as malhas.

2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

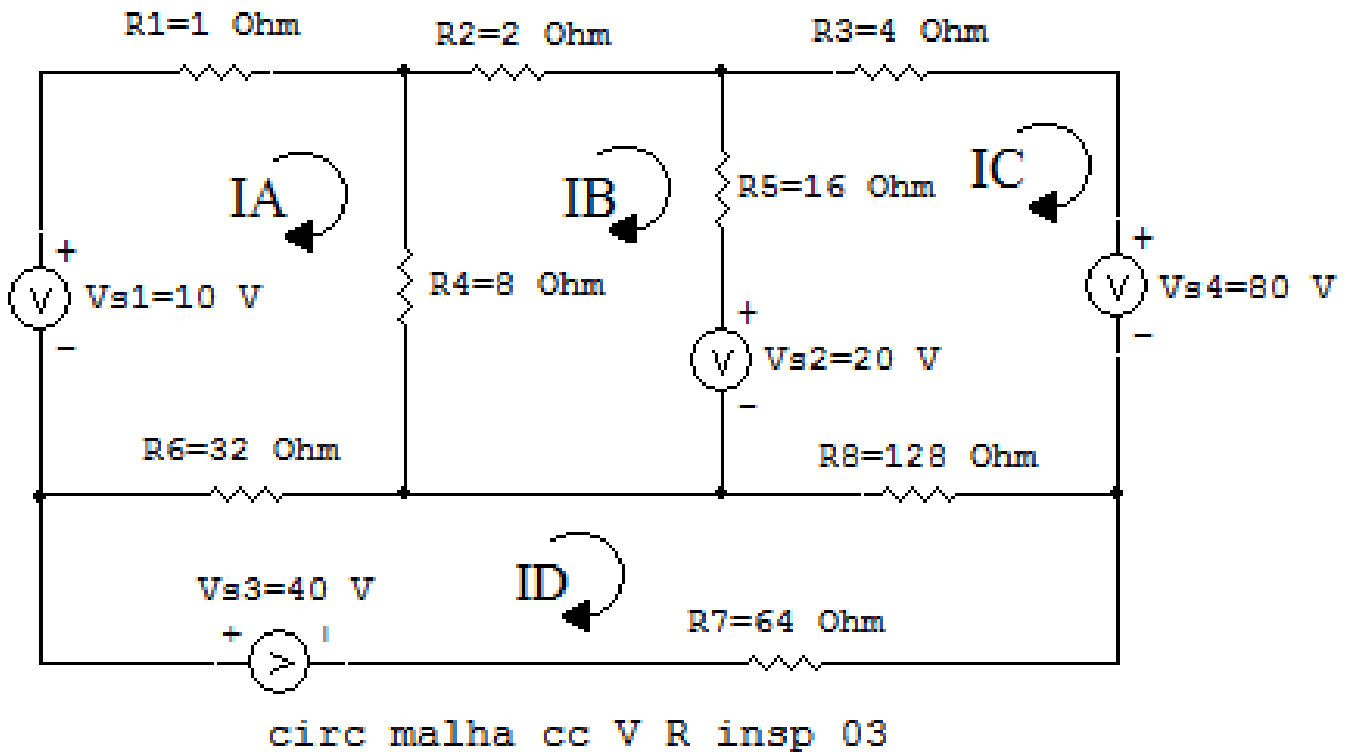


Figura 6: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 1 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R5 = 16 \Omega \quad R7 = 64 \Omega$$

$$R2 = 2 \Omega \quad R4 = 8 \Omega \quad R6 = 32 \Omega \quad R8 = 128 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

**EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS**

$$(R1 + R4 + R6)IA + (-R4)IB + 0IC + (-R6)ID = Vs1$$

$$(-R4)IA + (R4 + R2 + R5)IB + (-R5)IC + 0ID = -Vs2$$

$$0IA + (-R5)IB + (R5 + R3 + R8)IC + (-R8)ID = (Vs2 - Vs4)$$

$$(-R6)IA + 0IB + (-R8)IC + (R6 + R8 + R7)ID = Vs3$$

**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} (R1+R4+R6) & & -R4 & & 0 & & -R6-R4 \\ & (R4+R2+R5) & & -R5 & & 00 & \\ & -R5 & & (R5+R3+R8) & & & -R8-R6 \\ 0 & & -R8 & & (R6+R8+R7) & & \\ [ Vs1 - Vs2(Vs2 - Vs4) Vs3 ] & & & & & & \end{bmatrix} [ IAIBICID ] =$$

**Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:**

$$\begin{bmatrix} 41 & & -8 & & 0 & & -32-8 \\ & 26 & & -16 & & 00 & \\ -16 & & 148 & & -128-32 & & \\ 0 & & -128 & & 224 & & \\ [ 10-20-6040 ] & & & & & & \end{bmatrix} [ IAIBICID ] =$$

**Questão 2.1 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**

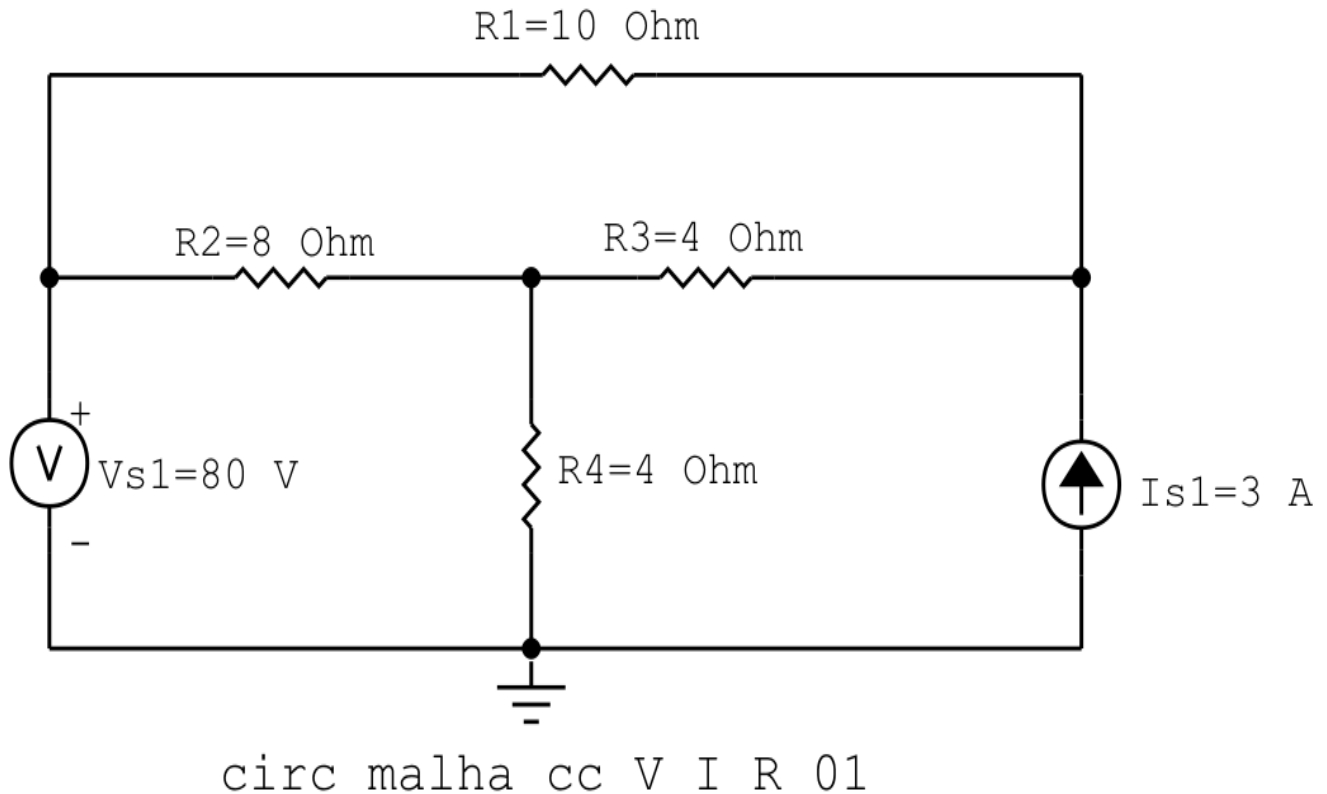


Figura 7: Circuito elétrico 2.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

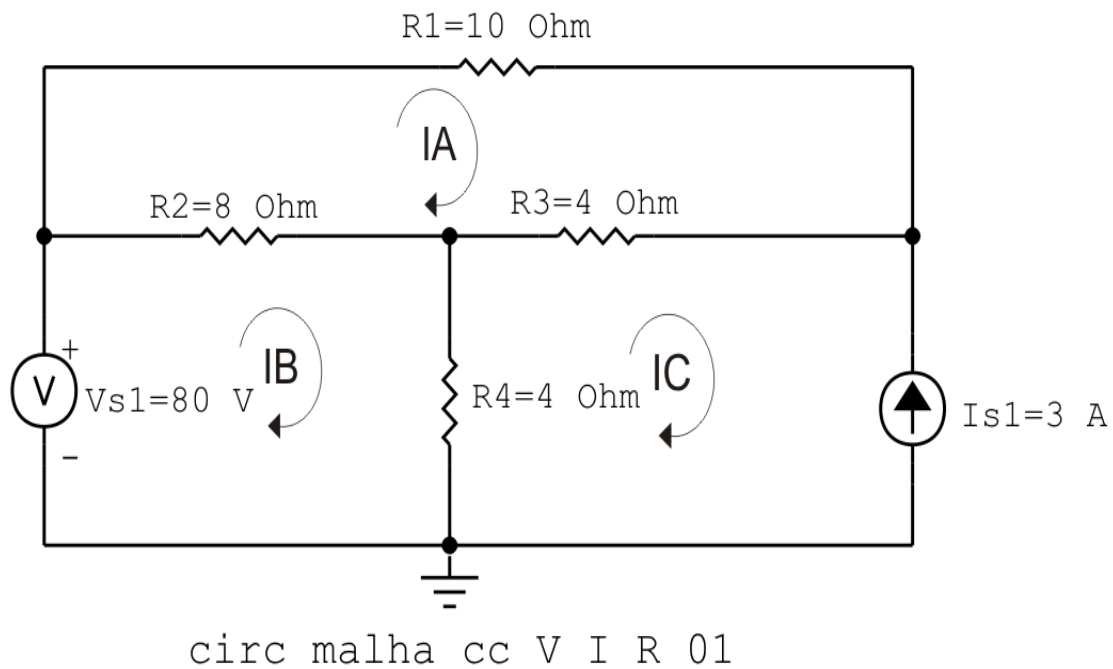


Figura 8: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 8 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R4 = 4 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 3 \text{ A, temos: } \implies IC = -3 \text{ A}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + R2(IA - IB) + R3(IA - IC) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB + R3IA - R3IC = 0$$

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB = R3IC \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$-Vs1 + R2(IB - IA) + R4(IB - IC) = 0$$

$$-Vs1 + R2IB - R2IA + R4IB - R4IC = 0$$

$$-R2IA + (R2 + R4)IB = Vs1 + R4IC \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB = R3IC$$

$$(10 + 8 + 4)IA - (8)IB = 4(-3)$$

$$(22)IA - (8)IB = -12$$

**Na Equação 2:**

$$-R2IA + (R2 + R4)IB = Vs1 + R4IC$$

$$-(8)IA + (8 + 4)IB = (80) + ((4)-3)$$

$$-(8)IA + (12)IB = 68$$



Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(22)IA - (8)IB = -12$$

$$-(8)IA + (12)IB = 68$$

$$\begin{bmatrix} 22 & -8-8 \\ & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 68 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 22 & -8-8 \\ & 12 \end{vmatrix} = 264 - 64 = \Delta = 200$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -12 & -8-8 \\ & 12 \end{vmatrix} = -144 - (-544) = \Delta_{IA} = 400$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{400}{200} \Rightarrow IA = 2 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 22 & -12-8 \\ & 68 \end{vmatrix} = 1496 - 96 = \Delta_{IB} = 1400$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{1400}{200} \Rightarrow IB = 7 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 2 \text{ A}$$

$$IB = 7 \text{ A}$$

$$IC = -3 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

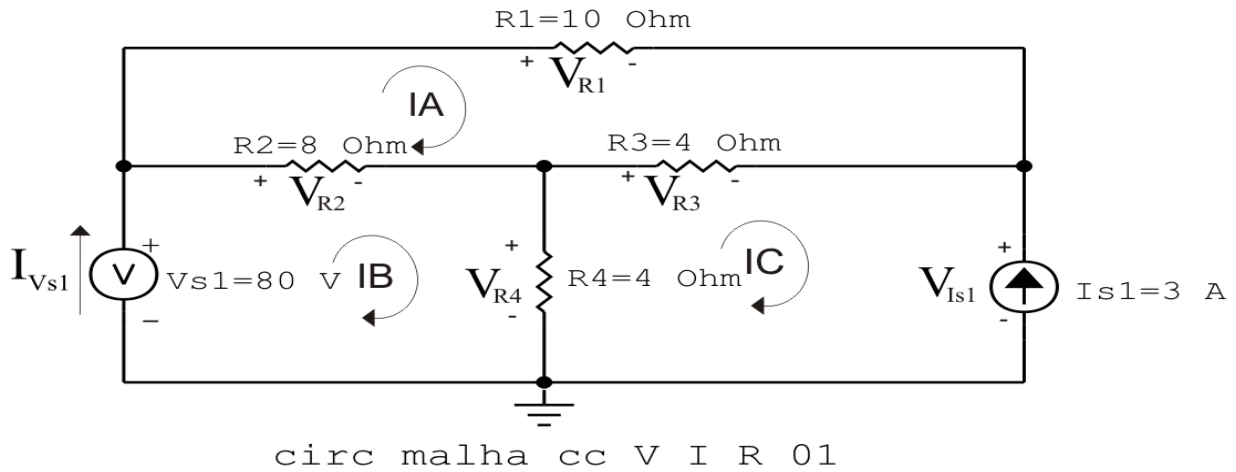


Figura 9: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (10)(2) \implies V_{R1} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (20)(2) \implies P_{R1} = 40 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IB - IA) = (7 - 2) \implies I_{R2} = 5 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (8)(5) \implies V_{R2} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (40)(5) \implies P_{R2} = 200 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (-3 - 2) \implies I_{R3} = -5 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (4)(-5) \implies V_{R3} = -20 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (-20)(-5) \implies P_{R3} = 100 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IB - IC) = (7 - (-3)) \implies I_{R4} = 10 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (4)(10) \implies V_{R4} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (40)(10) \implies P_{R4} = 400 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R4} - V_{R3}) = (40 - (-20)) \implies V_{I_{s1}} = 60 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(60)(3) \implies P_{I_{s1}} = -180 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 80 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = 7 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1}I_{V_{s1}} = -(80)(7) \implies P_{V_{s1}} = -560 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

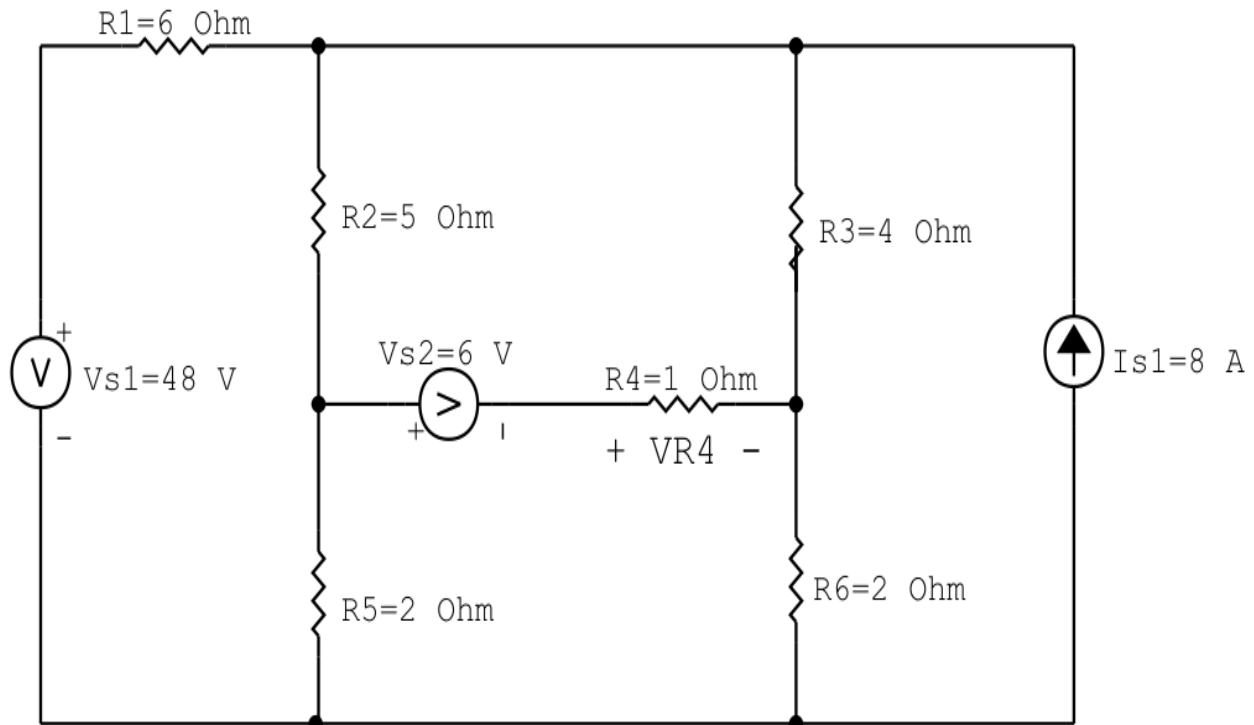
$$(-740) + (740) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.2 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 02

Figura 10: Circuito elétrico 2.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

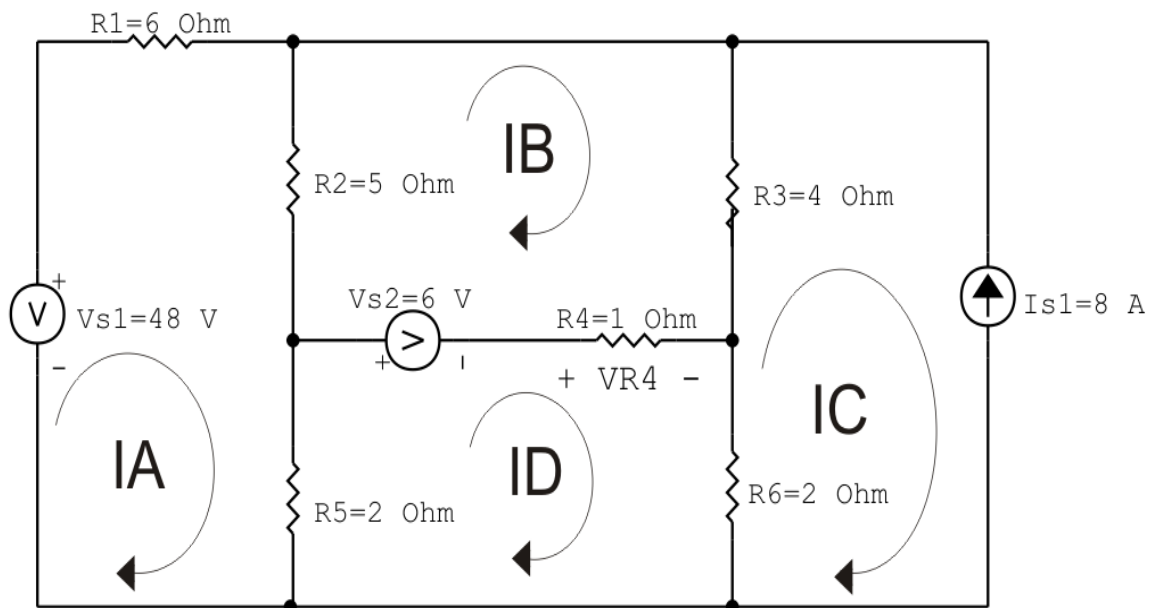
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 02

Figura 11: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 6 \Omega \quad R2 = 5 \Omega \quad R3 = 4 \Omega \quad R4 = 1 \Omega \quad R5 = 2 \Omega \quad R6 = 2 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 8 \text{ A, temos: } \implies IC = -8 \text{ A}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$-Vs1 + R1IA + R2(IA - IB) + R5(IA - ID) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB + R5IA - R5ID = Vs1$$

$$(R1 + R2 + R5)IA - R2IB - R5ID = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$R2(IB - IA) + R3(IB - IC) + R4(IB - ID) - Vs2 = 0$$

$$R2IB - R2IA + R3IB - R3IC + R4IB - R4ID = Vs2$$

$$-R2IA + (R2 + R3 + R4)IB - R4ID = Vs2 + R3IC \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$R5(ID - IA) + Vs2 + R4(ID - IB) + R6(ID - IC) = 0$$

$$R5ID - R5IA + R4ID - R4IB + R6ID - R6IC = -Vs2$$

$$-R5IA - R4IB + (R5 + R4 + R6)ID = -Vs2 + R6IC \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $Vs2$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2 + R5)IA - R2IB - R5ID = Vs1$$

$$(6 + 5 + 2)IA - (5)IB - (2)ID = 48$$

$$(13)IA - (5)IB - (2)ID = 48$$

**Na Equação 2:**



$$-R_2IA + (R_2 + R_3 + R_4)IB - R_4ID = V_{s2} + R_3IC$$

$$-(5)IA + (5 + 4 + 1)IB - (1)ID = (-6) + (4)(-8)$$

$$-(5)IA + (10)IB - (1)ID = -26$$

### Na Equação 3:

$$-R_5IA - R_4IB + (R_5 + R_4 + R_6)ID = -V_{s2} + R_6IC$$

$$-(2)IA - (1)IB + (2 + 1 + 2)ID = (-6) + (2)(-8)$$

$$-(2)IA - (1)IB + (5)ID = -22$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(13)IA - (5)IB - (2)ID = 48$$

$$-(5)IA + (10)IB - (1)ID = -26$$

$$-(2)IA - (1)IB + (5)ID = -22$$

$$\begin{bmatrix} 13 & -5 & -2-5 \\ -1 & 10 & -1-2 \\ -1 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ -26 \\ -22 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 13 & -5 & -2-5 \\ -1 & 10 & -1-2 \\ -1 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 630 - 178 = \Delta = 452$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 48 & & -5 & & -2-26 \\ & 10 & & -1-22 & \\ & -1 & & 5 & \end{vmatrix} = 2238 - 1138 = \Delta_{IA} = 1100$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{1100}{452} \Rightarrow IA = 2,433 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 13 & & 48 & & -2-5 \\ & -26 & & -1-2 & \\ & -22 & & 5 & \end{vmatrix} = -1814 - (-1018) = \Delta_{IB} = -796$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-796}{452} \Rightarrow IB = -1,761 \text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 13 & & -5 & & 48-5 \\ & 10 & & -26-2 & \\ & -1 & & -22 & \end{vmatrix} = -2880 - (-1172) = \Delta_{ID} = -1708$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-1708}{452} \Rightarrow ID = -3,778 \text{ A}$$

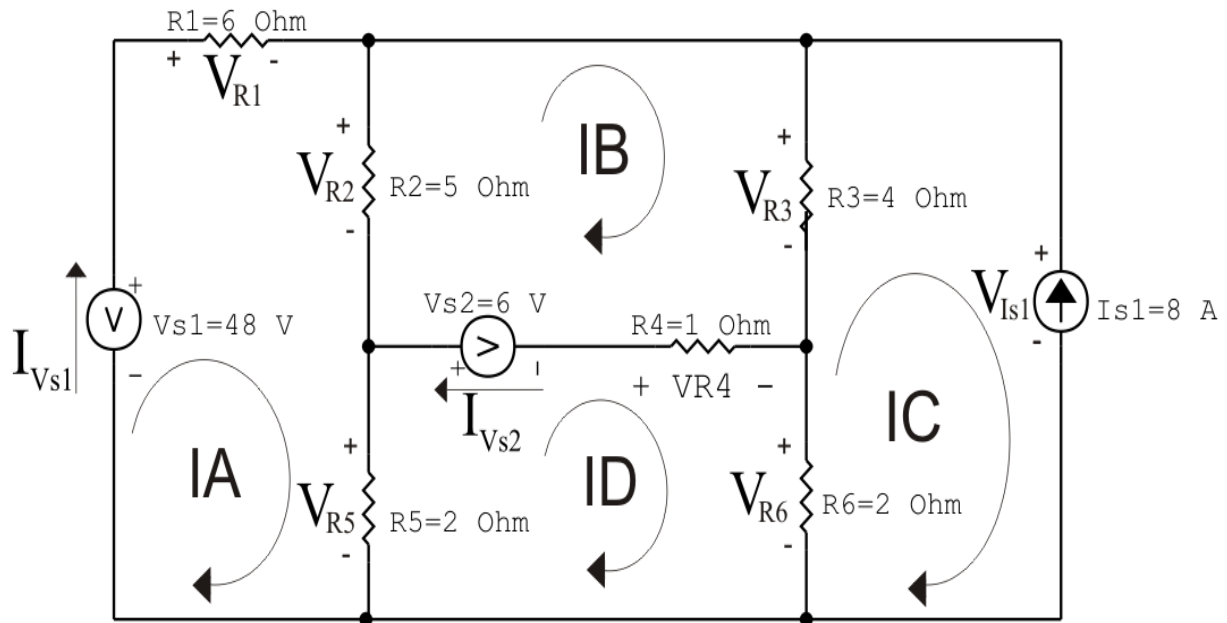
Assim temos:

$$IA = 2,433 \text{ A}$$

$$IB = -1,761 \text{ A}$$

$$IC = -8 \text{ A}$$

$$ID = -3,778 \text{ A}$$



circ malha cc V I R 02

Figura 12: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = I_A \implies I_{R1} = 2,433 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1 I_{R1} = (6)(2,433) \implies V_{R1} = 14,602 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (14,602)(2,433) \implies P_{R1} = 35,535 \text{ W}$$

**5.2.2 Na resistência  $R_2$ :**

$$I_{R2} = (IA - IB) = (2,433 - (-1,761)) \implies I_{R2} = 4,195 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (5)(4,195) \implies V_{R2} = 20,973 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (20,973)(4,195) \implies P_{R2} = 87,977 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R3} = (IB - IC) = (-1,761 - (-8)) \implies I_{R3} = 6,239 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (4)(6,239) \implies V_{R3} = 24,956 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (24,956)(6,239) \implies P_{R3} = 155,697 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = (IB - ID) = (-1,761 - (-3,778)) \implies I_{R4} = 2,018 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (1)(2,018) \implies V_{R4} = 2,018 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (2,018)(2,018) \implies P_{R4} = 4,071 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R5} = (IA - ID) = (2,433 - (-3,778)) \implies I_{R5} = 6,212 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (2)(6,212) \implies V_{R5} = 12,425 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (12,425)(6,212) \implies P_{R5} = 77,188 \text{ W}$$

**5.2.6 Na resistência  $R_6$ :**

$$I_{R6} = (ID - IC) = (-3,778 - (-8)) \implies I_{R6} = 4,221 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (2)(4,221) \implies V_{R6} = 8,442 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (8,442)(4,221) \implies P_{R6} = 35,638 \text{ W}$$

**5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 8 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R6} + V_{R4}) = (8,442 + 2,018) \implies V_{I_{s1}} = 33,398 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(33,398)(8) \implies P_{I_{s1}} = -267,186 \text{ W}$$

**5.2.8 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = 2,433 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(48)(2,433) \implies P_{V_{s1}} = -116,814 \text{ W}$$

**5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s2}$ :**

$$V_{s2} = 6 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = (IB - ID) = (-1,761 - (-3,778)) \implies I_{V_{s2}} = 2,018 \text{ A}$$

$$P_{V_{s2}} = -V_{s2} I_{V_{s2}} = -(6)(2,018) \implies P_{V_{s2}} = -12,106 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{V_{s2}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6}) = 0$$

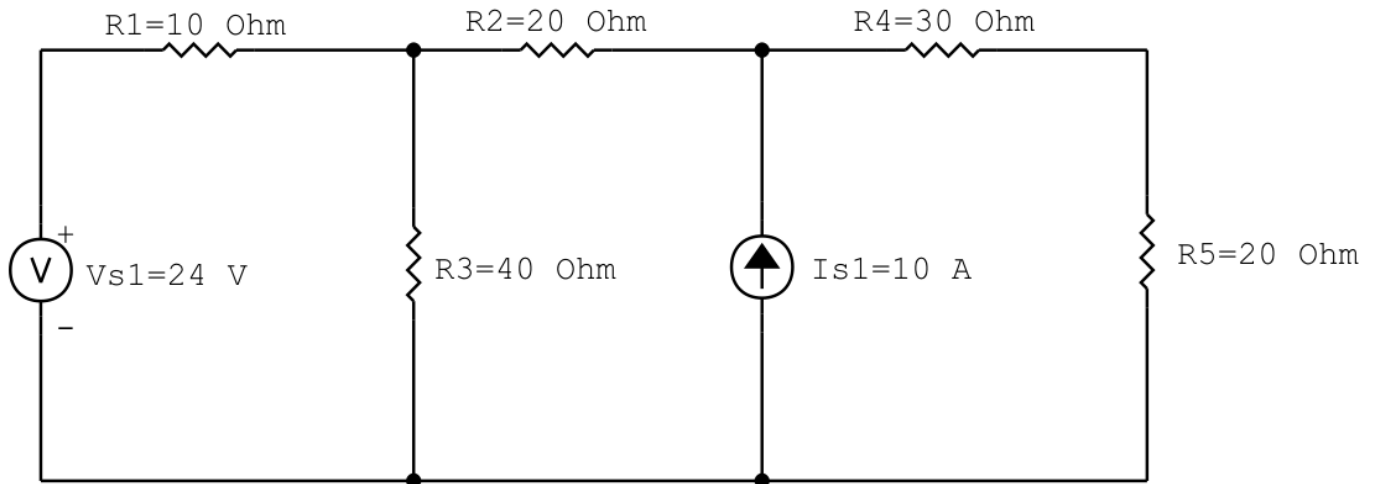
$$(-396,106) + (396,106) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.3 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 03

Figura 13: Circuito elétrico 2.3

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

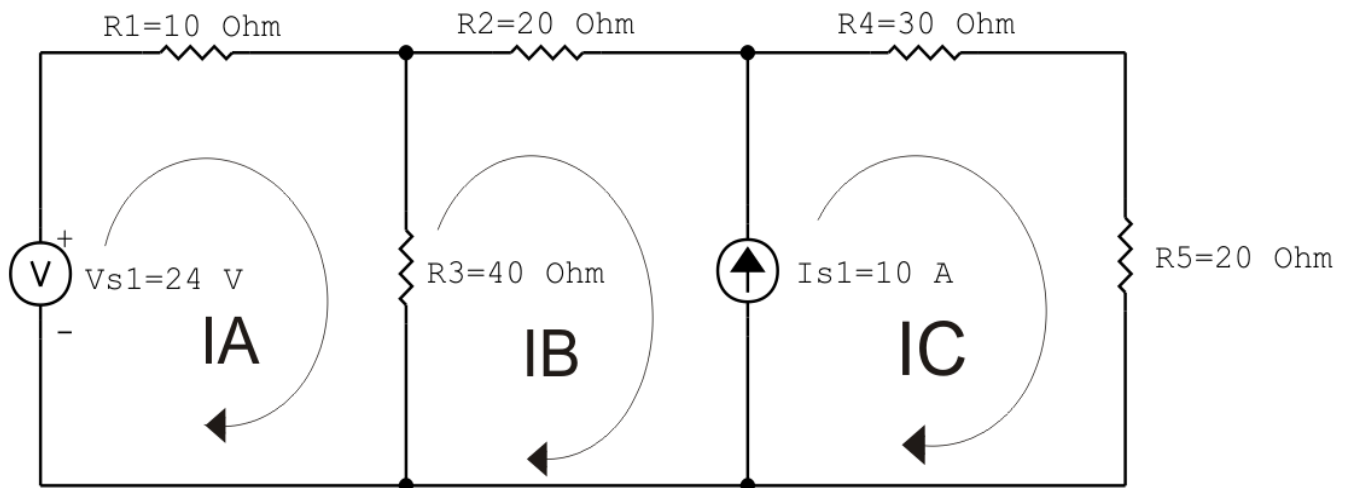
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 03

Figura 14: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 20 \Omega \quad R3 = 40 \Omega \quad R4 = 30 \Omega \quad R5 = 20 \Omega$$

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

###### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IB + IC = Is1, \text{ e como } Is1 = 10 \text{ A} \implies IC = 10 + IB.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$-Vs1 + R1IA + R3(IA - IB) = 0$$

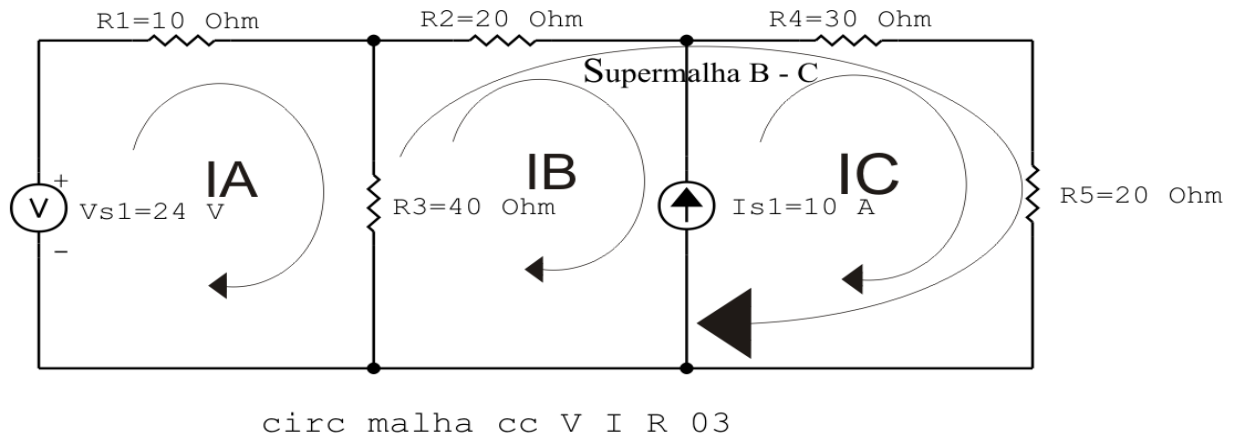


Figura 15: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

$$R1IA + R3IA - R3IB = Vs1$$

$$(R1 + R3)IA - R3IB = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$R3(IB - IA) + R2IB + R4IC + R5IC = 0$$

$$R3IB - R3IA + R2IB + R4IC + R5IC = 0$$

$$-R3IA + (R3 + R2)IB + (R4 + R5)IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R3)IA - R3IB = Vs1$$

$$(10 + 40)IA - (40)IB = 24$$

$$(50)IA - (40)IB = 24$$

## Na Equação 2:

$$-R_3 I_A + (R_3 + R_2) I_B + (R_4 + R_5) I_C = 0$$

$$-(40) I_A + (40 + 20) I_B + (30 + 20)(10 + I_B) = 0$$

$$-(40) I_A + (110) I_B = -500$$

## EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(50) I_A - (40) I_B = 24$$

$$-(40) I_A + (110) I_B = -500$$

## Mostrado a seguir na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 50 & -40 \\ 110 & -40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -500 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 50 & -40 \\ 110 & -40 \end{vmatrix} = 5500 - 1600 = \Delta = 3900$$

$$\Delta_{I_A} = \begin{vmatrix} 24 & -40 \\ 110 & -500 \end{vmatrix} = -2640 - 20000 = \Delta_{I_A} = -17360$$

$$I_A = \frac{\Delta_{I_A}}{\Delta} = \frac{-17360}{3900} \implies I_A = -4,451 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 50 & -24-40 \\ -500 & \end{vmatrix} = -25\,000 - (-960) = \Delta_{IB} = -24\,040$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-24\,040}{3900} \Rightarrow IB = -6,164 \text{ A}$$

Assim temos:

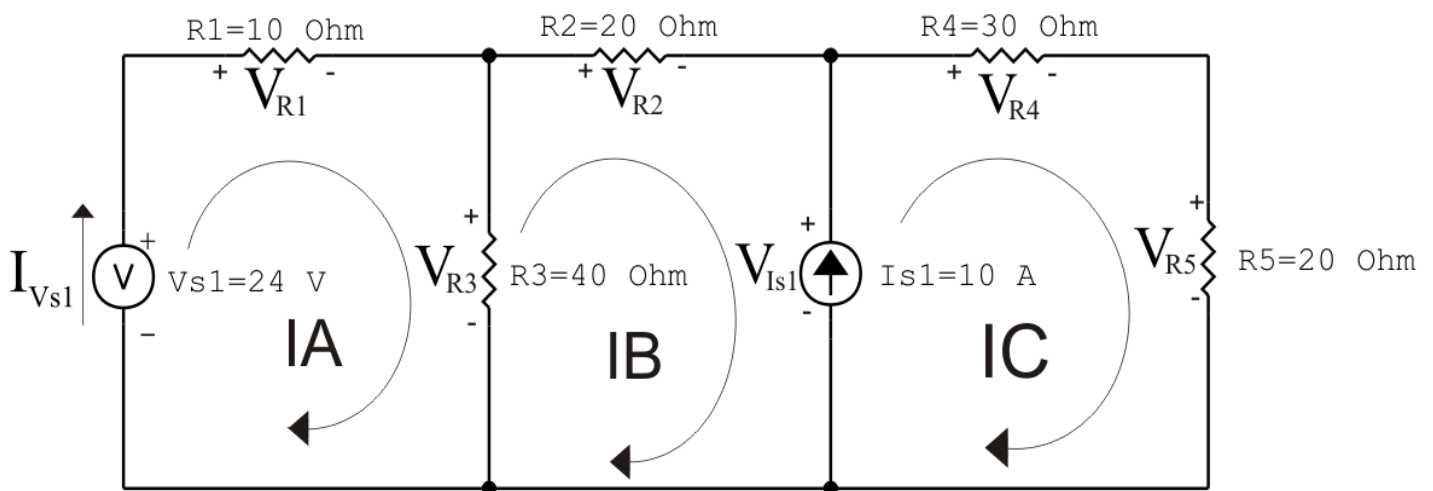
$$IA = -4,451 \text{ A}$$

$$IB = -6,164 \text{ A}$$

$$IC = 3,836 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 03

Figura 16: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -4,451 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (10)(-4,451) \implies V_{R1} = -44,513 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-44,513)(-4,451) \implies P_{R1} = 198,139 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = -6,164 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (20)(-6,164) \implies V_{R2} = -123,282 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (-123,282)(-6,164) \implies P_{R2} = 759,923 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IA - IB) = (-4,451 - (-6,164)) \implies I_{R3} = 1,713 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (40)(1,713) \implies V_{R3} = 68,513 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (68,513)(1,713) \implies P_{R3} = 117,350 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = 3,836 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (30)(3,836) \implies V_{R4} = 115,077 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (115,077)(3,836) \implies P_{R4} = 441,423 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 3,836 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (20)(3,836) \implies V_{R5} = 76,718 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (76,718)(3,836) \implies P_{R5} = 294,282 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 10 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R4} + V_{R5}) = (115,077 + 76,718) \implies V_{I_{s1}} = 191,795 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(191,795)(10) \implies P_{I_{s1}} = -1917,949 \text{ W}$$

### 5.2.7 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 24 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = -4,451 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(24)(-4,451) \implies P_{V_{s1}} = 106,831 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

### 6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5}) = 0$$

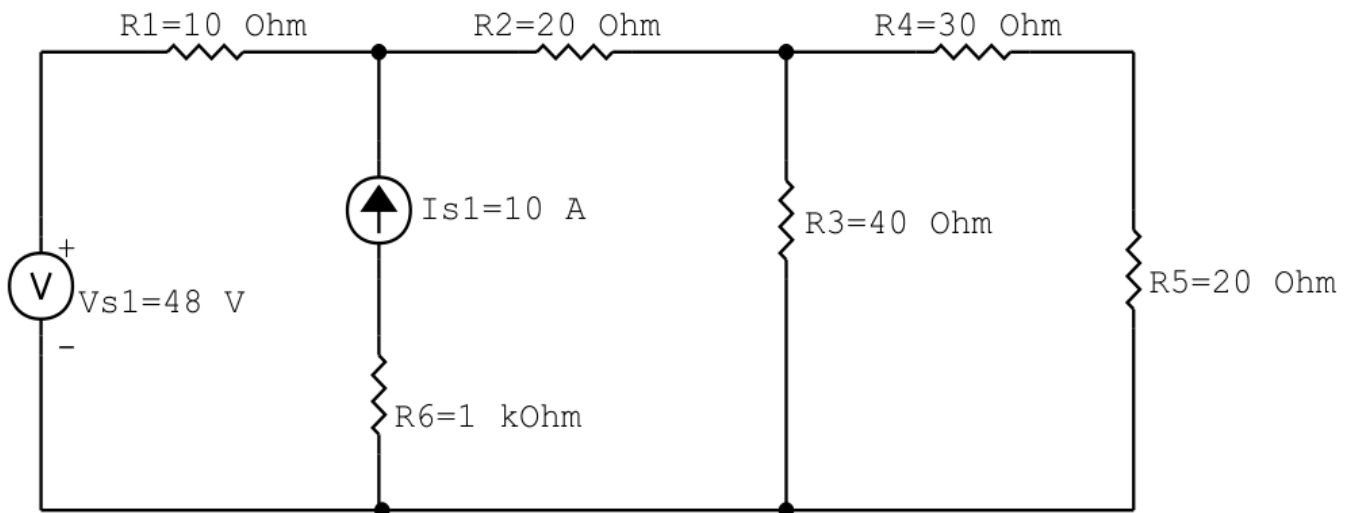
$$(-1811,118) + (1811,118) = 0$$

### 6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

### 7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 3.2 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 04

Figura 17: Circuito elétrico 2.4

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

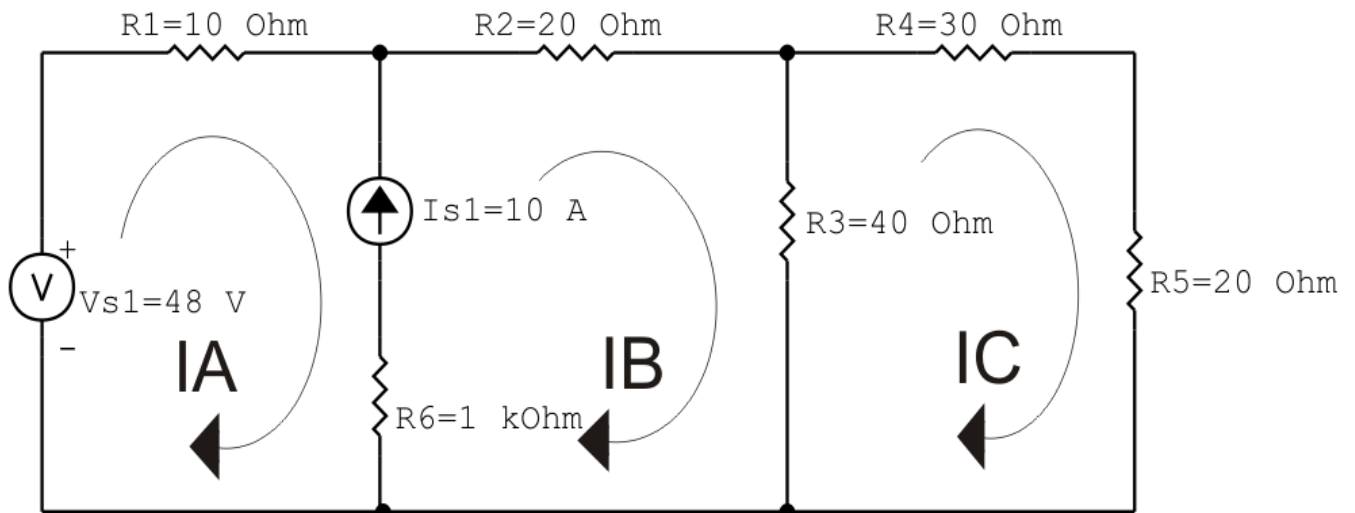
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 04

Figura 18: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 20 \Omega \quad R3 = 40 \Omega \quad R4 = 30 \Omega \quad R5 = 20 \Omega \quad R6 = 1 \text{ k}\Omega$$

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

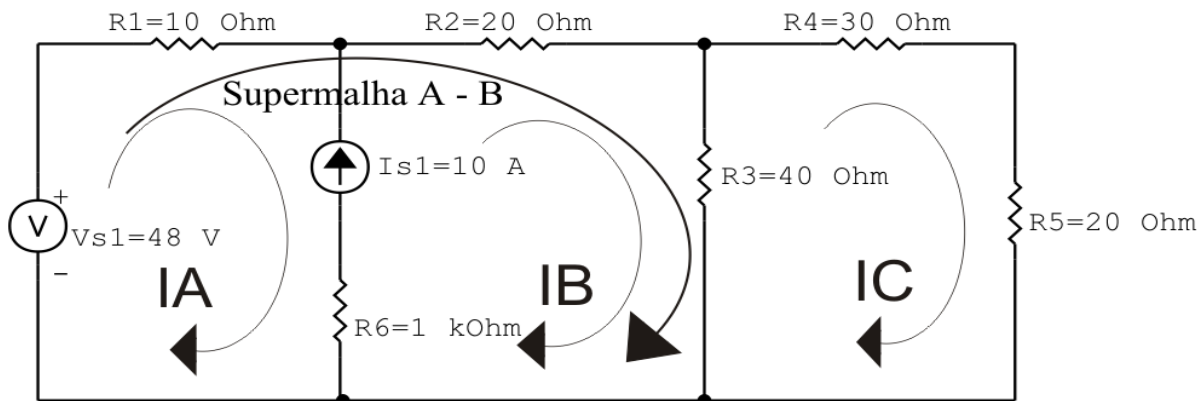
##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IA + IB = Is1, \text{ e como } Is1 = 10 \text{ A} \implies IB = 10 + IA.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Supermalha A-B :

$$-Vs1 + R1IA + R2IB + R3(IB - IC) = 0$$



circ malha cc V I R 04

Figura 19: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

$$R1IA + R2IB + R3IB - R3IC = Vs1$$

$$R1IA + (R2 + R3)IB - R3IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$R3(IC - IB) + R4IC + R5IC = 0$$

$$R3IC - R3IB + R4IC + R5IC = 0$$

$$-R3IB + (R3 + R4 + R5)IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$R1IA + (R2 + R3)IB - R3IC = Vs1$$

$$(10)IA + (20 + 40)(10 + IA) - (40)IC = 48$$

$$(70)IA - (40)IC = -552$$

### Na Equação 2:

$$-R_3IB + (R_3 + R_4 + R_5)IC = 0$$

$$-(40)(10 + IA) + (40 + 30 + 20)IC = 0$$

$$-(40)IA + (90)IC = 400$$

### EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

$$(70)IA - (40)IC = -552$$

$$-(40)IA + (90)IC = 400$$

### Mostrado a seguir na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 70 & -40 \\ 90 & -40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -552 \\ 400 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 70 & -40 \\ 90 & -40 \end{vmatrix} = 6300 - 1600 = \Delta = 4700$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -552 & -40 \\ 90 & 400 \end{vmatrix} = -49680 - (-16000) = \Delta_{IA} = -33680$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-33680}{4700} \implies IA = -7,165 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 70 & -552-40 \\ & 400 \end{vmatrix} = 28\,000 - 22\,080 = \Delta_{IC} = 5920$$

$$I_C = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{5920}{4700} \Rightarrow I_C = 1,259 \text{ A}$$

Assim temos:

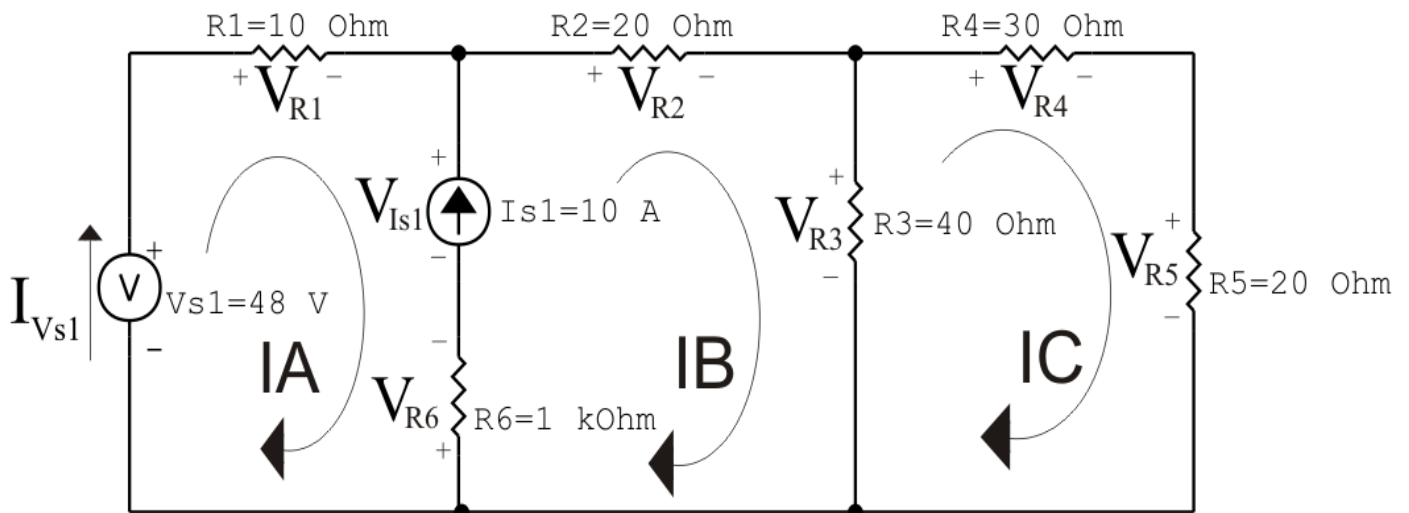
$$I_A = -7,165 \text{ A}$$

$$I_B = 2,834 \text{ A}$$

$$I_C = 1,259 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 04

Figura 20: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -7,165 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (10)(-7,165) \implies V_{R1} = -71,660 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-71,660)(-7,165) \implies P_{R1} = 513,509 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = 2,834 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (20)(2,834) \implies V_{R2} = 56,681 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (56,681)(2,834) \implies P_{R2} = 160,636 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IB - IC) = (2,834 - (1,259)) \implies I_{R3} = 1,574 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (40)(1,574) \implies V_{R3} = 62,979 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (62,979)(1,574) \implies P_{R3} = 99,158 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = 1,259 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (30)(1,259) \implies V_{R4} = 37,787 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (37,787)(1,259) \implies P_{R4} = 47,5966 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 1,259 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (20)(1,259) \implies V_{R5} = 25,191 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (25,191)(1,259) \implies P_{R5} = 31,731 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na resistência $R_6$ :

$$I_{R6} = I_{s1} \implies I_{R6} = 10 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (1000)(10) \implies V_{R6} = 10 \text{ kV}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (10\,000)(10) \implies P_{R6} = 100 \text{ kW}$$

### 5.2.7 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 10 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R2} + V_{R3} + V_{R6}) = (56,681 + 62,979 + 10\,000) \implies V_{I_{s1}} = 10,119 \text{ kV}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(10\,119,660)(10) \implies P_{I_{s1}} = -101,196 \text{ kW}$$

### 5.2.8 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = -7,165 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(48)(-7,165) \implies P_{V_{s1}} = 343,966 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

### 6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6}) = 0$$

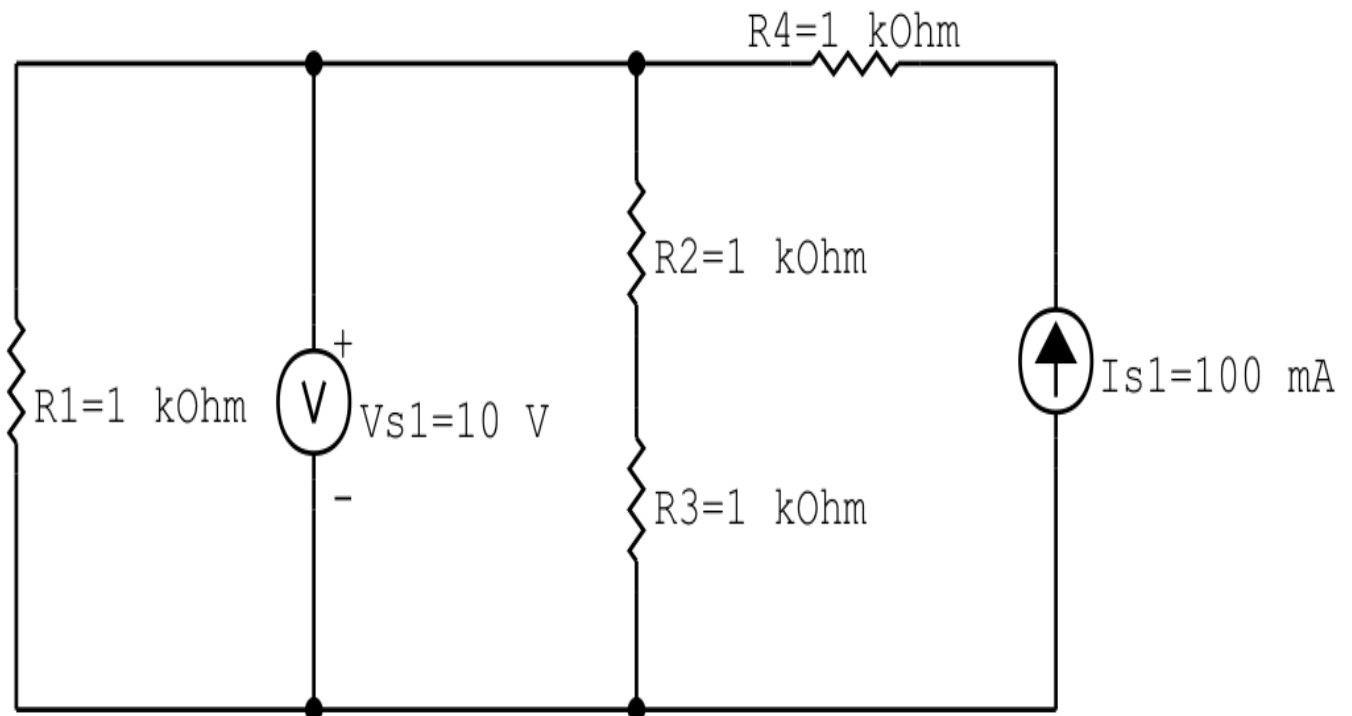
$$(-100\,852,630) + (100\,852,630) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.5 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 05

Figura 21: Circuito elétrico 2.5

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

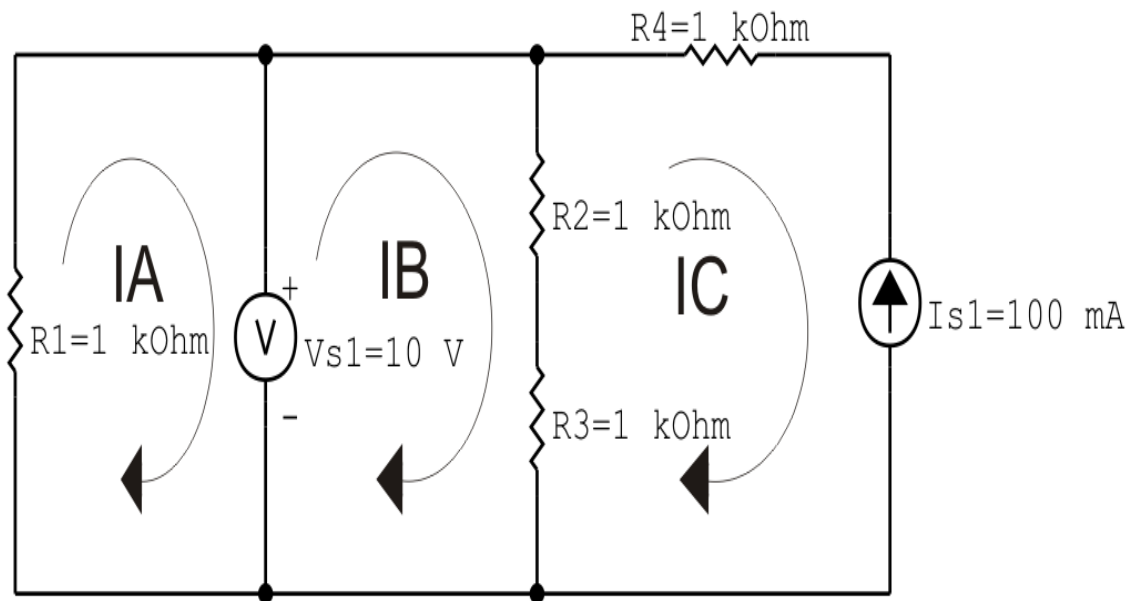
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 05

Figura 22: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R2 = 1 \text{ k}\Omega \quad R3 = 1 \text{ k}\Omega \quad R4 = 1 \text{ k}\Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 100 \text{ mA, temos: } \implies IC = -100 \text{ mA}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + Vs1 = 0$$

$$I_A = \frac{-V_{s1}}{R_1} \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$R_2(I_B - I_C) + R_3(I_B - I_C) - V_{s1} = 0$$

$$R_2I_B - R_2I_C + R_3I_B - R_3I_C = V_{s1}$$

$$(R_2 + R_3)I_B = V_{s1} + (R_2 + R_3)I_C$$

$$I_B = \frac{V_{s1} + (R_2 + R_3)I_C}{(R_2 + R_3)} \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $I_C$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$I_A = \frac{-V_{s1}}{R_1}$$

$$I_A = \frac{-10}{1000}$$

$$I_A = -0,01 \text{ A}$$

**Na Equação 2:**

$$I_B = \frac{V_{s1} + (R_2 + R_3)I_C}{(R_2 + R_3)}$$

$$I_B = \frac{10 + (1000 + 1000)(-0,1)}{(1000 + 0 1000)}$$

$$I_B = \frac{-190}{2000}$$

$$I_B = -0,095 \text{ A}$$

Assim temos:

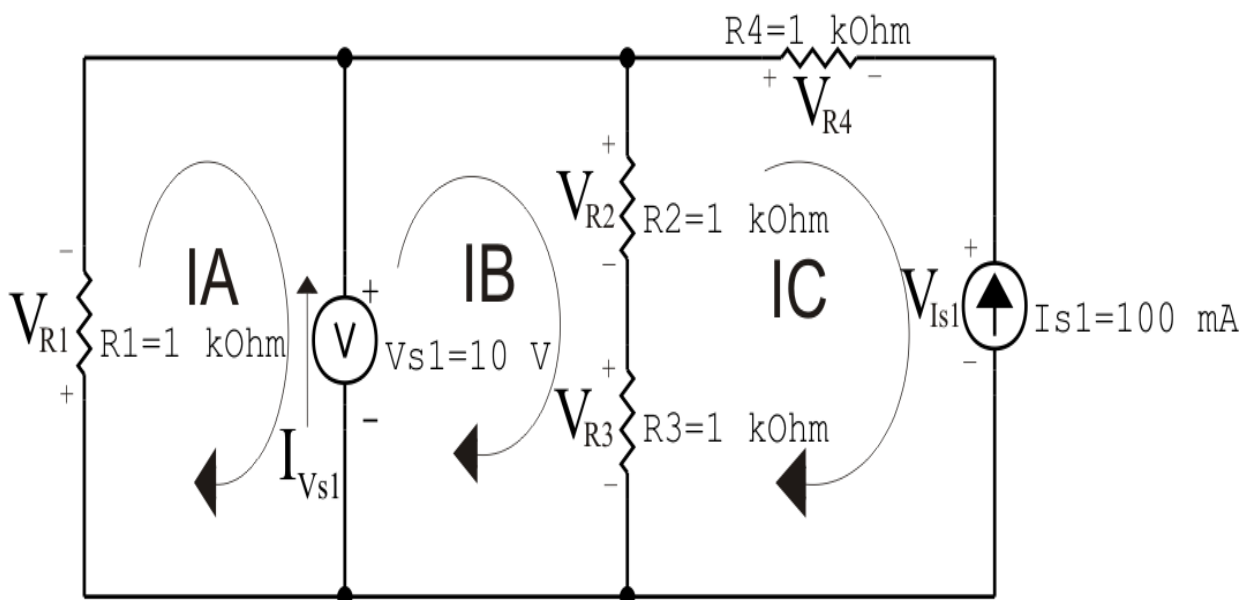
$$I_A = -0,01 \text{ A}$$

$$I_B = -0,095 \text{ A}$$

$$I_C = -0,1 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 05

Figura 23: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -0,01 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (1000)(-0,01) \implies V_{R1} = -10 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-10)(-0,01) \implies P_{R1} = 0,1 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IB - IC) = (-0,095 - (-0,1)) \implies I_{R2} = 0,005 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (1000)(0,005) \implies V_{R2} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (5)(0,005) \implies P_{R2} = 0,025 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IB - IC) = (-0,095 - (-0,1)) \implies I_{R3} = 0,005 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (1000)(0,005) \implies V_{R3} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (5)(0,005) \implies P_{R3} = 0,025 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = -0,1 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (1000)(-0,1) \implies V_{R4} = -100 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (-100)(-0,1) \implies P_{R4} = 10 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R3} + V_{R2} - V_{R4}) = (5 + 5 - (-100)) \implies V_{I_{s1}} = 110 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(110)(0,1) \implies P_{I_{s1}} = -11 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (I_B - I_A) = (-0,095 - (-0,01)) \implies I_{V_{s1}} = -0,085 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(-0,085) \implies P_{V_{s1}} = 0,85 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

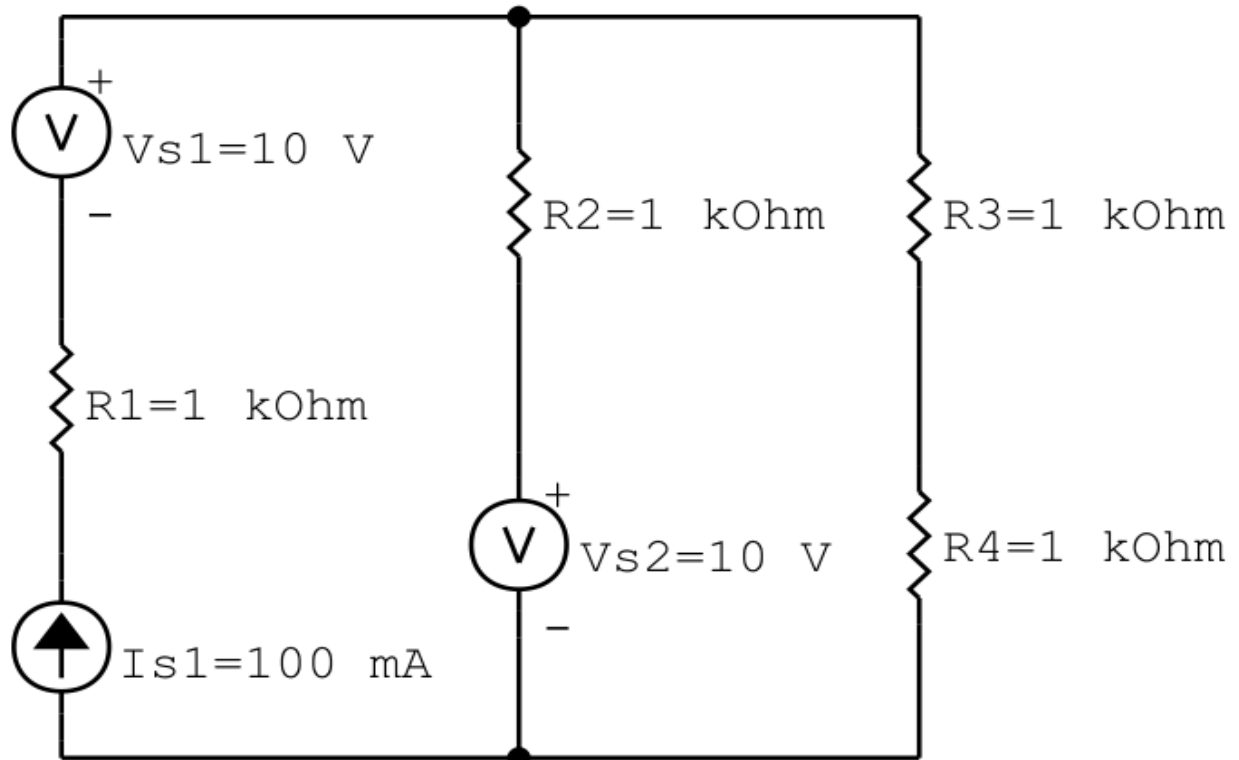
$$(-10,15) + (10,15) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.6 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 06

Figura 24: Circuito elétrico 2.6

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

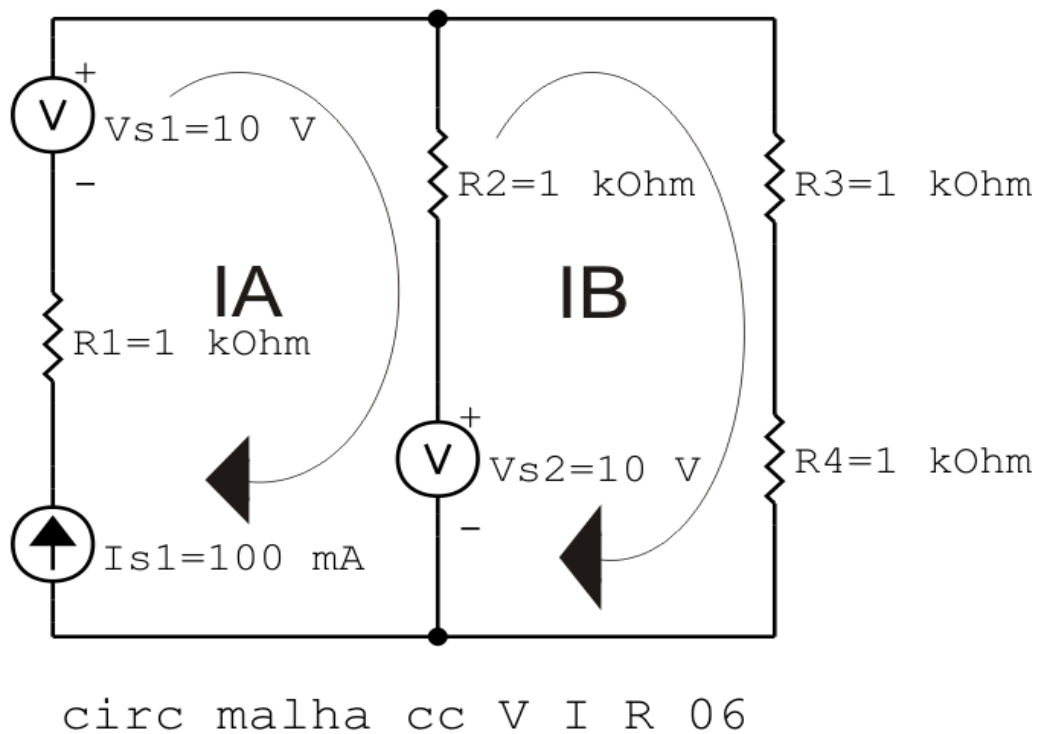


Figura 25: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.



3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R2 = 1 \text{ k}\Omega \quad R3 = 1 \text{ k}\Omega \quad R4 = 1 \text{ k}\Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IA = Is1, \text{ como } Is1 = 100 \text{ mA, temos: } \implies IA = 100 \text{ mA}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha B :**

$$R2(IB - IA) + R3IB + R4IB - Vs2 = 0$$

$$R_2 I_B - R_2 I_A + R_3 I_B + R_4 I_B = V_{s2}$$

$$(R_2 + R_3 + R_4) I_B = V_{s2} + R_2 I_A$$

$$I_B = \frac{V_{s2} + R_2 I_A}{(R_2 + R_3 + R_4)} \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ ,  $I_A$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$I_B = \frac{V_{s2} + R_2 I_A}{(R_2 + R_3 + R_4)}$$

$$I_B = \frac{10 + (1000)(0,1)}{(1000 + 1000 + 1000)}$$

$$I_B = \frac{110}{3000}$$

$$I_B = 0,04 \text{ A}$$

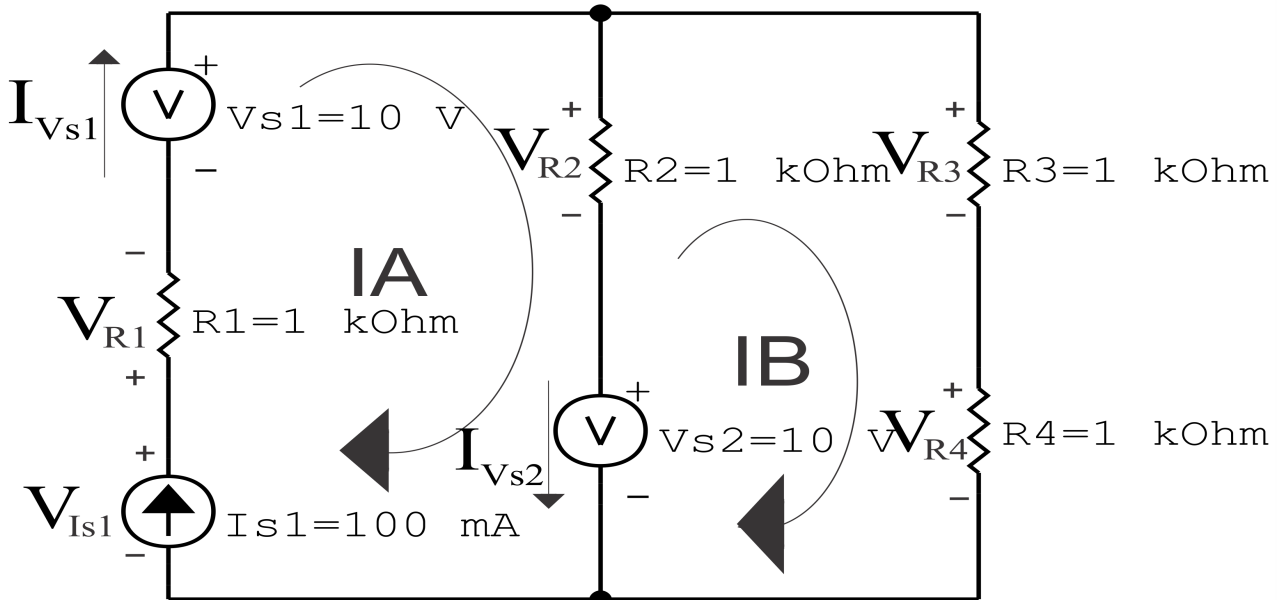
Assim temos:

$$I_A = 0,1 \text{ A}$$

$$I_B = 0,04 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 06

Figura 26: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (1000)(0,1) \implies V_{R1} = 100 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (100)(0,1) \implies P_{R1} = 10 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (0,1 - (0,04)) \implies I_{R2} = 0,06 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (1000)(0,06) \implies V_{R2} = 63,33 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (63,33)(0,06) \implies P_{R2} = 4,01 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R_3} = IB \implies I_{R_3} = 0,04 \text{ A}$$

$$V_{R_3} = R_3 I_{R_3} = (1000)(0,04) \implies V_{R_3} = 36,67 \text{ V}$$

$$P_{R_3} = V_{R_3} I_{R_3} = (36,67)(0,04) \implies P_{R_3} = 1,34 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R_4} = IC \implies I_{R_4} = 0,04 \text{ A}$$

$$V_{R_4} = R_4 I_{R_4} = (1000)(0,04) \implies V_{R_4} = 36,67 \text{ V}$$

$$P_{R_4} = V_{R_4} I_{R_4} = (36,67)(0,04) \implies P_{R_4} = 1,34 \text{ W}$$

**5.2.5 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R_2} + V_{R_1} - V_{s1} + V_{s2}) = (63,33 + 100 - 10 + 10) \implies V_{I_{s1}} = 163,33 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(163,33)(0,1) \implies P_{I_{s1}} = -16,33 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = 0,1 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(0,1) \implies P_{V_{s1}} = -1 \text{ W}$$

**5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{s2}$ :**

$$V_{s2} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = (IA - IB) = (0,1 - 0,04) \implies I_{V_{s2}} = 0,06 \text{ A}$$

$$P_{V_{s2}} = -V_{s2} I_{V_{s2}} = -(10)(0,06) \implies P_{V_{s2}} = 0,63 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{V_{s2}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

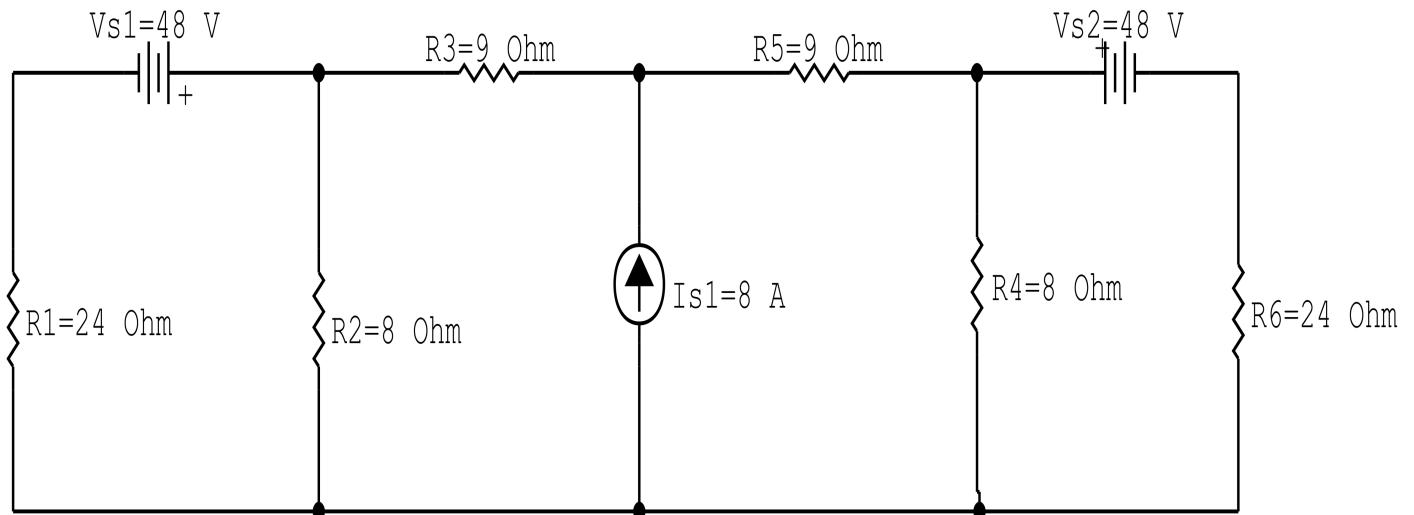
$$(-16,7) + (16,7) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 2.7 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 07

Figura 27: Circuito elétrico 2.7

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

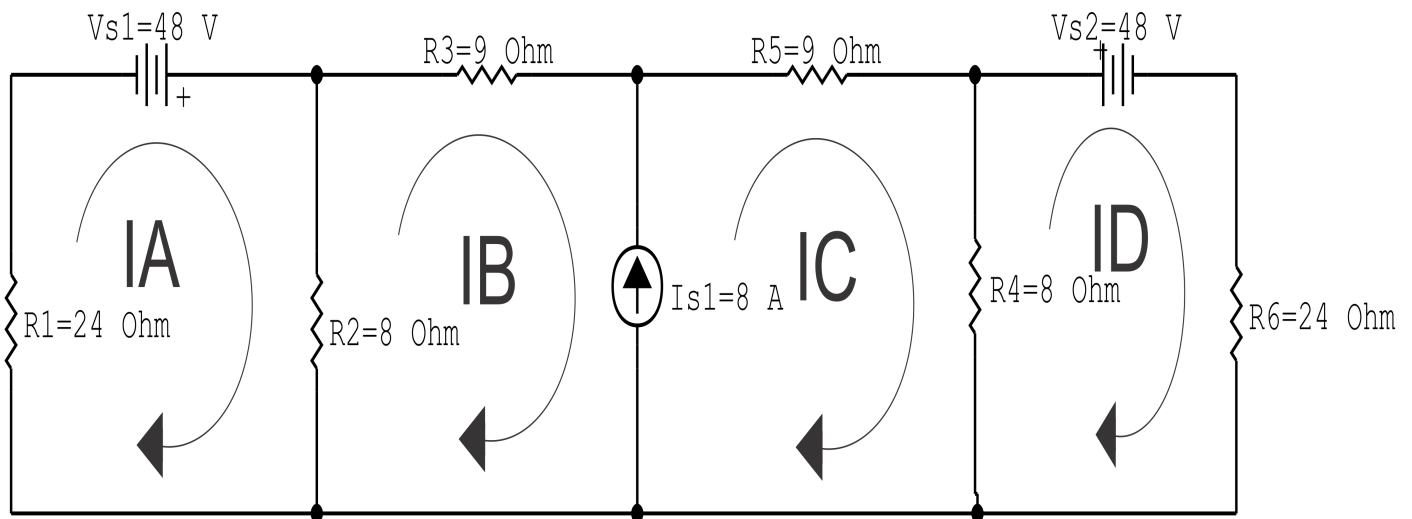
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 07

Figura 28: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 24\Omega \quad R2 = 8\Omega \quad R3 = 9\Omega \quad R4 = 8\Omega \quad R5 = 9\Omega \quad R6 = 24\text{k}\Omega$$

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

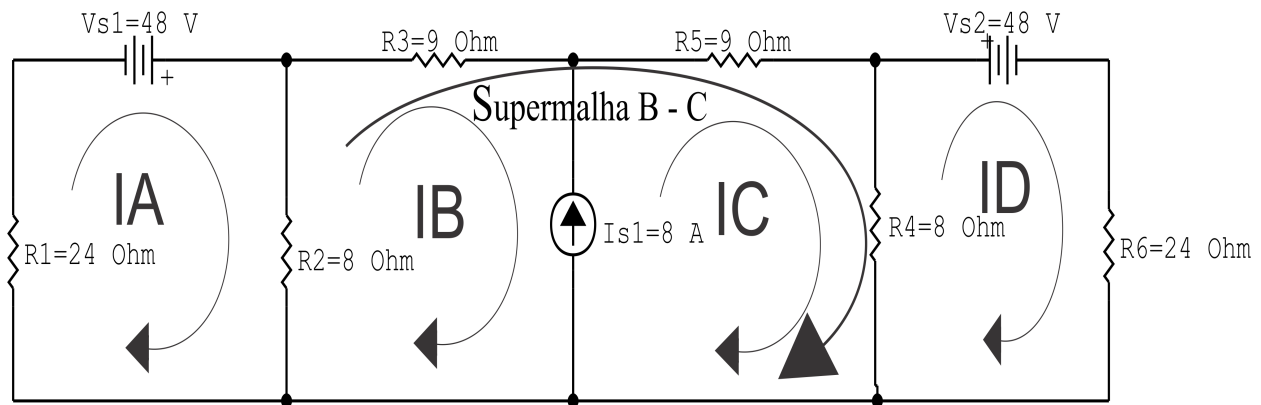
$$-IB + IC = Is1, \text{ e como } Is1 = 8\text{ A} \implies IC = 8 + IB.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$R1IA - Vs1 + R2(IA - IB) = 0$$





circ malha cc V I R 07

Figura 29: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

$$R1IA + R2IA - R2IB = Vs1$$

$$(R1 + R2)IA - R2IB = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$R2(IB - IA) + R3IB + R5IC + R4(IC - ID) = 0$$

$$R2IB - R2IA + R3IB + R5IC + R4IC - R4ID = 0$$

$$-R2IA + (R2 + R3)IB + (R4 + R5)IC - R4ID = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$R4(ID - IC) + Vs2 + R6ID = 0$$

$$R4ID - R4IC + R6ID = -Vs2$$

$$-R4IC + (R4 + R6)ID = -Vs2 \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

##### Na Equação 1:

$$(R1 + R2)IA - R2IB = Vs1$$

$$(24 + 8)IA - (8)IB = 48$$

$$(32)IA - (8)IB = 48$$

##### Na Equação 2:

$$-R2IA + (R2 + R3)IB + (R4 + R5)IC - R4ID = 0$$

$$-(8)IA + (8 + 9)IB + (8 + 9)(8 + IB) - (8)ID = 0$$

$$-(8)IA + (8 + 9 + 8 + 9)IB - (8)ID = (8 + 9)8$$

$$-(8)IA + (34)IB - (8)ID = -136$$

##### Na Equação 3:

$$-R4IC + (R4 + R6)ID = -Vs2$$

$$-(8)(8 + IB) + (8 + 24)ID = -48$$

$$-(8)IB + (32)ID = -48 + 64$$

$$-(8)IB + (32)ID = 16$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(32)IA - (8)IB = 48$$

$$-(8)IA + (34)IB - (8)ID = -136$$

$$-(8)IB + (32)ID = 16$$

$$\begin{bmatrix} 32 & -8 & 0-8 \\ & 34 & -80 \\ -8 & 32 & \end{bmatrix} [ IAIBID ] = [ 48-13616 ]$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 32 & -8 & 0-8 \\ & 34 & -80 \\ -8 & 32 & \end{vmatrix} = 34\,816 - 4096 = \Delta = 30\,720$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 48 & -8 & 0-136 \\ & 34 & -816 \\ -8 & 32 & \end{vmatrix} = 53\,248 - 37\,888 = \Delta_{IA} = 15\,360$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{15\,360}{30\,720} \implies IA = 0,5 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 32 & -48 & 0-8 \\ & -136 & -80 \\ 16 & 32 & \end{vmatrix} = -139\,264 - (-16\,384) = \Delta_{IB} = -122\,880$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-122\,880}{30\,720} \implies IB = -4 \text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 32 & -8 & 48-8 \\ & 34 & -1360 \\ -8 & 16 & \end{vmatrix} = 20\,480 - (35\,840) = \Delta_{ID} = -15\,360$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-15\,360}{30\,720} \Rightarrow ID = -0,5 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 0,5 \text{ A}$$

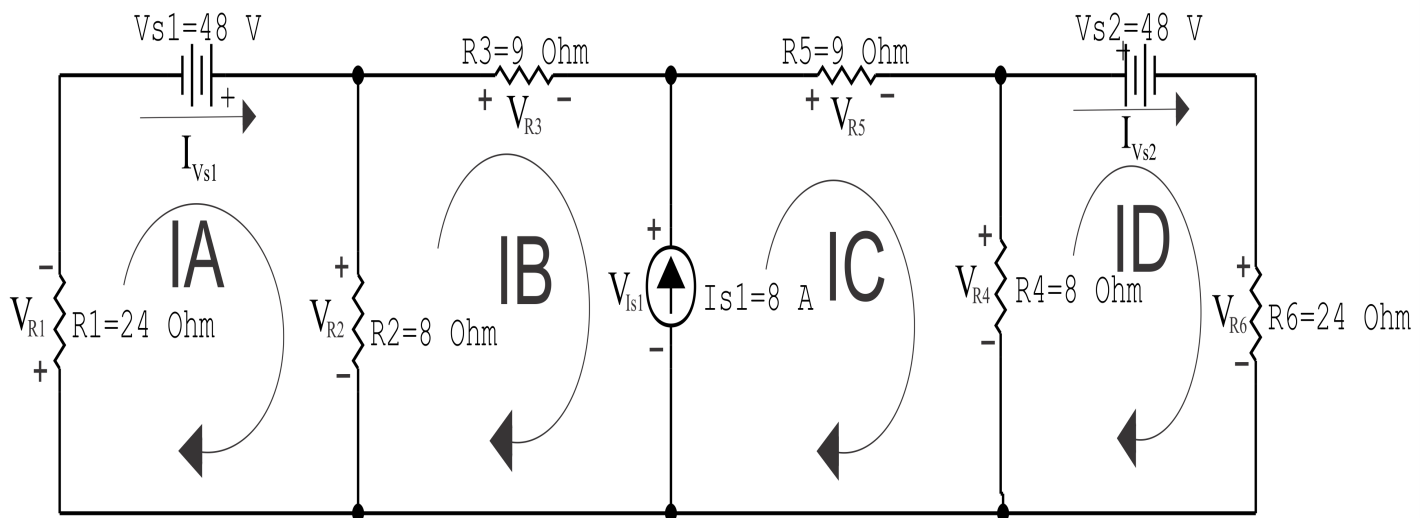
$$IB = -4 \text{ A}$$

$$IC = 4 \text{ A}$$

$$ID = -0,5 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 07

Figura 30: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 0,5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (24)(0,5) \implies V_{R1} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (12)(0,5) \implies P_{R1} = 6 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (0,5 - (-4)) \implies I_{R2} = 4,5 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (8)(4,5) \implies V_{R2} = 36 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (36)(4,5) \implies P_{R2} = 162 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = IB \implies I_{R3} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (9)(-4) \implies V_{R3} = -36 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (-36)(-4) \implies P_{R3} = 144 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IC - ID) = (4 - (-0,5)) \implies I_{R4} = 4,5 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (8)(4,5) \implies V_{R4} = 36 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (36)(4,5) \implies P_{R4} = 162 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (9)(4) \implies V_{R5} = 36 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (36)(4) \implies P_{R5} = 144 \text{ W}$$

**5.2.6 Na resistência  $R6$ :**

$$I_{R6} = ID \implies I_{R6} = -0,5 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R6I_{R6} = (24)(-0,5) \implies V_{R6} = -12 \text{ kV}$$

$$P_{R6} = V_{R6}I_{R6} = (-12)(-0,5) \implies P_{R6} = 6 \text{ kW}$$

**5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 8 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R4} + V_{R5}) = (36 + 36) \implies V_{I_{s1}} = 72 \text{ kV}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(72)(8) \implies P_{I_{s1}} = -576 \text{ kW}$$

**5.2.8 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = 0,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1}I_{V_{s1}} = -(48)(0,5) \implies P_{V_{s1}} = -24 \text{ W}$$

**5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s2}$ :**

$$V_{s2} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = ID \implies I_{V_{s2}} = -0,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{s2}} = -V_{s2}I_{V_{s2}} = -(48)(-0,5) \implies P_{V_{s2}} = -24 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{V_{s2}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6}) = 0$$

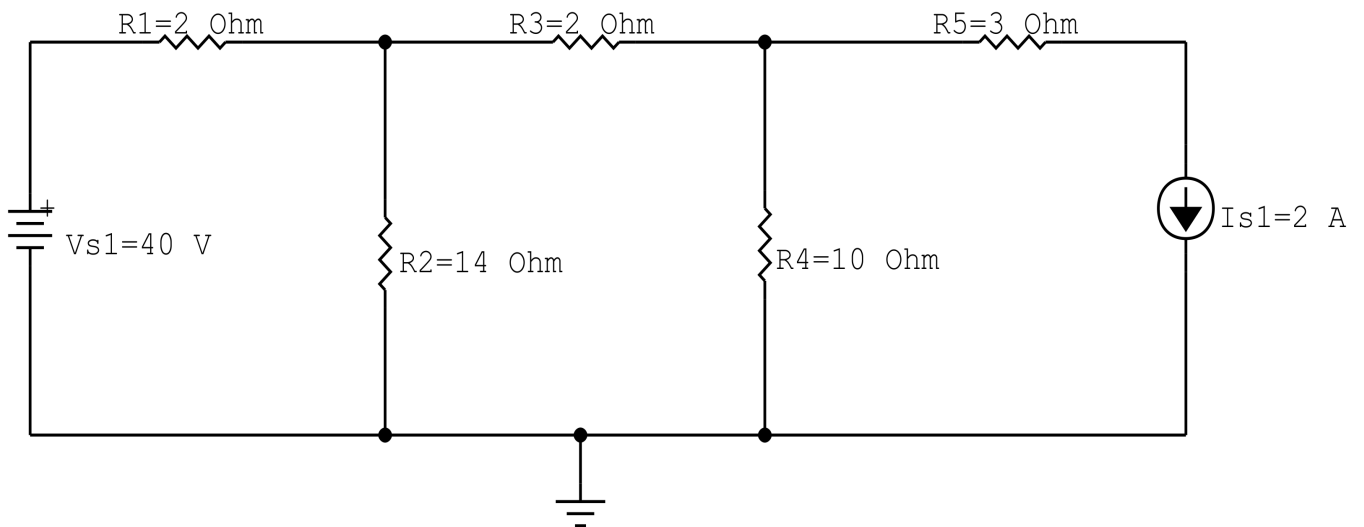
$$(-624) + (624) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 2.8 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 08

Figura 31: Circuito elétrico 2.8

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

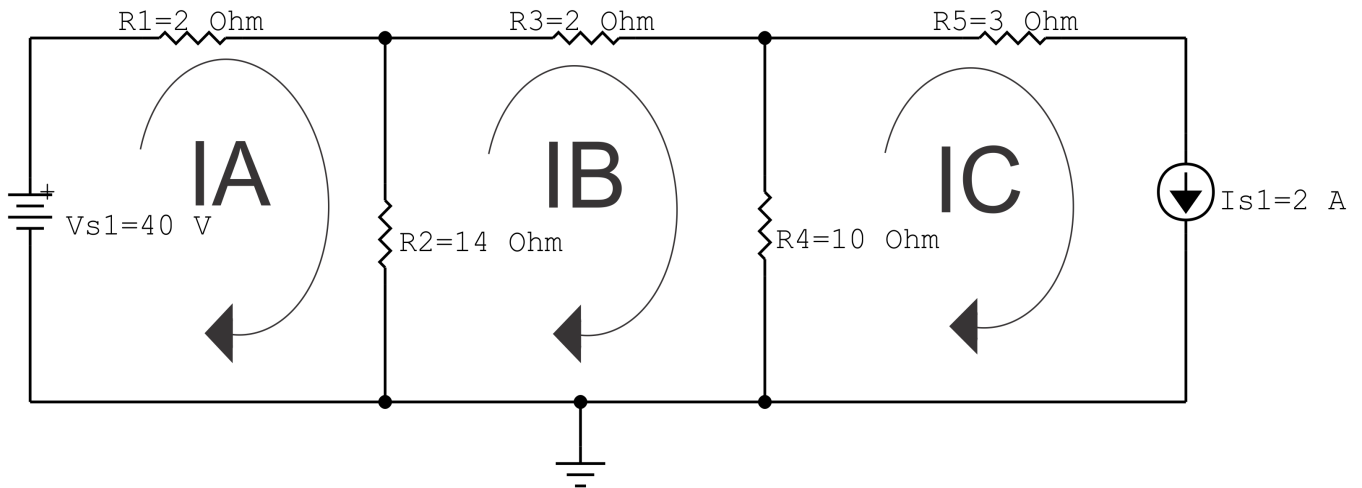
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 08

Figura 32: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

#### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 2\ \Omega \quad R2 = 14\ \Omega \quad R3 = 2\ \Omega \quad R4 = 10\ \Omega \quad R5 = 3\ \Omega$$

#### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

#### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

#### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

##### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

###### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = Is1, \text{ como } Is1 = 3\ \text{A}, \text{ temos: } \implies IC = 3\ \text{A}$$

##### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

###### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

###### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$-Vs1 + R1IA + R2(IA - IB) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB = Vs1$$

$$(R_1 + R_2)I_A - R_2I_B = V_{s1} \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$R_2(I_B - I_A) + R_3I_B + R_4(I_B - I_C) = 0$$

$$R_2I_B - R_2I_A + R_3I_B + R_4I_B - R_4I_C = 0$$

$$-R_2I_A + (R_2 + R_3 + R_4)I_B = R_4I_C \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $I_C$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R_1 + R_2)I_A - R_2I_B = V_{s1}$$

$$(2 + 14)I_A - (20)I_B = 40$$

$$(16)I_A - (14)I_B = 40$$

**Na Equação 2:**

$$-R_2I_A + (R_2 + R_3 + R_4)I_B = R_4I_C$$

$$-(14)I_A + (14 + 2 + 10)I_B = 102$$

$$-(14)I_A + (26)I_B = 20$$

**EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS**

$$(16)IA - (14)IB = 40$$

$$-(14)IA + (26)IB = 20$$

**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} 16 & -14 \\ 26 & -14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 16 & -14 \\ 26 & -14 \end{vmatrix} = 416 - 196 = \Delta = 220$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 40 & -14 \\ 26 & -14 \end{vmatrix} = -1040 - (-280) = \Delta_{IA} = 1320$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{1320}{220} \implies IA = 6 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 16 & 40 \\ 20 & -14 \end{vmatrix} = 320 - -560 = \Delta_{IB} = 880$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{880}{220} \implies IB = 4 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 6 \text{ A}$$

$$IB = 4 \text{ A}$$

$$IC = 3 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

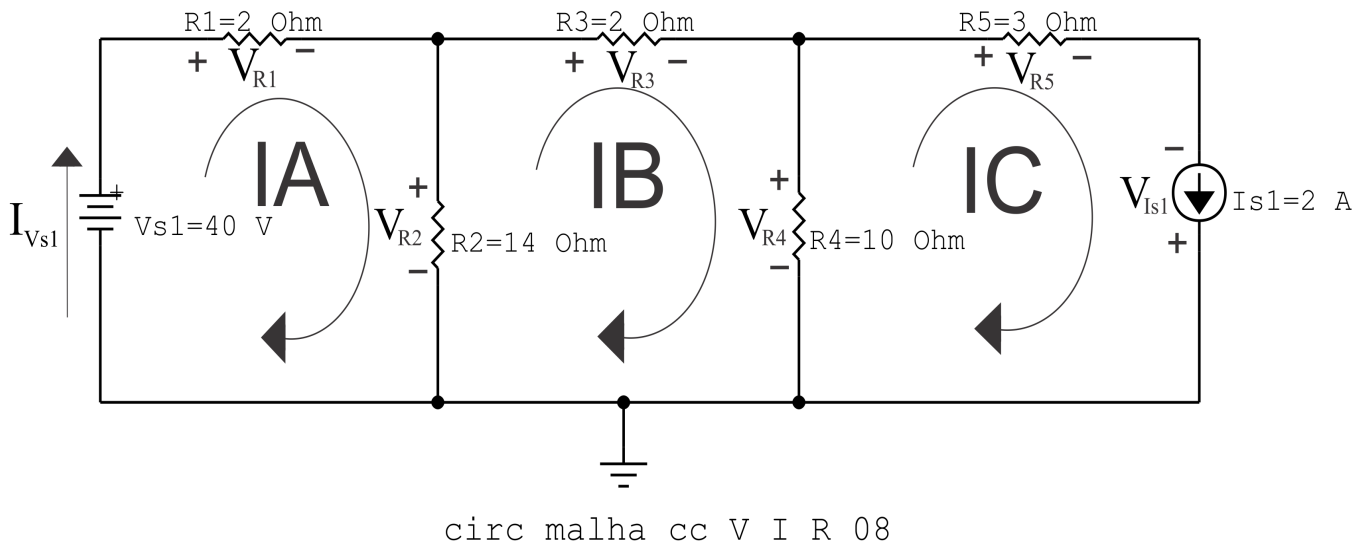


Figura 33: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 6 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (2)(6) \implies V_{R1} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (12)(6) \implies P_{R1} = 72 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (6 - (4)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (14)(2) \implies V_{R2} = 28 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (28)(2) \implies P_{R2} = 56 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = IB \implies I_{R3} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (2)(4) \implies V_{R3} = 8 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (8)(4) \implies P_{R3} = 32 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IB - IC) = (4 - (2)) \implies I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (10)(2) \implies V_{R4} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (20)(2) \implies P_{R4} = 40 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (3)(2) \implies V_{R5} = 6 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (6)(2) \implies P_{R5} = 12 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 2 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -(V_{R4} - V_{R5}) = -(20 - 6) \implies V_{I_{s1}} = -14 \text{ kV}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(-14)(2) \implies P_{I_{s1}} = 28 \text{ kW}$$

**5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 40 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = 6 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(40)(6) \implies P_{V_{s1}} = -240 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5}) = 0$$

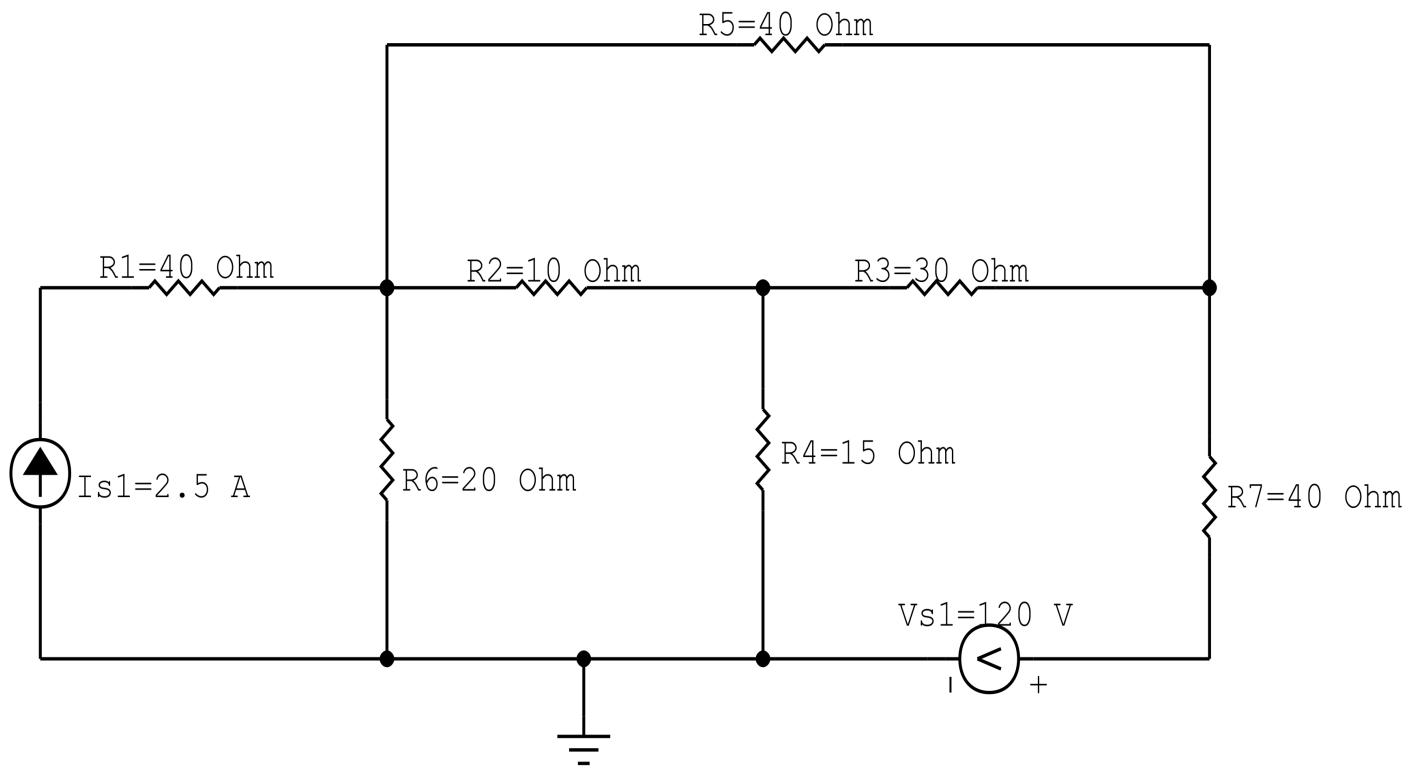
$$(-212) + (212) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 2.9 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 09

Figura 34: Circuito elétrico 2.9

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

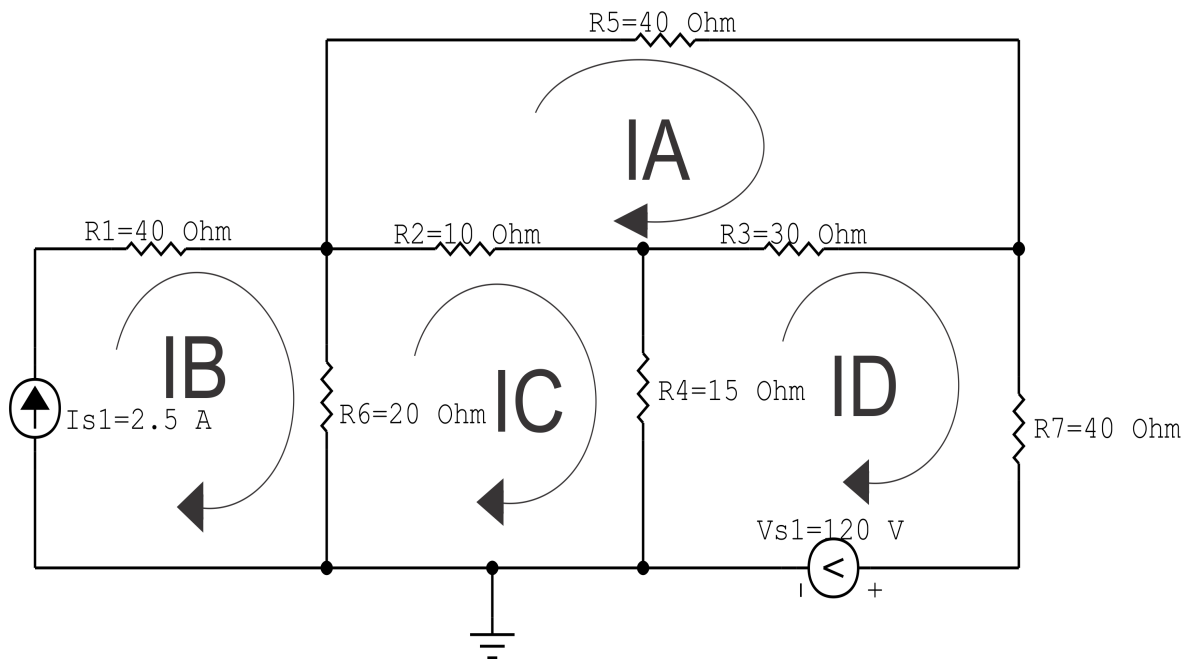
- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc V I R 09

Figura 35: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 40 \Omega \quad R2 = 10 \Omega \quad R3 = 30 \Omega \quad R4 = 15 \Omega \quad R5 = 40 \Omega$$

$$R6 = 20 \Omega \quad R7 = 40 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$I_B = I_{s1}, \text{ como } I_{s1} = 2,5 \text{ A, temos: } \implies I_C = 2,5 \text{ A}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$R5IA + R3(IA - ID) + R2(IA - IC) = 0$$

$$R5IA + R3IA - R3ID + R2IA - R2IC = 0$$

$$(R5 + R3 + R2)IA - R2IC - R3ID = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$R6(IC - IB) + R2(IC - IA) + R4(IC - ID) = 0$$

$$R6IC - R6IB + R2IC - R2IA + R4IC - R4ID = 0$$

$$-R2IA + (R6 + R2 + R4)IC - R4ID = R6IB \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$R4(ID - IC) + R3(ID - IA) + R7ID + Vs1 = 0$$

$$R4ID - R4IC + R3ID - R3IA + R7ID = -Vs1$$

$$-R3IA - R4IC + (R4 + R3 + R7)ID = -Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R5 + R3 + R2)IA - R2IC - R3ID = 0$$

$$(40 + 30 + 10)IA - (10)IC - (30)ID = 0$$

$$(80)IA - (10)IC - (30)ID = 0$$

### Na Equação 2:

$$-R_2IA + (R_6 + R_2 + R_4)IC - R_4ID = R_6IB$$

$$-(10)IA + (20 + 10 + 15)IC - (15)ID = (20)(2,5)$$

$$-(10)IA + (45)IC - (15)ID = 50$$

### Na Equação 3:

$$-R_3IA - R_4IC + (R_4 + R_3 + R_7)ID = -Vs1$$

$$-(30)IA - (15)IC + (15 + 30 + 40)ID = (-120)$$

$$-(30)IA - (15)IB + (85)ID = -120$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(80)IA - (10)IC - (30)ID = 0$$

$$-(10)IA + (45)IC - (15)ID = 50$$

$$-(30)IA - (15)IB + (85)ID = -120$$

$$\begin{bmatrix} 80 & -10 & -30 & -10 \\ -10 & 45 & -15 & -30 \\ -15 & 85 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \\ -120 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 80 & -10 & -30 & -10 \\ -10 & 45 & -15 & -30 \\ -15 & 85 & & \end{vmatrix} = 297\,000 - 67\,000 = \Delta = \mathbf{230\,000}$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 0 & & -10 & & -3050 \\ & 45 & & -15-120 & \\ & -15 & & 85 & \end{vmatrix} = 4500 - 119\,500 = \Delta_{IA} = -115\,000$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-115\,000}{230\,000} \Rightarrow IA = -0,5 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 80 & & 0 & & -30-10 \\ & 50 & & -15-30 & \\ & -120 & & 85 & \end{vmatrix} = 304\,000 - 189\,000 = \Delta_{IC} = 115\,000$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{115\,000}{230\,000} \Rightarrow IC = 0,5 \text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 80 & & -10 & & 0-10 \\ & 45 & & 50-30 & \\ & -15 & & -120 & \end{vmatrix} = -417\,000 - (-72\,000) = \Delta_{ID} = -345\,000$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-345\,000}{230\,000} \Rightarrow ID = -1,5 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -0,5 \text{ A}$$

$$IB = 2,5 \text{ A}$$

$$IC = 0,5 \text{ A}$$

$$ID = -1,5 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

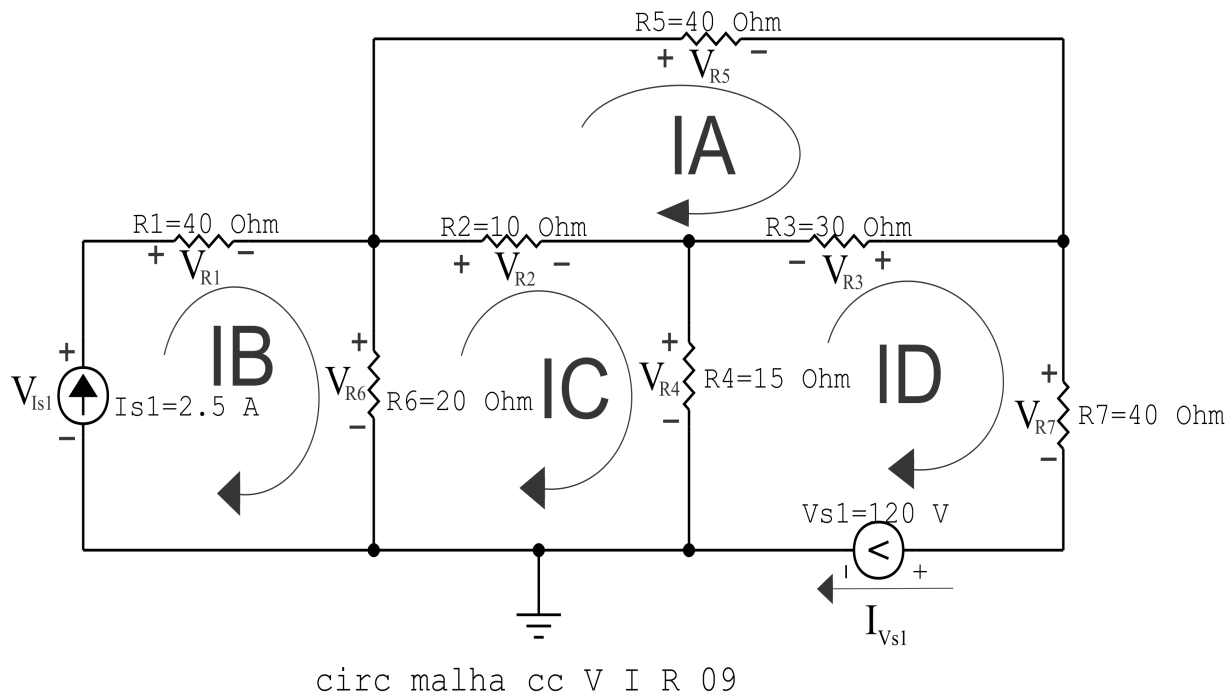


Figura 36: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = I_B \implies I_{R1} = 2,5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (40)(2,5) \implies V_{R1} = 100 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (100)(2,5) \implies P_{R1} = 250 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (I_C - I_A) = (0,5 - (-0,5)) \implies I_{R2} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (10)(1) \implies V_{R2} = 10 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (10)(1) \implies P_{R2} = 10 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R3} = (I_A - I_D) = (-0,5 - (-1,5)) \implies I_{R3} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (30)(1) \implies V_{R3} = 30 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (30)(1) \implies P_{R3} = 30 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = (I_C - I_D) = (0,5 - (-1,5)) \implies I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (15)(2) \implies V_{R4} = 30 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (30)(2) \implies P_{R4} = 60 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R5} = I_A \implies I_{R5} = -0,5 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (40)(-0,5) \implies V_{R5} = -20 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (-20)(-0,5) \implies P_{R5} = 10 \text{ W}$$

**5.2.6 Na resistência  $R_6$ :**

$$I_{R6} = (I_B - I_C) = (2,5 - (0,5)) \implies I_{R6} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (20)(2) \implies V_{R6} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (40)(2) \implies P_{R6} = 80 \text{ W}$$

**5.2.7 Na resistência  $R_7$ :**

$$I_{R7} = I_D \implies I_{R7} = -1,5 \text{ A}$$

$$V_{R7} = R_7 I_{R7} = (40)(-1,5) \implies V_{R7} = -60 \text{ V}$$

$$P_{R7} = V_{R7} I_{R7} = (-60)(-1,5) \implies P_{R7} = 90 \text{ W}$$

**5.2.8 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 2,5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R1} + V_{R6}) = (100 + 40) \implies V_{I_{s1}} = 140 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(140)(2,5) \implies P_{I_{s1}} = -350 \text{ W}$$

**5.2.9 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 120 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = -ID \implies I_{V_{s1}} = 1,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(120)(1,5) \implies P_{V_{s1}} = -180 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7}) = 0$$

$$(-530) + (530) = 0$$

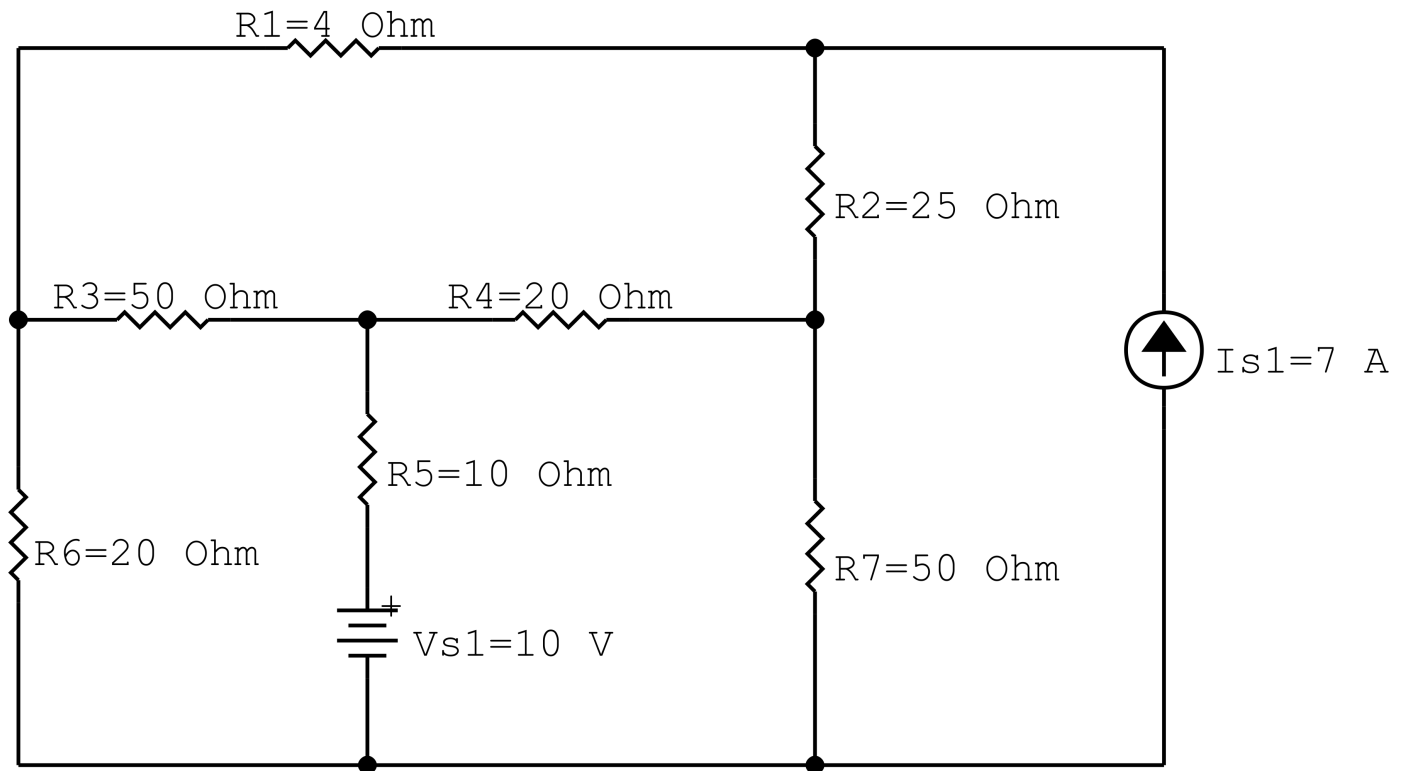
**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



**Questão 2.10 : Calcule as potências nas fontes e nos resistores, utilizando análise de malha.**



circ malha cc V I R 10

Figura 37: Circuito elétrico 2.10

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

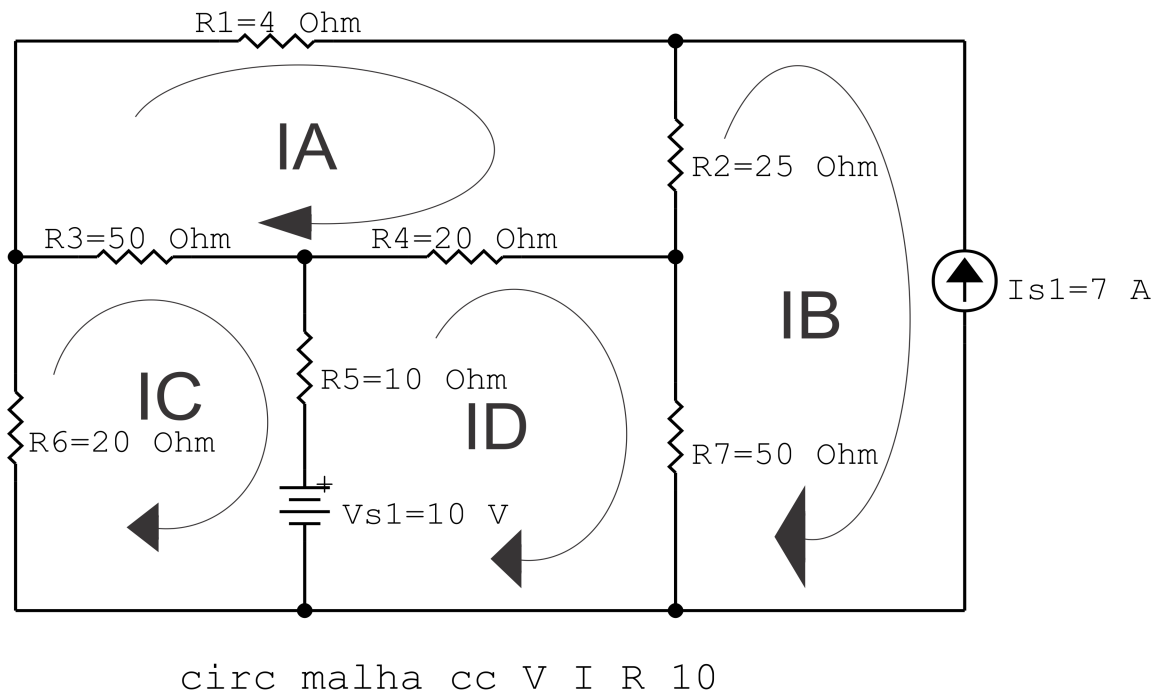


Figura 38: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 4 \Omega \quad R2 = 25 \Omega \quad R3 = 50 \Omega \quad R4 = 20 \Omega \quad R5 = 10 \Omega \\ R6 = 20 \Omega \quad R7 = 50 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IB = Is1, \text{ como } Is1 = 7 \text{ A, temos: } \implies IB = 7 \text{ A}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + R2(IA - IB) + R4(IA - ID) + R3(IA - IC) = 0$$

$$R1IA + R2IA - R2IB + R4IA - R4ID + R3IA - R3IC = 0$$

$$(R1 + R2 + R4 + R3)IA - R3IC - R4ID = R2IB \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$R3(IC - IA) + R5(IC - ID) + Vs1 + R6IC = 0$$

$$R3IC - R3IA + R5IC - R5ID + R6IC = -Vs1$$

$$-R3IA + (R3 + R5 + R6)IC - R5ID = -Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$R4(ID - IA) + R7(ID - IB) - Vs1 + R5(ID - IC) = 0$$

$$R4ID - R4IA + R7ID - R7IB + R5ID - R5IC = Vs1$$

$$-R4IA - R5IC + (R4 + R7 + R5)ID = Vs1 + R7IB \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(R1 + R2 + R4 + R3)IA - R3IC - R4ID = R2IB$$

$$(4 + 25 + 20 + 50)IA - (50)IC - (20)ID = (25)(-7)$$

$$(99)IA - (50)IC - (20)ID = -175$$

### Na Equação 2:

$$-R_3IA + (R_3 + R_5 + R_6)IC - R_5ID = -V_{s1}$$

$$-(50)IA + (50 + 10 + 20)IC - (10)ID = -10$$

$$-(50)IA + (80)IC - (10)ID = -10$$

### Na Equação 3:

$$-R_4IA - R_5IC + (R_4 + R_7 + R_5)ID = V_{s1} + R_7IB$$

$$-(20)IA - (10)IC + (20 + 50 + 10)ID = (10) + (50)(7)$$

$$-(20)IA - (10)IB + (80)ID = -340$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(99)IA - (50)IC - (20)ID = -175$$

$$-(50)IA + (80)IC - (10)ID = -10$$

$$-(20)IA - (10)IB + (80)ID = -340$$

$$\begin{bmatrix} 99 & -50 & -20-50 \\ -10 & 80 & -10-20 \\ -10 & 80 & 80 \end{bmatrix} [ IAICID ] = [ -175-10-340 ]$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 99 & -50 & -20-50 \\ -10 & 80 & -10-20 \\ -10 & 80 & 80 \end{vmatrix} = 613\,600 - 241\,900 = \Delta = 371\,700$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -175 & -50 & -20-10 \\ & 80 & -10-340 \\ & -10 & 80 \end{vmatrix} =$$

$$-1\,292\,000 - 566\,500 = \Delta_{IA} = -1\,858\,500$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-1\,858\,500}{371\,700} \Rightarrow IA = -5\text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 99 & -175 & -20-50 \\ & -10 & -10-20 \\ -340 & 80 & \end{vmatrix} =$$

$$-454\,200 - 1\,032\,600 = \Delta_{IC} = -1\,486\,800$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-1\,486\,800}{371\,700} \Rightarrow IC = -4\text{ A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 99 & -50 & -175-50 \\ & 80 & -10-20 \\ -10 & -340 & \end{vmatrix} =$$

$$-2\,790\,300 - (-560\,100) = \Delta_{ID} = -2\,230\,200$$

$$ID = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-2\,230\,200}{371\,700} \Rightarrow ID = -6\text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -5\text{ A}$$

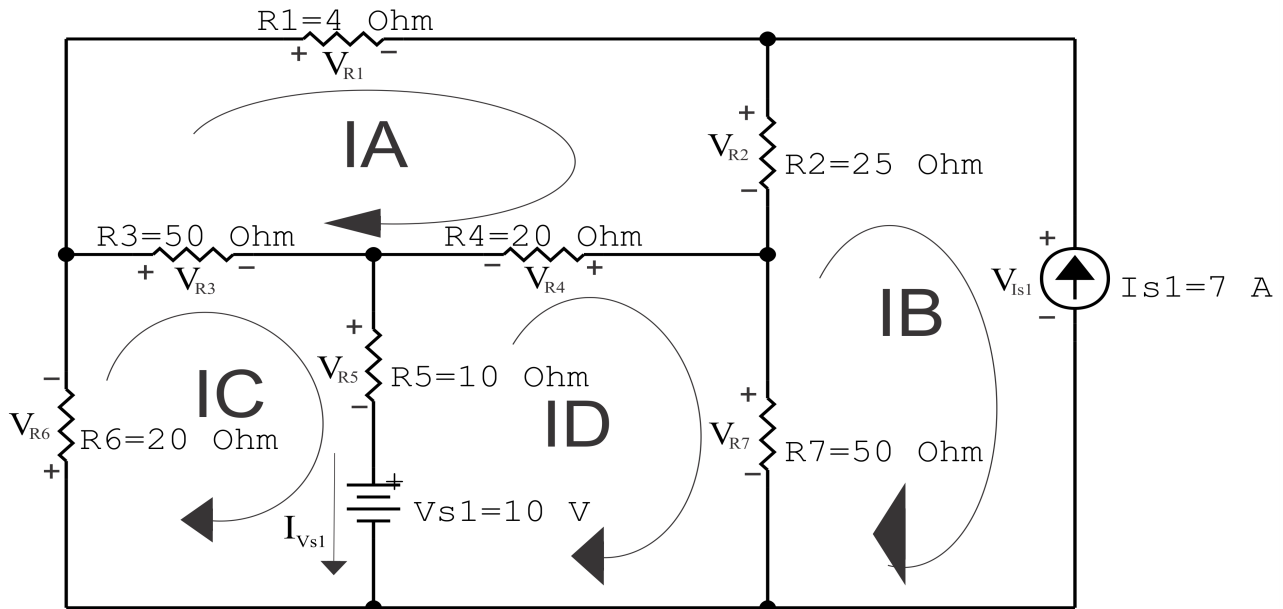
$$IB = -7\text{ A}$$

$$IC = -4\text{ A}$$

$$ID = -6\text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc V I R 10

Figura 39: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (4)(-5) \implies V_{R1} = -20 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (-20)(-5) \implies P_{R1} = 100 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = (IA - IB) = (-5 - (-7)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (25)(2) \implies V_{R2} = 50 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (50)(2) \implies P_{R2} = 100 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R3} = (I_C - I_A) = (-4 - (-5)) \implies I_{R3} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (50)(1) \implies V_{R3} = 50 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (50)(1) \implies P_{R3} = 50 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = (I_A - I_D) = (-5 - (-6)) \implies I_{R4} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (20)(1) \implies V_{R4} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (20)(1) \implies P_{R4} = 20 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R5} = (I_C - I_D) = (-4 - (-6)) \implies I_{R5} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (10)(2) \implies V_{R5} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (20)(2) \implies P_{R5} = 40 \text{ W}$$

**5.2.6 Na resistência  $R_6$ :**

$$I_{R6} = (I_C \implies I_{R6} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (20)(-4) \implies V_{R6} = -80 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (-80)(-4) \implies P_{R6} = 320 \text{ W}$$

**5.2.7 Na resistência  $R_7$ :**

$$I_{R7} = (I_D - I_B) = (-6 - (-7)) \implies I_{R7} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R7} = R_7 I_{R7} = (50)(1) \implies V_{R7} = 50 \text{ V}$$

$$P_{R7} = V_{R7} I_{R7} = (50)(1) \implies P_{R7} = 50 \text{ W}$$



### 5.2.8 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 7 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R1} + V_{R6}) = (100 + 40) \implies V_{I_{s1}} = 140 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(140)(7) \implies P_{I_{s1}} = -980 \text{ W}$$

### 5.2.9 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (I_C - I_D) = (-4 - (-6)) \implies I_{V_{s1}} = 2 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(2) \implies P_{V_{s1}} = -20 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

### 6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7}) = 0$$

$$(-680) + (680) = 0$$

### 6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

### 7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 3.1 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.**

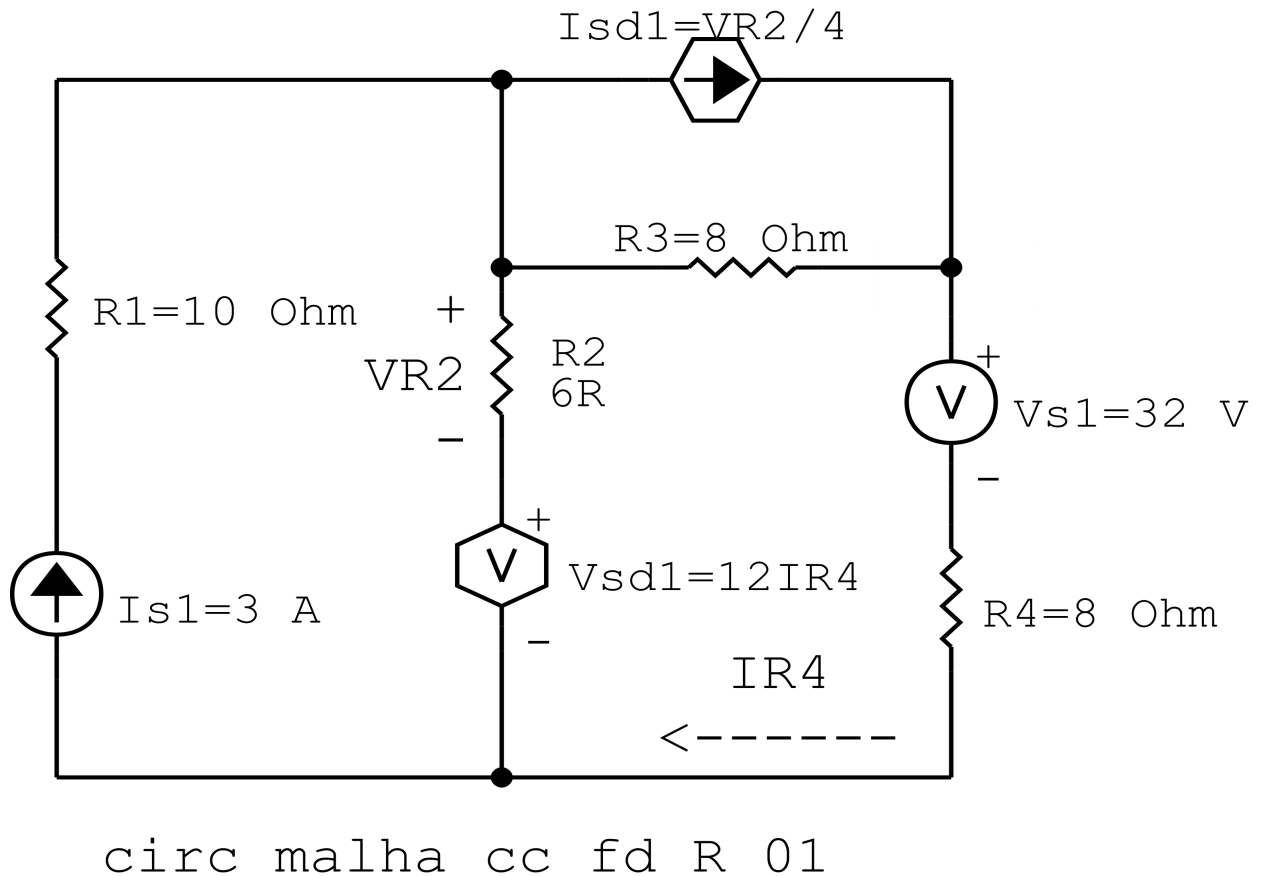


Figura 40: Circuito elétrico 3.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

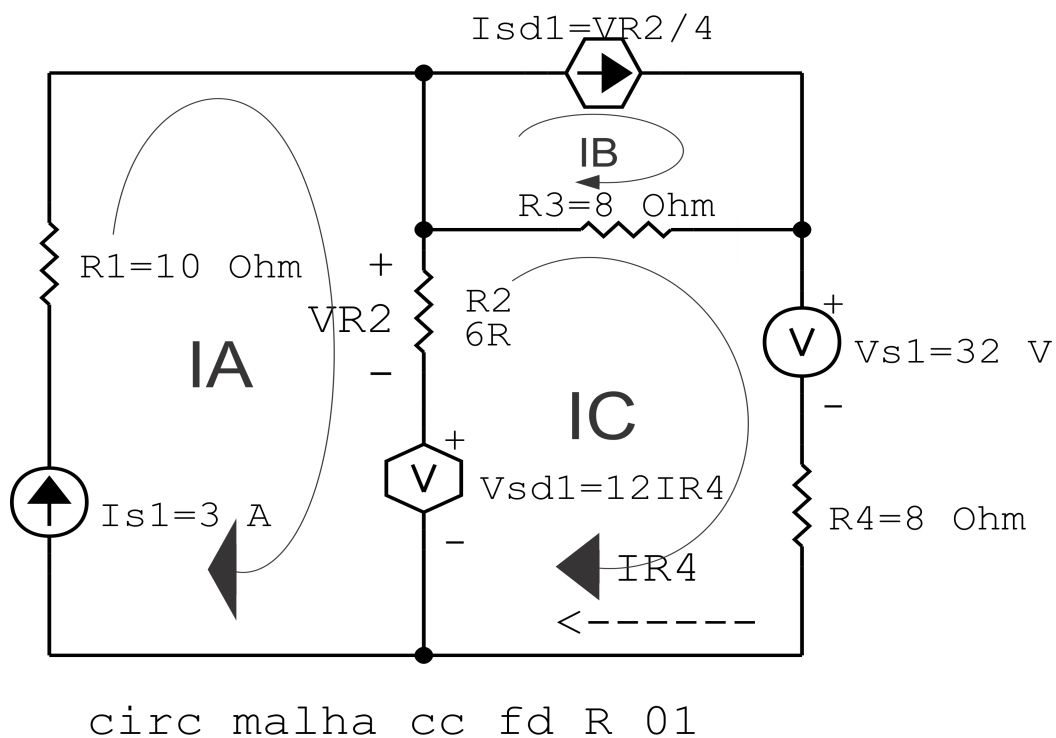


Figura 41: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 10 \Omega \quad R2 = 6 \Omega \quad R3 = 8 \Omega \quad R4 = 8 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

$$I_{sd1} = \frac{VR2}{4} = \frac{R2(IA - IC)}{4} = \frac{6(IA - IC)}{4} \implies I_{sd1} = 1,5(IA - IC)$$

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IA = I_{s1}, \text{ como } I_{s1} = 3 \text{ A, temos: } \implies IA = 3 \text{ A}$$

$$IB = I_{sd1}, \text{ como } I_{sd1} = 1,5(IA - IC) \text{ e } IA = 3 \text{ A, temos: } \implies IB = 1,5(3 - IC)$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha C :

$$-V_{sd1} + R_2(IC - IA) + R_3(IC - IB) + V_{s1} + R_4IC = 0$$

$$-V_{sd1} + R_2IC - R_2IA + R_3IC - R_3IB + R_4IC = -V_{s1}$$

$$-R_3IB + (R_2 + R_3 + R_4)IC - V_{sd1} = -V_{s1} + R_2IA \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $V_{sd1}$ ,  $IA$ ,  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

#### Na Equação 1:

$$-R_3IB + (R_2 + R_3 + R_4)IC - V_{sd1} = -V_{s1} + R_2IA$$

$$-(8)(1,5(3 - IC)) + (6 + 8 + 8)IC - (12)IC = -32 + (6)(3)$$

$$(12)IC + (22)IC - (12)IC = -14 + 36$$

$$IC = \frac{22}{22}$$

$$IC = 1 \text{ A}$$

#### Substituindo também o IB, temos:

$$IB = 1,5(3 - IC)$$

$$IB = 1,5(3 - 1)$$

$$IB = 3 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 3 A$$

$$IB = 3 A$$

$$IC = 1 A$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

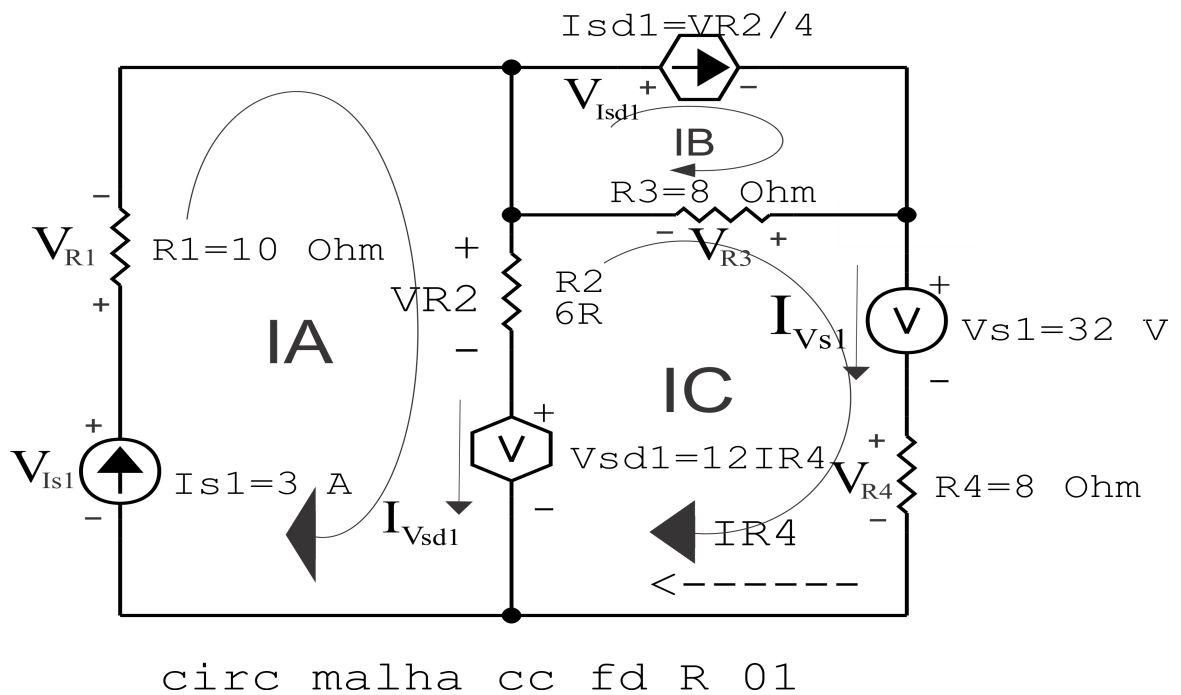


Figura 42: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1 I_{R1} = (10)(3) \implies V_{R1} = 30 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (30)(3) \implies P_{R1} = 90 \text{ W}$$

#### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = (IA - IC) = (3 - (1)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2 I_{R2} = (6)(2) \implies V_{R2} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (12)(2) \implies P_{R2} = 24 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R3} = (I_B - I_C) = (3 - (1)) \implies I_{R3} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (8)(2) \implies V_{R3} = 16 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (16)(2) \implies P_{R3} = 32 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R4} = I_C \implies I_{R4} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (8)(1) \implies V_{R4} = 8 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (8)(1) \implies P_{R4} = 8 \text{ W}$$

**5.2.5 Na fonte de tensão  $V_{sd1}$ :**

$$V_{sd1} = (12)I_C = (12)(1) \implies V_{sd1} = 32 \text{ V}$$

$$I_{V_{sd1}} = (I_A - I_C) = (3 - 1) \implies I_{V_{sd1}} = 2 \text{ A}$$

$$P_{V_{sd1}} = V_{sd1} I_{V_{sd1}} = (32)(2) \implies P_{V_{sd1}} = 64 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = 32 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = I_C \implies I_{V_{s1}} = 1 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = V_{s1} I_{V_{s1}} = (32)(1) \implies P_{V_{s1}} = 32 \text{ W}$$

**5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R1} + V_{R2} + V_{sd1}) = (30 + 12 + 12) \implies V_{I_{s1}} = 54 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(54)(3) \implies P_{I_{s1}} = -162 \text{ W}$$



### 5.2.8 Na fonte de corrente $I_{sd1}$ :

$$I_{sd1} = 1,5(IA - IC) = 1,5(3 - 1) \implies I_{sd1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{sd1}} = V_{R3} \implies V_{I_{sd1}} = 16 \text{ V}$$

$$P_{I_{sd1}} = -V_{I_{sd1}} I_{sd1} = -(16)(3) \implies P_{I_{sd1}} = -48 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1** A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{V_{s1}} + P_{I_{s1}} + P_{I_{sd1}} + P_{V_{sd1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

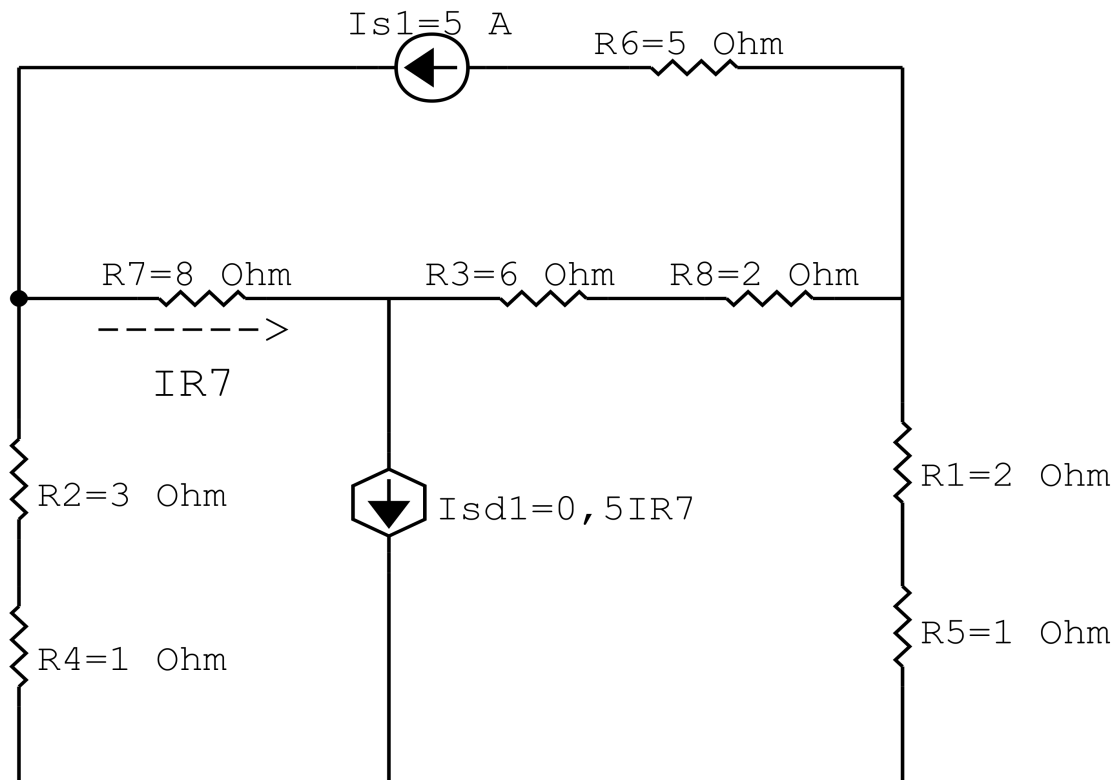
$$(-154) + (154) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 3.2 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.**



circ malha cc fd R 02

Figura 43: Circuito elétrico 3.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

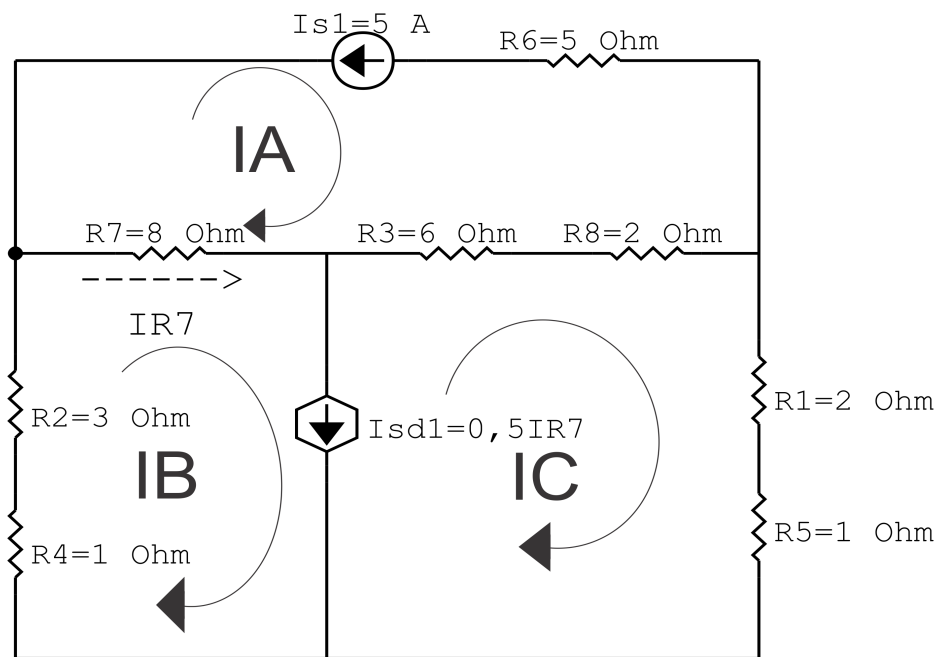
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc fd R 02

Figura 44: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 2 \Omega \quad R2 = 3 \Omega \quad R3 = 6 \Omega \quad R4 = 1 \Omega$$

$$R5 = 1 \Omega \quad R6 = 5 \Omega \quad R7 = 8 \Omega \quad R8 = 2 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

$$I_{sd1} = 0,5IR7 \implies I_{sd1} = 0,5(IB - IA)$$

3.4 Se possuir fontes de corrente:

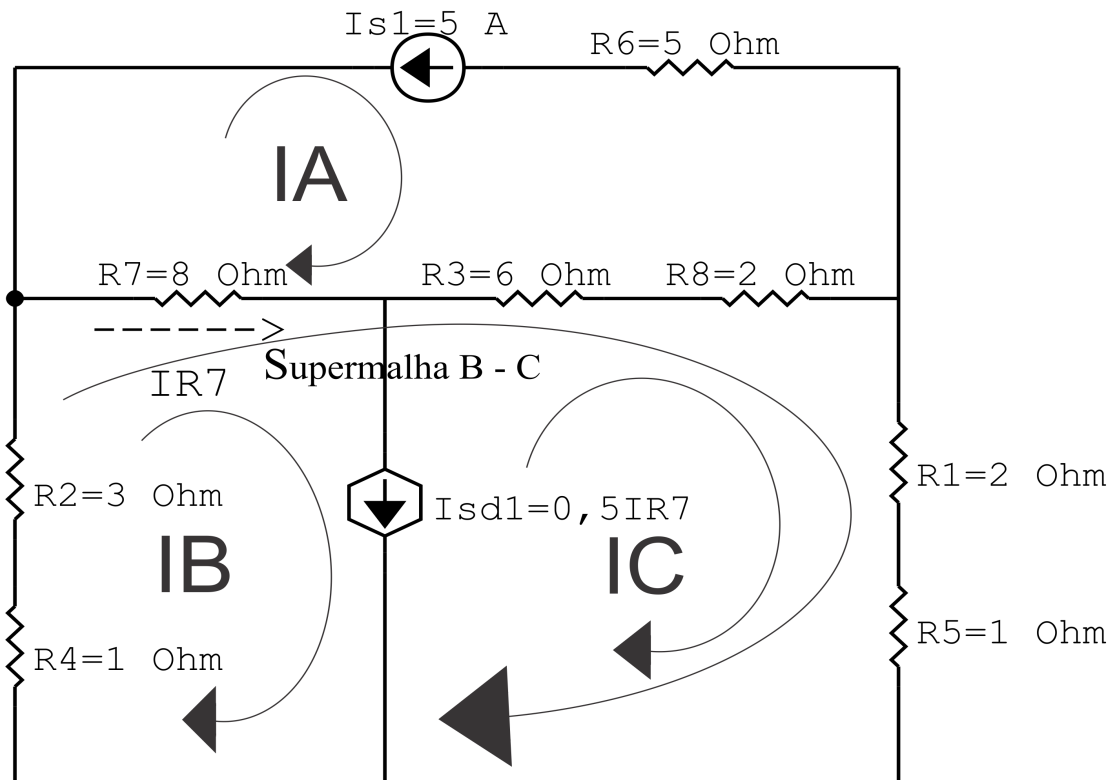
3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IA = -I_{s1}, \text{ como } I_{s1} = 5 \text{ A, temos: } \implies IA = -5 \text{ A}$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.



circ malha cc fd R 02

Figura 45: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IB - IC = Isd1, \text{ e como } Isd1 = 0,5(IB - IA) \implies IB - IC = 0,5(IB - IA) \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Supermalha B-C :**

$$R4IB + R2IB + R7(IB - IA) + R3(IC - IA) + R8(IC - IA) + R1IC + R5IC = 0$$

$$R4IB + R2IB + R7IB - R7IA + R3IC - R3IA + R8IC - R8IA + R1IC + R5IC = 0$$

$$(R4 + R2 + R7)IB + (R3 + R8 + R1 + R5)IC = (R7 + R3 + R8)IA \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Isd1$ ,  $IA$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$IB - IC = 0,5(IB - IA)$$

$$IB - IC = (0,5)(IB - (-5))$$

$$IB - IC = (0,5)IB + 2,5$$

$$(0,5)IB - IC = 2,5$$

**Na Equação 2:**

$$(R_4 + R_2 + R_7)IB + (R_3 + R_8 + R_1 + R_5)IC = (R_7 + R_3 + R_8)IA$$

$$(1 + 3 + 8)IB + (6 + 2 + 2 + 1)IC = (8 + 6 + 2) \cdot 5$$

$$(12)IB + (11)IC = -80$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(0,5)IB - IC = 2,5$$

$$(12)IB + (11)IC = -80$$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & -1 \\ 12 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IB \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ -80 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,5 & -1 \\ 12 & 11 \end{vmatrix} = 5,5 - (-12) = \Delta = 17,5$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 2,5 & -1 \\ -80 & 11 \end{vmatrix} = 27,5 - 80 = \Delta_{IB} = -52,5$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-52,5}{17,5} \Rightarrow IB = -3 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 0,5 & 2,5 \\ -80 & -80 \end{vmatrix} = -40 - 30 = \Delta_{IC} = -70$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-70}{17,5} \Rightarrow IC = -4 \text{ A}$$

Assim temos:

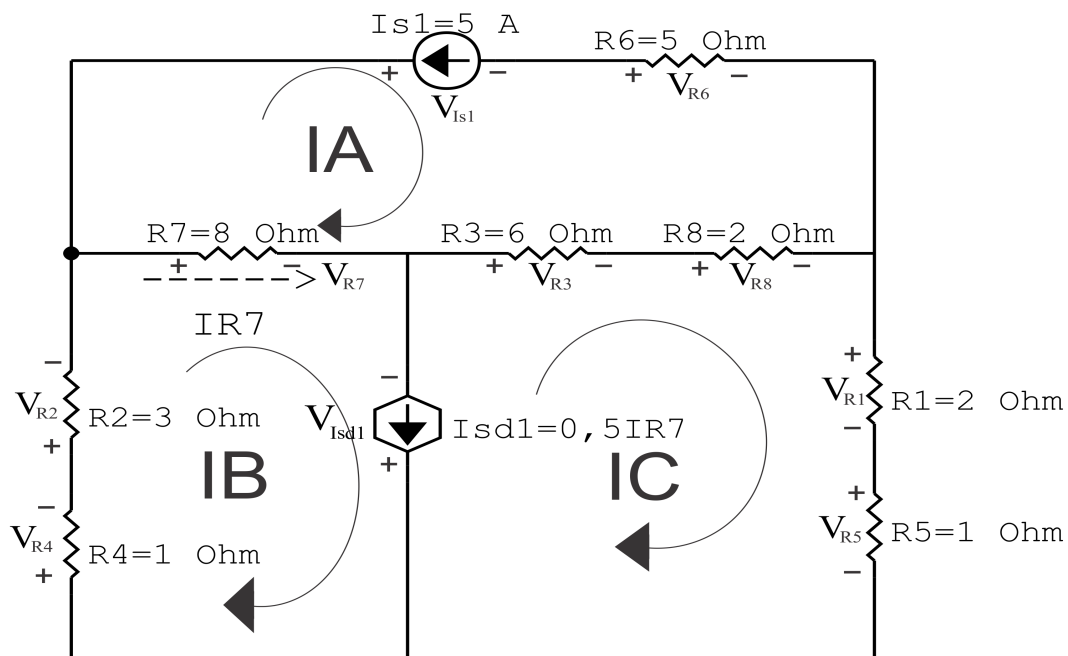
$$IA = -5 \text{ A}$$

$$IB = -3 \text{ A}$$

$$IC = -4 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc fd R 02

Figura 46: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IC \implies I_{R1} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (2)(-4) \implies V_{R1} = -8 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-8)(-4) \implies P_{R1} = 32 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = -3 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (3)(-3) \implies V_{R2} = -9 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (-9)(-3) \implies P_{R2} = 27 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (-4 - (-5)) \implies I_{R3} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (6)(1) \implies V_{R3} = 6 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (6)(1) \implies P_{R3} = 6 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IB \implies I_{R4} = -3 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (1)(-3) \implies V_{R4} = -3 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (-3)(-3) \implies P_{R4} = 9 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na resistência $R_5$ :

$$I_{R5} = IC \implies I_{R5} = -4 \text{ A}$$

$$V_{R5} = R_5 I_{R5} = (1)(-4) \implies V_{R5} = -4 \text{ V}$$

$$P_{R5} = V_{R5} I_{R5} = (-4)(-4) \implies P_{R5} = 16 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na resistência $R_6$ :

$$I_{R6} = IA \implies I_{R6} = -5 \text{ A}$$

$$V_{R6} = R_6 I_{R6} = (5)(-5) \implies V_{R6} = -25 \text{ V}$$

$$P_{R6} = V_{R6} I_{R6} = (-25)(-5) \implies P_{R6} = 125 \text{ W}$$



### 5.2.7 Na resistência $R7$ :

$$I_{R7} = (I_B - I_A) = (-3 - (-5)) \implies I_{R7} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R7} = R7I_{R7} = (8)(2) \implies V_{R7} = 16 \text{ V}$$

$$P_{R7} = V_{R7}I_{R7} = (16)(2) \implies P_{R7} = 32 \text{ W}$$

### 5.2.8 Na resistência $R8$ :

$$I_{R8} = (I_C - I_A) = (-4 - (-5)) \implies I_{R8} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R8} = R8I_{R8} = (2)(1) \implies V_{R8} = 2 \text{ V}$$

$$P_{R8} = V_{R8}I_{R8} = (2)(1) \implies P_{R8} = 2 \text{ W}$$

### 5.2.9 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R3} + V_{R7} + V_{R8} - V_{R6}) = (6 + 16 + 2 - 125) \implies V_{I_{s1}} = 49 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}}I_{s1} = -(49)(5) \implies P_{I_{s1}} = -245 \text{ W}$$

### 5.2.10 Na fonte de corrente $I_{sd1}$ :

$$I_{sd1} = 0,5(I_B - I_A) = 0,5((-3) - (-5)) \implies I_{sd1} = 1 \text{ A}$$

$$V_{I_{sd1}} = -V_{R3} - V_{R8} - V_{R1} - V_{R5} = (-6 - 2 - (-8) - (-4)) \implies V_{I_{sd1}} = 4 \text{ V}$$

$$P_{I_{sd1}} = -V_{I_{sd1}}I_{sd1} = -(4)(1) \implies P_{I_{sd1}} = -4 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{I_{sd1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} + P_{R7} + P_{R8}) = 0$$

$$(-249) + (249) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 3.5 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.**

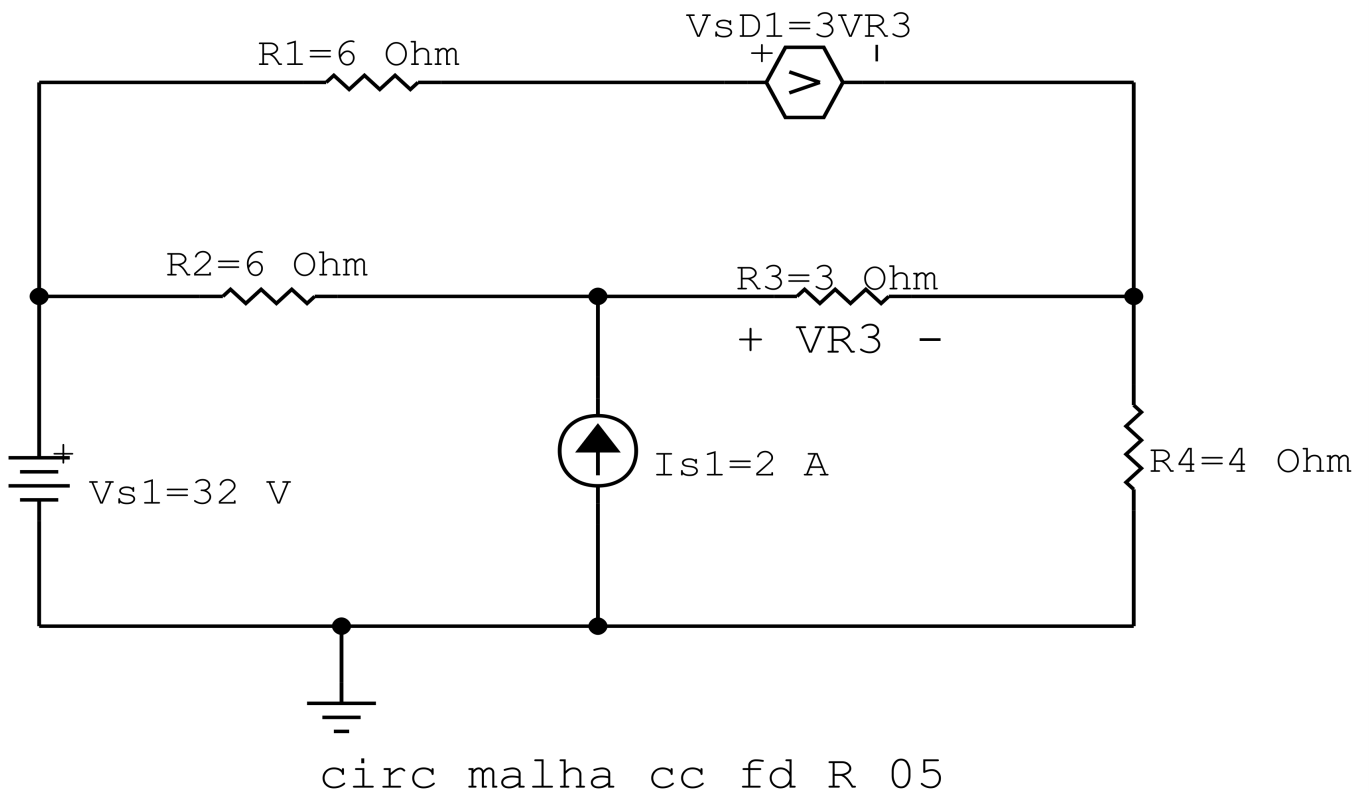


Figura 47: Circuito elétrico 3.5

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

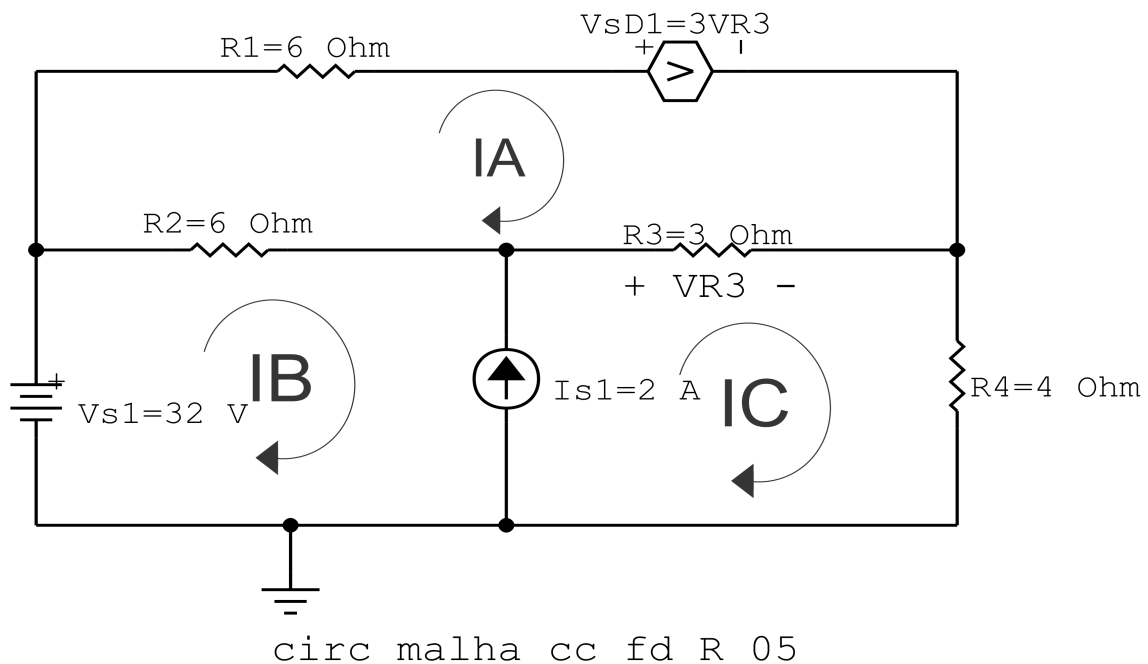


Figura 48: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 6 \Omega \quad R2 = 6 \Omega \quad R3 = 3 \Omega \quad R4 = 4 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

$$V_{sd1} = 3V_{R3} = 3R3(IC - IA) \implies V_{sd1} = 3R3(IC - IA)$$

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

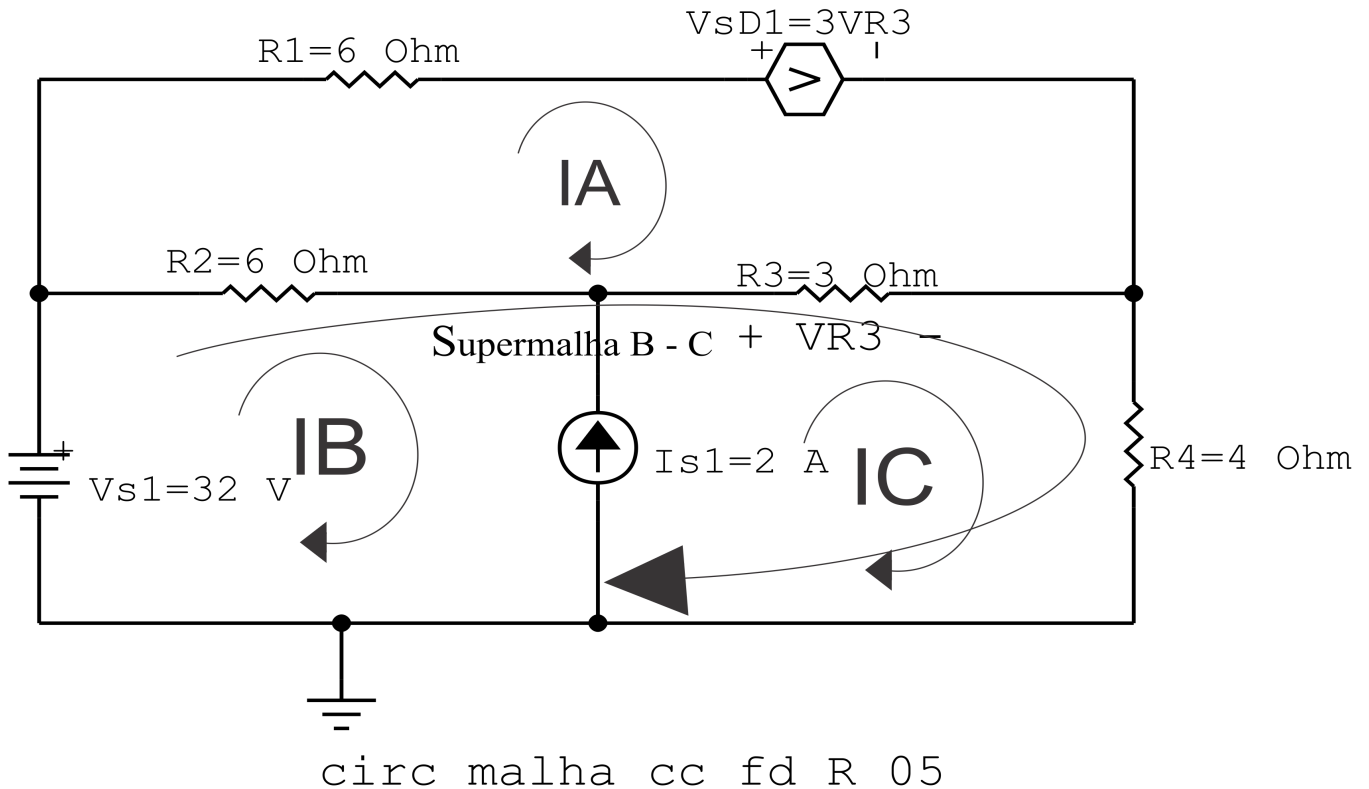


Figura 49: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IC - IB = Is1, \text{ e como } Is1 = 2 \text{ A} \implies IC = 2 + IB$$

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + Vsd1 + R3(IA - IC) + R2(IA - IB) = 0$$

$$R1IA + R3IA + R2IA - R3IC - R2IB + Vsd1 = 0$$

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB - R3IC + Vsd1 = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$-Vs1 + R2(IB - IA) + R3(IC - IA) + R4IC = 0$$

$$R2IB - R2IA + R3IC - R3IA + R4IC = Vs1$$

$$-(R2 + R3)IA + R2IB + (R3 + R4)IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{sd1}$ ,  $I_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

##### Na Equação 1:

$$(R1 + R2 + R3)IA - R2IB - R3IC + V_{sd1} = 0$$

$$(6 + 6 + 3)IA - (6)IB - (3)(2 + IB) + 3(3(IC - IA)) = 0$$

$$(15 - 9)IA - (6 + 3)IB + (9)IC = 6$$

$$(6)IA - (9)IB + (9)(2 + IB) = 6$$

;

$$(6)IA - (9 - 9)IB = 6 - 18$$

$$(6)IA + (0)IB = -12$$

##### Na Equação 2:

$$-(R2 + R3)IA + R2IB + (R3 + R4)IC = V_{s1}$$

$$-(6 + 3)IA + (6)IB + (3 + 4)(2 + IB) = 32$$

$$-(9)IA + (6 + 7)IB = 32 - 14$$

$$-(9)IA + (13)IB = 18$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(6)IA + (0)IB = -12 \quad -(9)IA + (13)IB = 18$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 0-9 \\ 13 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 0-9 \\ 13 & 13 \end{vmatrix} = 78 - 0 = \Delta = 78$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -12 & 018 \\ 13 & 13 \end{vmatrix} = -156 - 0 = \Delta_{IA} = -156$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-156}{78} \Rightarrow IA = -2 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 6 & -12-9 \\ 18 & \end{vmatrix} = 108 - 108 = \Delta_{IB} = 0$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{0}{78} \Rightarrow IB = 0 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = -2 \text{ A}$$

$$IB = 0 \text{ A}$$

$$IC = 2 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

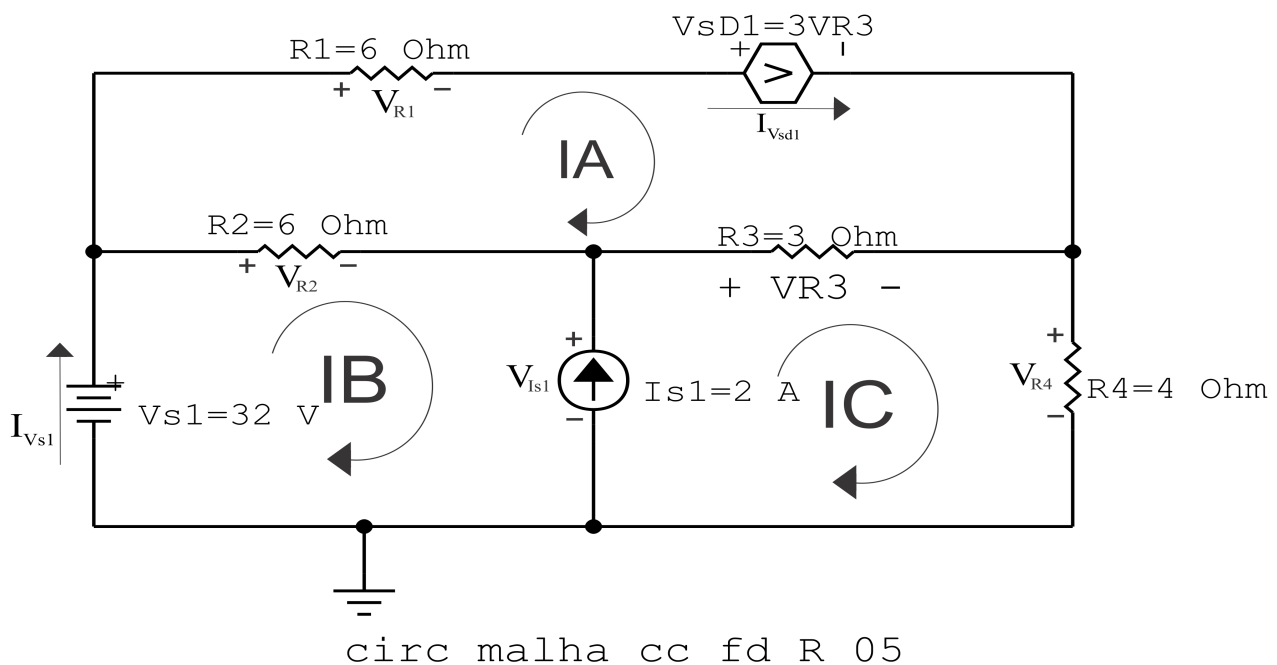


Figura 50: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -2 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (6)(-2) \implies V_{R1} = -12 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-12)(-2) \implies P_{R1} = 24 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = (IB - IA) = (0 - (-2)) \implies I_{R2} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (6)(2) \implies V_{R2} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (12)(2) \implies P_{R2} = 24 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = (IC - IA) = (2 - (-2)) \implies I_{R3} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (3)(4) \implies V_{R3} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (12)(4) \implies P_{R3} = 48 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = IC \implies I_{R4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (4)(2) \implies V_{R4} = 8 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (8)(2) \implies P_{R4} = 16 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 2 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{R3} + V_{R4}) = (12 + 8) \implies V_{I_{s1}} = 20 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(20)(2) \implies P_{I_{s1}} = -40 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 32 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = 0 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = V_{s1} I_{V_{s1}} = (32)(0) \implies P_{V_{s1}} = 0 \text{ W}$$



### 5.2.7 Na fonte de tensão $V_{sd1}$ :

$$V_{sd1} = 3R3(IC - IA) = 3(3(2 - (-2))) \implies V_{sd1} = 36 \text{ V}$$

$$I_{V_{sd1}} = IA \implies I_{V_{sd1}} = -2 \text{ A}$$

$$P_{V_{sd1}} = V_{sd1} I_{V_{sd1}} = (36)(-2) \implies P_{V_{sd1}} = -72 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

### 6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{V_{sd1}} + P_{V_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

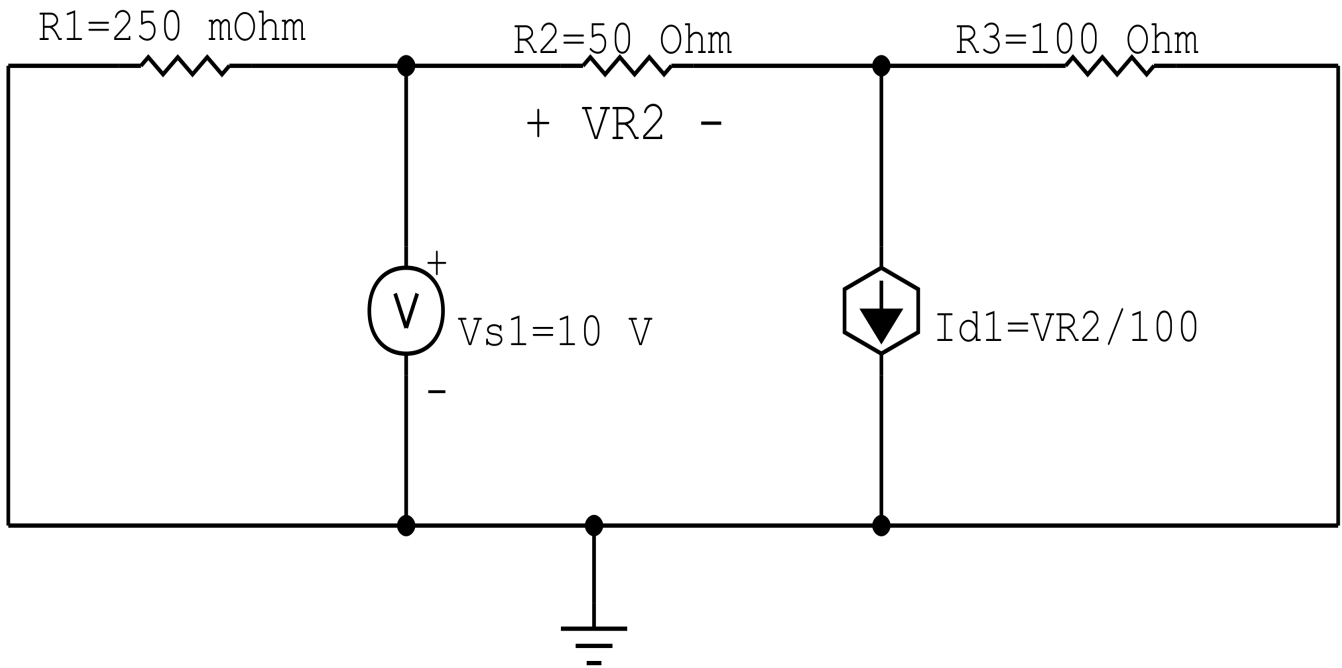
$$(-112) + (112) = 0$$

### 6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

### 7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 3.6 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.**



circ malha cc fd R 06

Figura 51: Circuito elétrico 3.6

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

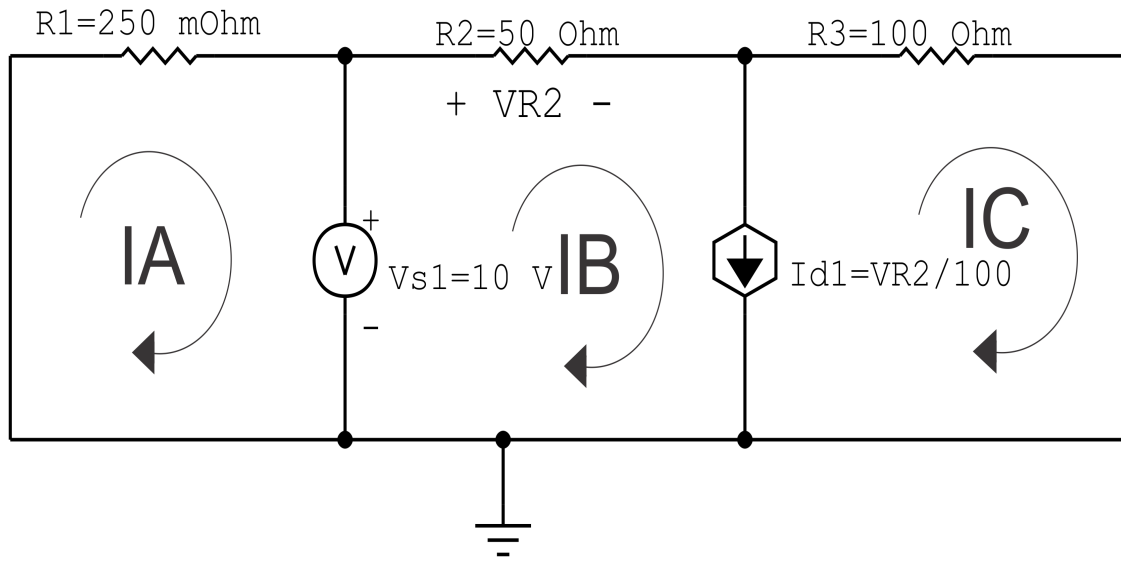
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc fd R 06

Figura 52: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 250 \text{ mohm} \quad R2 = 50 \Omega \quad R3 = 100 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

$$Id1 = \frac{VR2}{100} = \frac{50(IB)}{100} \implies Id1 = \frac{IB}{2}$$

3.4 Se possuir fontes de corrente:

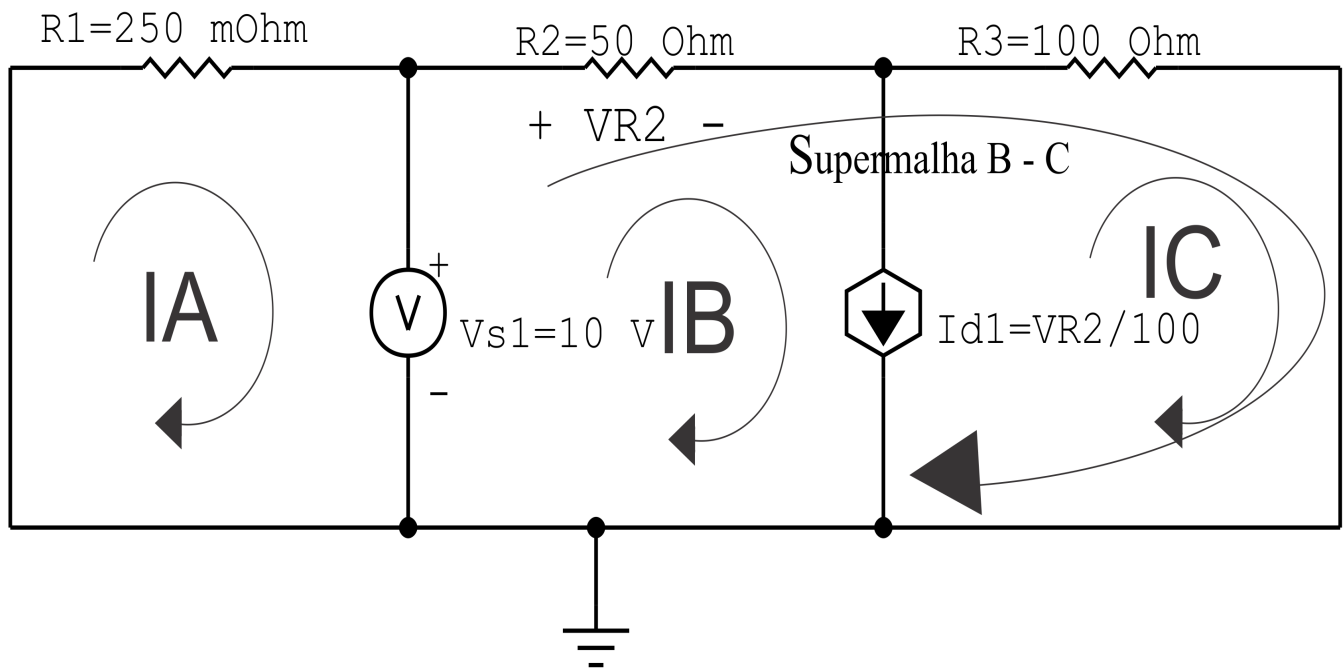
3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.



circ malha cc fd R 06

Figura 53: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

$$IB - IC = Id1, \implies IB = Id1 + IC \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$R1IA + Vs1 = 0$$

$$IA = \frac{-Vs1}{R1} \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$-Vs1 + R2IB + R3IC = 0$$

$$R2IB + R3IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $I_{d1}$ ,  $V_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 2:**

$$I_A = \frac{-V_{s1}}{R_1}$$

$$I_A = \frac{-10}{250 \times 10^{-3}}$$

$$I_A = -40 \text{ A}$$

**Na Equação 1:**

$$I_B = I_{d1} + I_C$$

$$I_B = \left(\frac{I_B}{2}\right) + I_C$$

$$\frac{I_B}{2} = I_C$$

$$I_B = 2I_C$$

**Na Equação 3:**

$$R_2 I_B + R_3 I_C = V_{s1}$$

$$R_2(2I_C) + R_3 I_C = V_{s1}$$

$$(2R_2 + R_3)I_C = V_{s1}$$

$$((2)50 + 100)I_C = 10$$

$$I_C = \frac{10}{200}$$

$$I_C = 0,05 \text{ A}$$

E com isso,

$$I_B = (2)(0,05)$$

$$I_B = 0,1 \text{ A}$$

Assim temos:

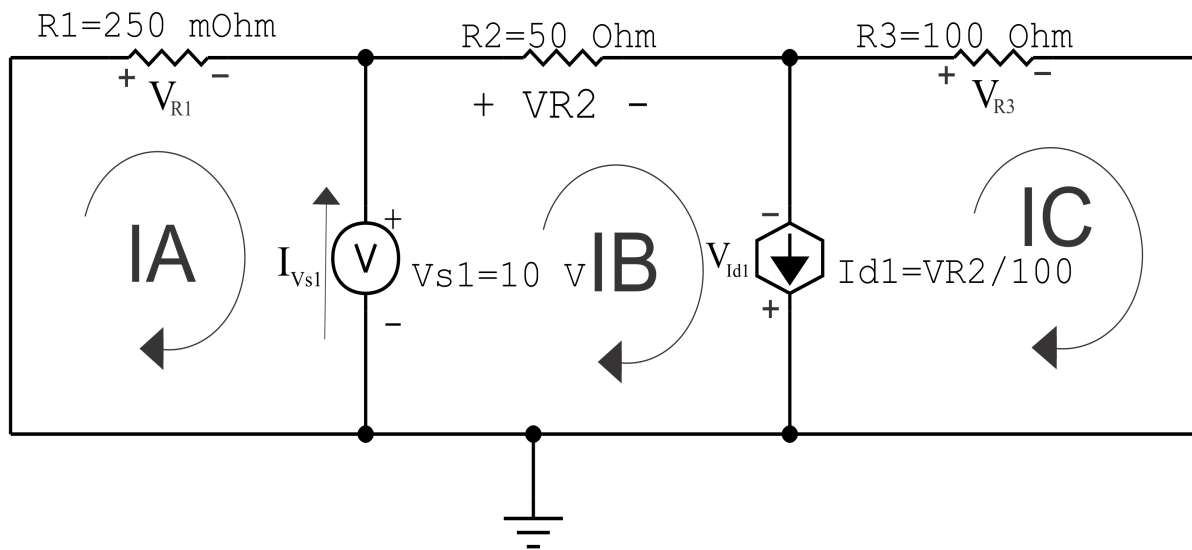
$$I_A = -40 \text{ A}$$

$$I_B = 0,1 \text{ A}$$

$$I_C = 0,05 \text{ A}$$

#### 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

##### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc fd R 06

Figura 54: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \Rightarrow I_{R1} = -40 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (0,250)(-40) \Rightarrow V_{R1} = -10 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (-10)(-40) \Rightarrow P_{R1} = 24 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R2$ :

$$I_{R2} = IB \Rightarrow I_{R2} = 0,1 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R2I_{R2} = (50)(0,1) \Rightarrow V_{R2} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2}I_{R2} = (5)(0,1) \Rightarrow P_{R2} = 0,5 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R3$ :

$$I_{R3} = IC \Rightarrow I_{R3} = 0,05 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R3I_{R3} = (100)(0,05) \Rightarrow V_{R3} = 5 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3}I_{R3} = (5)(0,05) \Rightarrow P_{R3} = 0,25 \text{ W}$$

#### 5.2.4 Na fonte de corrente $I_{d1}$ :

$$I_{d1} = \frac{IB}{2} = \frac{0,1}{2} \implies I_{d1} = 0,05 \text{ A}$$

$$V_{I_{d1}} = -V_{R3} \implies V_{I_{d1}} = -5 \text{ V}$$

$$P_{I_{d1}} = -V_{I_{d1}} I_{d1} = -(-5)(0,05) \implies P_{I_{d1}} = 0,25 \text{ W}$$

#### 5.2.5 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 10 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (IB - IA) = (0,1 - (-40)) \implies I_{V_{s1}} = 40,1 \text{ A}$$

$$P_{V_{s1}} = -V_{s1} I_{V_{s1}} = -(10)(40,1) \implies P_{V_{s1}} = -401,1 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{d1}} + P_{V_{s1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}) = 0$$

$$(-400,75) + (400,75) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



### Questão 3.7 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.

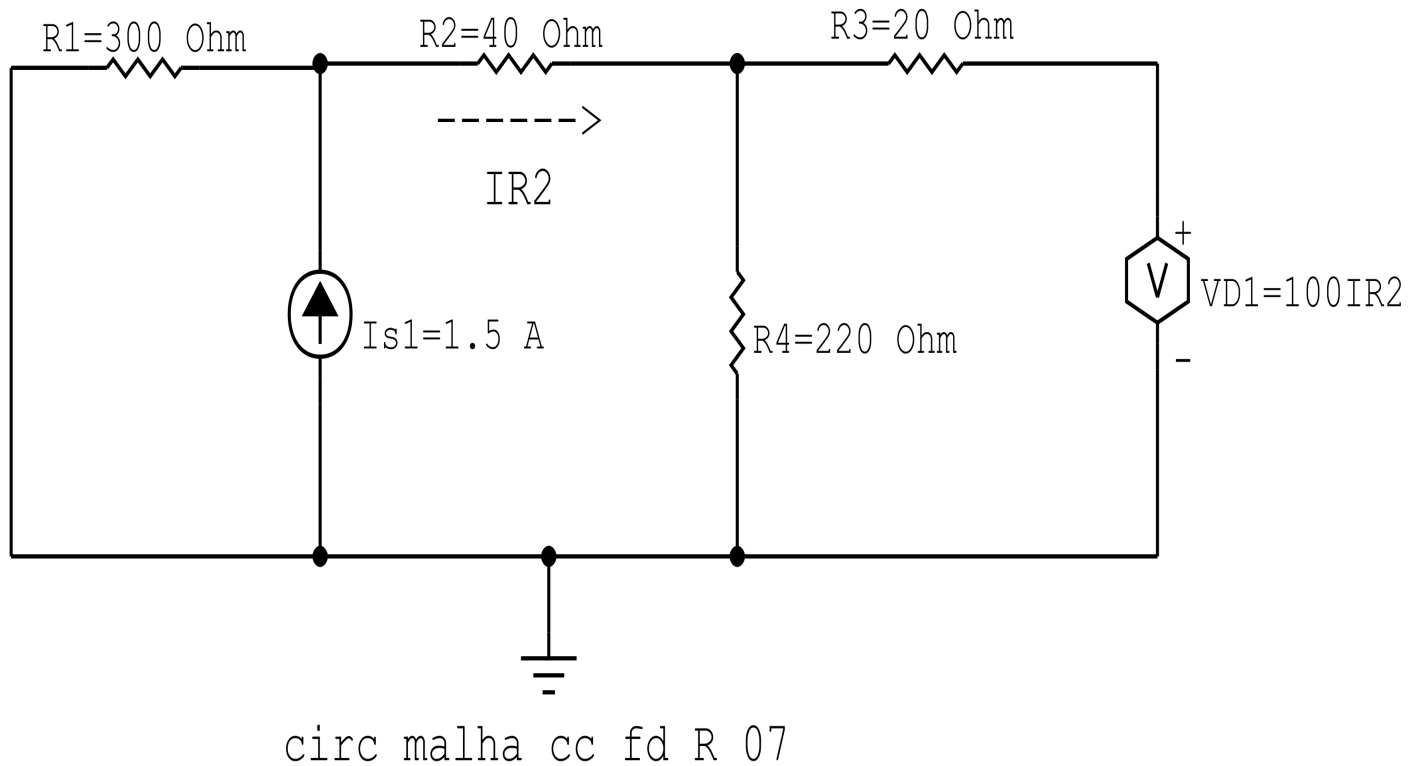


Figura 55: Circuito elétrico 3.7

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

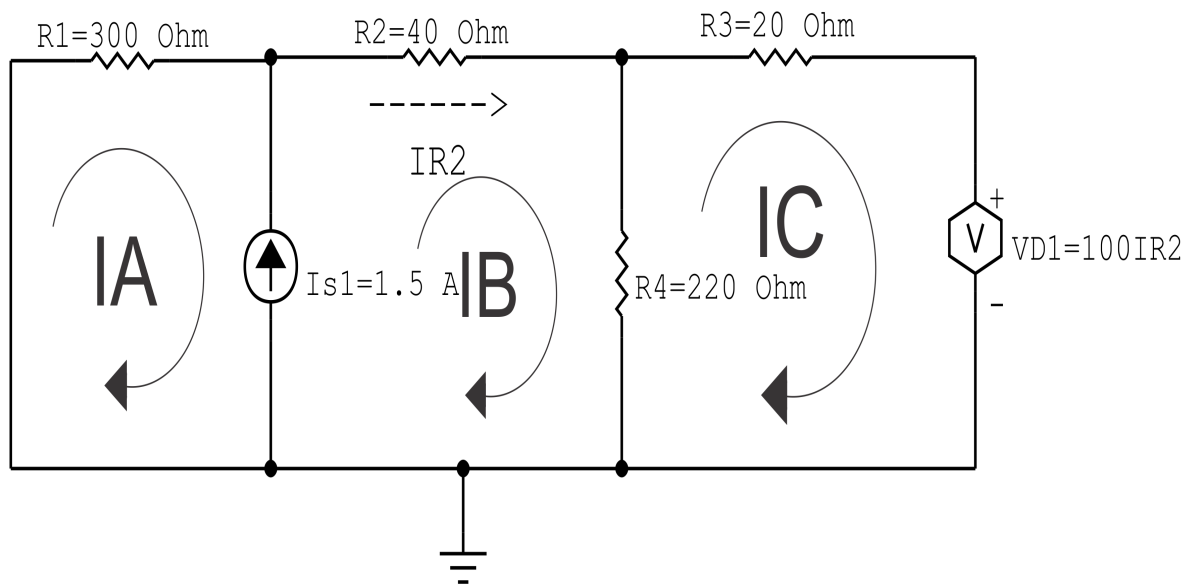
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha cc fd R 07

Figura 56: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R_1 = 300 \Omega \quad R_2 = 400 \Omega \quad R_3 = 20 \Omega \quad R_4 = 220 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

Não se aplica.

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

$$V_{d1} = 100IR_2 = 100IB \implies V_{d1} = 100IB$$

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

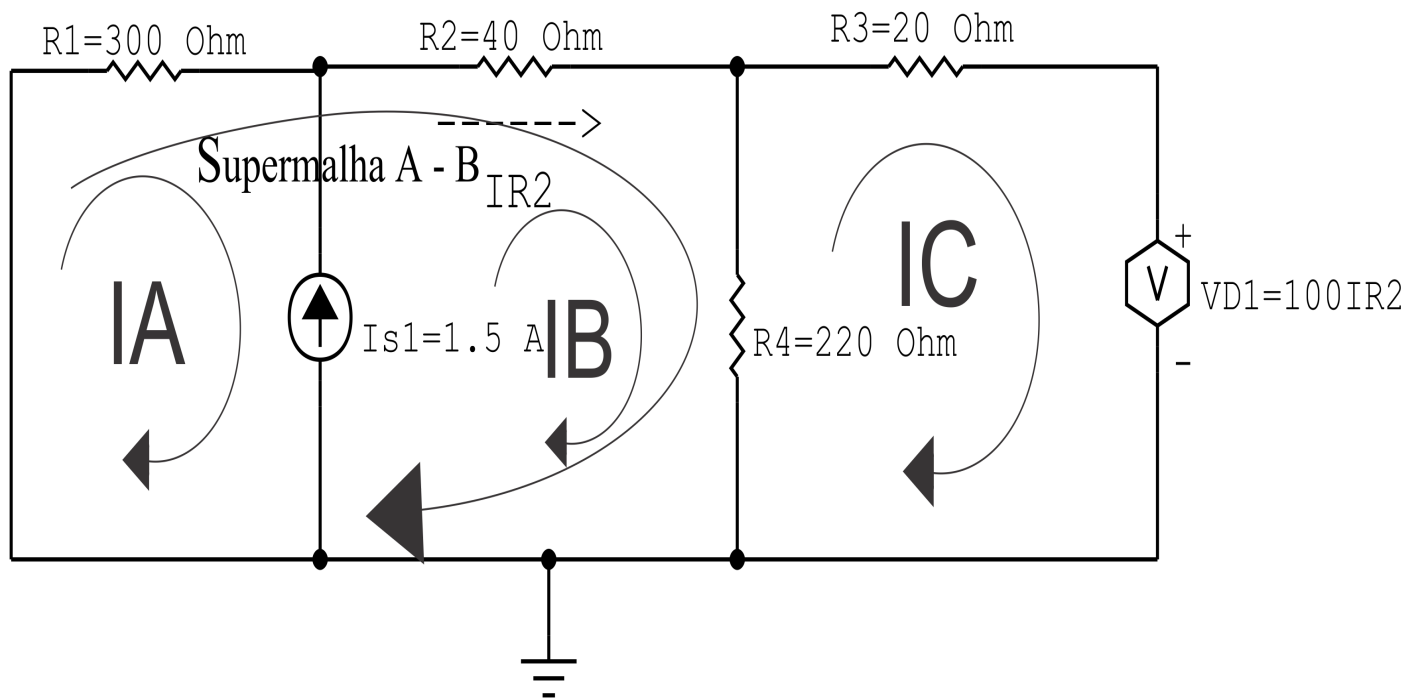
$$IB - IA = I_{s1}, \text{ e como } I_{s1} = 1,5 \text{ A} \implies IB = 1,5 + IA$$

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Supermalha A-B :**

$$R_1IA + R_2IB + R_4(IB - IC) = 0$$

$$R_1IA + R_2IB + R_4IB - R_4IC = 0$$



circ malha cc fd R 07

Figura 57: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

$$R1IA + (R2 + R4)IB - R4IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$R4(IC - IB) + R3IC + Vd1 = 0$$

$$R4IC - R4IB + R3IC + Vd1 = 0$$

$$-R4IB + (R3 + R4)IC + Vd1 = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vsd1$ ,  $Is1$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$R_1 I_A + (R_2 + R_4) I_B - R_4 I_C = 0$$

$$R_1 I_A + (R_2 + R_4)(1,5 + I_A) - R_4 I_C = 0$$

$$(R_1 + R_2 + R_4) I_A - R_4 I_C = -(R_2 + R_4)(1,5)$$

$$(300 + 40 + 220) I_A - (220) I_C = -(40 + 220)(1,5)$$

;

$$(560) I_A - (220) I_C = -390$$

**Na Equação 2:**

$$-R_4 I_B + (R_3 + R_4) I_C + V_{d1} = 0$$

$$-R_4(1,5 + I_A) + (R_3 + R_4) I_C + (100) I_B = 0$$

$$-R_4 I_A + (R_3 + R_4) I_C + (100)(1,5 + I_A) = 1,5(R_4)$$

$$-(R_4 - 100) I_A + (R_3 + R_4) I_C = 1,5(R_4 - 100)$$

$$-(220 - 100) I_A + (20 + 220) I_C = 1,5(220 - 100)$$

$$(-120) I_A + (240) I_C = 180$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(560) I_A - (220) I_C = -390 \quad (-120) I_A + (240) I_C = 180$$

$$\begin{bmatrix} 560 & -220 \\ 240 & -120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -390 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 560 & -220 \\ 240 & -120 \end{vmatrix} = 134\,400 - 26\,400 = \Delta = 108\,000$$

$$\Delta_{I_A} = \begin{vmatrix} -390 & 180 \\ 240 & -120 \end{vmatrix} = -93\,600 - (-39\,600) = \Delta_{I_A} = -54\,000$$

$$I_A = \frac{\Delta_{I_A}}{\Delta} = \frac{-54\,000}{108\,000} \Rightarrow I_A = -0,5 \text{ A}$$

$$\Delta_{I_C} = \begin{vmatrix} 560 & -390 \\ 180 & -120 \end{vmatrix} = 100\,800 - 46\,800 = \Delta_{I_C} = 54\,000$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{54\,000}{108\,000} \Rightarrow IC = 0,5\text{ A}$$

E assim teremos:

$$IB = 1,5 + IA$$

$$IB = 1,5 + (-0,5)$$

$$IB = 2\text{ A}$$

Assim temos:

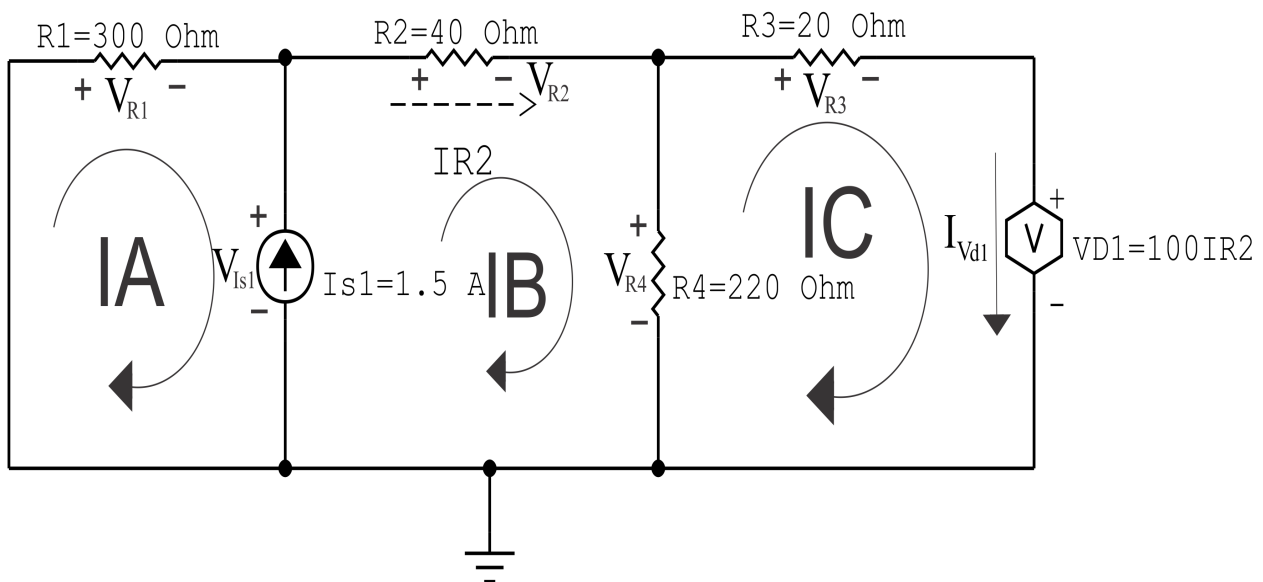
$$IA = -0,5\text{ A}$$

$$IB = 2\text{ A}$$

$$IC = 0,5\text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha cc fd R 07

Figura 58: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na resistência $R_1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = -0,5 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R_1 I_{R1} = (300)(-0,5) \implies V_{R1} = -150 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1} I_{R1} = (-150)(-0,5) \implies P_{R1} = 75 \text{ W}$$

### 5.2.2 Na resistência $R_2$ :

$$I_{R2} = IB \implies I_{R2} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 I_{R2} = (40)(1) \implies V_{R2} = 40 \text{ V}$$

$$P_{R2} = V_{R2} I_{R2} = (40)(1) \implies P_{R2} = 40 \text{ W}$$

### 5.2.3 Na resistência $R_3$ :

$$I_{R3} = IC \implies I_{R3} = 0,5 \text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 I_{R3} = (20)(0,5) \implies V_{R3} = 10 \text{ V}$$

$$P_{R3} = V_{R3} I_{R3} = (10)(0,5) \implies P_{R3} = 5 \text{ W}$$

### 5.2.4 Na resistência $R_4$ :

$$I_{R4} = (IB - IC) = (1 - 0,5) \implies I_{R4} = 0,5 \text{ A}$$

$$V_{R4} = R_4 I_{R4} = (220)(0,5) \implies V_{R4} = 110 \text{ V}$$

$$P_{R4} = V_{R4} I_{R4} = (110)(0,5) \implies P_{R4} = 55 \text{ W}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 1,5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -(V_{R1}) \implies V_{I_{s1}} = -150 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(150)(1,5) \implies P_{I_{s1}} = -225 \text{ W}$$

### 5.2.6 Na fonte de tensão $V_{d1}$ :

$$V_{d1} = V_{d1} = 100IB = 100(1) \implies V_{d1} = 100 \text{ V}$$

$$I_{V_{d1}} = -IC \implies I_{V_{d1}} = -0,5 \text{ A}$$

$$P_{V_{d1}} = -V_{d1} I_{V_{d1}} = -(100)(-0,5) \implies P_{V_{d1}} = 50 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{V_{d1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

$$(-175) + (175) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



**Questão 3.8 : Calcule as potências nas fontes, utilizando análise de malha.**

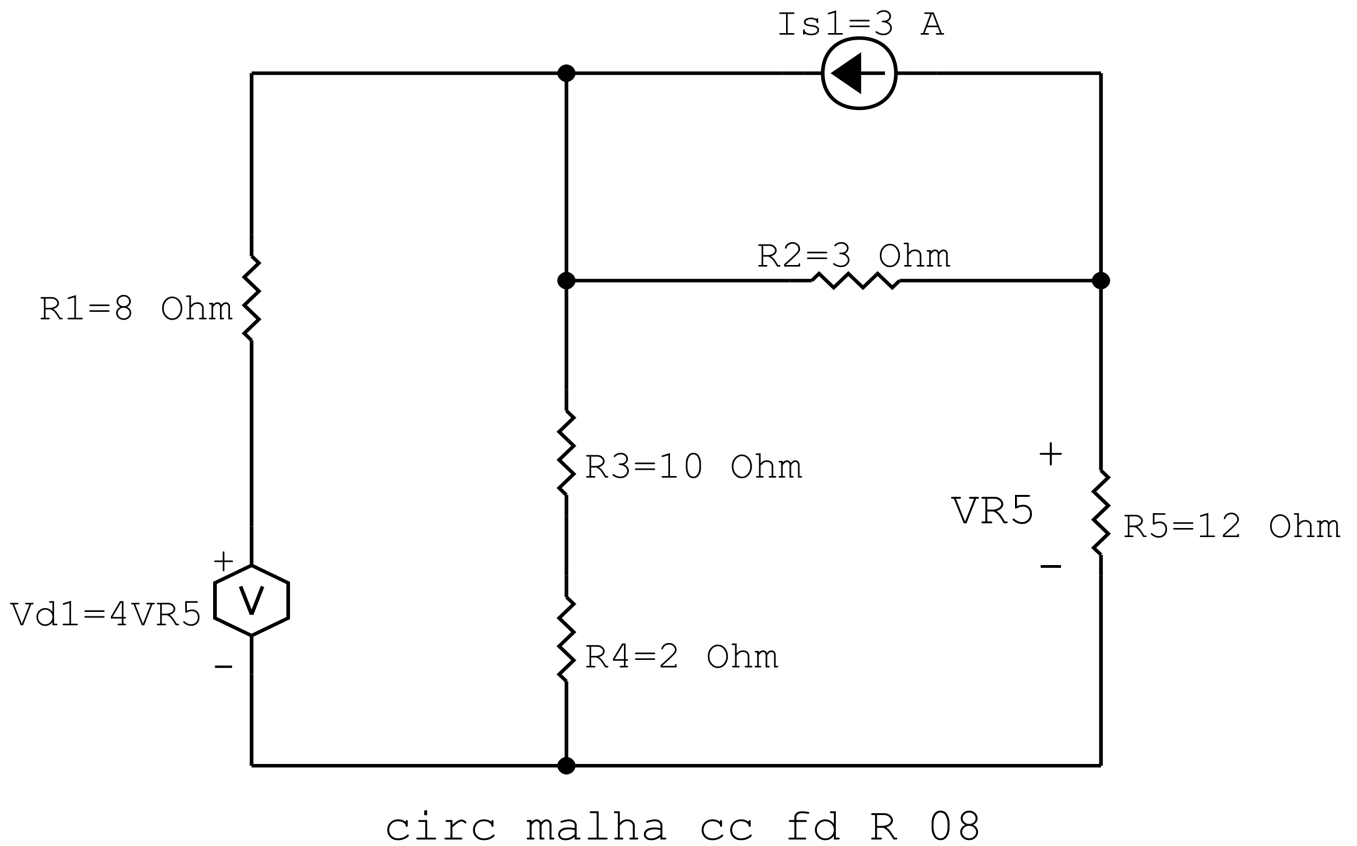


Figura 59: Circuito elétrico 3.8

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

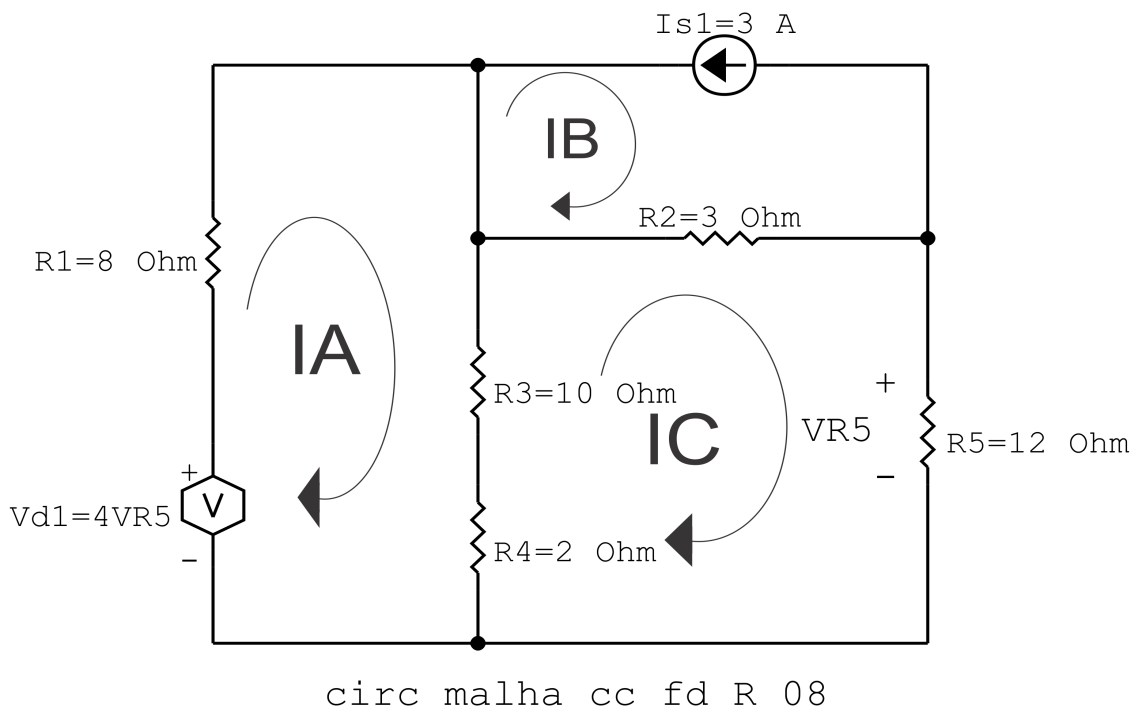


Figura 60: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$R1 = 8 \Omega \quad R2 = 3 \Omega \quad R3 = 10 \Omega \quad R4 = 2 \Omega \quad R5 = 12 \Omega$$

3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

$$Vd1 = 4VR5 = 4R5IC \implies Vd1 = 4R5IC$$

3.4 Se possuir fontes de corrente:

3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IB = -Is1, \text{ como } Is1 = -3 \text{ temos: } \implies IB = -3 A$$

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$-Vd1 + R1IA + R3(IA - IC) + R4(IA - IC) = 0$$

$$-Vd1 + R1IA + R3IA - R3IC + R4IA - R4IC = 0$$

$$-Vd1 + (R1 + R3 + R4)IA - (R3 + R4)IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha C :

$$R4(IC - IA) + R3(IC - IA) + R2(IC - IB) + R5IC = 0$$

$$R4IC - R4IA + R3IC - R3IA + R2IC - R2IB + R5IC = 0$$

$$-(R3 + R4)IA + (R4 + R3 + R2 + R5)IC = R2IB \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $Vd1$ ,  $Is1$  e os valores das resistências nas equações acima:

#### Na Equação 1:

$$-Vd1 + (R1 + R3 + R4)IA - (R3 + R4)IC = 0$$

$$-(4R5IC) + (R1 + R3 + R4)IA - (R3 + R4)IC = 0$$

$$-((4)12IC) + (8 + 10 + 2)IA - (10 + 2)IC = 0$$

$$(20)IA - (12 + 48)IC = 0$$

$$(20)IA - (60)IC = 0$$

#### Na Equação 2:

$$-(R_3 + R_4)IA + (R_4 + R_3 + R_2 + R_5)IC = R_2IB$$

$$-(10 + 2)IA + (2 + 10 + 3 + 12)IC = (3)(-3)$$

$$-(12)IA + (27) = -9$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(20)IA - (60)IC = 0$$

$$-(12)IA + (27) = -9$$

$$\begin{bmatrix} 20 & -60 \\ 27 & -12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -60 \\ 27 & -12 \end{vmatrix} = 540 - 720 = \Delta = -180$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 0 & -60 \\ 27 & -12 \end{vmatrix} = 0 - 540 = \Delta_{IA} = -540$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-540}{-180} \Rightarrow IA = 3 \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 20 & 0 \\ 27 & -9 \end{vmatrix} = -180 - 0 = \Delta_{IC} = -180$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-180}{-180} \Rightarrow IC = 1 \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 3 \text{ A}$$

$$IB = -3 \text{ A}$$

$$IC = 1 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

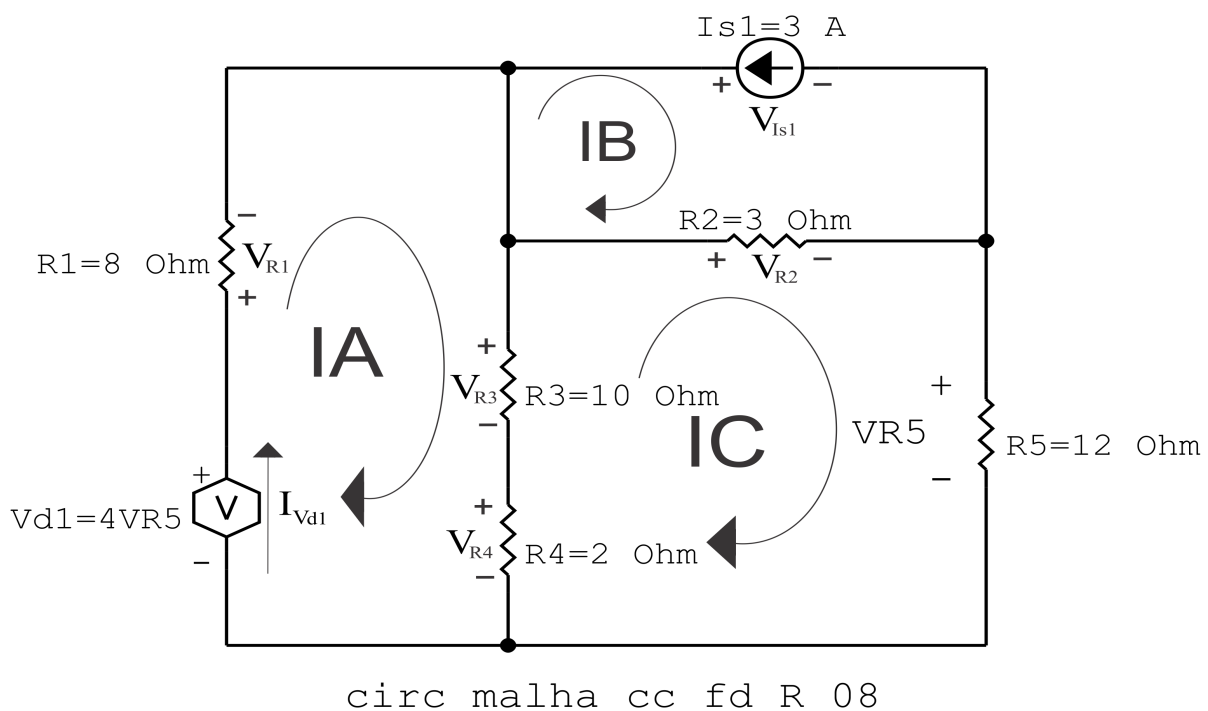


Figura 61: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

### 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

#### 5.2.1 Na resistência $R1$ :

$$I_{R1} = IA \implies I_{R1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{R1} = R1I_{R1} = (8)(3) \implies V_{R1} = 24 \text{ V}$$

$$P_{R1} = V_{R1}I_{R1} = (24)(3) \implies P_{R1} = 72 \text{ W}$$

**5.2.2 Na resistência  $R_2$ :**

$$I_{R_2} = (I_C - I_B) = (1 - (-3)) \implies I_{R_2} = 4 \text{ A}$$

$$V_{R_2} = R_2 I_{R_2} = (3)(4) \implies V_{R_2} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R_2} = V_{R_2} I_{R_2} = (12)(4) \implies P_{R_2} = 48 \text{ W}$$

**5.2.3 Na resistência  $R_3$ :**

$$I_{R_3} = (I_A - I_C) = (3 - 1) \implies I_{R_3} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R_3} = R_3 I_{R_3} = (10)(2) \implies V_{R_3} = 20 \text{ V}$$

$$P_{R_3} = V_{R_3} I_{R_3} = (20)(2) \implies P_{R_3} = 40 \text{ W}$$

**5.2.4 Na resistência  $R_4$ :**

$$I_{R_4} = (I_A - I_C) = (3 - 1) \implies I_{R_4} = 2 \text{ A}$$

$$V_{R_4} = R_4 I_{R_4} = (2)(2) \implies V_{R_4} = 4 \text{ V}$$

$$P_{R_4} = V_{R_4} I_{R_4} = (4)(2) \implies P_{R_4} = 8 \text{ W}$$

**5.2.5 Na resistência  $R_5$ :**

$$I_{R_5} = I_C \implies I_{R_5} = 1 \text{ A}$$

$$V_{R_5} = R_5 I_{R_5} = (12)(1) \implies V_{R_5} = 12 \text{ V}$$

$$P_{R_5} = V_{R_5} I_{R_5} = (12)(1) \implies P_{R_5} = 12 \text{ W}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -(V_{R_2}) \implies V_{I_{s1}} = -12 \text{ V}$$

$$P_{I_{s1}} = -V_{I_{s1}} I_{s1} = -(12)(3) \implies P_{I_{s1}} = -36 \text{ W}$$

### 5.2.7 Na fonte de tensão $V_{d1}$ :

$$V_{d1} = V_{d1} = 4R5IC = (4)(12)(1) \implies V_{d1} = 48 \text{ V}$$

$$I_{V_{d1}} = IA \implies I_{V_{d1}} = 3 \text{ A}$$

$$P_{V_{d1}} = -V_{d1}I_{V_{d1}} = -(48)(3) \implies P_{V_{d1}} = -144 \text{ W}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum P_F + \sum P_R = 0$$

$$(P_{I_{s1}} + P_{V_{d1}}) + (P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}) = 0$$

$$(-180) + (180) = 0$$

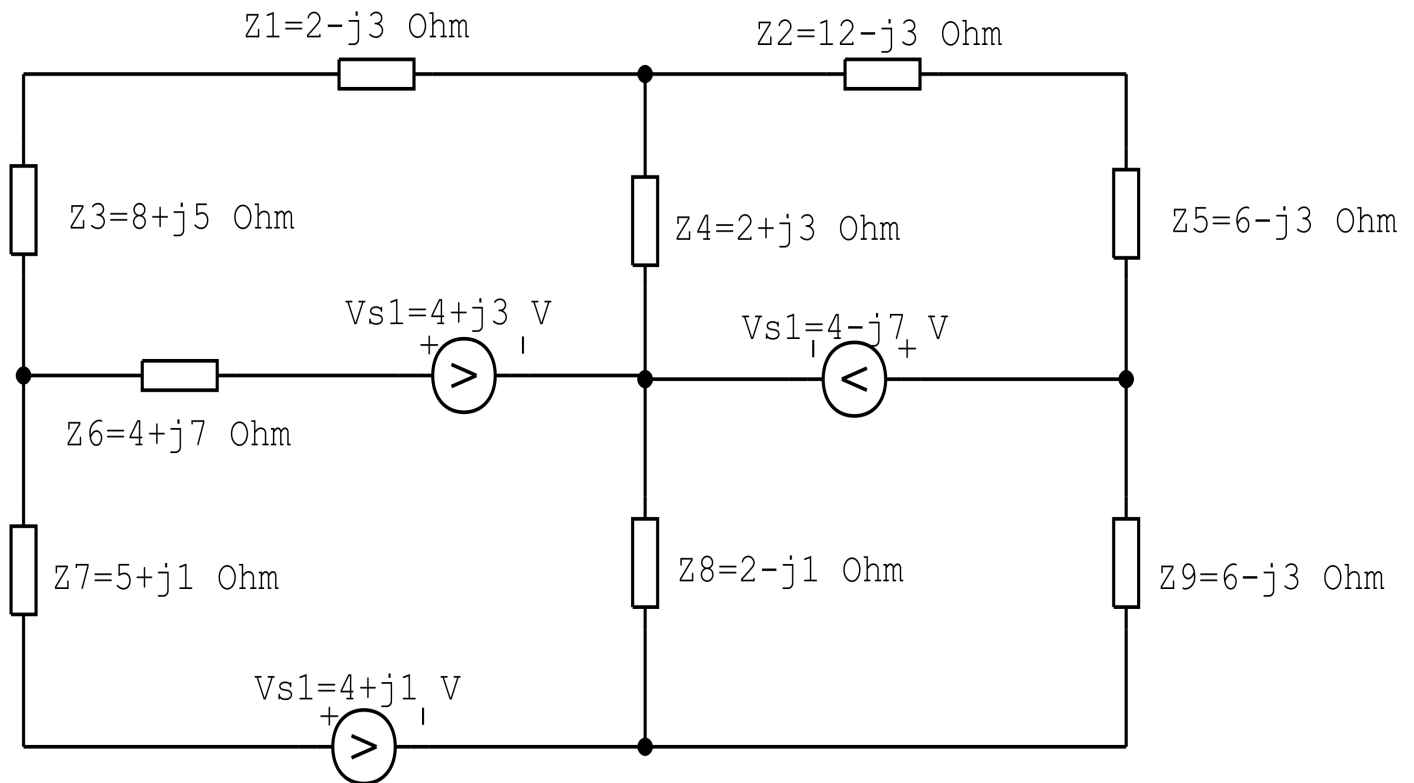
6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.



**Questão 4.1 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**



circ malha ca dom f V Z insp 01

Figura 62: Circuito elétrico 1.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

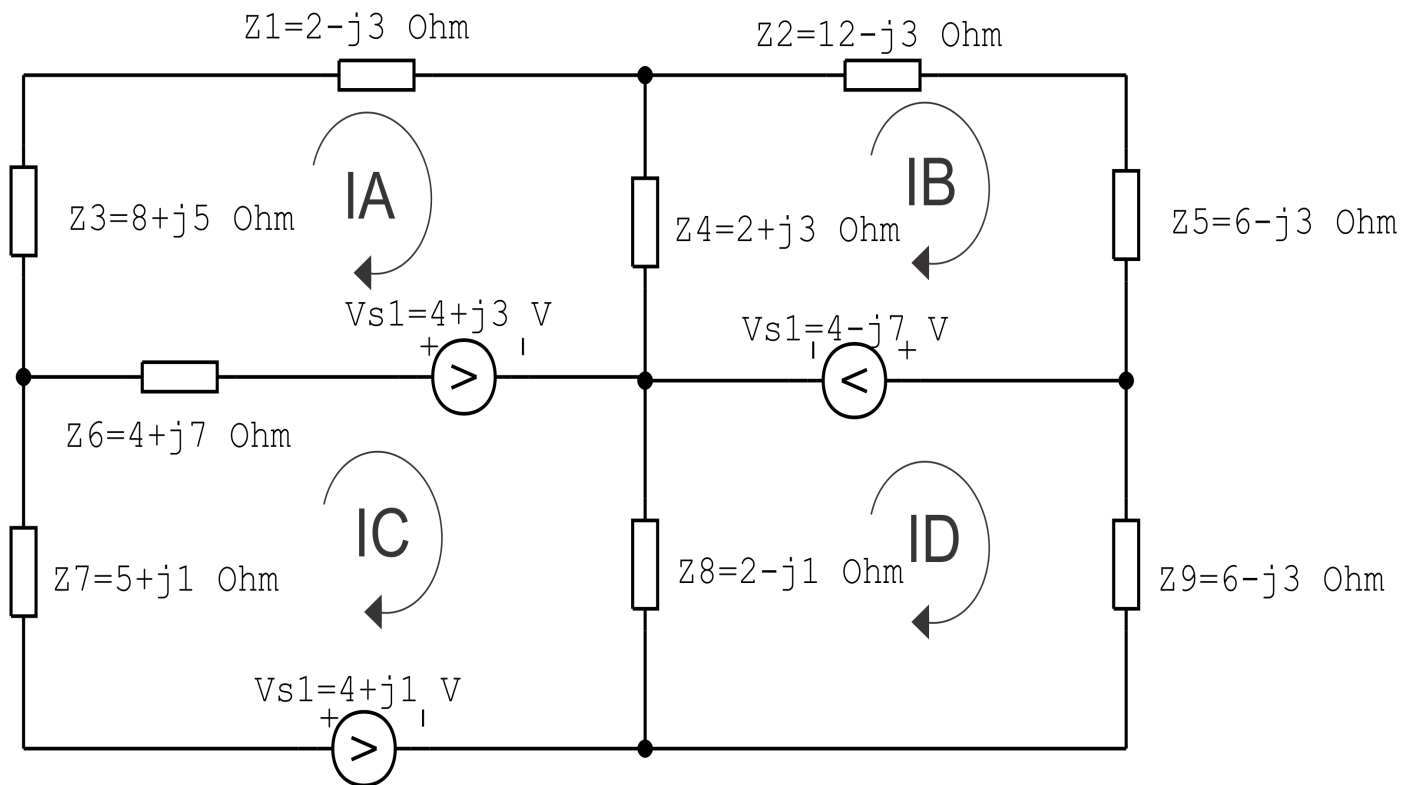
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha ca dom f V Z insp 01

Figura 63: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$Z1 = (2 - j3) \Omega \quad Z4 = (2 + j3) \Omega \quad Z7 = (5 + j1) \Omega$$

$$Z2 = (12 - j3) \Omega \quad Z5 = (6 - j3) \Omega \quad Z8 = (2 - j1) \Omega$$

$$Z3 = (8 + j5) \Omega \quad Z6 = (4 + j7) \Omega \quad Z9 = (6 - j3) \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

**EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS**

$$(Z1 + Z4 + Z3 + Z6)IA + (-Z4)IB + (-Z6)IC + 0ID = Vs1$$

$$(-Z4)IA + (Z2 + Z4 + Z5)IB + 0IC + 0ID = -Vs2$$

$$(-Z6)IA + 0IB + (Z6 + Z7 + Z8)IC + (-Z8)ID = (Vs3 - Vs1)$$

$$0IA + 0IB + (-Z8)IC + (Z8 + Z9)ID = Vs2$$

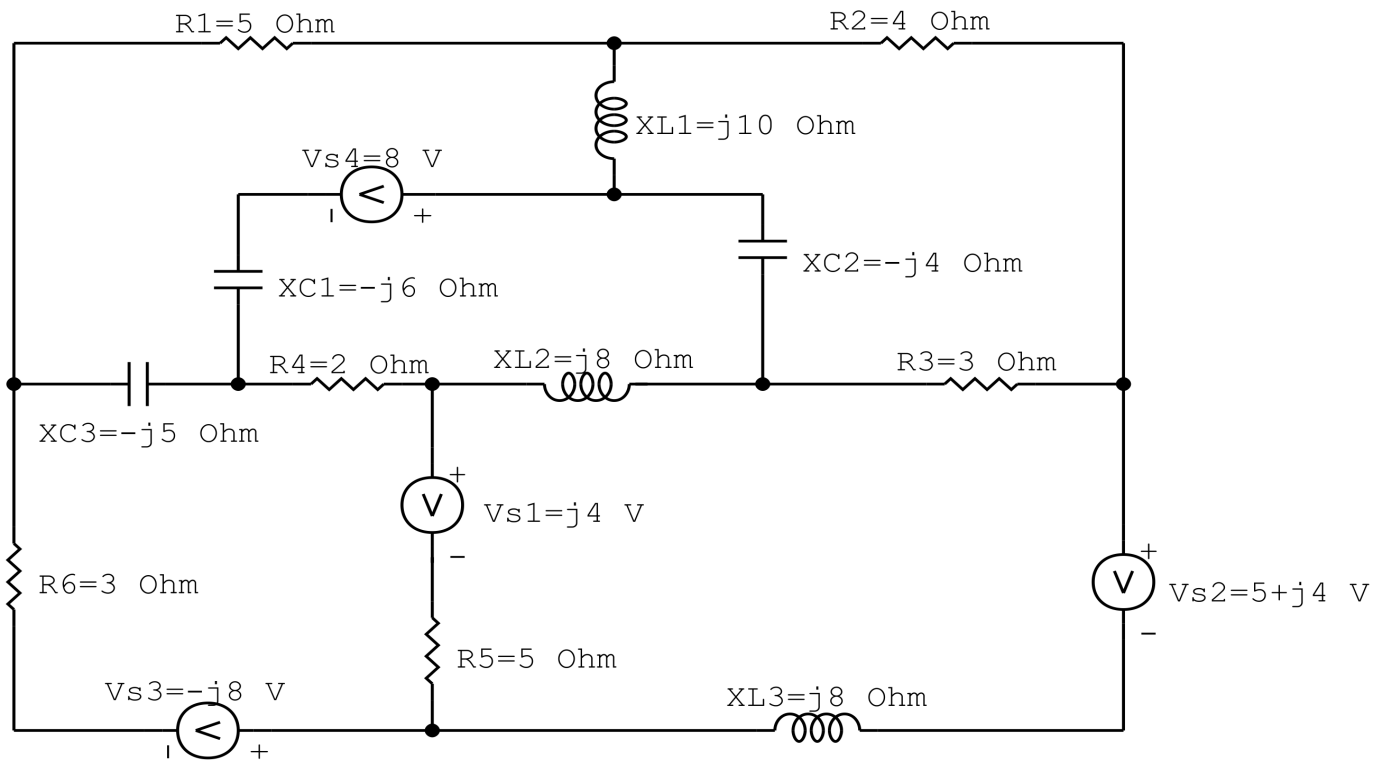
**Mostrado a seguir na forma matricial:**

$$\begin{bmatrix} (Z1+Z4+Z3+Z6) & & -Z4 & & -Z6 & & 0-Z4 \\ & (Z2+Z4+Z5) & & 0 & & 0-Z6 & \\ & 0 & & (Z6+Z7+Z8) & & -Z8 & \\ 0 & & -Z8 & & (Z8+Z9) & & \\ [ V_{s1} - V_{s2} & V_{s3} - V_{s1} & V_{s2} ] \end{bmatrix} [ IAIBICID ] =$$

**Substituindo os valores numéricos obtemos o sistema de matrizes com as equações simultâneas:**

$$\begin{bmatrix} (16 + j12) & & -(2 + j3) & & -(4 + j3) & & 0-(2 + j3) \\ & (20 - j3) & & 0 & & 0-(4 + j3) & \\ & 0 & & (11 + j7) & & -(2 - j1) & 0 \\ 0 & & -(2 - j1) & & (8 - j4) & & \\ [ (4 + j3) & -(4 - j7) & (-j2) & (4 - j7) ] \end{bmatrix}$$

**Questão 4.2 Monte o sistema de matrizes com as equações simultâneas das correntes desconhecidas das malhas, por inspeção.**



circ malha ca dom f V Z insp 02

Figura 64: Circuito elétrico 1.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

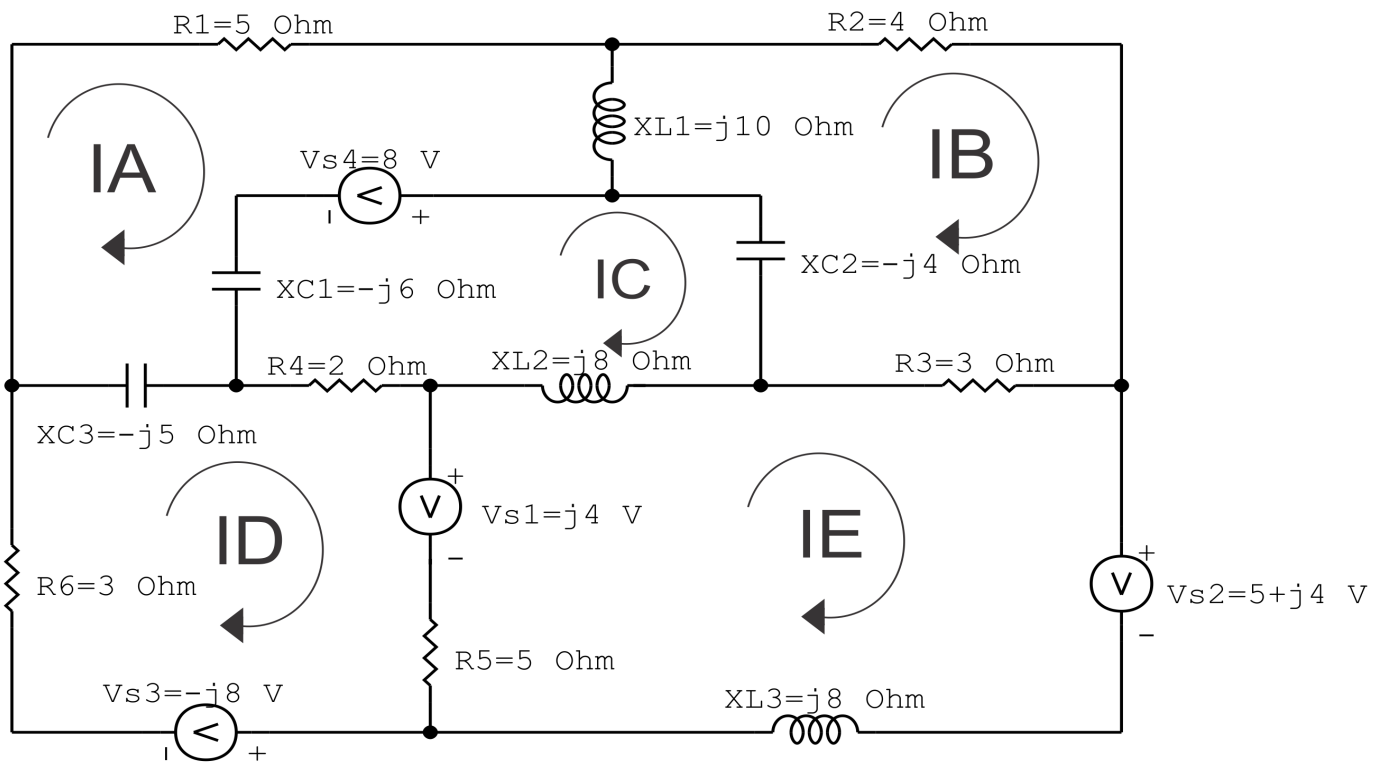
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha ca dom f V Z insp 02

Figura 65: Circuito elétrico as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

#### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

**3.4.2.1 Identificar a Supermalha.**

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

**3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.**

$$R1 = 5 \Omega \quad R2 = 4 \Omega \quad R3 = 3 \Omega$$

$$R4 = 2 \Omega \quad R5 = 5 \Omega \quad R6 = 3 \Omega$$

$$XC1 = -j6 \Omega \quad XC2 = -j4 \Omega \quad XC3 = -j5 \Omega$$

$$XL1 = j10 \Omega \quad XL2 = j8 \Omega \quad XL3 = j8 \Omega$$

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

**EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS**

$$(R1 + XL1 + XC1 + XC3)IA + (-XL1)IB + (-XC1)IC + (-XC3)ID + 0IE = -Vs4$$

$$(-XL1)IA + (R2 + R3 + XC2 + XL1)IB + (-XC2)IC + 0ID + (-R3)IE = 0$$

$$(-XC1)IA + (-XC2)IB + (XC1 + XC2 + XL2 + R4)IC + (-R4)ID + (-XL2)IE = Vs4$$

$$(-XC3)IA + 0IB + (-R4)IC + (R6 + XC3 + R4 + R5)ID + (-R5)IE = -(Vs3 + Vs1)$$

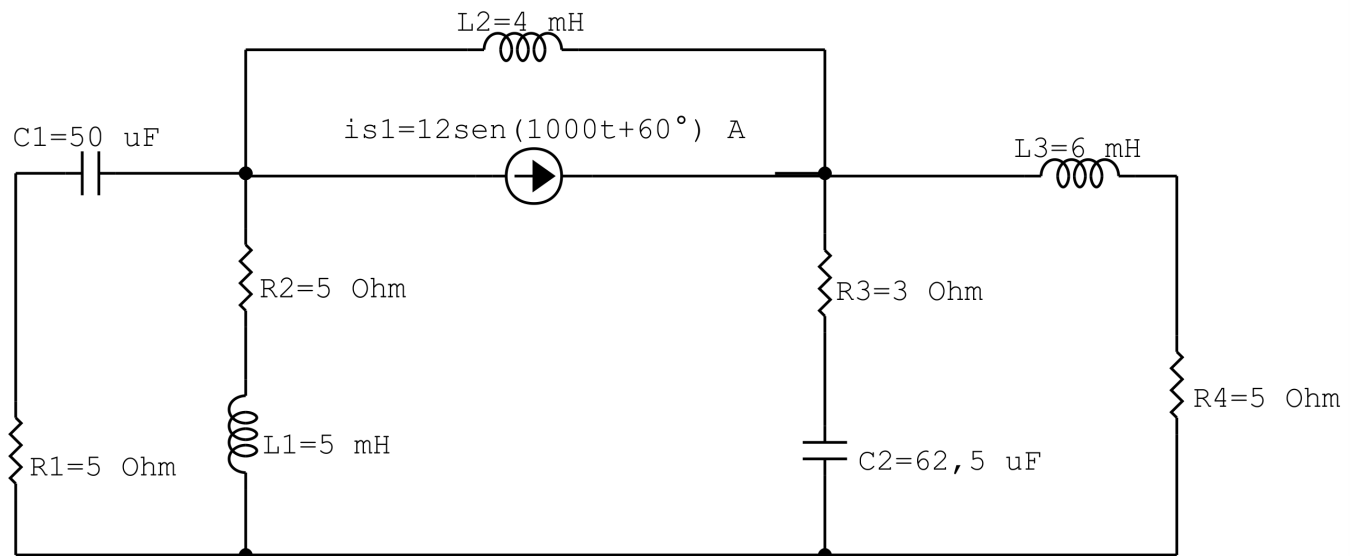
$$0IA + (-R3)IB + (-XL2)IC + (-R5)ID + (XL2 + R3 + XL3 + R5)IE = Vs1$$







**Questão 5.1 : Determine a tensão e a corrente em todos os ramos dos circuitos a seguir, no domínio do tempo. Utilize análise de malha e transformada fasorial.**



circ nodal ca dom t i RLC 01

Figura 66: Circuito elétrico 5.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

**Transformações dos elementos reativos:**

$$L1 \implies X_{L1} = j\omega L1 = j1000(0,005) \quad X_{L1} = j5 \Omega$$

$$L2 \implies X_{L2} = j\omega L2 = j1000(0,004) \quad X_{L2} = j4 \Omega$$

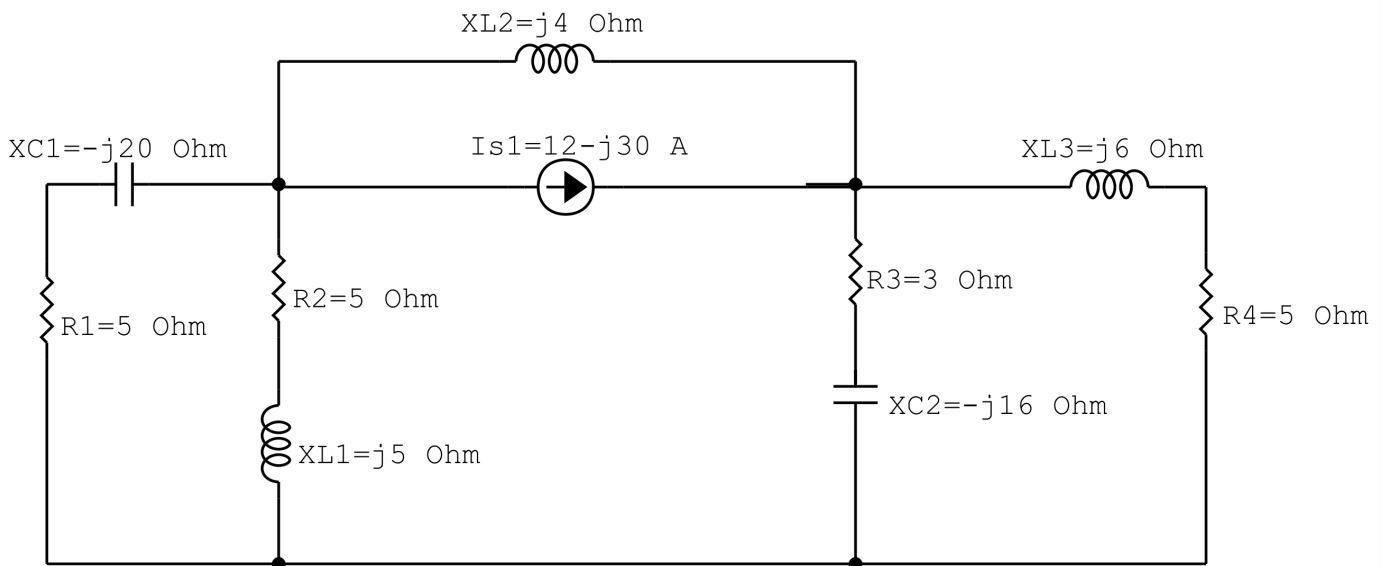
$$L3 \implies X_{L3} = j\omega L3 = j1000(0,006) \quad X_{L3} = j6 \Omega$$

$$C1 \implies X_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} = \frac{1}{j1000(0,00005)} \quad X_{C1} = -j20 \Omega$$

$$C2 \Rightarrow X_{C2} = \frac{1}{j\omega C2} = \frac{1}{j1000(0,0000625)} \quad X_{C2} = -j16 \Omega$$

### Transformações das fontes:

$$is1(t) = 12\text{sen}(1000t + 60^\circ) \Rightarrow \mathbf{Is1} = (12 - j30) \text{ A}$$



circ nodal ca dom t i RLC 01

Figura 67: Circuito elétrico 5.1

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

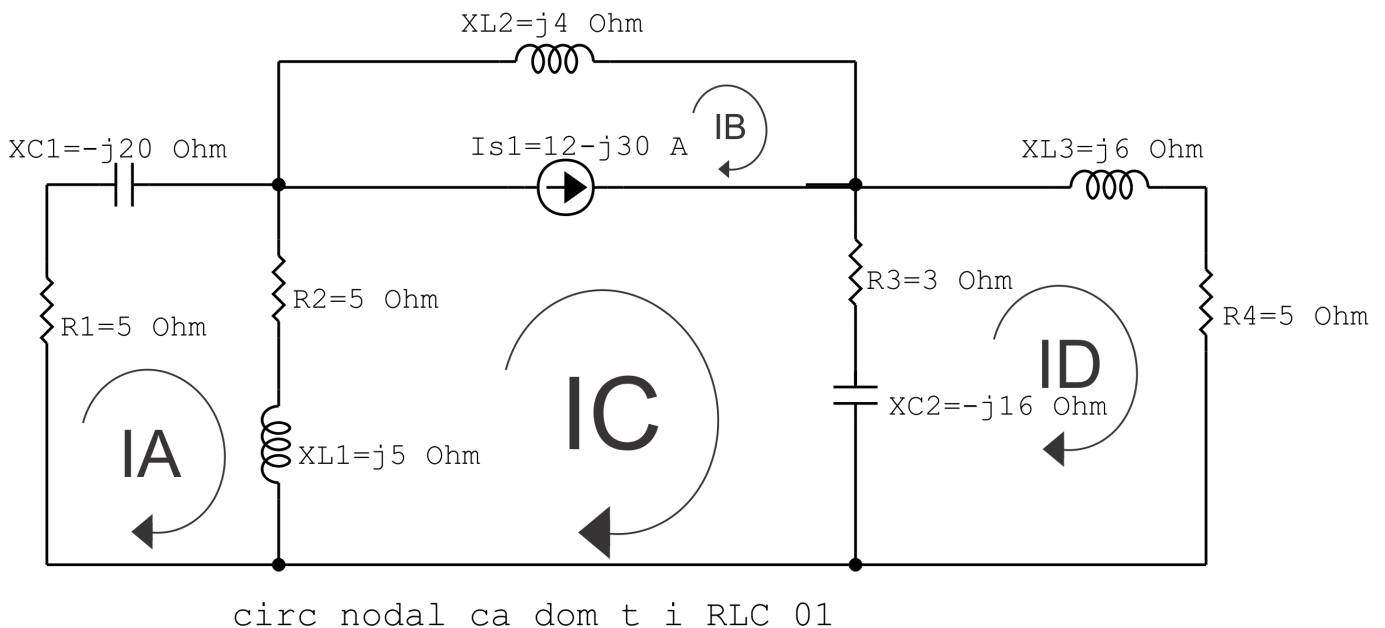


Figura 68: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

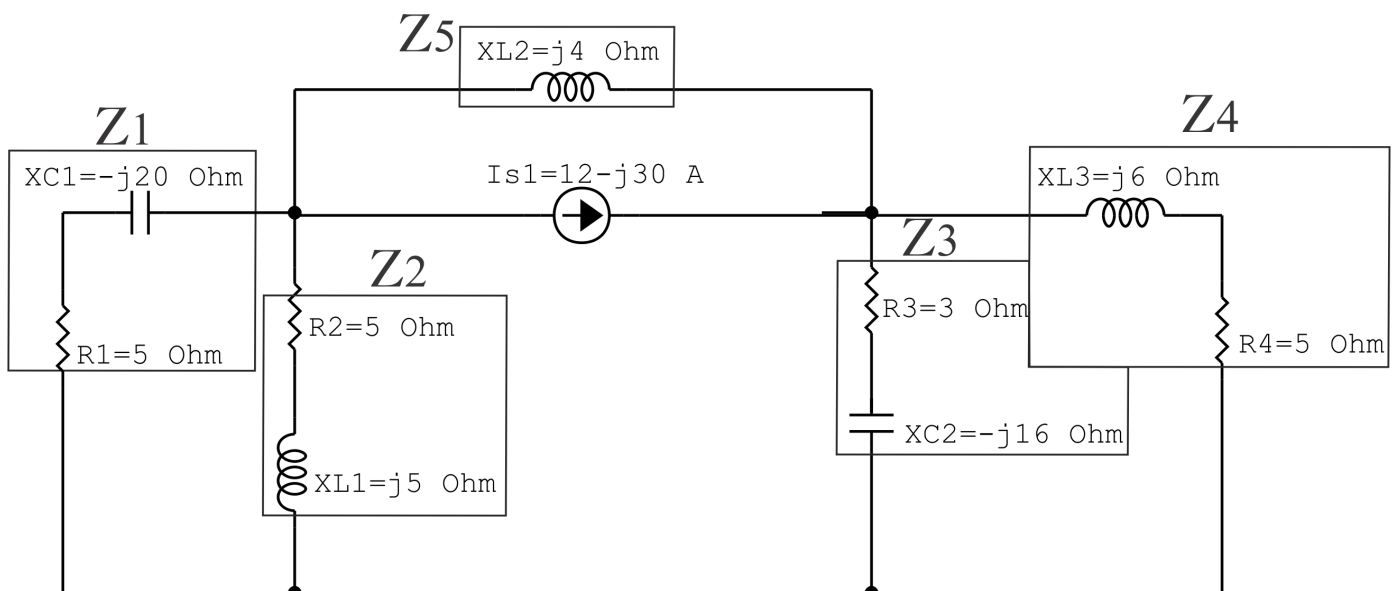
**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (5 - j20) \Omega \quad Z2 = (5 + j5) \Omega \quad Z3 = (3 - j16) \Omega$$

$$Z4 = (5 + j6) \Omega \quad Z5 = j4 \Omega$$



circ nodal ca dom t i RLC 01

Figura 69: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

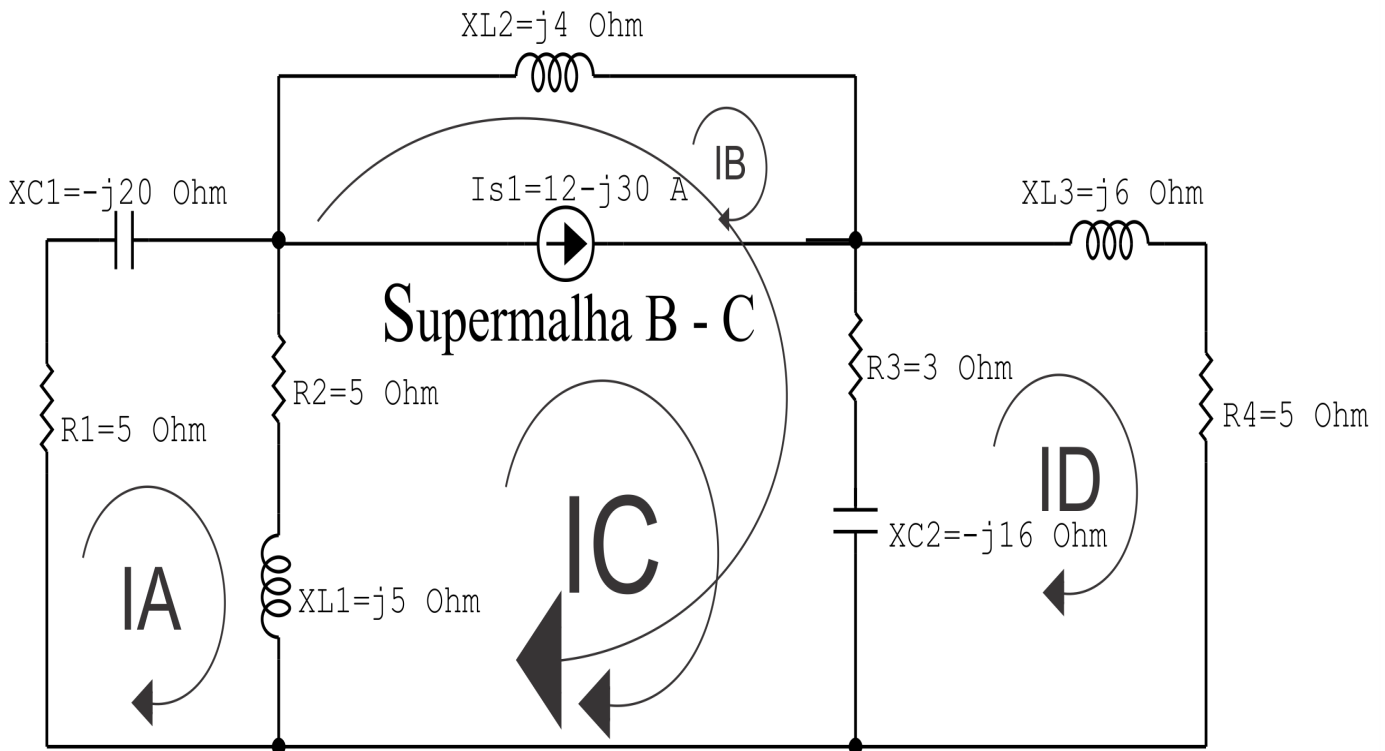
Não se aplica.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

Não se aplica.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.



circ nodal ca dom t i RLC 01

Figura 70: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IB + IC = Is1, \text{ e como}$$

$$Is1 = (12 - j30) \text{ A} \implies IC = (12 - j30) + IB.$$

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$Z1IA + Z2(IA - IC) = 0$$

$$Z1IA + Z2IA - Z2IC = 0$$

$$(Z1 + Z2)IA - Z2IC = 0 \dots\dots\dots \textbf{Equação 1}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$Z_2(IC - IA) + Z_4IB + Z_3(IC - ID) = 0$$

$$Z_2IC - Z_2IA + Z_4IB + Z_3IC - Z_3ID = 0$$

$$-Z_2IA + Z_4IB + (Z_2 + Z_3)IC - Z_3ID = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**Equação na Malha D :**

$$Z_3(ID - IC) + Z_4ID = 0$$

$$Z_3ID - Z_3IC + Z_4ID = 0$$

$$-Z_3IC + (Z_3 + Z_4)ID = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $IC$ ,  $Is1$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(Z_1 + Z_2)IA - Z_2IC = 0$$

$$((5 - j20) + (5 + j5))IA - (5 + j5)((12 - j30) + IB) = 0$$

$$(10 - j15)IA - (5 + j5)IB = (5 + j5)(12 - j30)$$

$$(10 - j15)IA - (5 + j5)IB = 210 - j90$$

**Na Equação 2:**

$$-Z_2IA + Z_4IB + (Z_2 + Z_3)IC - Z_3ID = 0$$

$$-(5 + j5)IA + (5 + j6)IB + ((5 + j5) + (3 - j16))((12 - j30) + IB) - (3 - j16)ID = 0$$

$$-(5 + j5)IA + ((5 + j6) + (5 + j5) + (3 - j16))IB - (3 - j16)ID = ((5 + j5) + (3 - j16))(12 - j30)$$

$$-(5 + j5)IA + (8 - j7)IB - (3 - j16)ID = 234 + j372$$

### Na Equação 3:

$$-Z_3IC + (Z_3 + Z_4)ID = 0$$

$$-(3 - j16)((12 - j30) + IB) + ((3 - j16) + (5 + j6))ID = 0$$

$$-(3 - j16)IB + (8 - j10)ID = (3 - j16)(12 - j30)$$

$$-(3 - j16)IB + (8 - j10)ID = -444 - j282$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(10 - j15)IA - (5 + j5)IB = 210 - j90$$

$$-(5 + j5)IA + (8 - j7)IB - (3 - j16)ID = 234 + j372$$

$$-(3 - j16)IB + (8 - j10)ID = -444 - j282$$

$$\begin{bmatrix} 10 - j15 & -5 - j5 & 0 \\ & 8 - j7 & -3 + j16 \\ & -3 + j16 & 8 - j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \\ ID \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 210 - j90 \\ 234 + j372 \\ -444 - j282 \end{bmatrix}$$



$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 - j15 & & -5 - j5 & & 0 - 5 - j5 \\ & 8 - j7 & & -3 + j160 & \\ & -3 + j16 & & 8 - j10 & \end{vmatrix} =$$

$$-2100 - j1270 - (-3410 + j3145) = \Delta = \mathbf{1310 - j4415}$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 210 - j90 & & -5 - j5 & & 0234 + j372 \\ & 8 - j7 & & -3 + j16 & -444 - j282 \\ & -3 + j16 & & 8 - j10 & \end{vmatrix} =$$

$$-74010 - j25950 - (-85290 - j29070) = \Delta_{IA} = \mathbf{11280 + j3120}$$

$$I_A = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{11280 + j3120}{1310 - j4415} \Rightarrow \mathbf{I_A = (0,0472 + j2,540) A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 10 - j15 & & 210 - j90 & & 0 - 5 - j5 \\ & -3 + j16 & & -3 + j160 & \\ & -444 - j282 & & 8 - j10 & \end{vmatrix} =$$

$$65460 - j77520 - (-53430 - j140040) = \Delta_{IB} = \mathbf{118890 + j62520}$$

$$I_B = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{118890 + j62520}{1310 - j4415} \Rightarrow \mathbf{I_B = (-5,671 + j28,611) A}$$

$$\Delta_{ID} = \begin{vmatrix} 10 - j15 & & -5 - j5 & & 210 - j90 & -5 - j5 \\ & 8 - j7 & & & 234 + j3720 & \\ & -3 + j16 & & -444 - j282 & & \end{vmatrix} =$$

$$-28380 + j69210 - (-13020 + j103890) = \Delta_{ID} = \mathbf{-15360 - j34680}$$

$$I_D = \frac{\Delta_{ID}}{\Delta} = \frac{-15\,360 - j34\,680}{1310 - j4415} \Rightarrow I_D = (6,270 - j5,339) \text{ A}$$

Dessa forma temos:

$$I_C = (12 - j30) + I_B = (12 - j30) + -5,671 + j28,611 \Rightarrow I_C = (6,328 - j1,388) \text{ A}$$

Assim temos:

$$I_A = (0,0472 + j2,540) \text{ A}$$

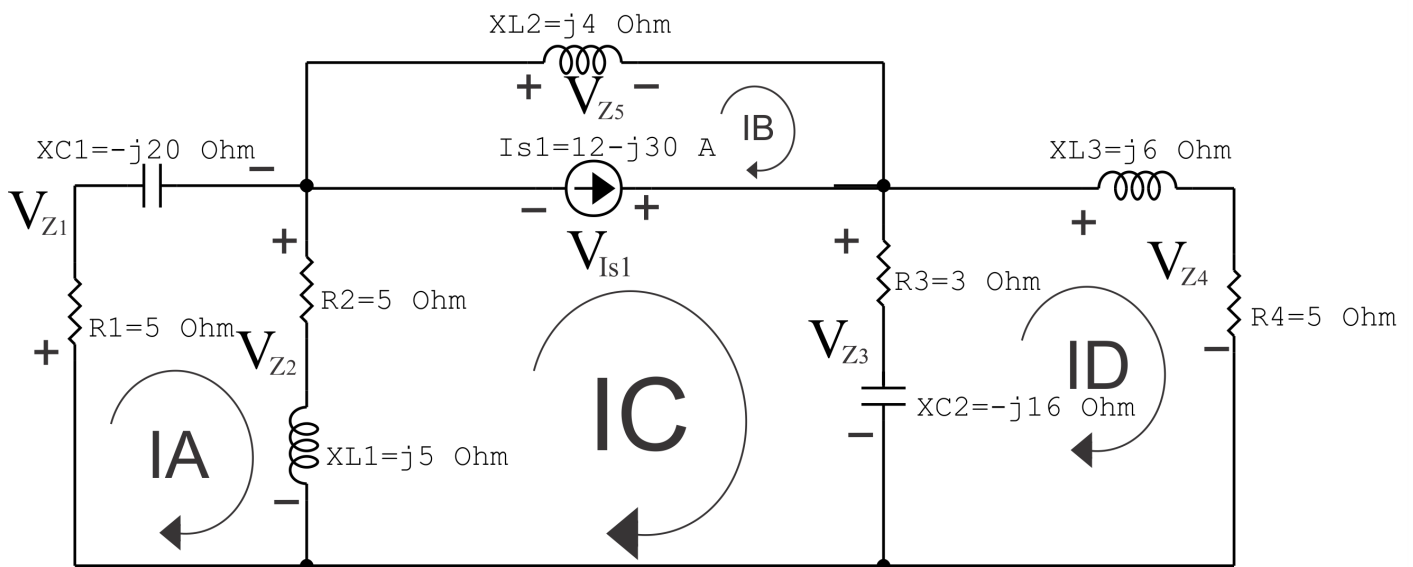
$$I_B = (-5,671 + j28,611) \text{ A}$$

$$I_C = (6,328 - j1,388) \text{ A}$$

$$I_D = (6,270 - j5,339) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ nodal ca dom t i RLC 01

Figura 71: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = IA \implies I_{Z_1} = (0,0472 + j2,540) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (5 - j20)(0,0472 + j2,540) \implies V_{Z_1} = (51,054 + j11,759) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(51,054 + j11,759)(0,0472 - j2,540)}{2} = \frac{(32,292 - j129,168)}{2}$$

$$\implies S_{Z_1} = (16,146 - j64,584) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = (IA - IC) = (0,0472 + j2,540 - (6,328 - j1,388)) \implies I_{Z_2} = (6,281 - j3,929) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (5 + j5)(6,281 - j3,929) \implies V_{Z_2} = (51,054 + j11,759) \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(51,054 + j11,759)(6,281 + j3,929)}{2} = \frac{(274,483 + j274,483)}{2}$$

$$\implies S_{Z_2} = (137,241 + j137,241) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = (IC - ID) = (6,328 - j1,388 - (6,270 - j5,339)) \implies I_{Z_3} = (0,0579 + j3,951) \text{ A}$$

$$V_{Z_3} = Z_3 I_{Z_3} = (3 - j16)(0,0579 + j3,951) \implies V_{Z_3} = (63,391 + j10,925) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(63,391 + j10,925)(0,0579 - j3,951)}{2} = \frac{(46,843 - j249,831)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{Z3} = (23,421 - j124,915) \text{ VA}$$

#### 5.2.4 Na impedância $Z_4$ :

$$I_{Z4} = ID \Rightarrow I_{Z4} = (6,270 - j5,339) \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z_4 I_{Z4} = (5 + j6)(6,270 - j5,339) \Rightarrow V_{Z4} = (63,391 + j10,925) \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4} I_{Z4}^*}{2} = \frac{(63,391 + j10,925)(6,270 + j5,339)}{2} = \frac{(339,166 + j407,000)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{Z4} = (169,583 + j203,500) \text{ VA}$$

#### 5.2.5 Na impedância $Z_5$ :

$$I_{Z5} = IB \Rightarrow I_{Z5} = (-5,671 + j28,611) \text{ A}$$

$$V_{Z5} = Z_5 I_{Z5} = (j4)(-5,671 + j28,611) \Rightarrow V_{Z5} = (-114,445 - j22,685) \text{ V}$$

$$S_{Z5} = \frac{V_{Z5} I_{Z5}^*}{2} = \frac{(-114,445 - j22,685)(12 + j30)}{2} = \frac{(j3403,113)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{Z5} = j1701,556 \text{ VA}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = (12 - j30) \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = V_{Z5} \implies V_{I_{s1}} = (-114,445 - j22,685) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(-114,445 - j22,685)(12 + j30)}{2} = \frac{(-692,786 - j3705,596)}{2}$$

$$\implies S_{I_{s1}} = (-346,393 - j1852,798) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4} + S_{Z5}) = 0$$

$$(-346,393 - j1852,798) + (346,393 + j1852,798) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**7.1.1 Na impedância  $Z1$ :**

$$v_{Z1}(t) = 52,391 \cos(1000t + 12,971^\circ) \text{ V}$$

$$i_{Z1}(t) = 2,541 \cos(1000t + 88,934^\circ) \text{ A}$$

7.1.2 Na impedância  $Z_2$ :

$$v_{Z2}(t) = 52,391 \cos(1000t - 12,971^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z2}(t) = 7,409 \cos(1000t - 32,028^\circ) \text{A}$$

7.1.3 Na impedância  $Z_3$ :

$$v_{Z3}(t) = 64,326 \cos(1000t - 9,779^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z3}(t) = 3,951 \cos(1000t - 89,159^\circ) \text{A}$$

7.1.4 Na impedância  $Z_4$ :

$$v_{Z4}(t) = 64,326 \cos(1000t - 9,779^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z4}(t) = 8,236 \cos(1000t + -40,415^\circ) \text{A}$$

7.1.5 Na impedância  $Z_5$ :

$$v_{Z5}(t) = 116,672 \cos(1000t - 168,788^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z5}(t) = 29,168 \cos(1000t + 101,211^\circ) \text{A}$$

7.1.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$v_{I_{s1}}(t) = 116,672 \cos(1000t + -168,788^\circ) \text{V}$$

$$i_{s1}(t) = 32,310 \cos(1000t - 68,198^\circ) \text{A}$$

**Questão 5.2 : Determine a tensão e a corrente em todos os ramos dos circuitos a seguir, no domínio do tempo. Utilize análise de malha e transformada fasorial.**

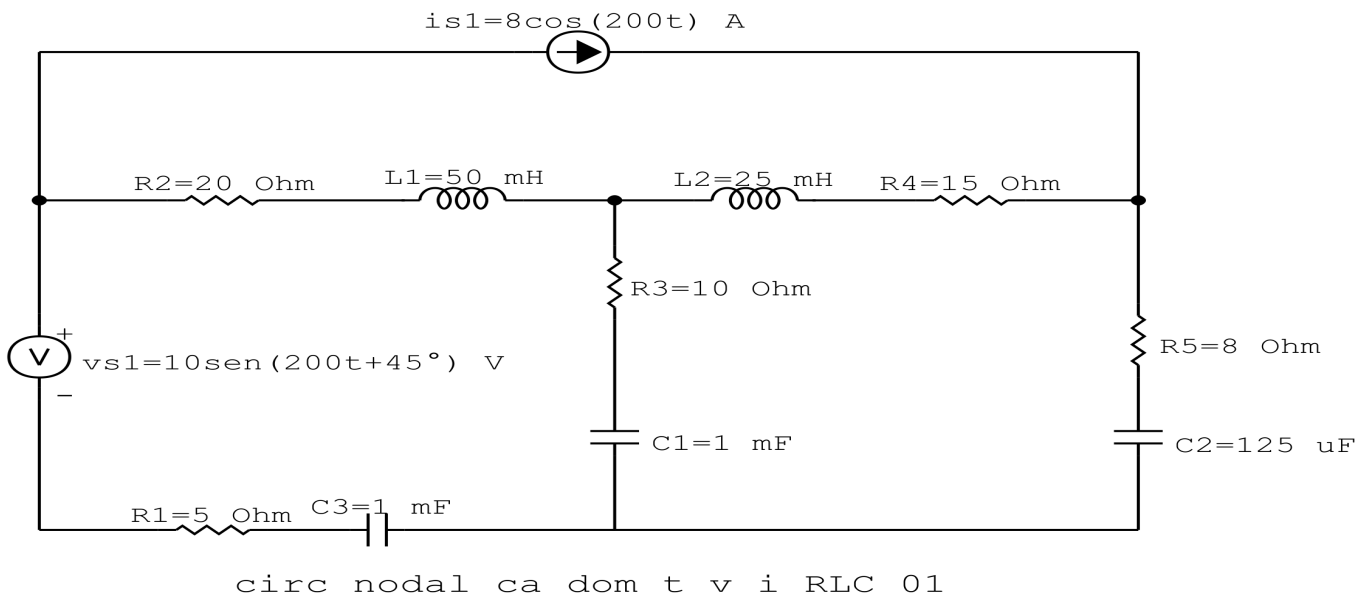


Figura 72: Circuito elétrico 5.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

**1.1** Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

**Transformações dos elementos reativos:**

$$L1 \implies X_{L1} = j\omega L1 = j200(0,05) \quad X_{L1} = j10 \Omega$$

$$L2 \implies X_{L2} = j\omega L2 = j200(0,025) \quad X_{L2} = j5 \Omega$$

$$C1 \implies X_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} = \frac{1}{j200(0,001)} \quad X_{C1} = -j5 \Omega$$

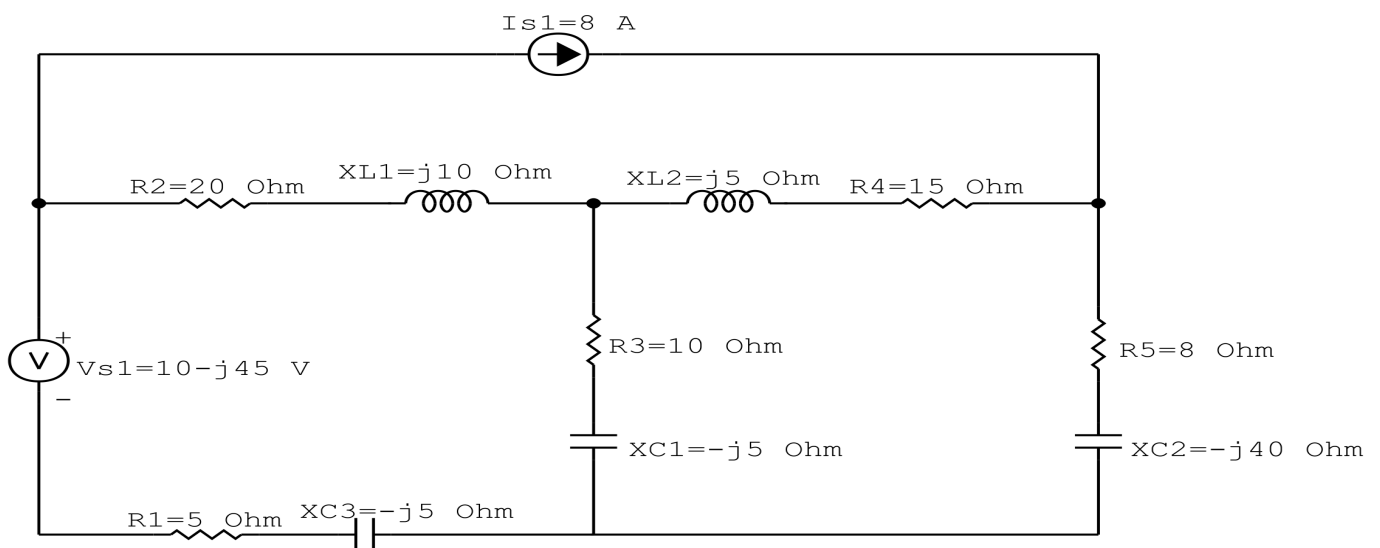
$$C2 \implies X_{C2} = \frac{1}{j\omega C2} = \frac{1}{j200(0,000125)} \quad X_{C2} = -j40 \Omega$$

$$C3 \Rightarrow X_{C3} = \frac{1}{j\omega C3} = \frac{1}{j200(0,001)} \quad X_{C3} = -j5 \Omega$$

### Transformações das fontes:

$$v_{s1}(t) = 10\text{sen}(200t + 45^\circ) \Rightarrow V_{s1} = (10 - j45) \text{ V}$$

$$i_{s1}(t) = 8\text{cos}200t \Rightarrow I_{s1} = 8 \text{ A}$$



circ nodal ca dom t v i RLC 01

Figura 73: Circuito elétrico 5.1



## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

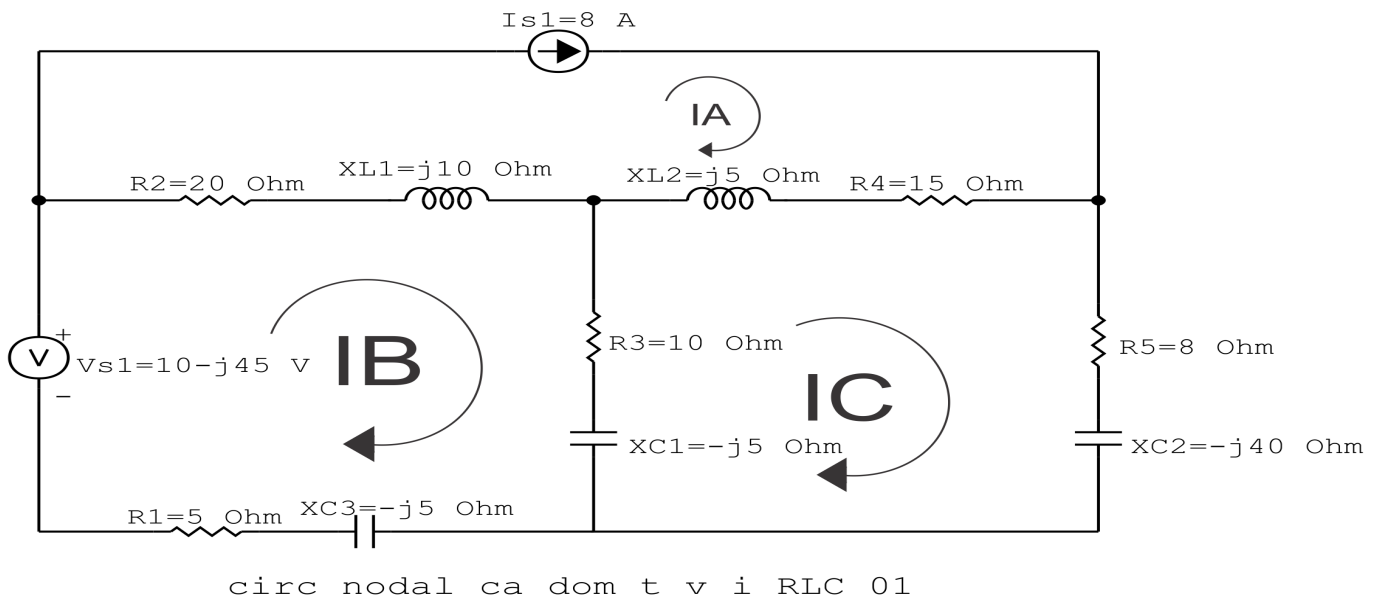


Figura 74: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (20 + j10) \Omega \quad Z2 = (15 + j5) \Omega \quad Z3 = (10 - j5) \Omega$$

$$Z4 = (8 - j40) \Omega \quad Z5 = (5 - j5) \Omega$$

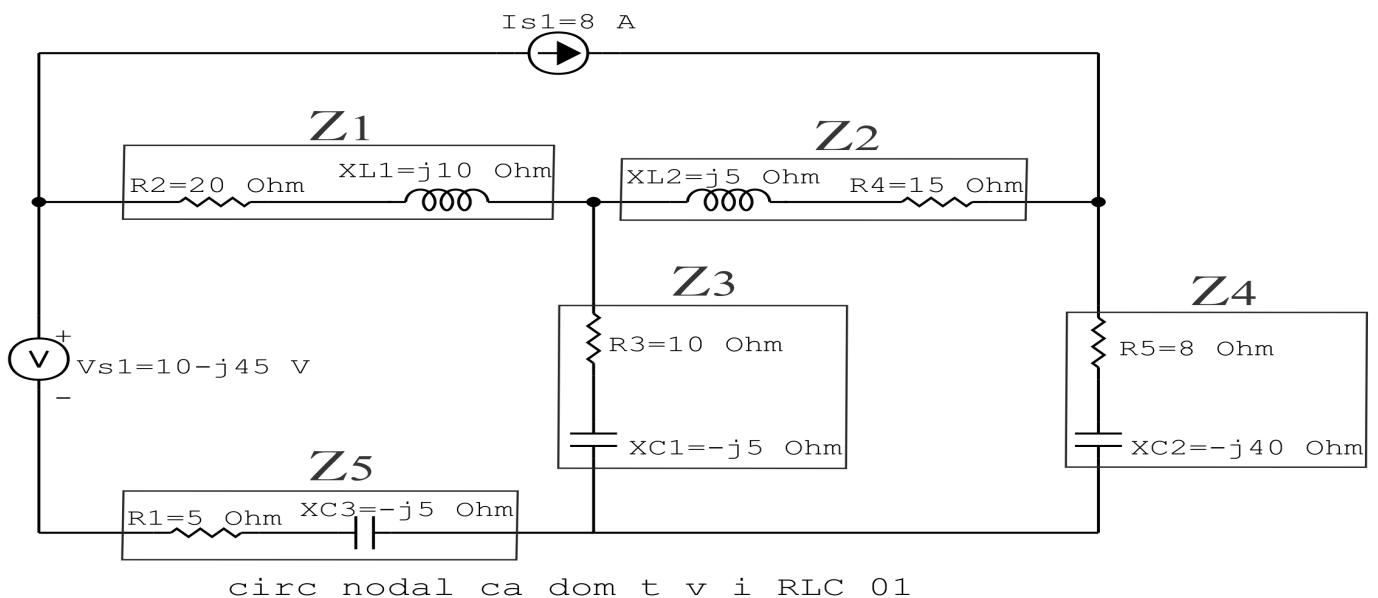


Figura 75: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IA = Is1, \text{ como } Is1 = 8 \text{ A, temos: } \implies IA = 8 \text{ A}$$

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha B :

$$-Vs1 + Z1(IB - IA) + Z3(IB - IC) + Z5IB = 0$$

$$Z1IB - Z1IA + Z3IB - Z3IC + Z5IB = Vs1$$

$$(Z1 + Z3 + Z5)IB - Z3IC = Vs1 + Z1IA \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha C :

$$Z3(IC - IB) + Z2(IC - IA) + Z4IC = 0$$

$$Z3IC - Z3IB + Z2IC - Z2IA + Z4IC = 0$$

$$-Z3IB + (Z2 + Z3 + Z4)IC = Z2IA \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $I_A$ ,  $V_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

$$V_{s1} = (10 - j45) \text{ V}$$

##### Na Equação 1:

$$(Z_1 + Z_3 + Z_5)IB - Z_3IC = V_{s1} + Z_1IA$$

$$((20 + j10) + (10 - j5) + (5 - j5))IB - (10 - j5)IC = (10 - j45) + (20 + j10)(8)$$

$$(35)IB - (10 - j5)IC = 170 + j35$$

##### Na Equação 2:

$$-Z_3IB + (Z_2 + Z_3 + Z_4)IC = Z_2IA$$

$$-(10 - j5)IB + ((15 + j5) + (10 - j5) + (8 - j40))IC = (15 + j5)(8)$$

$$-(10 - j5)IB + (33 - j40)IC = 120 + j40$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(35)IB - (10 - j5)IC = 170 + j35$$

$$-(10 - j5)IB + (33 - j40)IC = 120 + j40$$

$$\begin{bmatrix} 35 & -10 + j5 \\ 33 - j40 & -10 + j5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IB \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 170 + j35 \\ 120 + j40 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 35 & -10 + j5 & -10 + j5 \\ & 33 - j40 & \end{vmatrix} = 1155 - j1400 - 75 - j100$$

$$\Delta = 1080 - j1300$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 170 + j35 & -10 + j5 & 120 + j40 \\ & 33 - j40 & \end{vmatrix} = 7010 - j5645 - (-1400 + j200)$$

$$\Delta_{IB} = 8410 - j5845$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{8410 - j5845}{1080 - j1300} \implies IB = (-0,772 - j0,103) \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 35 & 170 + j35 & -10 + j5 \\ & 120 + j40 & \end{vmatrix} = 4200 + j1400 - (-1875 + j500)$$

$$\Delta_{IC} = 6075 + j900$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{6075 + j900}{1080 - j1300} \implies IC = (1,887 + j3,105) \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = 8 \text{ A}$$

$$IB = (5,839 + j1,617) \text{ A}$$

$$IC = (1,887 + j3,105) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

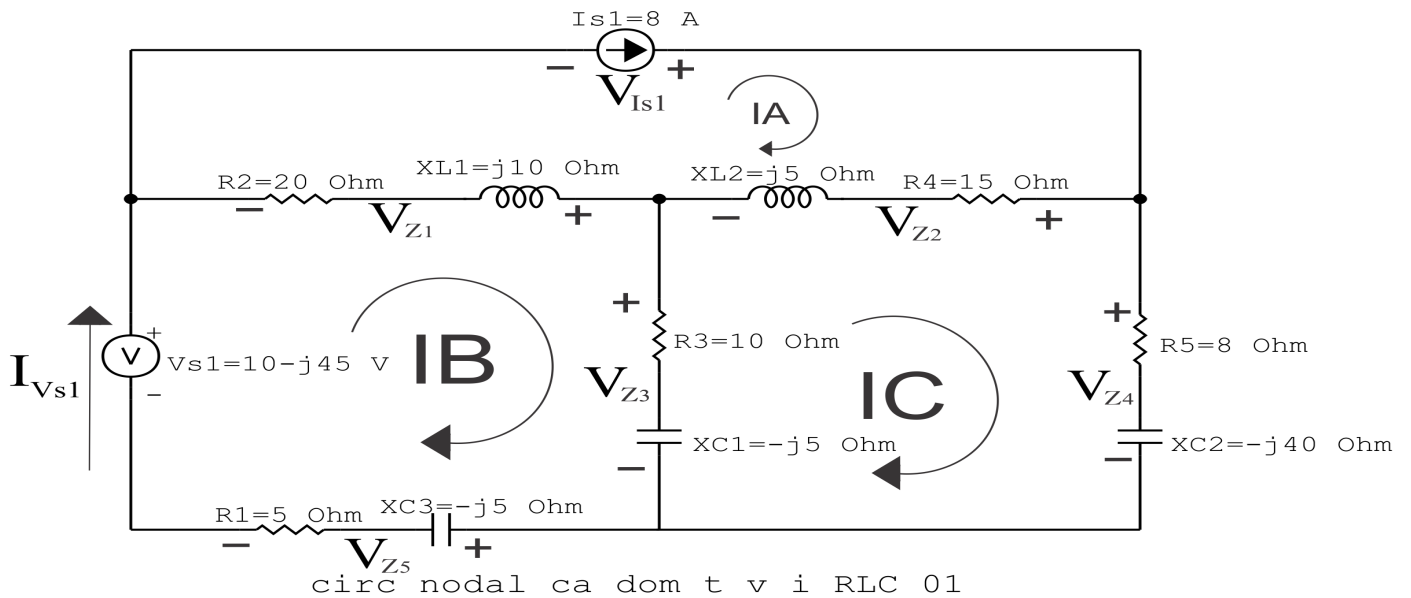


Figura 76: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = (I_A - I_B) = (8 - (5,839 + j1,617)) \implies I_{Z_1} = (2,160 - j1,617) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (20 + j10)(2,160 - j1,617) \implies V_{Z_1} = (59,376 - j10,750) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(59,376 - j10,750)(2,160 + j1,617)}{2} = \frac{(145,644 + j72,822)}{2}$$

$$\implies S_{Z_1} = (72,822 + j36,411) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = (I_A - I_C) = (8 - (1,887 + j3,105)) \implies I_{Z_2} = (6,112 - j3,105) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (15 + j5)(6,112 - j3,105) \implies V_{Z_2} = (107,215 - j16,013) \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(107,215 - j16,013)(6,112 + j3,105)}{2} = \frac{(705,096 + j235,032)}{2}$$

$$\implies S_{Z_2} = (352,548 + j117,516) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = (I_B - I_C) = (5,839 + j1,617 - (1,887 + j3,105)) \implies I_{Z_3} = (3,952 - j1,487) \text{ A}$$

$$V_{Z_3} = Z_3 I_{Z_3} = (10 - j5)(3,952 - j1,487) \implies V_{Z_3} = (32,088 - j34,638) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(32,088 - j34,638)(3,952 + j1,487)}{2} = \frac{(178,361 - j89,180)}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = (89,180 - j44,590) \text{ VA}$$

#### 5.2.4 Na impedância $Z_4$ :

$$I_{Z4} = IC \implies I_{Z4} = (1,887 + j3,105) \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z_4 I_{Z4} = (8 - j40)(1,887 + j3,105) \implies V_{Z4} = (139,304 - j50,652) \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4} I_{Z4}^*}{2} = \frac{(139,304 - j50,652)(1,887 - j3,105)}{2} = \frac{(105,631 - j528,156)}{2}$$

$$\implies S_{Z4} = (52,815 - j264,078) \text{ VA}$$

#### 5.2.5 Na impedância $Z_5$ :

$$I_{Z5} = IB \implies I_{Z5} = (5,839 + j1,617) \text{ A}$$

$$V_{Z5} = Z_5 I_{Z5} = (5 - j5)(5,839 + j1,617) \implies V_{Z5} = (37,287 - j21,112) \text{ V}$$

$$S_{Z5} = \frac{V_{Z5} I_{Z5}^*}{2} = \frac{(37,287 - j21,112)(5,839 + j1,617)}{2} = \frac{(183,608 - j183,608)}{2}$$

$$\implies S_{Z5} = (91,804 - j91,804) \text{ VA}$$



### 5.2.6 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 8 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = V_{Z1} + V_{Z2} = 59,376 - j10,750 + 107,215 - j16,013 \implies \\ V_{I_{s1}} = (166,591 - j26,764) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(166,591 - j26,764)(8)}{2} = \frac{(1332,733 - j214,117)}{2} \\ \implies S_{I_{s1}} = (-666,366 + j107,058) \text{ VA}$$

### 5.2.7 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = (10 - j45) \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = (5,839 + j1,617) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{2} = \frac{(10 - j45)(5,839 + j1,617)}{-2} = \frac{(-14,390 - j278,974)}{-2} \\ \implies S_{V_{s1}} = (7,195 + j139,487) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4} + S_{Z5}) = 0$$

$$(-659,171 + j246,545) + (659,171 - j246,545) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**7.1.1** Na impedância  $Z_1$ :

$$v_{Z1}(t) = 60,341\cos(200t - 10,263^\circ)V$$

$$i_{Z1}(t) = 2,698\cos(200t - 36,828^\circ)A$$

**7.1.2** Na impedância  $Z_2$ :

$$v_{Z2}(t) = 108,404\cos(200t - 8,494^\circ)V$$

$$i_{Z2}(t) = 6,856\cos(200t - 26,929^\circ)A$$

**7.1.3** Na impedância  $Z_3$ :

$$v_{Z3}(t) = 47,217\cos(200t - 47,188^\circ)V$$

$$i_{Z3}(t) = 4,223\cos(200t - 20,623^\circ)A$$

**7.1.4** Na impedância  $Z_4$ :

$$v_{Z4}(t) = 148,227\cos(200t - 19,981^\circ)V$$

$$i_{Z4}(t) = 3,633\cos(200t + 58,708^\circ)A$$

**7.1.5** Na impedância  $Z_5$ :

$$v_{Z5}(t) = 42,849\cos(200t - 29,518^\circ)V$$

$$i_{Z5}(t) = 6,059\cos(200t + 15,481^\circ)A$$

**7.1.6** Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$v_{I_{s1}}(t) = 168,727\cos(200t - 9,127^\circ)V$$

$$i_{s1}(t) = 8\cos(200t)A$$

7.1.7 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$v_{s1}(t) = 46,097 \cos(200t - 77,471^\circ) \text{V}$$

$$i_{Vs1}(t) = 6,059 \cos(200t + 15,481^\circ) \text{A}$$

**Questão 6.1 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**

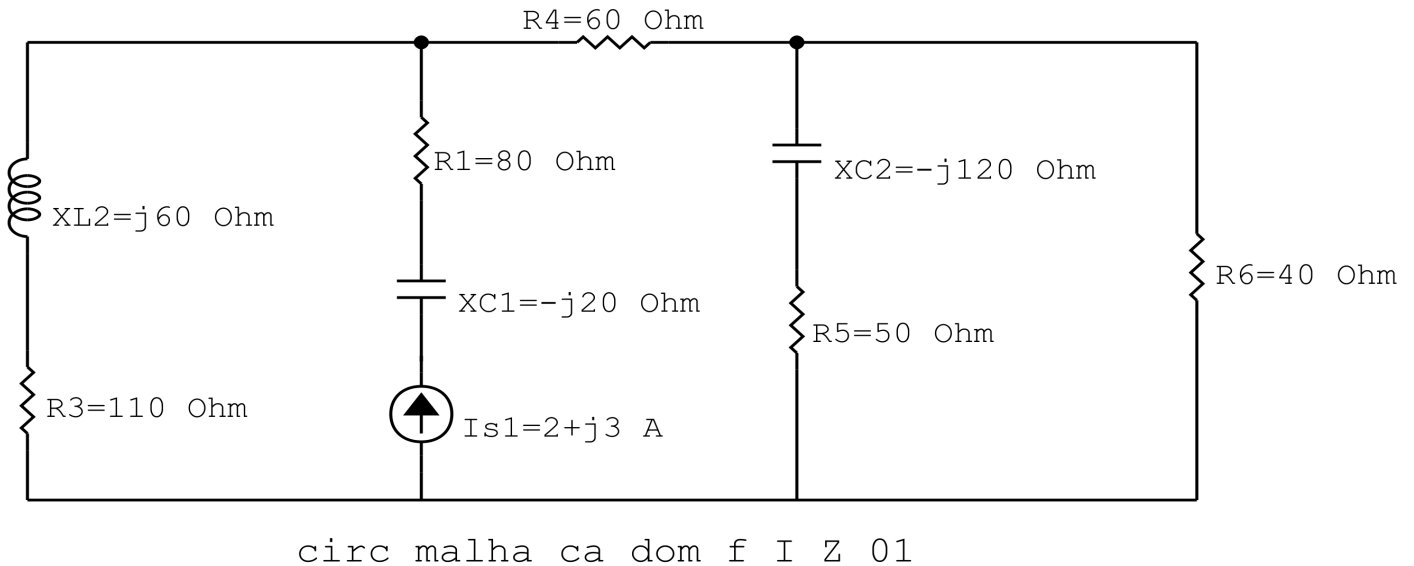


Figura 77: Circuito elétrico 6.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

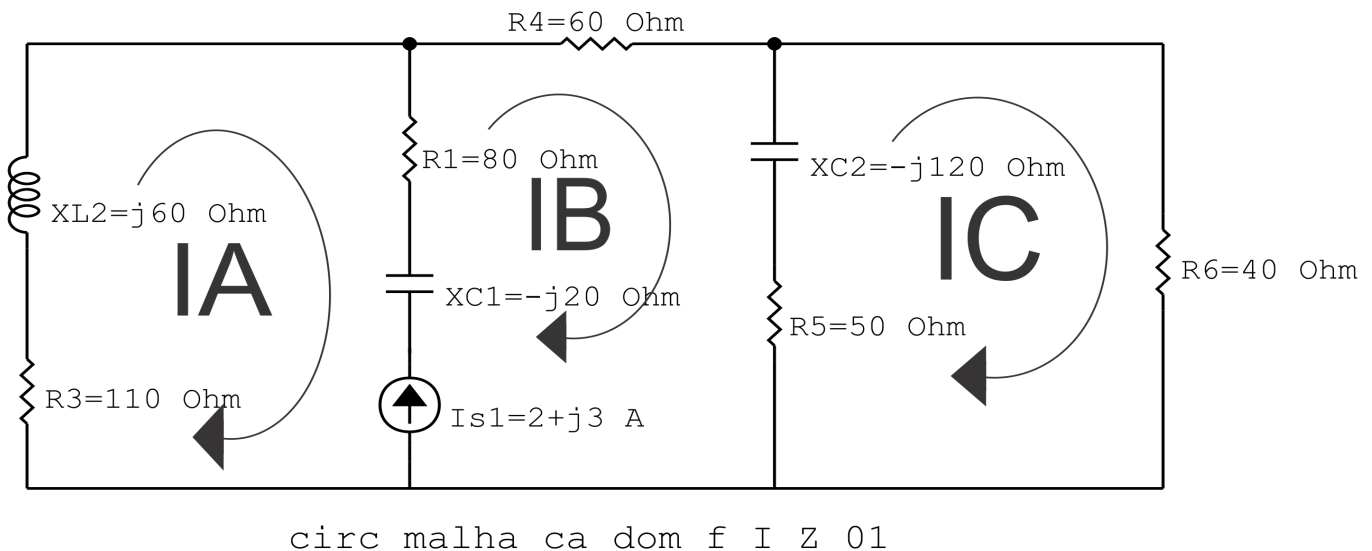


Figura 78: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

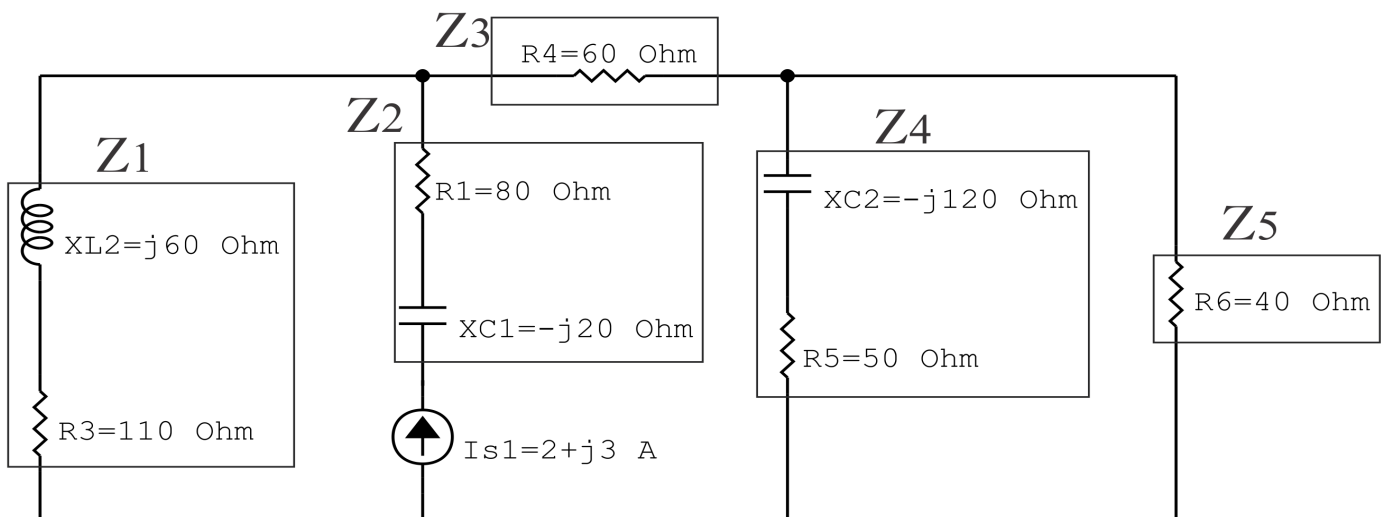
**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (110 + j60) \Omega \quad Z2 = (80 - j20) \Omega \quad Z3 = 60 \Omega$$

$$Z4 = (50 - j120) \Omega \quad Z5 = 40 \Omega$$



circ malha ca dom f I Z 01

Figura 79: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

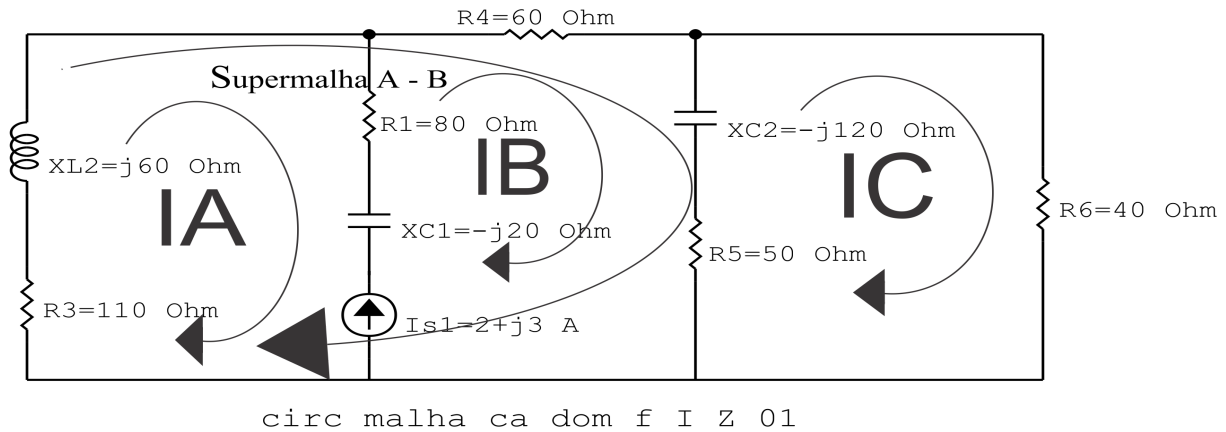


Figura 80: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IA + IB = Is1, \text{ e como } Is1 = (2 + j3) \text{ A} \implies IB = (2 + j3) + IA.$$

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Supermalha A-B :**

$$Z1IA + Z3IB + Z4(IB - IC) = 0$$

$$Z1IA + Z3IB + Z4IB - Z4IC = 0$$

$$Z1IA + (Z3 + Z4IB) - Z4IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha C :**

$$Z4(IC - IB) + Z5IC = 0$$

$$Z_4IC - Z_4IB + Z_5IC = 0$$

$$-Z_4IB + (Z_4 + Z_5)IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $IB$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$Z_1IA + (Z_3 + Z_4)IB - Z_4IC = 0$$

$$(110 + j60)IA + ((60) + (50 - j120))((2 + j3) + IA) - (50 - j120)IC = 0$$

$$((110 - j60) + (60) + (50 - j120))IA - (50 - j120)IC = -((60) + (50 - j120))(2 + j3)$$

$$(220 - j60)IA - (50 - j120)IC = -(580 + j90)$$

**Na Equação 2:**

$$-Z_4IB + (Z_4 + Z_5)IC = 0$$

$$-(50 - j120)((2 + j3) + IA) + ((50 - j120) + (40))IC = 0$$

$$-(50 - j120)IA + ((50 - j120) + (40))IC = (50 - j120)(2 + j3)$$

$$-(50 - j120)IA + (90 - j120)IC = (460 - j90)$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(220 - j60)IA - (50 - j120)IC = -(580 + j90)$$



$$-(50 - j120)IA + (90 - j120)IC = (460 - j90)$$

$$\begin{bmatrix} 220 - j60 & -50 + j120 & -50 + j120 \\ & 90 - j120 & \\ -580 - j90 & 460 - j90 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} =$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 220 - j60 & -50 + j120 & -50 + j120 \\ & 90 - j120 & \\ 12600 - j31800 & -(-11900 - j12000) & \end{vmatrix} =$$

$$\Delta = 24500 - j19800$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} -580 - j90 & -50 + j120 & 460 - j90 \\ & 90 - j120 & \\ -63000 + j61500 & -(-12200 + j59700) & \end{vmatrix} =$$

$$\Delta_{IA} = -50800 + j1800$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-50800 + j1800}{24500 - j19800} \implies IA = (-1,290 - j0,969) \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 220 - j60 & -580 - j90 & -50 + j120 \\ & 460 - j90 & \\ 95800 - j47400 & -39800 - j65100 & \end{vmatrix} =$$

$$\Delta_{IC} = 56000 + j17700$$

$$I_C = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{56\,000 + j17\,700}{24\,500 - j19\,800} \Rightarrow I_C = (1,029 + j1,554) \text{ A}$$

Assim temos:

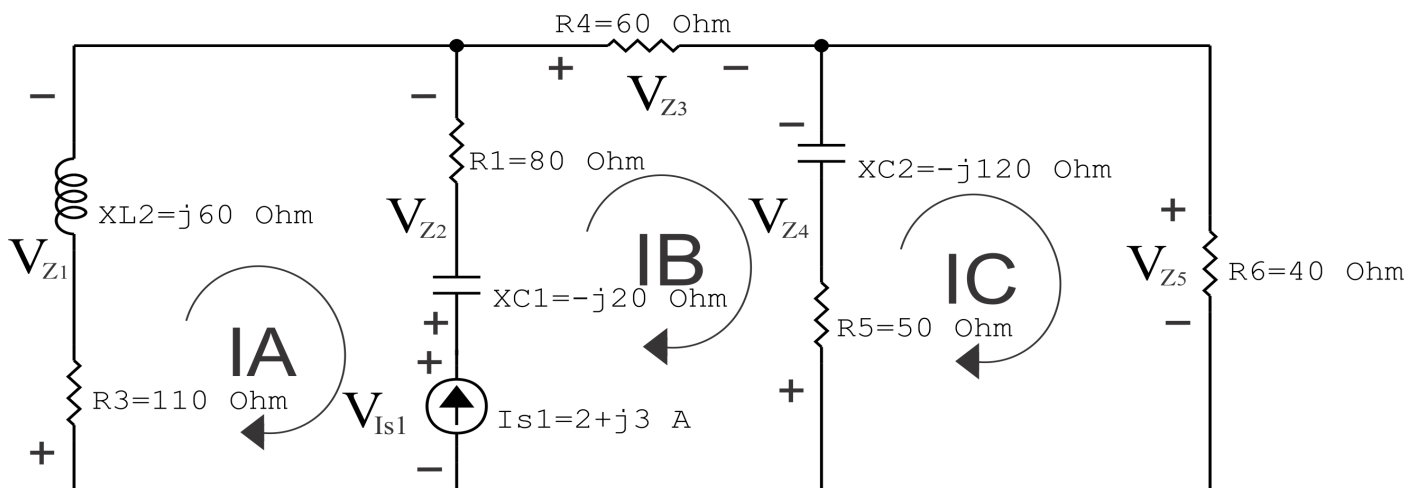
$$I_A = (-1,290 - j0,969) \text{ A}$$

$$I_B = (0,709 + j2,030) \text{ A}$$

$$I_C = (1,029 + j1,554) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha ca dom f I Z 01

Figura 81: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z1} = IA \implies I_{Z1} = (-1,290 - j0,969) \text{ A}$$

$$V_{Z1} = Z_1 I_{Z1} = (110 + j60)(-1,290 - j0,969) \implies V_{Z1} = (-83,767 - j184,024) \text{ V}$$

$$S_{Z1} = \frac{V_{Z1} I_{Z1}^*}{2} = \frac{(-83,767 - j184,024)(-1,290 + j0,969)}{2} = \frac{(286,435 + j156,237)}{2}$$

$$\implies S_{Z1} = (143,217 + j78,118) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z2} = (IB - IA) = (0,709 + j2,030 - (-1,290 - j0,969)) \implies I_{Z2} = (2 + j3) \text{ A}$$

$$V_{Z2} = Z_2 I_{Z2} = (80 - j20)(2 + j3) \implies V_{Z2} = (220 + j200) \text{ V}$$

$$S_{Z2} = \frac{V_{Z2} I_{Z2}^*}{2} = \frac{(220 + j200)(2 - j3)}{2} = \frac{(286,435 + j156,237)}{2}$$

$$\implies S_{Z2} = (143,217 + j78,118) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z3} = IB \implies I_{Z3} = (0,709 + j2,030) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z_3 I_{Z3} = (60)(0,709 + j2,030) \implies V_{Z3} = (42,588 + j121,847) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(42,588 + j121,847)(0,709 - j2,030)}{2} = \frac{((277,675 - j2,700) \times 10^{-13})}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = (138,837 - j1,350) \times 10^{-13} \text{ VA}$$

#### 5.2.4 Na impedância $Z_4$ :

$$I_{Z4} = (I_C - I_B) = (1,029 + j1,554 - (0,709 + j2,030)) \implies I_{Z4} = (0,319 - j0,476) \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z_4 I_{Z4} = (50 - j120)(0,319 - j0,476) \implies V_{Z4} = (-41,179 - j62,177) \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4} I_{Z4}^*}{2} = \frac{(-41,179 - j62,177)(0,319 + j0,476)}{2} = \frac{(16,454 - j39,491)}{2}$$

$$\implies S_{Z4} = (8,227 - j19,745) \text{ VA}$$

#### 5.2.5 Na impedância $Z_5$ :

$$I_{Z5} = I_C \implies I_{Z5} = (1,029 + j1,554) \text{ A}$$

$$V_{Z5} = Z_5 I_{Z5} = (40)(1,029 + j1,554) \implies V_{Z5} = (41,179 + j62,177) \text{ V}$$

$$S_{Z5} = \frac{V_{Z5} I_{Z5}^*}{2} = \frac{(41,179 + j62,177)(1,029 - j1,554)}{2} = \frac{(139,043)}{2}$$

$$\implies S_{Z5} = 69,521 \text{ VA}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = (2 + j3) \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{Z2} - V_{Z1}) = (220 + j200 + (-83,767 - j184,024))$$

$$\implies V_{I_{s1}} = (303,767 + j384,024) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(303,767 + j384,024)(2 - j3)}{-2} = \frac{(1759,609 - j143,254)}{-2}$$

$$\implies S_{I_{s1}} = (-879,804 + j71,627) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4} + S_{Z5}) = 0$$

$$(-879,804 - j71,627) + (879,804 - j71,627) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 6.2 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**

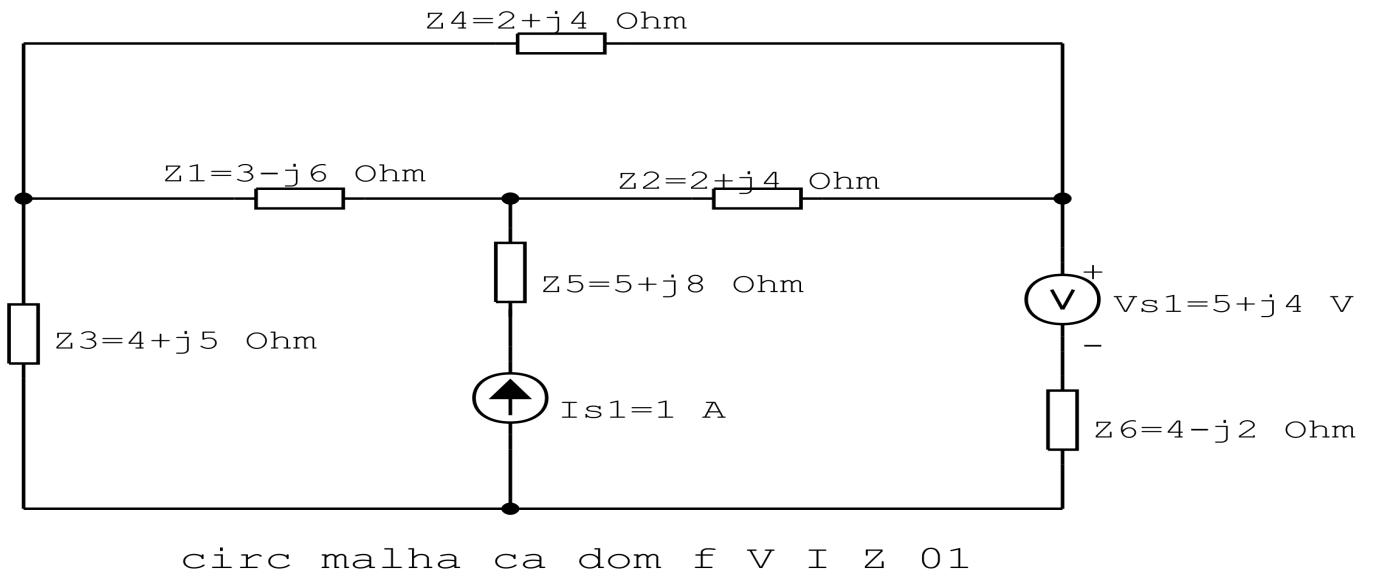


Figura 82: Circuito elétrico 6.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

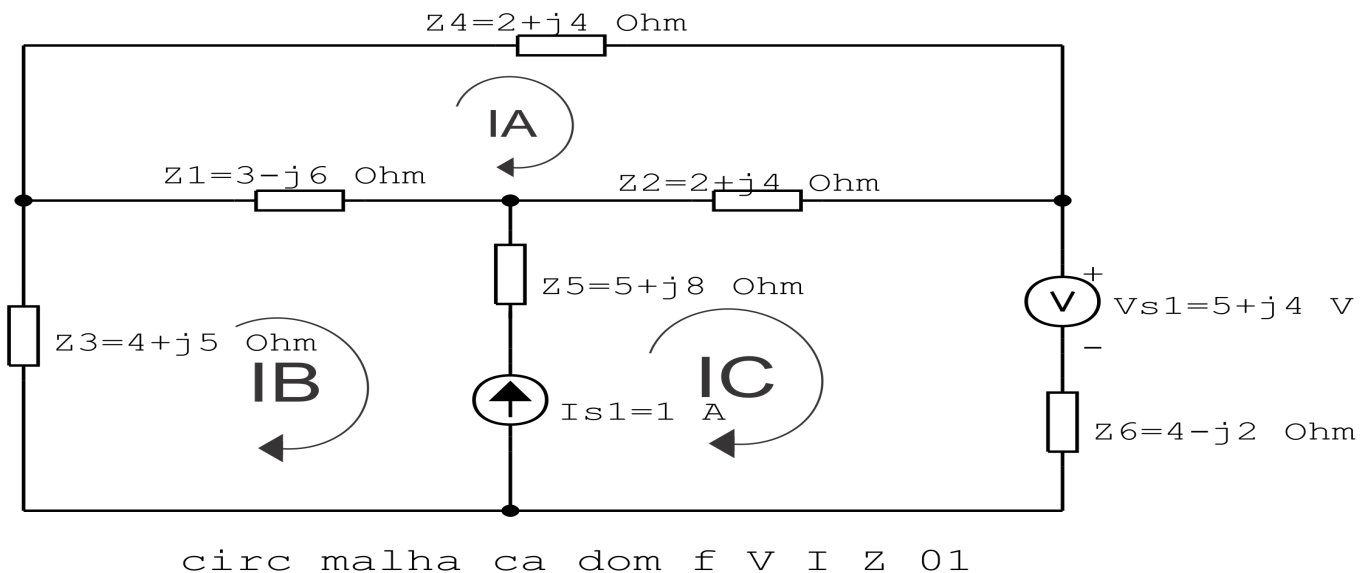


Figura 83: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z_1 = (3 - j6) \Omega \quad Z_2 = (2 + j4) \Omega \quad Z_3 = (4 + j5) \Omega$$

$$Z_4 = (2 + j4) \Omega \quad Z_5 = (5 + j8) \Omega \quad Z_6 = (4 - j2) \Omega$$

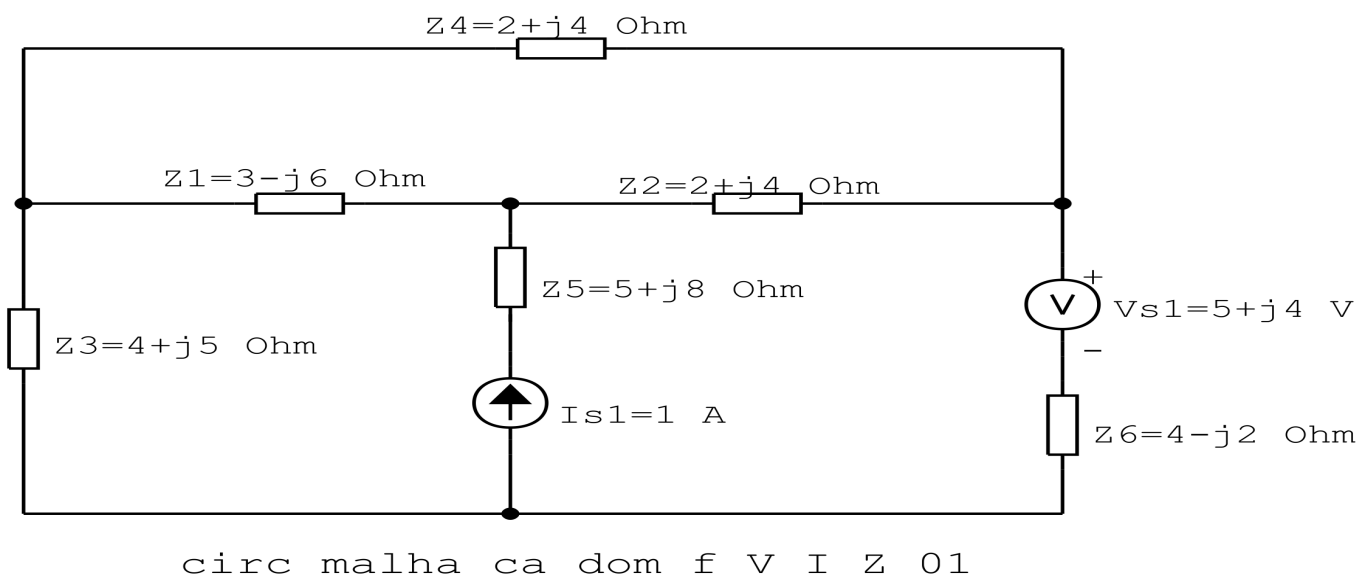


Figura 84: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.



3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

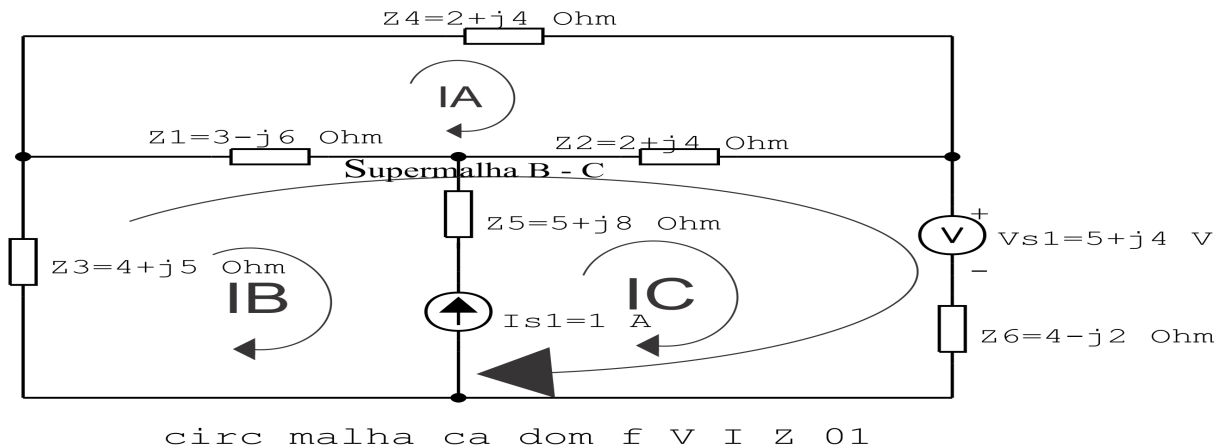


Figura 85: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IB + IC = Is1, \text{ e como } Is1 = 1 \text{ A} \implies IC = 1 + IB.$$

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$Z4IA + Z2(IA - IC) + Z1(IA - IB) = 0$$

$$Z4IA + Z2IA - Z2IC + Z1IA - Z1IB = 0$$

$$(Z1 + Z2 + Z4)IA - Z1IB - Z2IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Supermalha B-C :**

$$Z3IB + Z1(IB - IA) + Z2(IC - IA) + Vs1 + Z6IC = 0$$

$$Z_3IB + Z_1IB - Z_1IA + Z_2IC - Z_2IA + Z_6IC = -V_{s1}$$

$$-(Z_1 + Z_2)IA + (Z_1 + Z_3)IB + (Z_2 + Z_6)IC = -V_{s1} \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $IC$ ,  $V_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(Z_1 + Z_2 + Z_4)IA - Z_1IB - Z_2IC = 0$$

$$((3 - j6) + (2 + j4) + (2 + j4))IA - Z_1IB - Z_2(Is1 + IB) = 0$$

$$(7 + j2)IA - (Z_1 + Z_2)IB = Z_2I_1$$

$$(7 + j2)IA - ((3 - j6) + (2 + j4))IB = 2 + j4$$

$$(7 + j2)IA - (5 - j2)IB = 2 + j4$$

**Na Equação 2:**

$$-(Z_1 + Z_2)IA + (Z_1 + Z_3)IB + (Z_2 + Z_6)IC = -V_{s1}$$

$$-((3 - j6) + (2 + j4))IA + (Z_1 + Z_3)IB + (Z_2 + Z_6)(Is1 + IB) = -5 + j4$$

$$-(5 - j2)IA + ((3 - j6) + (2 + j4) + (4 + j5) + (4 - j2))IB = -5 + j4 - (Z_2 + Z_6)Is1$$

$$-(5 - j2)IA + (13 + j)IB = -5 + j4 - ((2 + j4) + (4 - j2))1$$

$$-(5 - j2)IA + (13 + j)IB = -11 - j6$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(7 + j2)IA - (5 - j2)IB = 2 + j4$$

$$-(5 - j2)IA + (13 + j)IB = -11 - j6$$

$$\begin{bmatrix} 7 + j2 & -5 + j2 \\ 13 + j & -5 + j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + j4 \\ -11 - j6 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 + j2 & -5 + j2 \\ 13 + j & -5 + j2 \end{vmatrix} = 89 + j33 - 21 - j20$$

$$\Delta = 68 + j53$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 2 + j4 & -5 + j2 \\ 13 + j & -11 - j6 \end{vmatrix} = 22 + j54 - 67 + j8$$

$$\Delta_{IA} = -45 + j46$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-45 + j46}{68 + j53} \implies IA = (-0,0836 + j0,741) \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 7 + j2 & 2 + j4 \\ -11 - j6 & -5 + j2 \end{vmatrix} = -65 - j64 - (-18 - j16)$$

$$\Delta_{IB} = -47 - j48$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-47 - j48}{68 + j53} \implies IB = (-0,772 - j0,103) \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = (-0,0836 + j0,741) \text{ A}$$

$$IB = (-0,772 - j0,103) \text{ A}$$

$$IC = (0,227 - j0,103) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

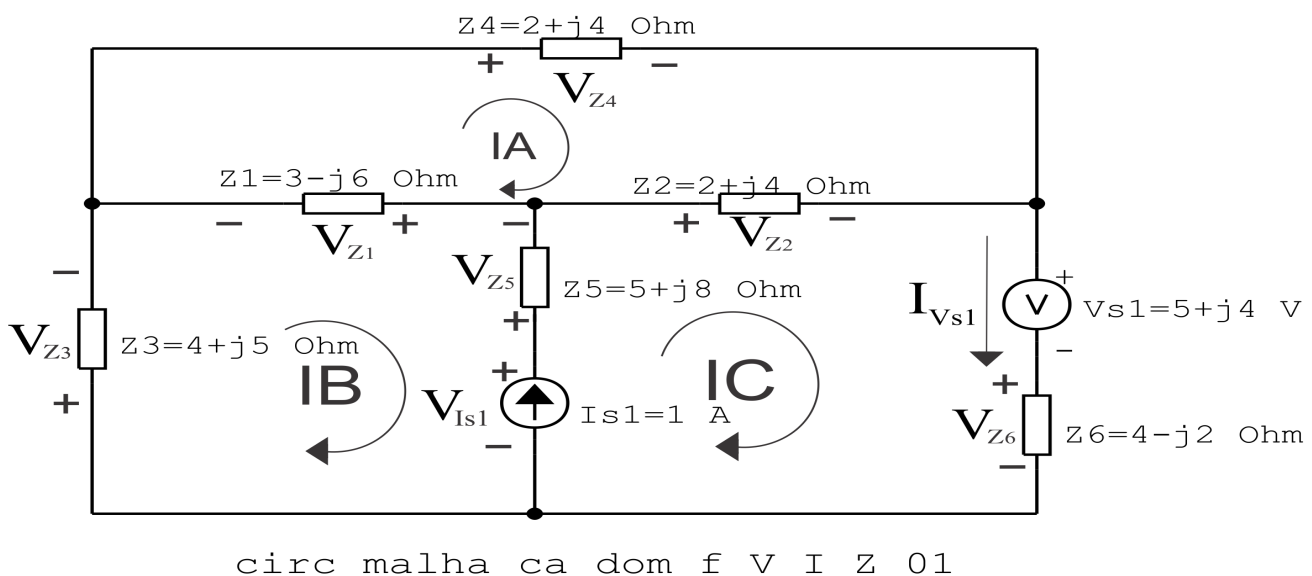


Figura 86: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = (I_A - I_B) = (-0,0836 + j0,741 - (-0,772 - j0,103))$$
$$\implies I_{Z_1} = (0,688 + j0,845) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (3 - j6)(0,688 + j0,845) \implies V_{Z_1} = (7,139 - j1,594) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(7,139 - j1,594)(0,688 - j0,845)}{2} = \frac{(3,567 - j7,135)}{2}$$
$$\implies S_{Z_1} = (1,783 - j3,567) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = (I_C - I_A) = (0,227 - j0,103 - (-0,0836 + j0,741)) \implies I_{Z_2} = (0,311 - j0,845) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (2 + j4)(0,311 - j0,845) \implies V_{Z_2} = (4,005 - j0,445) \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(4,005 - j0,445)(0,311 + j0,845)}{2} = \frac{(1,624 + j3,248)}{2}$$
$$\implies S_{Z_2} = (0,812 + j1,624) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = I_B \implies I_{Z_3} = (-0,772 - j0,103) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z3I_{Z3} = (4 + j5)(-0,772 - j0,103) \implies \mathbf{V_{Z3} = (-2,568 - j4,277) V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3}I_{Z3}^*}{2} = \frac{(-2,568 - j4,277)(-0,772 + j0,103)}{2} = \frac{(2,428 + j3,035)}{2}$$

$$\implies \mathbf{S_{Z3} = (1,214 + j1,517) VA}$$

#### 5.2.4 Na impedância $Z_4$ :

$$I_{Z4} = IA \implies \mathbf{I_{Z4} = (-0,0836 + j0,741) A}$$

$$V_{Z4} = Z_4I_{Z4} = (2 + j4)(-0,0836 + j0,741) \implies \mathbf{V_{Z4} = (-3,134 + j1,148) V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4}I_{Z4}^*}{2} = \frac{(-3,134 + j1,148)(-0,0836 - j0,741)}{2} = \frac{(2,799 - j1,818)}{2}$$

$$\implies \mathbf{S_{Z4} = (0,557 + j1,114) VA}$$

#### 5.2.5 Na impedância $Z_5$ :

$$I_{Z5} = Is1 \implies \mathbf{I_{Z5} = 1 A}$$

$$V_{Z5} = Z_5I_{Z5} = (5 + j8)(1) \implies \mathbf{V_{Z5} = (5 + j8) V}$$

$$S_{Z5} = \frac{V_{Z5}I_{Z5}^*}{2} = \frac{(5 + j8)(1)}{2} = \frac{(5 + j8)}{2}$$

$$\implies \mathbf{S_{Z5} = (2,5 + j4) VA}$$

**5.2.6 Na impedância  $Z_6$ :**

$$I_{Z_6} = IC \implies I_{Z_6} = (0,227 - j0,103) \text{ A}$$

$$V_{Z_6} = Z_6 I_{Z_6} = (4 - j2)(0,227 - j0,103) \implies V_{Z_6} = (0,703 - j0,871) \text{ V}$$

$$S_{Z_6} = \frac{V_{Z_6} I_{Z_6}^*}{2} = \frac{(0,703 - j0,871)(0,227 + j0,103)}{2} = \frac{(0,250 - j0,125)}{2}$$

$$\implies S_{Z_6} = (0,125 - j0,0626) \text{ VA}$$

**5.2.7 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 1 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{Z1} + V_{Z5} - V_{Z3}) = ((7,139 - j1,594) + (5 + j8) - (-2,568 - j4,277))$$

$$\implies V_{I_{s1}} = (14,708 + j10,682) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(14,708 + j10,682)(1)}{-2} = \frac{(14,708 + j10,682)}{-2}$$

$$\implies S_{I_{s1}} = (-7,354 - j5,341) \text{ VA}$$

**5.2.8 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = (5 + j4) \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IC \implies I_{V_{s1}} = (0,227 - j0,103) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{2} = \frac{(5 + j4)(0,227 + j0,103)}{2} = \frac{(0,722 + j1,431)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{V_{s1}} = (0,361 + j0,715) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1** A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4} + S_{Z5} + S_{Z6} + S_{V_{s1}}) = 0$$

$$(-6,992 - j4,625) + (6,992 + j4,625) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.



**Questão 6.3 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**

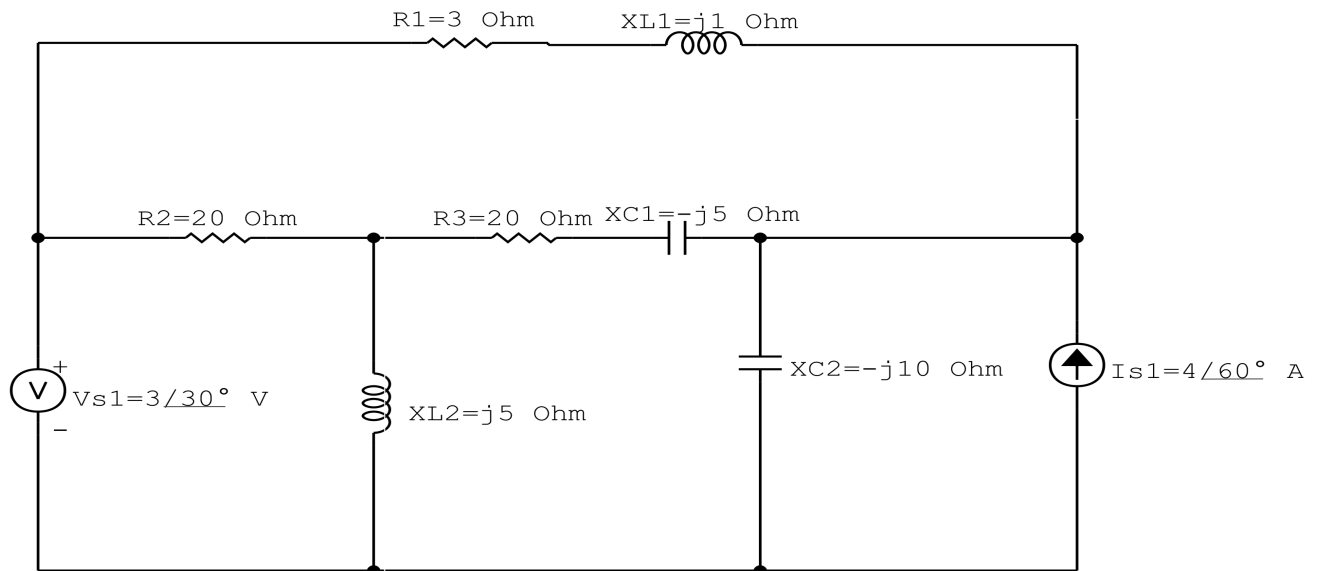


Figura 87: Circuito elétrico 6.3

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

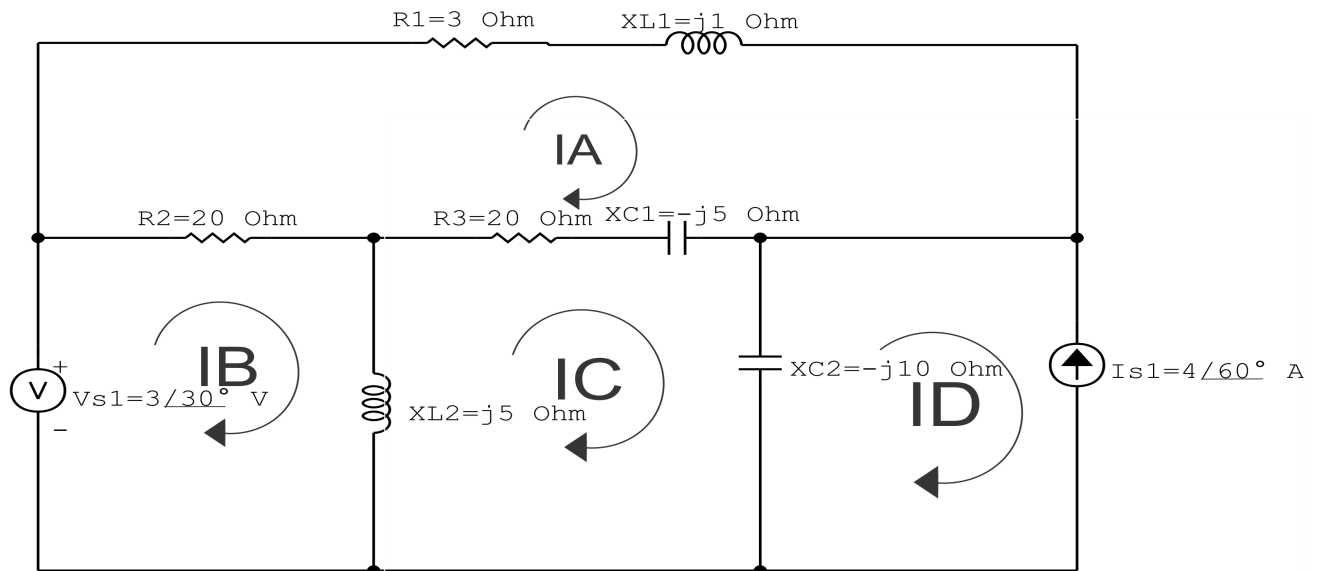


Figura 88: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (3 + j) \Omega \quad Z2 = 20 \Omega \quad Z3 = (20 - j5) \Omega$$

$$Z4 = j5 \Omega \quad Z5 = -j10 \Omega$$

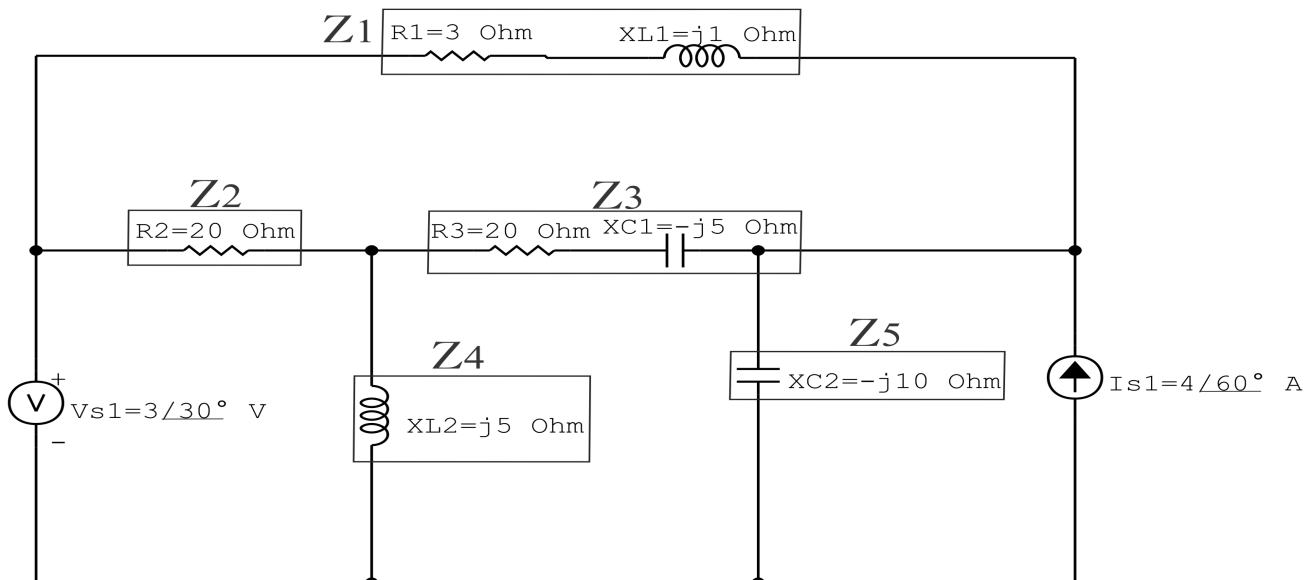


Figura 89: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$ID = -Is1, \text{ como } Is1 = 4\angle 60^\circ = (2 + j3,464) \text{ A, temos: } \implies ID = (-2 - j3,464) \text{ A}$$

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$Z1IA + Z3(IA - IC) + Z2(IA - IB) = 0$$

$$Z1IA + Z3IA - Z3IC + Z2IA - Z2IB = 0$$

$$(Z1 + Z2 + Z3)IA - Z2IB - Z3IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha B :

$$Z2(IB - IA) + Z4(IB - IC) - Vs1 = 0$$

$$Z2IB - Z2IA + Z4IB - Z4IC = Vs1$$

$$-Z2IA + (Z2 + Z4)IB - Z4IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

#### Equação na Malha C :

$$Z_4(IC - IB) + Z_3(IC - IA) + Z_5(IC - ID) = 0$$

$$Z_4IC - Z_4IB + Z_3IC - Z_3IA + Z_5IC - Z_5ID = 0$$

$$-Z_3IA - Z_4IB + (Z_3 + Z_4 + Z_5)IC = Z_5ID \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $ID$ ,  $V_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

$$V_{s1} = 3/\underline{30^\circ} = (2,598 + j1,5) \text{ V}$$

**Na Equação 1:**

$$(Z_1 + Z_2 + Z_3)IA - Z_2IB - Z_3IC = 0$$

$$((3 + j) + (20) + (20 - j5))IA - (20)IB - (20 - j5)IC = 0$$

$$(43 - j4)IA - (20)IB - (20 - j5)IC = 0$$

**Na Equação 2:**

$$-Z_2IA + (Z_2 + Z_4)IB - Z_4IC = V_{s1}$$

$$-(20)IA + ((20) + (j5))IB - (j5)IC = 2,598 + j1,5$$

$$-(20)IA + (20 + j5)IB - (j5)IC = 2,598 + j1,5$$

**Na Equação 3:**

$$-Z_3IA - Z_4IB + (Z_3 + Z_4 + Z_5)IC = Z_5ID$$

$$-(20 - j5)IA - (j5)IB + ((3 + j) + (20) + (20 - j5))IC = (-j10)(-2 - j3, 464)$$

$$-(20 - j5)IA - (j5)IB + (20 - j10)IC = -34,641 + j20$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(43 - j4)IA - (20)IB - (20 - j5)IC = 0$$

$$-(20)IA + (20 + j5)IB - (j5)IC = 2,598 + j1,5$$

$$-(20 - j5)IA - (j5)IB + (20 - j10)IC = -34,641 + j20$$

$$\begin{bmatrix} 43 - j4 & -20 & -20 + j5 - 20 \\ & 20 + j5 & -j5 - 20 + j5 \\ & -j5 & 20 - j10 \\ [ 0, 2,598 + j1,5 - 34,641 + j20 ] \end{bmatrix} [ IA IB IC ] =$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 43 - j4 & -20 & -20 + j5 - 20 \\ & 20 + j5 & -j5 - 20 + j5 \\ & -j5 & 20 - j10 \end{vmatrix} =$$

$$17\,950 - j10\,100 - 15\,425 - j6\,025 = \Delta = 2525 - j4075$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 0 & -20 & -20 + j5 \cdot 2,598 + j1,5 \\ & 20 + j5 & -j5 - 34,641 + j20 \\ & -j5 & 20 - j10 \end{vmatrix} =$$

$$-2085,048 - j3166,793 - 13\,383,201 - j8580,384 = \Delta_{IA} = -15\,468,249 + j5413,590$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-15\,468,249 + j5413,590}{2525 - j4075} \implies IA = (-2,659 - j2,148) \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 43 - j4 & 0 & -20 + j5 - 20 \\ -j5 & -j5 - 20 + j5 & \\ -34,641 + j20 & 20 - j10 & \end{vmatrix} =$$

$$-8960,983 + j11\,369,082 - 6267,098 + j7090,703 = \Delta_{IB} = -15\,228,082 + j4278,379$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{-15\,228,082 + j4278,379}{2525 - j4075} \implies IB = (-2,431 - j2,230) \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 43 - j4 & -20 & 0 - 20 \\ 20 + j5 & 2,598 + j1,5 - 20 + j5 & \\ -j5 & -34,641 + j20 & \end{vmatrix} =$$

$$-31\,994,863 + j13\,263,655 - (-13\,585,867 + j7411,413) =$$

$$\Delta_{IC} = -18\,408,995 + j5852,241$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-18\,408,995 + j5852,241}{2525 - j4075} \implies IC = (-3,060 - j2,621) \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = (-2,659 - j2,148) \text{ A}$$

$$IB = (-2,431 - j2,230) \text{ A}$$

$$IC = (-3,060 - j2,621) \text{ A}$$

$$ID = (-2 - j3,464) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

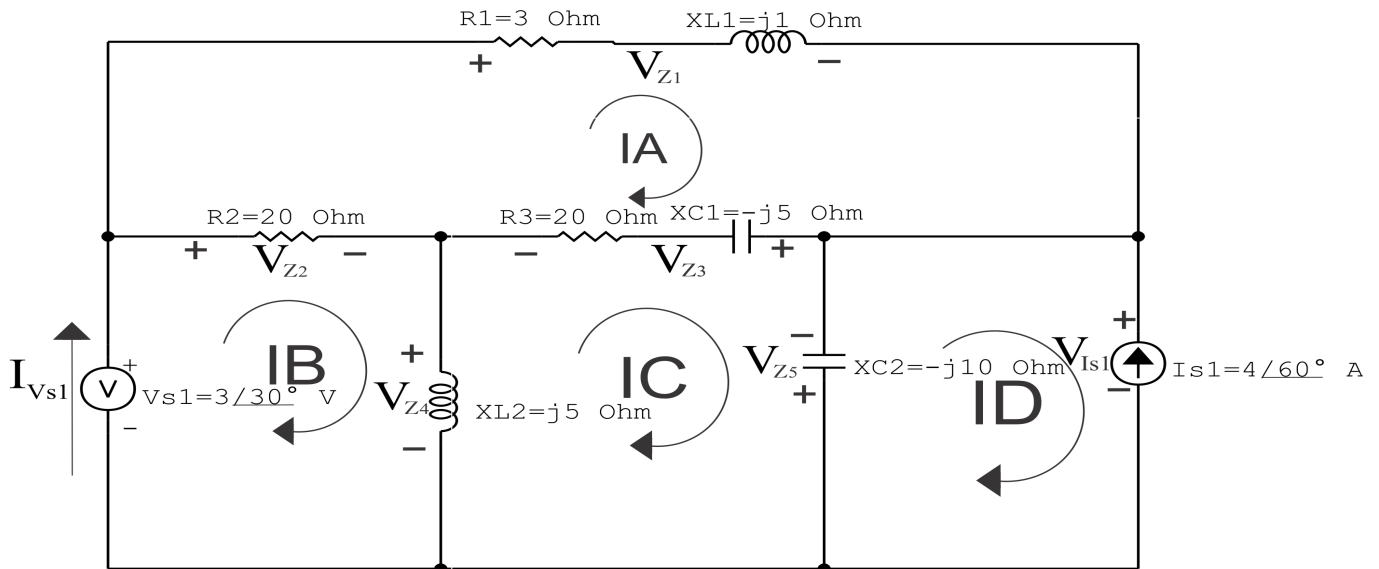


Figura 90: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.



## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = IA \implies I_{Z_1} = (-2,659 - j2,148) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (3 + j)(-2,659 - j2,148) \implies V_{Z_1} = (-5,830 - j9,103) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(-5,830 - j9,103)(-2,659 + j2,148)}{2} = \frac{(35,059 + j11,686)}{2}$$

$$\implies S_{Z_1} = (17,529 + j5,843) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = (IB - IA) = (-2,431 - j2,230 - (-2,659 - j2,148)) \implies$$

$$I_{Z_2} = (0,227 - j0,0821) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (20)(0,227 - j0,0821) \implies V_{Z_2} = (4,553 - j1,642) \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(4,553 - j1,642)(0,227 + j0,0821)}{2} = \frac{(1,171 + j9,436 \times 10^{-16})}{2}$$

$$\implies S_{Z_2} = (0,585 + j4,718 \times 10^{-16}) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = (IC - IA) = (-3,060 - j2,621 - (-2,659 - j2,148)) \implies I_{Z_3} = (0,400 + j0,473) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z3I_{Z3} = (20 - j5)(0,400 + j0,473) \implies \mathbf{V_{Z3} = (10,384 + j7,460) V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3}I_{Z3}^*}{2} = \frac{(10,384 + j7,460)(0,400 - j0,473)}{2} = \frac{(7,693 - j1,923)}{2}$$

$$\implies \mathbf{S_{Z3} = (3,846 - j0,961) VA}$$

#### 5.2.4 Na impedância $Z_4$ :

$$I_{Z4} = (I_B - I_C) = (-2,431 - j2,230 - (-3,060 - j2,621))$$

$$\implies \mathbf{I_{Z4} = (0,628 + j0,391) A}$$

$$V_{Z4} = Z4I_{Z4} = (j5)(0,628 + j0,391) \implies \mathbf{V_{Z4} = (-1,955 + j3,142) V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4}I_{Z4}^*}{2} = \frac{(-1,955 + j3,142)(0,628 - j0,391)}{2} = \frac{(1,955 + j3,142)}{2}$$

$$\implies \mathbf{S_{Z4} = -1,110 \times 10^{-16} + j1,370 VA}$$

#### 5.2.5 Na impedância $Z_5$ :

$$I_{Z5} = (I_D - I_C) = (-2 - j3,464 - (-3,060 - j2,621)) \implies \mathbf{I_{Z5} = (1,060 - j0,842) A}$$

$$V_{Z5} = Z5I_{Z5} = (-j10)(1,060 - j0,842) \implies \mathbf{V_{Z5} = (-8,428 - j10,603) V}$$

$$S_{Z5} = \frac{V_{Z5}I_{Z5}^*}{2} = \frac{(-8,428 - j10,603)(2 - j3,464)}{2} = \frac{(-j18,347)}{2}$$

$$\implies S_{Z5} = -j9,173 \text{ VA}$$

**5.2.6 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = (2 + j3,464) \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = V_{Z5} \implies V_{I_{s1}} = (-8,428 - j10,603) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(-8,428 - j10,603)(2 - j3,464)}{-2} = \frac{(-53,588 + j7,990)}{-2}$$

$$\implies S_{I_{s1}} = (-26,794 + j3,995) \text{ VA}$$

**5.2.7 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = (2,598 + j1,5) \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = (-2,431 - j2,230) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(2,598 + j1,5)(-2,431 + j2,230)}{-2} = \frac{(-9,663 + j2,146)}{-2}$$

$$\implies S_{V_{s1}} = (4,831 - j1,073) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4} + S_{Z5}) = 0$$

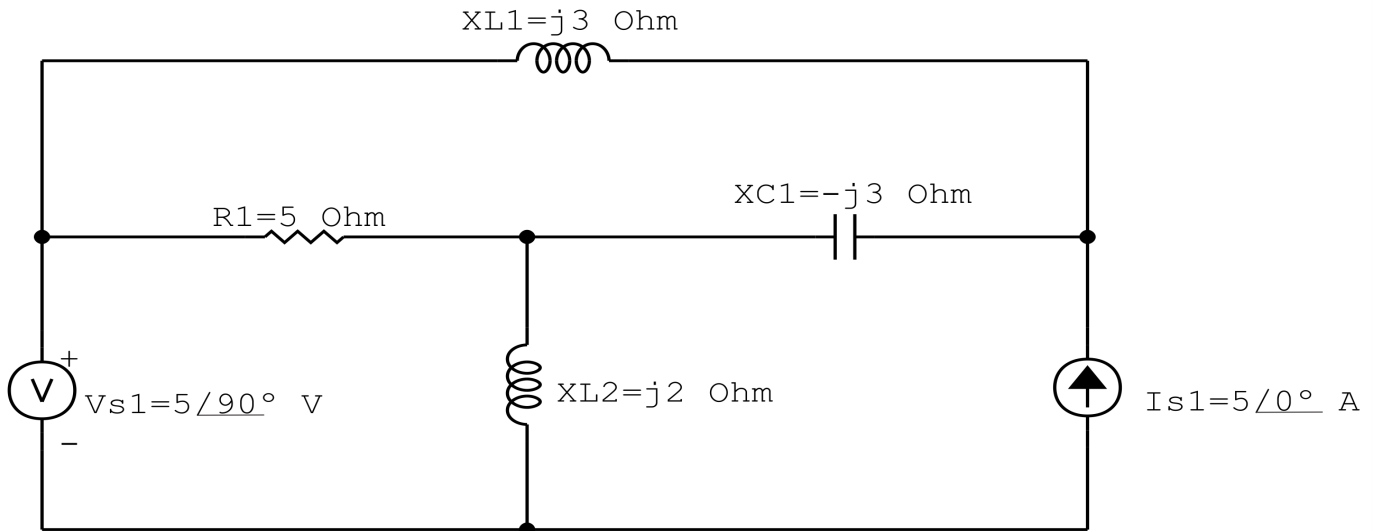
$$(-21,962 + j2,921) + (21,962 - j2,921) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 6.4 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**



circ nodal ca dom f V I Z 01

Figura 91: Circuito elétrico 6.4

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

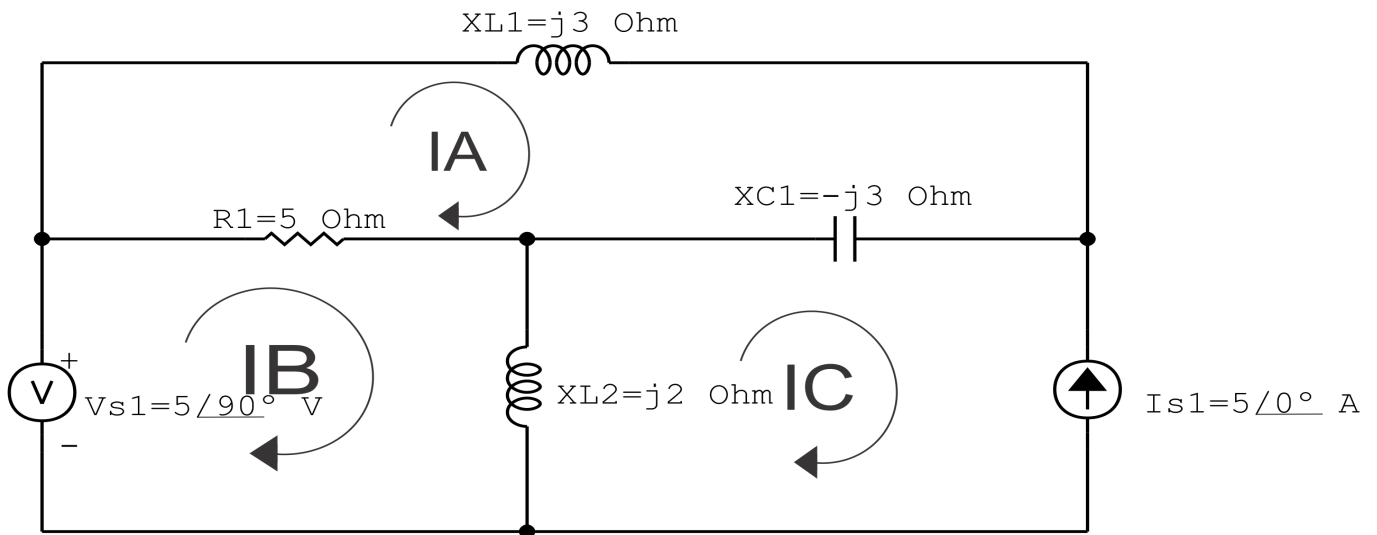
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ nodal ca dom f V I Z 01

Figura 92: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

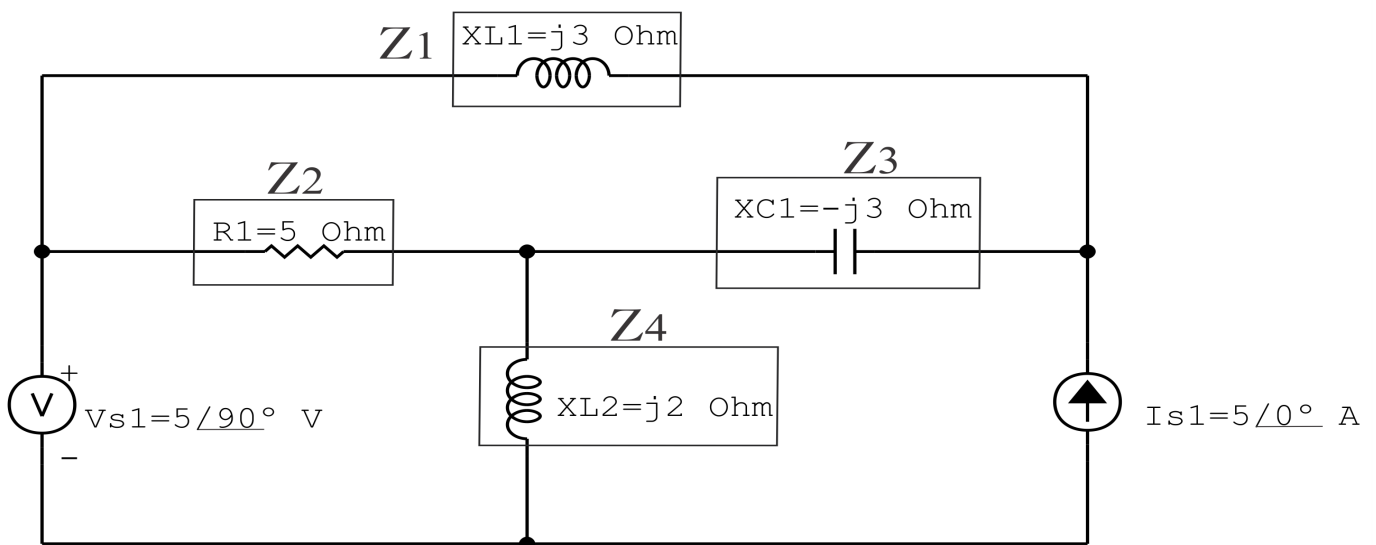
### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = j3\Omega \quad Z2 = 5\Omega \quad Z3 = -j3\Omega \quad Z4 = j2\Omega$$



circ nodal ca dom f V I Z 01

Figura 93: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = -Is1, \text{ como } Is1 = 5\angle 0^\circ = 5 \text{ A, temos: } \implies IC = -5 \text{ A}$$

**3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.**

Não se aplica.

**3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.**

Não se aplica.

**3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.**

Não se aplica.

**3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.**

**Equação na Malha A :**

$$Z1IA + Z3(IA - IC) + Z2(IA - IB) = 0$$

$$Z1IA + Z3IA - Z3IC + Z2IA - Z2IB = 0$$

$$(Z1 + Z2 + Z3)IA - Z2IB = Z3IC \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$Z2(IB - IA) + Z4(IB - IC) - Vs1 = 0$$

$$Z2IB - Z2IA + Z4IB - Z4IC = Vs1$$

$$-Z2IA + (Z2 + Z4)IB = Vs1 + Z4IC \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $IC$ ,  $Vs1$  e os valores das resistências nas equações acima:



$$V_{s1} = 5 \angle 90^\circ = -j5 \text{ V}$$

**Na Equação 1:**

$$(Z_1 + Z_2 + Z_3)IA - Z_2IB = Z_3IC$$

$$((j3) + (5) + (-j3))IA - (5)IB = (-j3)(-5)$$

$$(5)IA - (5)IB = j15$$

**Na Equação 2:**

$$-Z_2IA + (Z_2 + Z_4)IB = V_{s1} + Z_4IC$$

$$-(5)IA + ((5) + (j2))IB = -j5 + (j2)(-5)$$

$$-(5)IA + (5 + j2)IB = -j15$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(5)IA - (5)IB = (j15)$$

$$-(5)IA + (5 + j2)IB = -j15$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 5 + j2 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j15 \\ -j15 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 5 + j2 & -5 \end{vmatrix} = 25 + j10 - 25$$

$$\Delta = j10$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} j15 & -5-j15 \\ 5+j2 & \end{vmatrix} = -30 + j75 - -j75$$

$$\Delta_{IA} = -30$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-30}{j10} \implies IA = j3 \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 5 & j15-5 \\ -j15 & \end{vmatrix} = -j75 - (-j75)$$

$$\Delta_{IB} = 0$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{0}{j10} \implies IB = 0 \text{ A}$$

Assim temos:

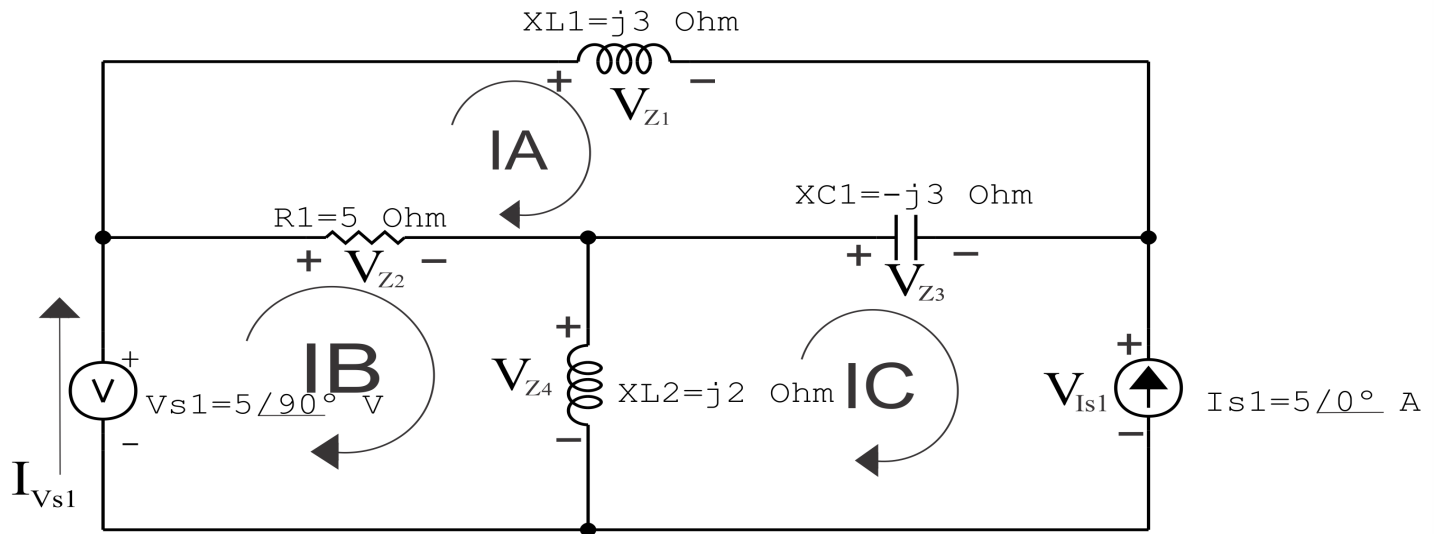
$$IA = j3 \text{ A}$$

$$IB = 0 \text{ A}$$

$$IC = -5 \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ nodal ca dom f V I Z 01

Figura 94: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z1$ :

$$I_{Z1} = IA \implies I_{Z1} = j3 \text{ A}$$

$$V_{Z1} = Z1I_{Z1} = (j3)(j3) \implies V_{Z1} = -9 \text{ V}$$

$$S_{Z1} = \frac{V_{Z1}I_{Z1}^*}{2} = \frac{(-9)(-j3)}{2} = \frac{(j27)}{2} \implies S_{Z1} = j13,5 \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z2$ :

$$I_{Z2} = (IB - IA) = (0 - (j3)) \implies I_{Z2} = j3 \text{ A}$$

$$V_{Z2} = Z2I_{Z2} = (5)(j3) \implies V_{Z2} = j15 \text{ V}$$

$$S_{Z2} = \frac{V_{Z2} I_{Z2}^*}{2} = \frac{(j15)(-j3)}{2} = \frac{(45)}{2} \implies S_{Z2} = 22,5 \text{ VA}$$

**5.2.3 Na impedância  $Z3$ :**

$$I_{Z3} = (I_C - I_A) = (-5 - (j3)) \implies I_{Z3} = (-5 - j3) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z3 I_{Z3} = (-j3)(-5 - j3) \implies V_{Z3} = (-9 + j15) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(-9 + j15)(-5 + j3)}{2} = \frac{(-j102)}{2} \implies S_{Z3} = -j51 \text{ VA}$$

**5.2.4 Na impedância  $Z4$ :**

$$I_{Z4} = (I_B - I_C) = (0 - (-5)) \implies I_{Z4} = 5 \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z4 I_{Z4} = (j2)(5) \implies V_{Z4} = j10 \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4} I_{Z4}^*}{2} = \frac{(j10)(5)}{2} = \frac{(j50)}{2} \implies S_{Z4} = j25 \text{ VA}$$

**5.2.5 Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :**

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = (V_{Z4} - V_{Z3}) = (j10) - (-9 + j15) \implies V_{I_{s1}} = (9 - j5) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(9 - j5)(5)}{-2} = \frac{(45 - j25)}{-2} \implies S_{I_{s1}} = (-22,5 + j12,5) \text{ VA}$$

**5.2.6 Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :**

$$V_{s1} = -j5 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IB \implies I_{V_{s1}} = 0 \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(-j5)(0)}{-2} = \frac{(0)}{-2} \implies S_{V_{s1}} = 0 \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4}) = 0$$

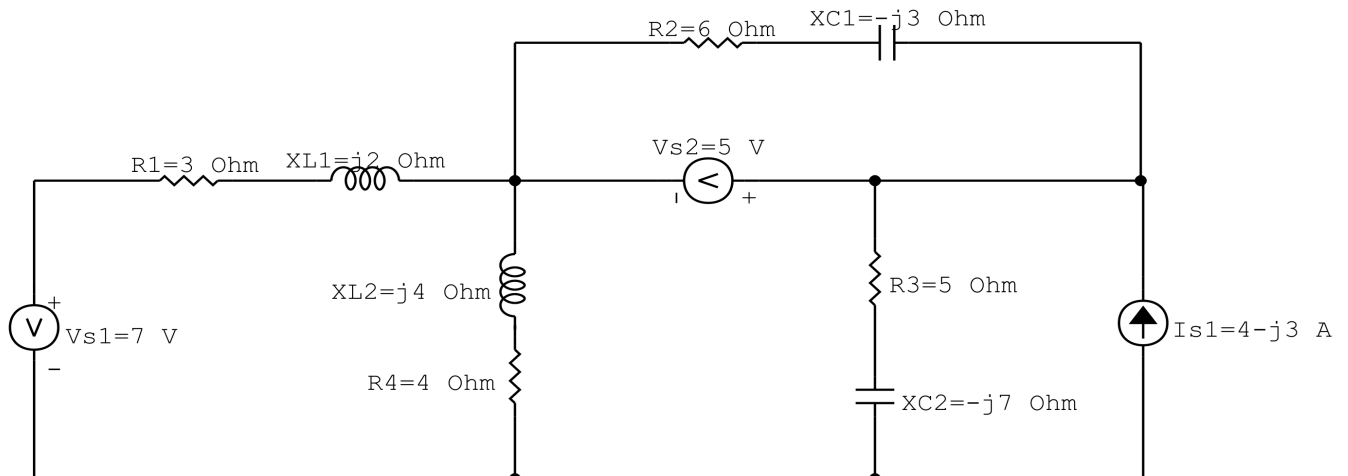
$$(-22,5 + j12,5) + (22,5 - j12,5) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 6.5 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**



circ nodal ca dom f V I Z 02

Figura 95: Circuito elétrico 6.5

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

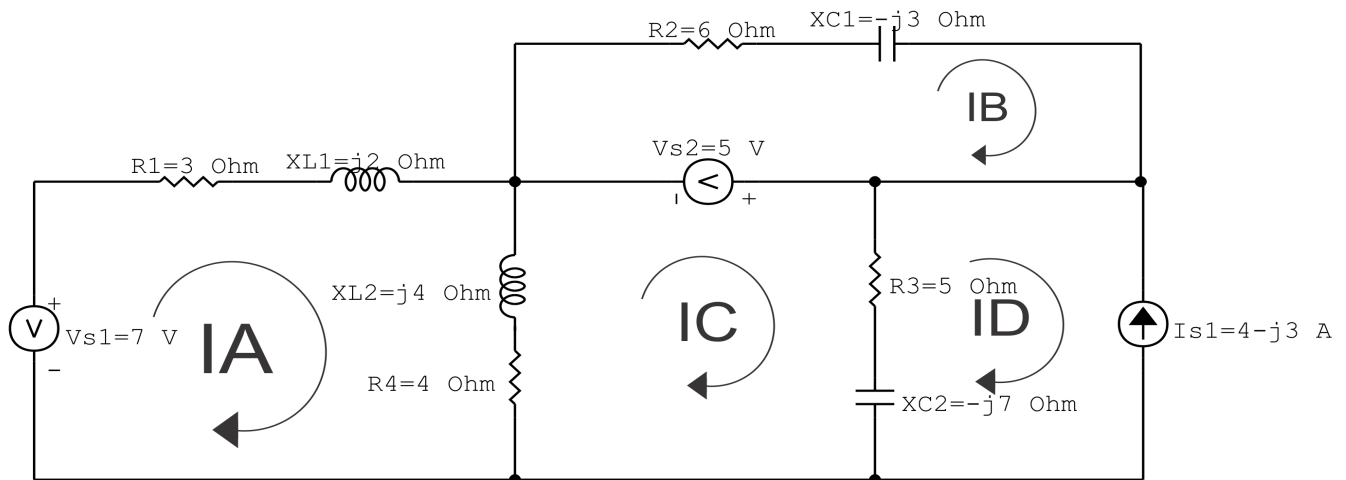
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ nodal ca dom f V I Z 02

Figura 96: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

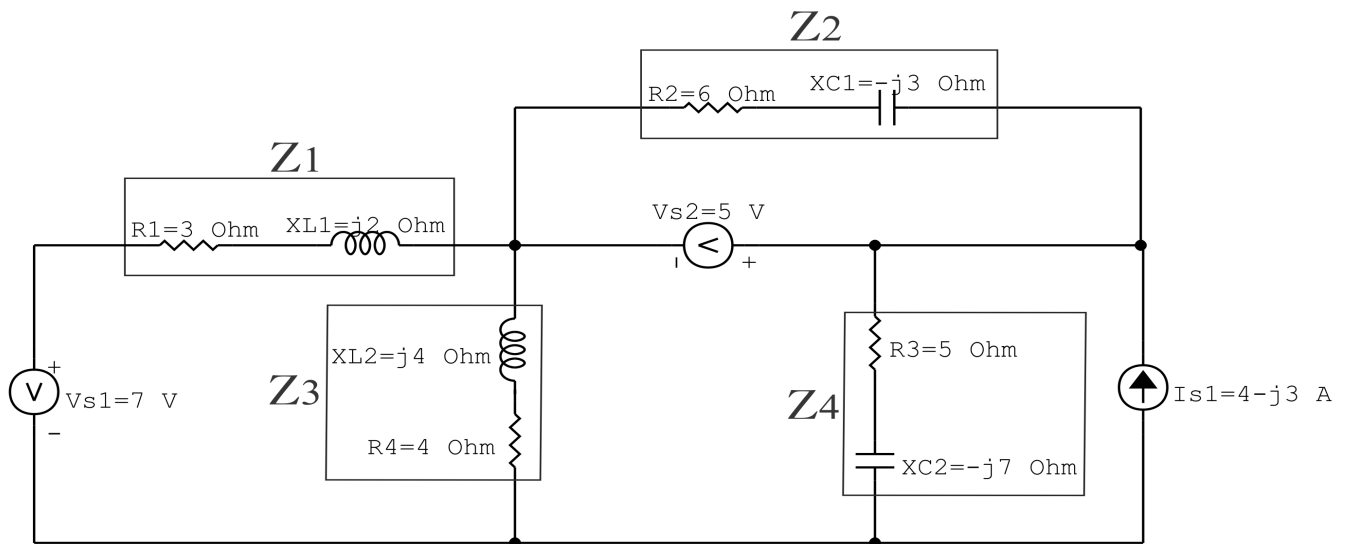
**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (3 + j2) \Omega \quad Z2 = (6 - j3) \Omega$$

$$Z3 = (4 + j4) \Omega \quad Z4 = (5 - j7) \Omega$$



circ nodal ca dom f V I Z 02

Figura 97: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.



### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$ID = -Is1, \text{ como } Is1 = (4 - j3) \text{ A, temos: } \implies ID = (-4 + j3) \text{ A}$$

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$-Vs1 + Z1IA + Z3(IA - IC) = 0$$

$$Z1IA + Z3IA - Z3IC = Vs1$$

$$(Z1 + Z3)IA - Z3IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha B :

$$Z2IB + Vs2 = 0$$

$$IB = \frac{-Vs2}{Z2} \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

#### Equação na Malha C :

$$Z3(IC - IA) - Vs2 + Z4(IC - ID) = 0$$

$$Z_3IC - Z_3IA + Z_4IC - Z_4ID = V_{s2}$$

$$-Z_3IA + (Z_3 + Z_4)IC = V_{s2} + Z_4ID \dots\dots\dots \text{Equação 3}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $ID$ ,  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(Z_1 + Z_3)IA - Z_3IC = V_{s1}$$

$$((3 + j2) + (4 + j4))IA - (4 + j4)IC = 7$$

$$(7 + j6)IA - (4 + j4)IC = 7$$

**Na Equação 2:**

$$IB = \frac{-V_{s2}}{Z_2}$$

$$IB = \frac{-5}{6 - j3}$$

$$IB = (-0,666 - j0,333) \text{ A}$$

**Na Equação 3:**

$$-Z_3IA + (Z_3 + Z_4)IC = V_{s2} + Z_4ID$$

$$-(4 + j4)IA + ((4 + j4) + (5 - j7))IC = (5) + (5 - j7)(-4 + j3)$$

$$-(4 + j4)IA + (9 - j3)IC = 6 + j43$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(7 + j6)IA - (4 + j4)IC = 7$$

$$-(4 + j4)IA + (9 - j3)IC = 6 + j43$$

$$\begin{bmatrix} 7 + j6 & -4 - j4 \\ 9 - j3 & -4 - j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 + j43 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 + j6 & -4 - j4 \\ 9 - j3 & -4 - j4 \end{vmatrix} = 81 + j33 - j32$$

$$\Delta = 81 + j$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 7 & -4 - j4 \\ 9 - j3 & 6 + j43 \end{vmatrix} = 63 - j21 - 148 - j196$$

$$\Delta_{IA} = -85 + j175$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{-85 + j175}{81 + j} \implies IA = (-1,022 + j2,173) \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 7 + j6 & 7 \\ 6 + j43 & -4 - j4 \end{vmatrix} = -216 + j337 - (-28 - j28)$$

$$\Delta_{IC} = -188 + j365$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{-188 + j365}{\Delta} \implies IC = (-2,265 + j4,534) \text{ A}$$

Assim temos:

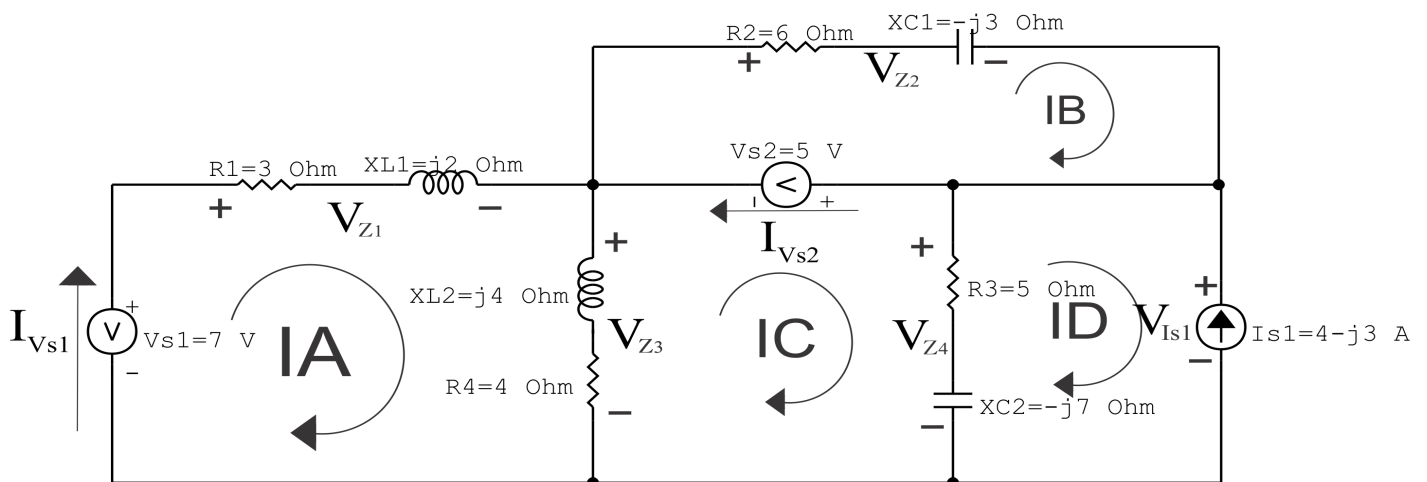
$$IA = (-1,022 + j2,173) \text{ A}$$

$$IB = (-0,666 - j0,333) \text{ A}$$

$$IC = (-2,265 + j4,534) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ nodal ca dom f V I Z 02

Figura 98: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = IA \implies I_{Z_1} = (-1,022 + j2,173) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (3 + j2)(-1,022 + j2,173) \implies V_{Z_1} = (-7,413 + j4,474) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(-7,413 + j4,474)(-1,022 - j2,173)}{2} = \frac{(17,304 + j11,536)}{2}$$

$$\implies S_{Z_1} = (8,652 + j5,768) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = IB \implies I_{Z_2} = (-0,666 - j0,333) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (6 - j3)(-0,666 - j0,333) \implies V_{Z_2} = -5 + j3,108 \times 10^{-15} \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(-5 + j3,108 \times 10^{-15})(-0,666 + j0,333)}{2} = \frac{(3,333 - j1,666)}{2}$$

$$\implies S_{Z_2} = (1,666 - j0,833) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = (IA - IB) = (-1,022 + j2,173 - (-0,666 - j0,333)) \implies I_{Z_3} = (1,242 - j2,361) \text{ A}$$

$$V_{Z_3} = Z_3 I_{Z_3} = (4 + j4)(1,242 - j2,361) \implies V_{Z_3} = (14,413 - j4,474) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(14,413 - j4,474)(1,242 + j2,361)}{2} = \frac{(28,472 + j28,472)}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = (14,236 + j14,236) \text{ VA}$$

#### 5.2.4 Na impedância $Z_4$ :

$$I_{Z4} = (I_C - I_D) = (-2,265 + j4,534 - (-4 + j3)) \implies I_{Z4} = (1,734 + j1,534) \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z_4 I_{Z4} = (5 - j7)(1,734 + j1,534) \implies V_{Z4} = (19,413 - j4,474) \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4} I_{Z4}^*}{2} = \frac{(19,413 - j4,474)(1,734 - j1,534)}{2} = \frac{(-2,064 - j19,815)}{2}$$

$$\implies S_{Z4} = (13,409 - j18,773) \text{ VA}$$

#### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = (4 - j3) \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = V_{Z4} = (19,413 - j4,474) \implies V_{I_{s1}} = (19,413 - j4,474) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(19,413 - j4,474)(4 + j3)}{-2} = \frac{(91,078 + j40,344)}{-2}$$

$$\implies S_{I_{s1}} = (-45,539 - j20,172) \text{ VA}$$

### 5.2.6 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 7 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = (-1,022 + j2,173) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(7)(-1,022 - j2,173)}{-2} = \frac{(-7,157 - j15,211)}{-2}$$

$$\implies S_{V_{s1}} = (3,578 + j7,605) \text{ VA}$$

### 5.2.7 Na fonte de tensão $V_{s2}$ :

$$V_{s2} = 5 \text{ V}$$

$$I_{V_{s2}} = (IB - IC) = (-0,666 - j0,333 - (-2,265 + j4,534))$$

$$\implies I_{V_{s2}} = (1,598 - j4,867) \text{ A}$$

$$S_{V_{s2}} = \frac{V_{s2} I_{V_{s2}}^*}{2} = \frac{(7)(1,598 + j4,867)}{2} = \frac{(7,991 + j24,337)}{2}$$

$$\implies S_{V_{s2}} = (3,995 + j12,168) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{s1}} + S_{V_{s2}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4}) = 0$$

$$(-37,964 - j0,397) + (37,964 + j0,397) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**



**Questão 6.6 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**

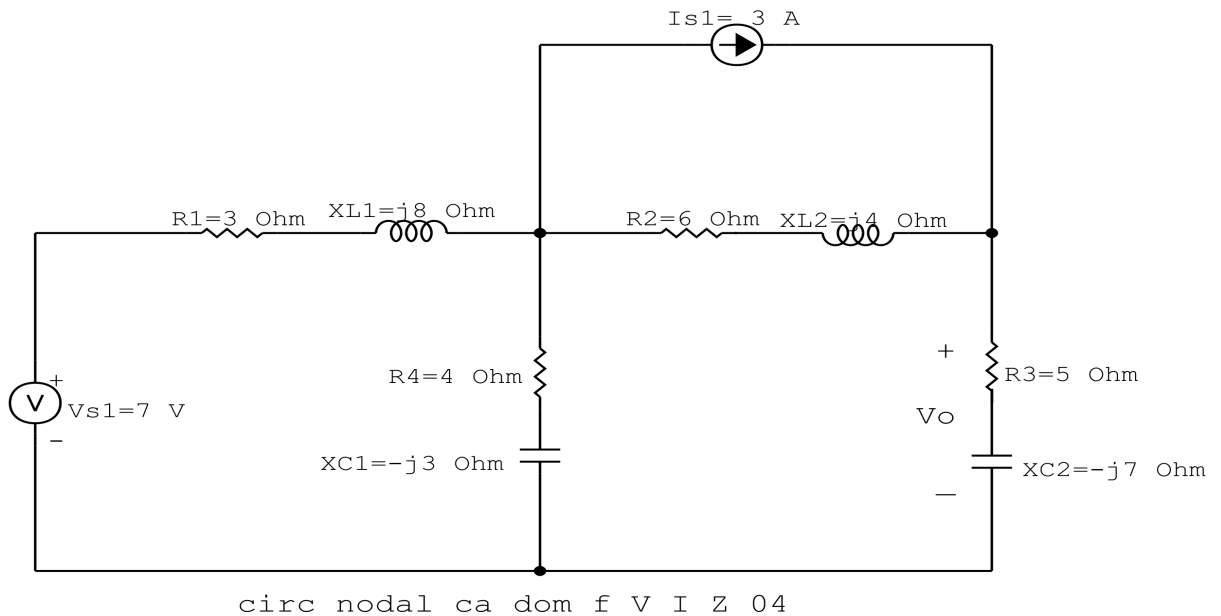


Figura 99: Circuito elétrico 6.6

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

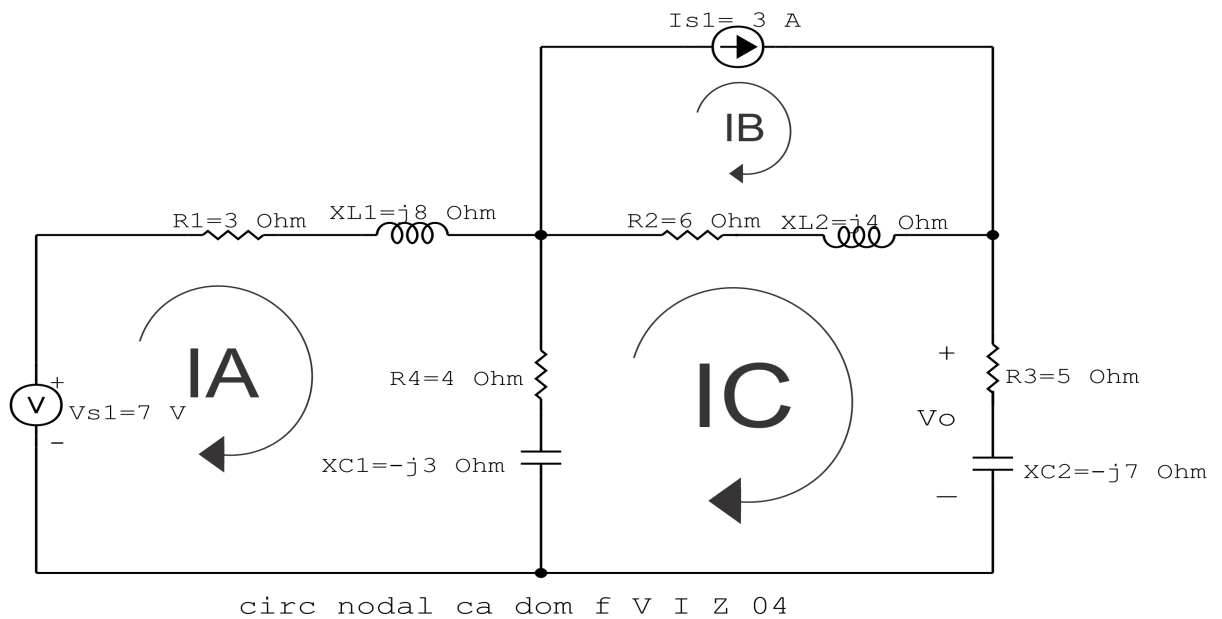


Figura 100: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (3 + j8) \Omega \quad Z2 = (6 + j4) \Omega$$

$$Z3 = (4 - j3) \Omega \quad Z4 = (5 - j7) \Omega$$

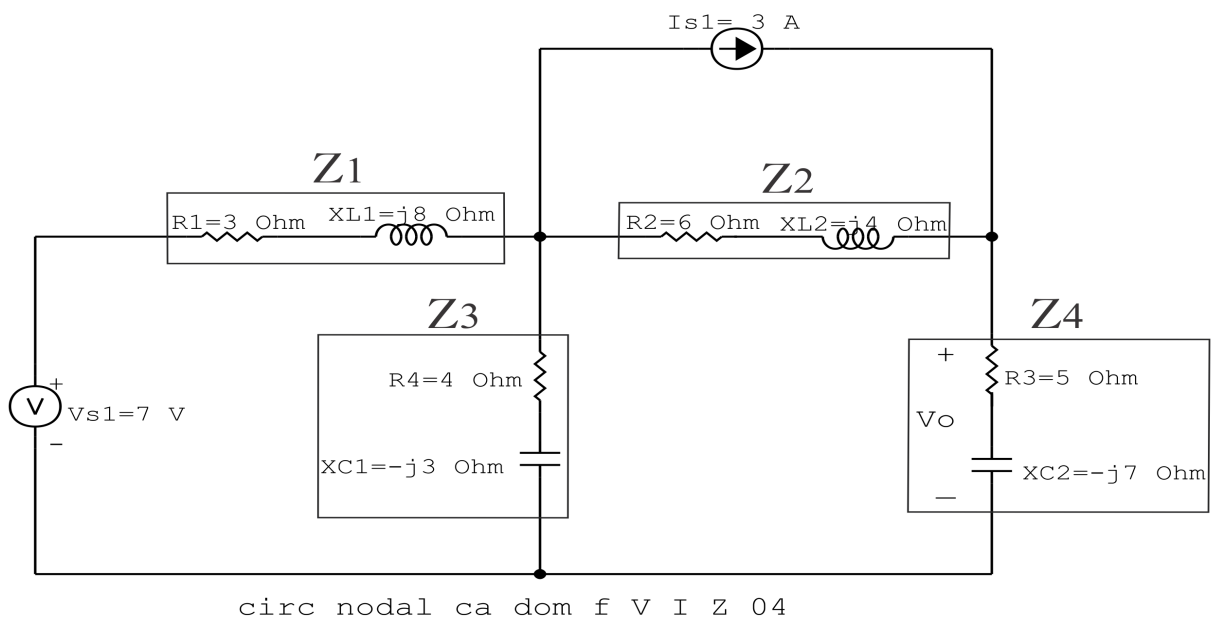


Figura 101: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IB = Is1, \text{ como } Is1 = 3 \text{ A, temos: } \implies IB = 3 \text{ A}$$

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha A :

$$-Vs1 + Z1IA + Z3(IA - IC) = 0$$

$$Z1IA + Z3IA - Z3IC = Vs1$$

$$(Z1 + Z3)IA - Z3IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha C :

$$Z3(IC - IA) + Z2(IC - IB) + Z4IC = 0$$

$$Z3IC - Z3IA + Z2IC - Z2IB + Z4IC = 0$$

$$-Z3IA + (Z3 + Z2 + Z4)IC = Z2IB \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $IB$ ,  $V_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

##### Na Equação 1:

$$(Z_1 + Z_3)IA - Z_3IC = V_{s1}$$

$$((3 + j8) + (4 - j3))IA - (4 - j3)IC =$$

$$(7 + j5)IA - (4 - j3)IC =$$

##### Na Equação 2:

$$-Z_3IA + (Z_3 + Z_2 + Z_4)IC = Z_2IB$$

$$-(4 - j3)IA + ((4 - j3) + (6 + j4) + (5 - j7))IC = (6 + j4)(3)$$

$$-(4 - j3)IA + (15 - j6)IC = 18 + j12$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(7 + j5)IA - (4 - j3)IC =$$

$$-(4 - j3)IA + (15 - j6)IC = 18 + j12$$

$$\begin{bmatrix} 7 + j5 & -4 + j3 \\ 15 - j6 & -4 + j3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 + j12 \\ 18 + j12 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 + j5 & -4 + j3 \\ 15 - j6 & -4 + j3 \end{vmatrix} = 135 + j33 - 7 - j24$$

$$\Delta = 128 + j57$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 7 & -4 + j318 + j12 \\ 15 - j6 & \end{vmatrix} = 105 - j42 - (-108 + j6)$$

$$\Delta_{IA} = 213 - j48$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{213 - j48}{128 + j57} \Rightarrow IA = (1,249 - j0,931) \text{ A}$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 7 + j5 & 7 - 4 + j3 \\ 18 + j12 & \end{vmatrix} = 66 + j174 - (-28 + j21)$$

$$\Delta_{IC} = 94 + j153$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{94 + j153}{128 + j57} \Rightarrow IC = (1,057 + j0,724) \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = (1,249 - j0,931) \text{ A}$$

$$IB = 3 \text{ A}$$

$$IC = (1,057 + j0,724) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

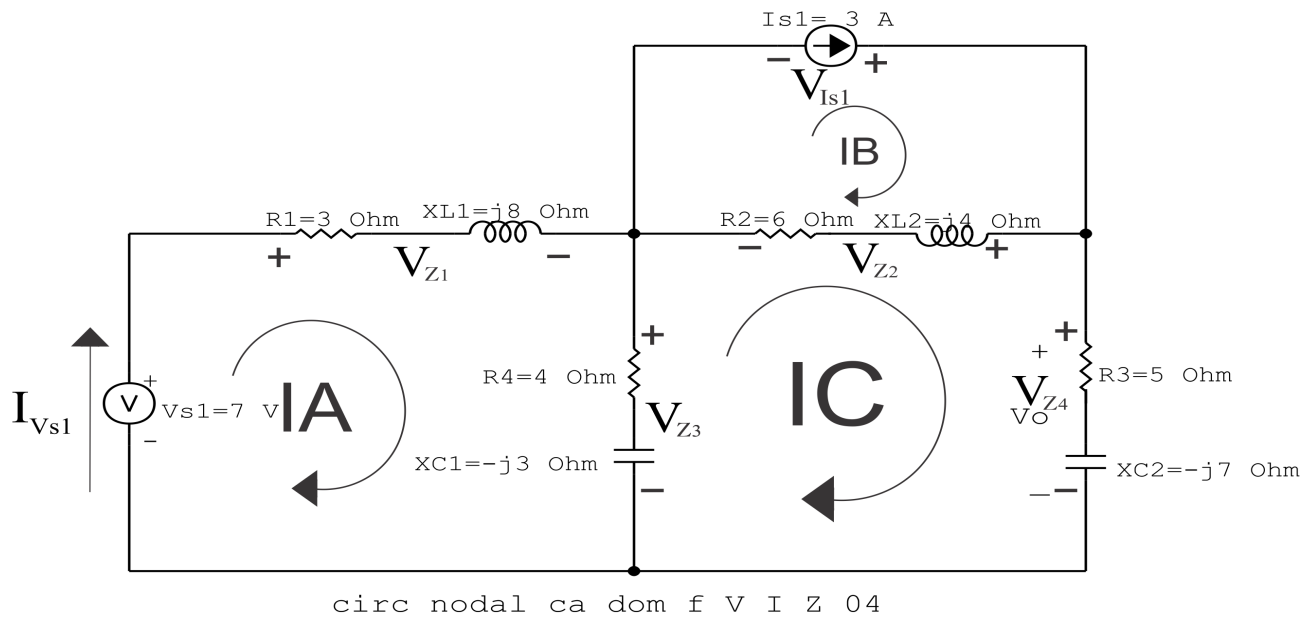


Figura 102: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z1$ :

$$I_{Z1} = IA \implies I_{Z1} = (1,249 - j0,931) \text{ A}$$

$$V_{Z1} = Z1I_{Z1} = (3 + j8)(1,249 - j0,931) \implies V_{Z1} = (11,198 + j7,200) \text{ V}$$

$$S_{Z1} = \frac{V_{Z1}I_{Z1}^*}{2} = \frac{(11,198 + j7,200)(1,249 + j0,931)}{2} = \frac{(7,284 + j19,425)}{2}$$

$$\implies S_{Z1} = (3,642 + j9,712) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z2$ :

$$I_{Z2} = (IB - IC) = (3 - (1,057 + j0,724)) \implies I_{Z2} = (1,942 - j0,724) \text{ A}$$

$$V_{Z2} = Z2I_{Z2} = (6 + j4)(1,942 - j0,724) \implies V_{Z2} = (14,556 + j3,424) \text{ V}$$

$$S_{Z2} = \frac{V_{Z2} I_{Z2}^*}{2} = \frac{(14,556 + j3,424)(1,942 + j0,724)}{2} = \frac{(25,800 + j17,200)}{2}$$

$$\implies S_{Z2} = (12,900 + j8,600) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z3$ :

$$I_{Z3} = IB \implies I_{Z3} = (0,192 - j1,655) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z3I_{Z3} = (4 - j3)(0,192 - j1,655) \implies V_{Z3} = (-4,198 - j7,200) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(-4,198 - j7,200)(0,192 - j1,655)}{2} = \frac{(11,116 - j8,337)}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = (5,558 - j4,168) \text{ VA}$$

### 5.2.4 Na impedância $Z4$ :

$$I_{Z4} = IA \implies I_{Z4} = (1,057 + j0,724) \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z4I_{Z4} = (5 - j7)(1,057 + j0,724) \implies V_{Z4} = (10,357 - j3,776) \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4} I_{Z4}^*}{2} = \frac{(10,357 - j3,776)(1,057 - j0,724)}{2} = \frac{(8,211 - j11,496)}{2}$$

$$\implies S_{Z4} = (4,105 - j5,748) \text{ VA}$$



### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 3 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = V_{Z2} = (14,556 + j3,424) \implies V_{I_{s1}} = (14,556 + j3,424) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(14,556 + j3,424)(3)}{-2} = \frac{(43,668 + j10,272)}{-2}$$

$$\implies S_{I_{s1}} = (-21,834 - j5,136) \text{ VA}$$

### 5.2.6 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 7 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = (1,249 - j0,931) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(7)(1,249 + j0,931)}{-2} = \frac{(8,745 + j6,519)}{-2}$$

$$\implies S_{V_{s1}} = (-4,372 - j3,259) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4}) = 0$$

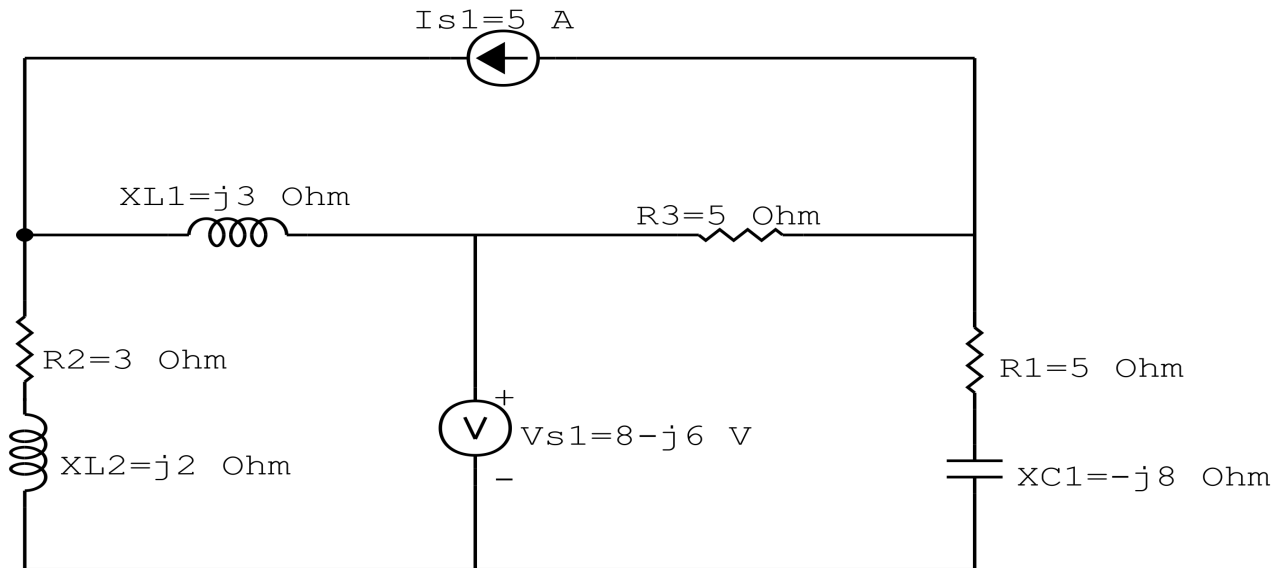
$$(-26,206 - j8,396) + (26,206 + j8,396) = 0$$

**6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.**

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.**

**Questão 6.8 : Determine a tensão e a corrente no domínio da frequência e a potência complexa em todos os ramos. Utilize análise de malha.**



circ nodal ca dom f V I Z 03

Figura 103: Circuito elétrico 6.8

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

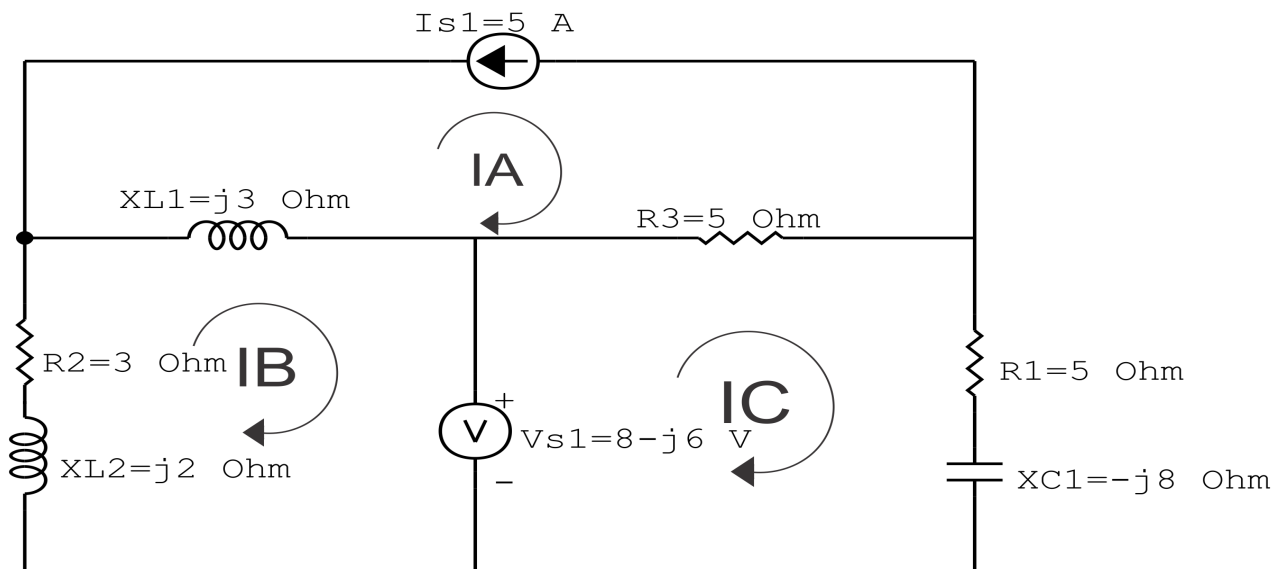
### 1 Identificar o Circuito

- 1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ nodal ca dom f V I Z 03

Figura 104: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

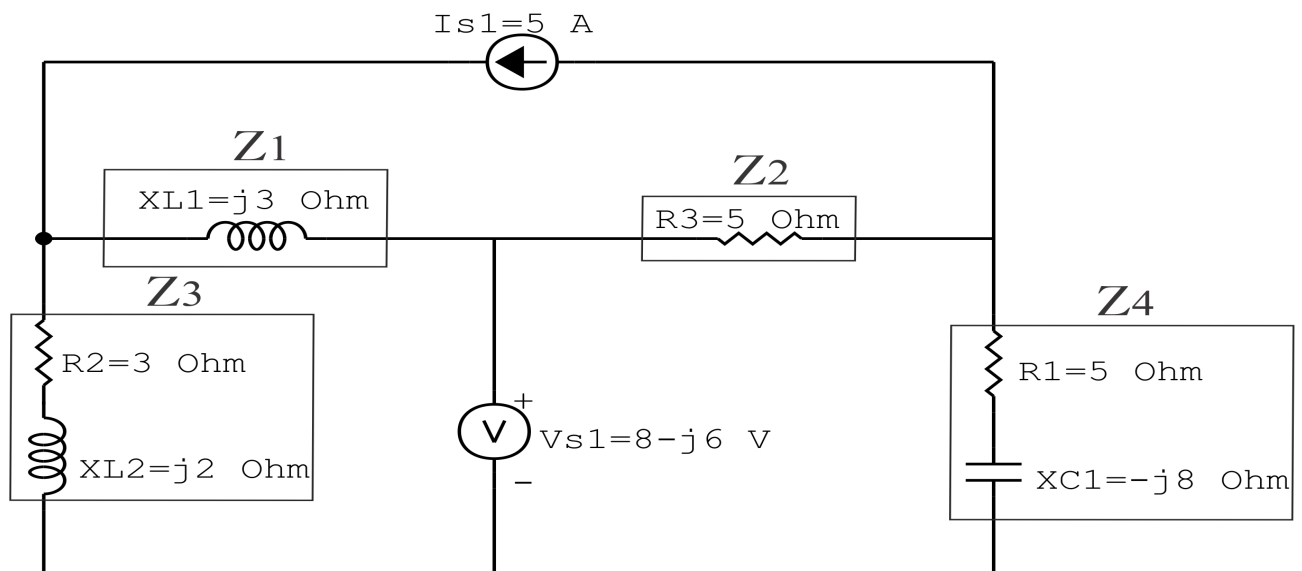
**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = j3 \Omega \quad Z2 = 5 \Omega$$

$$Z3 = (3 + j2) \Omega \quad Z4 = (5 - j8) \Omega$$



circ nodal ca dom f V I Z 03

Figura 105: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

Não se aplica.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IA = -Is1, \text{ como } Is1 = 5 \text{ A, temos: } \implies IA = -5 \text{ A}$$

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

Não se aplica.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

Não se aplica.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

Não se aplica.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Malha B :

$$Z3IB + Z1(IB - IA) + Vs1 = 0$$

$$Z3IB + Z1IB - Z1IA = -Vs1$$

$$(Z1 + Z3)IB = -Vs1 + Z1IA$$

$$IB = \frac{-Vs1 + Z1IA}{(Z1 + Z3)} \dots \dots \dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha C :

$$-Vs1 + Z2(IC - IA) + Z4IC = 0$$

$$Z2IC - Z2IA + Z4IC = Vs1$$

$$(Z2 + Z4)IC = Vs1 + Z2IA$$

$$IC = \frac{Vs1 + Z2IA}{(Z2 + Z4)} \dots \dots \dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $I_A$ ,  $V_{s1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

##### Na Equação 1:

$$I_B = \frac{-V_{s1} + Z_1 I_A}{(Z_1 + Z_3)}$$

$$I_B = \frac{-8 + j6 + (j3)(-5)}{(j3) + (3 + j2)}$$

$$I_B = \frac{-8 - j9}{3 + j5} \quad I_B = (-2,029 + j0,382) \text{ A}$$

##### Na Equação 2:

$$I_C = \frac{V_{s1} + Z_2 I_A}{(Z_2 + Z_4)}$$

$$I_C = \frac{8 - j6 + (5)(-5)}{(5) + (5 - j8)}$$

$$I_C = \frac{-17 - j6}{10 - j8} \quad I_C = (-0,743 - j1,195) \text{ A}$$

Assim temos:

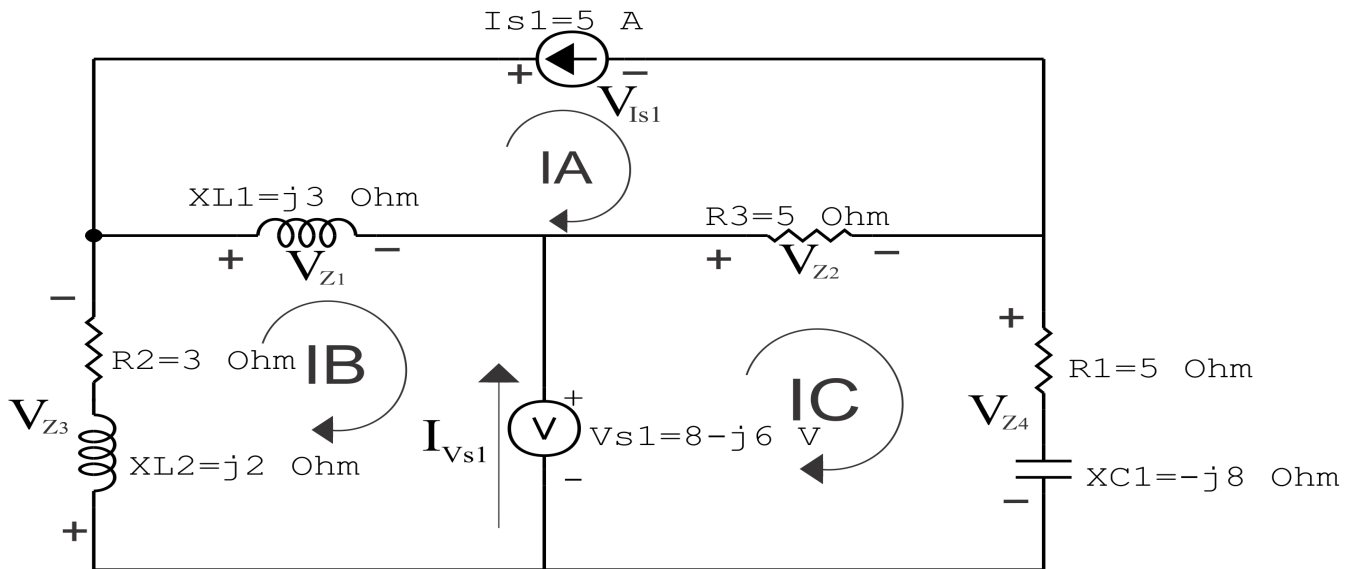
$$I_A = -5 \text{ A}$$

$$I_B = (-2,029 + j0,382) \text{ A}$$

$$I_C = (-0,743 - j1,195) \text{ A}$$

#### 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

##### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ nodal ca dom f V I Z 03

Figura 106: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z1$ :

$$I_{Z1} = (IB - IA) = (-2,029 + j0,382 - (-5)) \Rightarrow I_{Z1} = (2,970 + j0,382) \text{ A}$$

$$V_{Z1} = Z1I_{Z1} = (j3)(2,970 + j0,382) \Rightarrow V_{Z1} = (-1,147 + j8,911) \text{ V}$$

$$S_{Z1} = \frac{V_{Z1}I_{Z1}^*}{2} = \frac{(-1,147 + j8,911)(2,970 - j0,382)}{2} = \frac{(9,325 \times 10^{-15} + j26,911)}{2}$$

$$\Rightarrow S_{Z1} = 4,662 \times 10^{-15} + j13,455 \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z2$ :

$$I_{Z2} = (IC - IA) = (-0,743 - j1,195 - (-5)) \Rightarrow I_{Z2} = (4,256 - j1,195) \text{ A}$$



$$V_{Z2} = Z2I_{Z2} = (5)(-2,029 + j0,382) \implies V_{Z2} = (21,280 - j5,975) \text{ V}$$

$$S_{Z2} = \frac{V_{Z2}I_{Z2}^*}{2} = \frac{(21,280 - j5,975)(4,256 + j1,195)}{2} = \frac{(97,713 + j5,329 \times 10^{-14})}{2}$$

$$\implies S_{Z2} = 48,856 + j2,664 \times 10^{-14} \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z3$ :

$$I_{Z3} = IB \implies I_{Z3} = (-2,029 + j0,382) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z3I_{Z3} = (3 + j2)(-2,029 + j0,382) \implies V_{Z3} = (-6,852 - j2,911) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3}I_{Z3}^*}{2} = \frac{(-6,852 - j2,911)(-2,029 - j0,382)}{2} = \frac{(12,794 + j8,529)}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = (6,397 + j4,264) \text{ VA}$$

### 5.2.4 Na impedância $Z4$ :

$$I_{Z4} = IC \implies I_{Z4} = (-0,743 - j1,195) \text{ A}$$

$$V_{Z4} = Z4I_{Z4} = (5 - j8)(-0,743 - j1,195) \implies V_{Z4} = (-13,280 - j0,0243) \text{ V}$$

$$S_{Z4} = \frac{V_{Z4}I_{Z4}^*}{2} = \frac{(-13,280 - j0,0243)(-0,743 + j1,195)}{2} = \frac{(9,908 - j15,853)}{2}$$

$$\implies S_{Z4} = (4,954 - j7,926) \text{ VA}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \Rightarrow I_{s1} = 5 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = V_{Z1} + V_{Z2} = (-13,280 - j0,0243) \Rightarrow V_{I_{s1}} = (20,133 + j2,936) \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{-2} = \frac{(20,133 + j2,936)(5)}{-2} = \frac{(100,667 + j14,680)}{-2}$$

$$\Rightarrow S_{I_{s1}} = (-50,333 - j7,340) \text{ VA}$$

### 5.2.6 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = (8 - j6) \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = (I_C - I_B) = (-0,743 - j1,195 - (-2,029 + j0,382))$$

$$\Rightarrow I_{V_{s1}} = (1,285 - j1,577) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(8 - j6)(1,285 + j1,577)}{-2} = \frac{(19,748 + j4,906)}{-2}$$

$$\Rightarrow S_{V_{s1}} = (-9,874 - j2,453) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{s1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3} + S_{Z4}) = 0$$

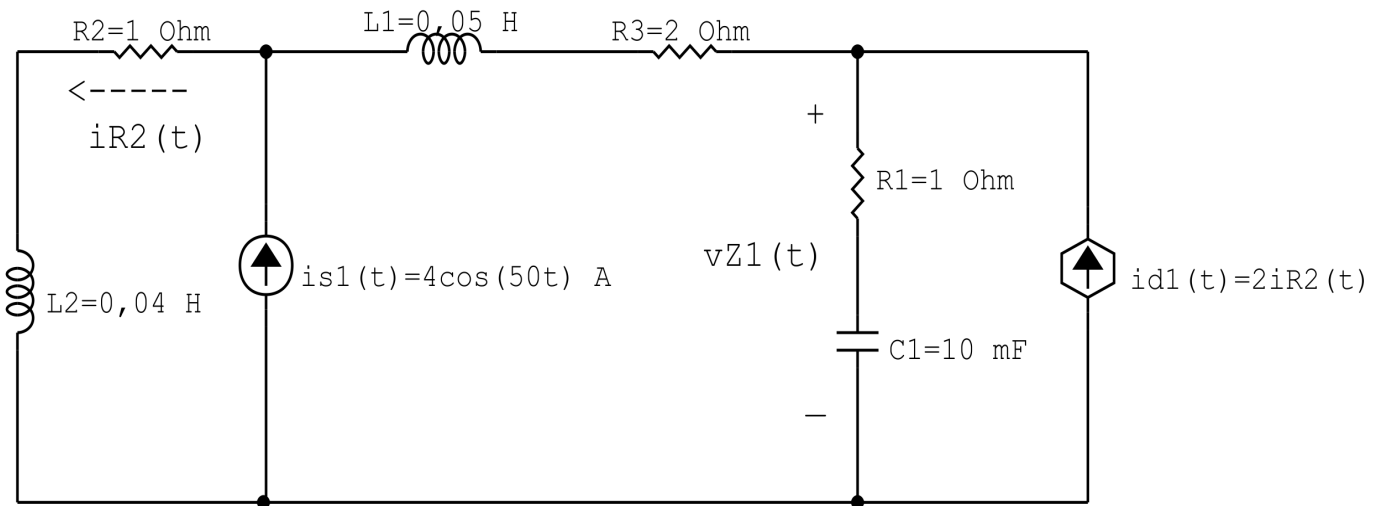
$$(-60,208 - j9,793) + (60,208 + j9,793) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**Questão 7.1 : Determine a tensão e a corrente nos ramos do circuito, no domínio do tempo, utilize análise de malha e transformada fasorial.**



circ malha ca dom t fd 01

Figura 107: Circuito elétrico 7.1

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

**1.1** Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

**Transformações dos elementos reativos:**

$$L1 \implies X_{L1} = j\omega L1 = j50(0,05) \quad X_{L1} = j2,5 \Omega$$

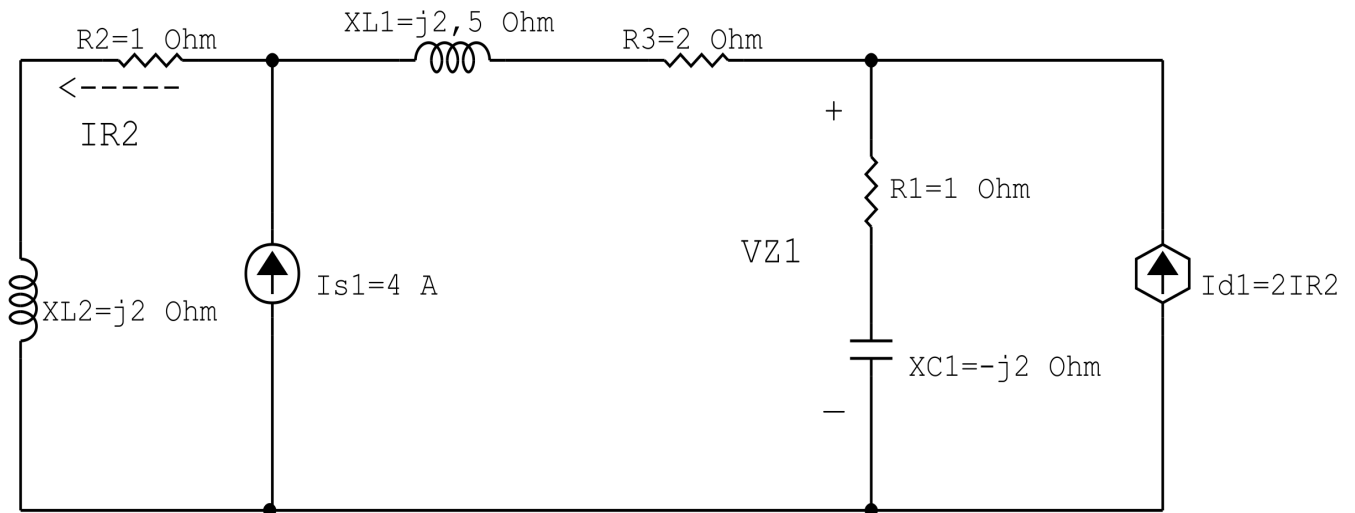
$$L2 \implies X_{L2} = j\omega L2 = j50(0,04) \quad X_{L2} = j2 \Omega$$

$$C1 \implies X_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} = \frac{1}{j50(0,01)} \quad X_{C1} = -j2 \Omega$$

**Transformações das fontes:**

$$i_{s1}(t) = 4\cos(50t) \implies \mathbf{I_{s1}} = 4 \text{ A}$$

$$i_{d1}(t) = 2i_{R2}(t) \implies \mathbf{I_{d1}} = 2\mathbf{I_{R2}}$$



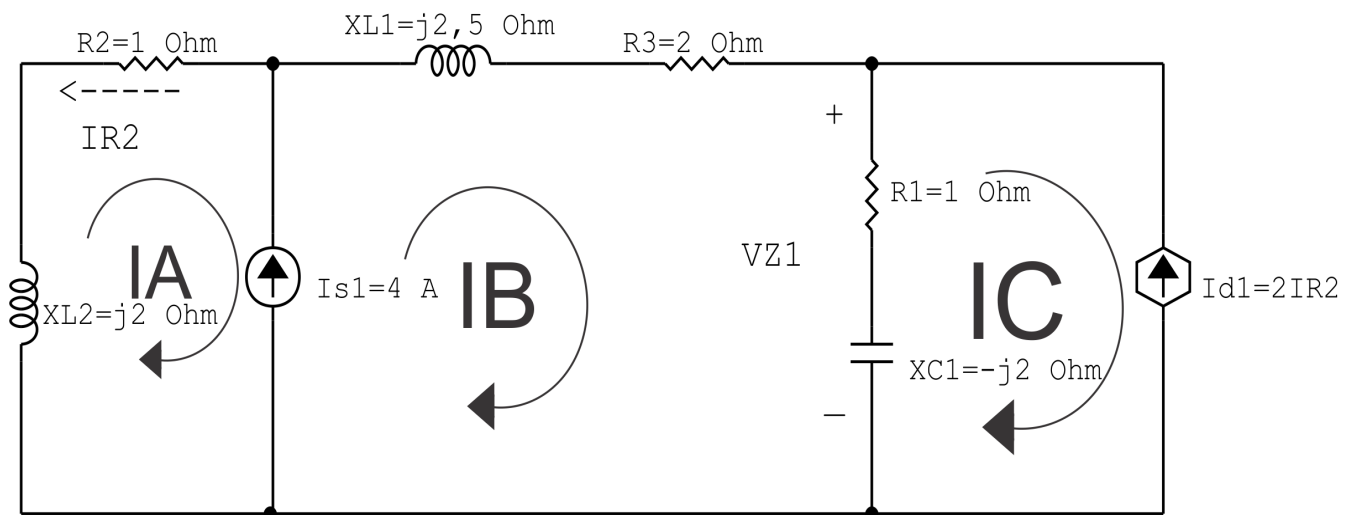
circ malha ca dom t fd 01

Figura 108: Circuito elétrico 7.1

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ malha ca dom t fd 01

Figura 109: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (1 - j2) \Omega \quad Z2 = (1 + j2) \Omega \quad Z3 = (2 + j2,5) \Omega$$

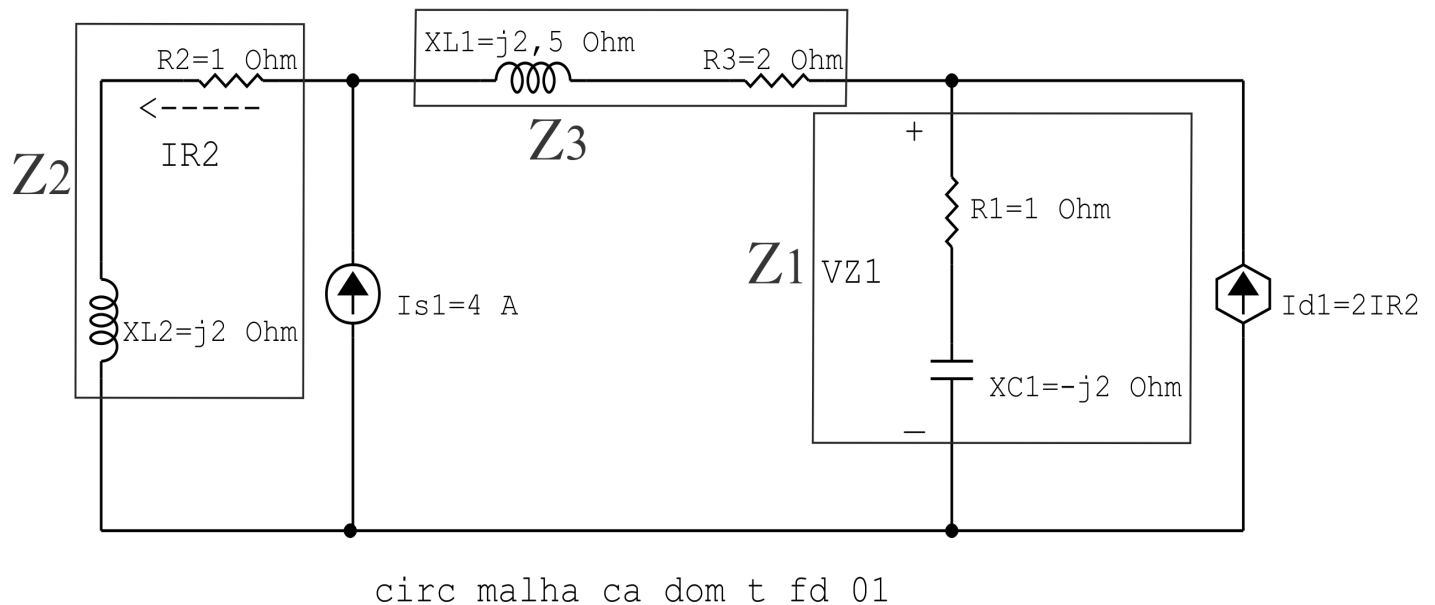


Figura 110: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

$$Id1 = 2IR2 = 2(-IA) \implies Id1 = -2IA$$

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$IC = -Id1, \text{ como } Id1 = -2IA, \text{ temos: } \implies IC = -(-2IA) = 2IA$$

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

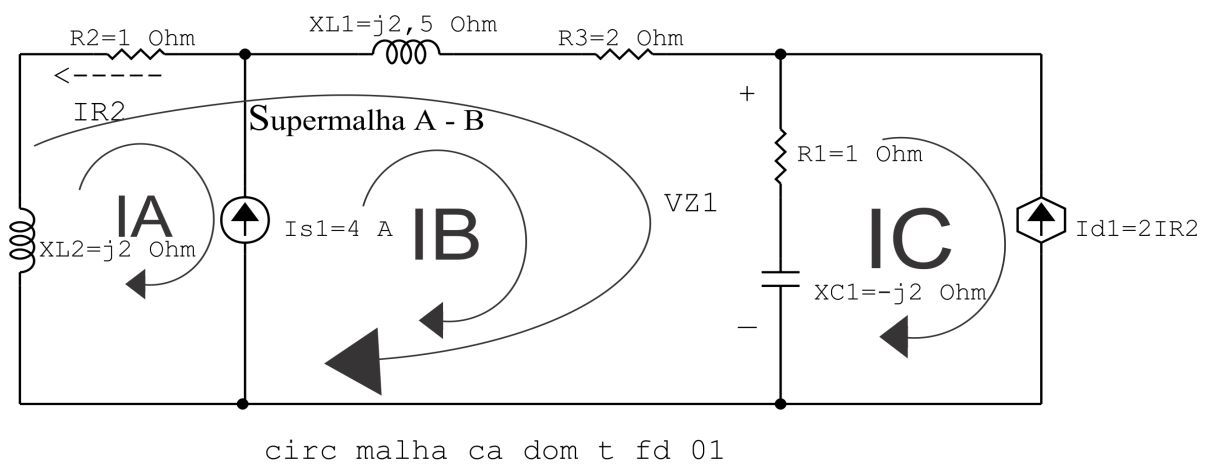


Figura 111: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IA + IB = Is1, \text{ e como } Is1 = 4 \text{ A } \implies IB = 4 + IA.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Supermalha A-B :

$$Z2IA + Z3IB + Z1(IB - IC) = 0$$

$$Z2IA + Z3IB + Z1IB - Z1IC = 0$$

$$Z2IA + (Z1 + Z3)IB - Z1IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$



#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $IB$ ,  $IC$  e os valores das resistências nas equações acima:

##### Na Equação 1:

$$Z_2 I_A + (Z_1 + Z_3) I_B - Z_1 I_C = 0$$

$$Z_2 I_A + (Z_1 + Z_3)(I_{s1} + I_A) - Z_1(2I_A) = 0$$

$$(Z_2 + Z_1 + Z_3 - 2Z_1) I_A = -(Z_1 + Z_3)(I_{s1})$$

$$(Z_2 + Z_3 - Z_1) I_A = -(Z_1 + Z_3)(I_{s1})$$

$$((1 + j2) + (2 + j2,5) - (1 - j2)) I_A = -((1 - j2) + (2 + j2,5))(4)$$

$$(2 + j6,5) I_A = (-12 - j2)$$

$$I_A = \frac{(-12 - j2)}{(2 + j6,5)}$$

$$I_A = (-0,8 + j1,6) \text{ A}$$

$$I_B = I_{s1} + I_A = (4) + (-0,8 + j1,6) \implies I_B = (3,2 + j1,6) \text{ A}$$

$$I_C = 2I_A = 2(-0,8 + j1,6) \implies I_C = (-1,6 + j3,2) \text{ A}$$

Assim temos:

$$I_A = (-0,8 + j1,6) \text{ A}$$

$$I_B = (3,2 + j1,6) \text{ A}$$

$$I_C = (-1,6 + j3,2) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

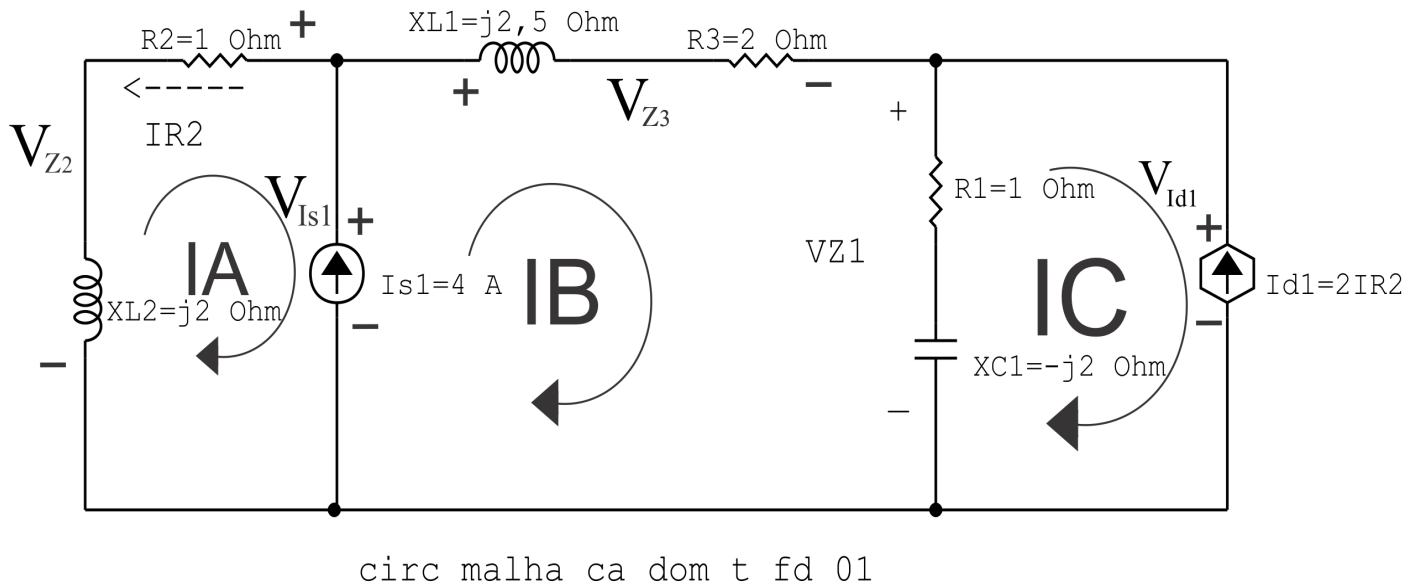


Figura 112: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = (I_B - I_A) = ((3,2 + j1,6) - (-0,8 + j1,6)) \implies I_{Z_1} = (4,8 - j1,6) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (1 - j2)(4,8 - j1,6) \implies V_{Z_1} = (1,6 - j11,2) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(1,6 - j11,2)(4,8 + j1,6)}{2} = \frac{(25,6 - j51,2)}{2}$$

$$\implies S_{Z_1} = (12,8 - j25,6) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = -I_A \implies I_{Z_2} = (0,8 - j1,6) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (1 + j2)(0,8 - j1,6) \implies V_{Z_2} = 4 \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(4)(0,8 + j1,6)}{2} = \frac{(3,2 + j6,4)}{2} \implies S_{Z_2} = (1,6 + j3,2) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = I_B \implies I_{Z_3} = (3,2 + j1,6) \text{ A}$$

$$V_{Z_3} = Z_3 I_{Z_3} = (2 + j2,5)(3,2 + j1,6) \implies V_{Z_3} = (2,4 + j11,2) \text{ V}$$

$$S_{Z_3} = \frac{V_{Z_3} I_{Z_3}^*}{2} = \frac{(2,4 + j11,2)(3,2 - j1,6)}{2} = \frac{(25,6 + j32)}{2} \implies S_{Z_3} = (12,8 + j16) \text{ VA}$$

#### 5.2.4 Na fonte de corrente $I_{s1}$ :

$$I_{s1} \implies I_{s1} = 4 \text{ A}$$

$$V_{I_{s1}} = -V_{Z2} = -(4) \implies V_{I_{s1}} = -4 \text{ V}$$

$$S_{I_{s1}} = \frac{V_{I_{s1}} I_{s1}^*}{2} = \frac{(-4)(4)}{2} = \frac{(-16)}{2} \implies S_{I_{s1}} = -8 \text{ VA}$$

#### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{d1}$ :

$$I_{d1} = -2IA = -2(-0,8 + j1,6) \implies I_{d1} = (1,6 - j3,2) \text{ A}$$

$$V_{I_{d1}} = V_{Z1} = (1,6 - j11,2) \implies V_{I_{d1}} =$$

$$S_{I_{d1}} = \frac{V_{I_{d1}} I_{d1}^*}{-2} = \frac{(1,6 - j11,2)(1,6 + j3,2)}{-2} = \frac{(38,4 - j12,8)}{-2} \implies S_{I_{d1}} = (-19,2 + j6,4) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1** A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{I_{d1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3}) = 0$$

$$(-27,2 + j6,4) + (27,2 - j6,4) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**7.1.1** Na impedância  $Z_1$ :

$$v_{Z1}(t) = 11,313\cos(50t - 81,869^\circ)V$$

$$i_{Z1}(t) = 5,059\cos(50t - 18,434^\circ)A$$

**7.1.2** Na impedância  $Z_2$ :

$$v_{Z2}(t) = 4\cos(50t)V$$

$$i_{Z2}(t) = 1,788\cos(50t - 63,434^\circ)A$$

**7.1.3** Na impedância  $Z_3$ :

$$v_{Z3}(t) = 11,454\cos(50t - 77,905^\circ)V$$

$$i_{Z3}(t) = 3,577\cos(50t - 26,565^\circ)A$$

**7.1.4** Na fonte de corrente  $I_{s1}$ :

$$v_{I_{s1}}(t) = 4\cos(50t + 180^\circ)V$$

$$i_{s1}(t) = 4\cos(50t)A$$

**7.1.5** Na fonte de tensão  $I_{d1}$ :

$$i_{d1}(t) = 3,577\cos(100t - 63,434^\circ)A$$

$$v_{id1}(t) = 11,313\cos(100t - 81,869^\circ)V$$

**Questão 7.2 : Determine a tensão e a corrente nos ramos do circuito, no domínio do tempo, utilize análise de malha e transformada fasorial.**

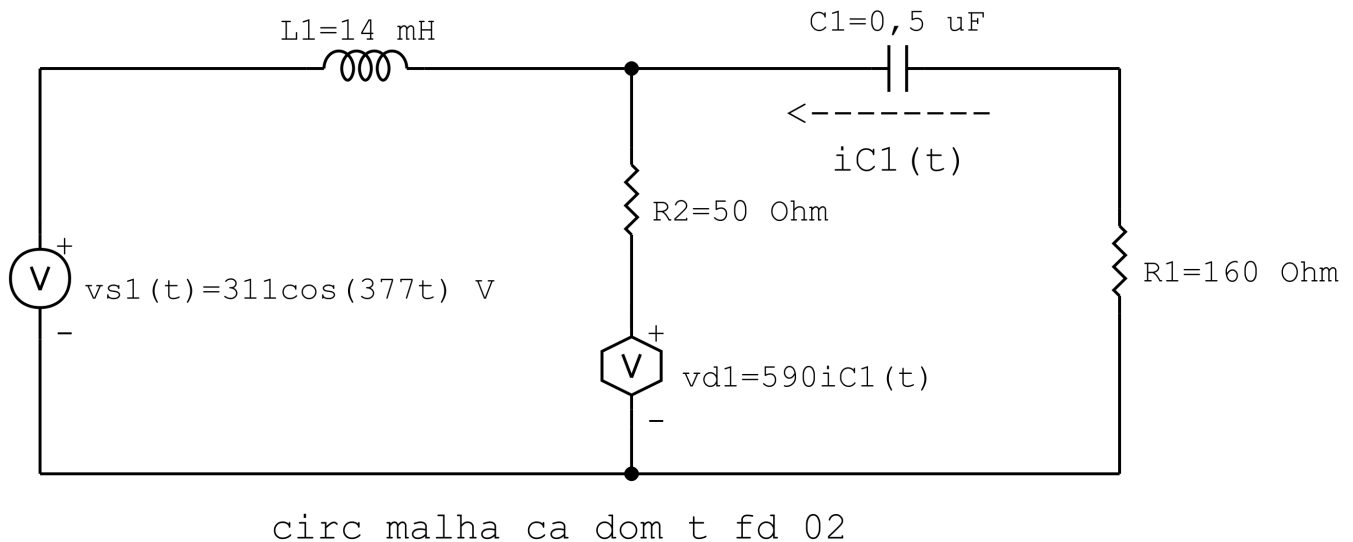


Figura 113: Circuito elétrico 7.2

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

1.1 Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

**Transformações dos elementos reativos:**

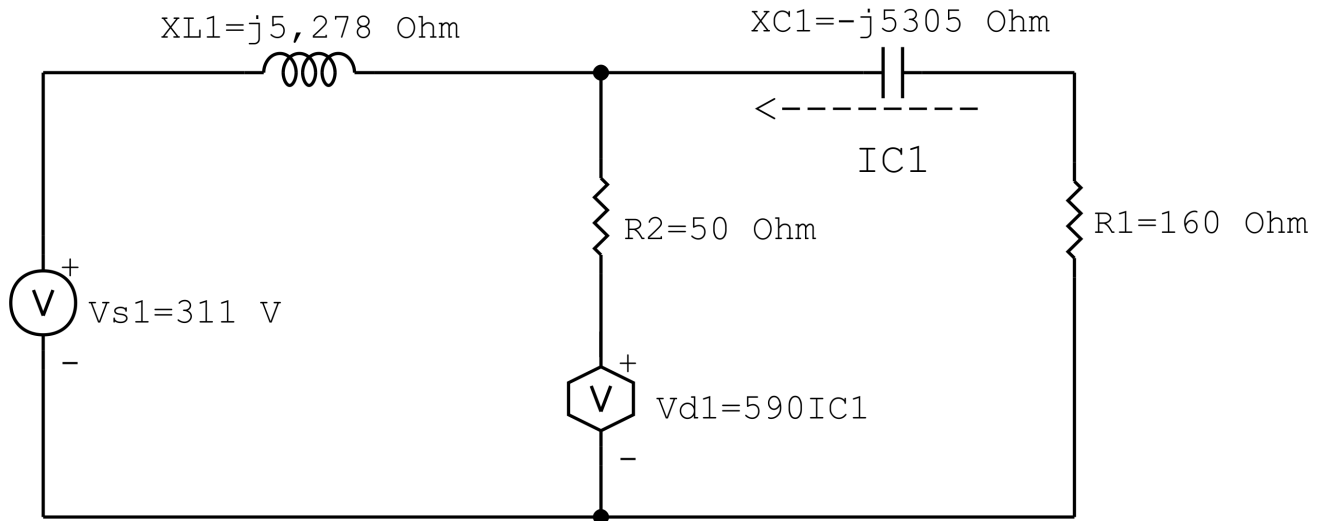
$$L1 \implies X_{L1} = j\omega L1 = j377(0,014) \quad X_{L1} = j5,278 \Omega$$

$$C1 \implies X_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} = \frac{1}{j377(0,0000005)} \quad X_{C1} = -j5305,04 \Omega$$

**Transformações das fontes:**

$$vs1(t) = 311\cos377t \implies Vs1 = 311 V$$

$$v_{d1}(t) = 590i_{C1}(t) \implies V_{d1} = 590I_{C1}$$



circ malha ca dom t fd 02

Figura 114: Circuito elétrico 7.2

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.

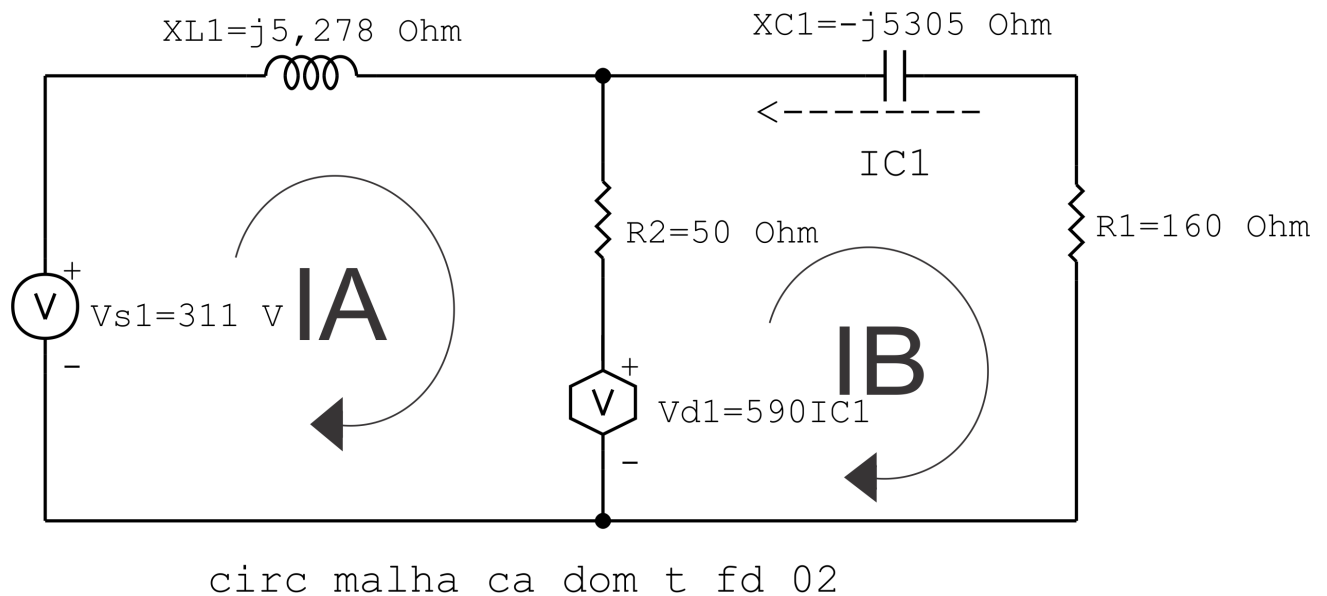


Figura 115: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.



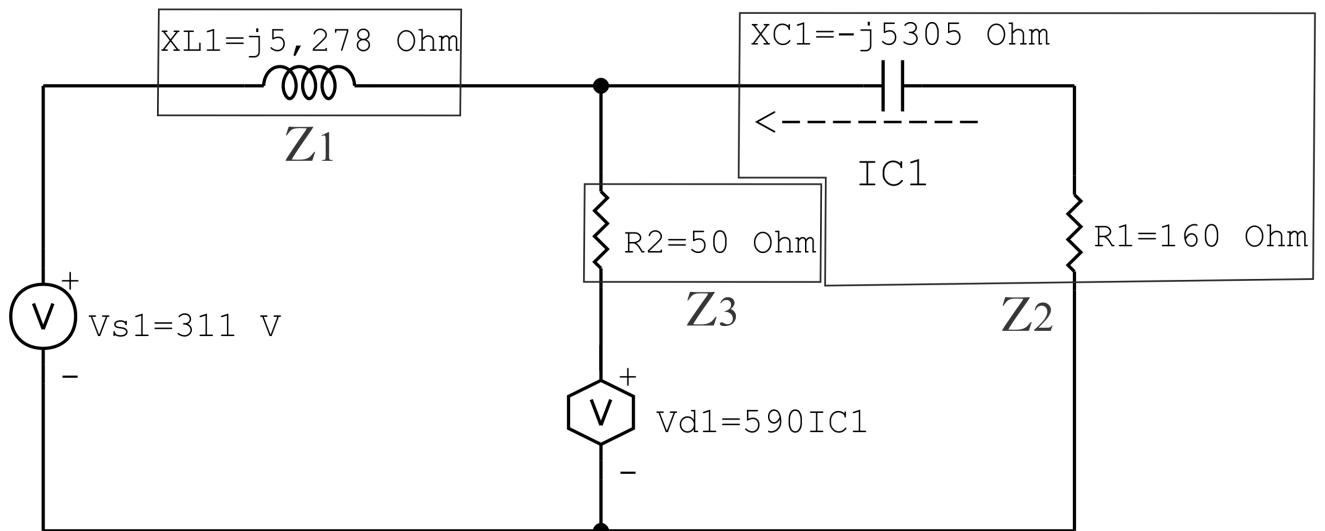
### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = j5,278 \Omega \quad Z2 = (160 - j5305,04) \Omega \quad Z3 = 50 \Omega$$



circ malha ca dom t fd 02

Figura 116: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

$$Vd1 = 590IC1 = 590(-IB) \implies Vd1 = -590IB$$

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

Não se aplica.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

Não se aplica.

3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.

3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

Não se aplica.

3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha. Não se aplica.

3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**Equação na Malha A :**

$$-Vs1 + Z1IA + Z3(IA - IB) + Vd1 = 0$$

$$Z1IA + Z3IA - Z3IB + Vd1 = Vs1$$

$$(Z1 + Z3)IA - Z3IB + Vd1 = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

**Equação na Malha B :**

$$-Vd1 + Z3(IB - IA) + Z2IB = 0$$

$$-Vd1 + Z3IB - Z3IA + Z2IB = 0$$

$$-Z3IA + (Z2 + Z3)IB - Vd1 = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

**4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.**

Substituindo  $Vs1$ ,  $Vd1$  e os valores das resistências nas equações acima:

**Na Equação 1:**

$$(Z1 + Z3)IA - Z3IB + Vd1 = Vs1$$

$$(Z1 + Z3)IA - Z3IB + (-590)IB = Vs1$$

$$(Z_1 + Z_3)IA - (Z_3 + (590))IB = V_{s1}$$

$$((j5,278) + (50))IA - ((50) + (590))IB = 311$$

$$(50 + j5,278)IA - (640)IB = 311$$

### Na Equação 2:

$$-Z_3IA + (Z_2 + Z_3)IB - V_{d1} = 0$$

$$-Z_3IA + (Z_2 + Z_3)IB - (-590)IB = 0$$

$$-Z_3IA + (Z_2 + Z_3 + 590)IB = 0$$

$$-(50)IA + ((160 - j5305,04) + (50) + 590)IB = 0$$

$$-(50)IA + (800 - j5305,039)IB = 0$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(50 + j5,278)IA - (640)IB = 311$$

$$-(50)IA + (800 - j5305,039)IB = 0$$

$$\begin{bmatrix} 50 + j5,278 & -640-50 \\ 800 - j5305,039 & -50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IA \\ IB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 311 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 50 + j5,278 & -640-50 \\ 800 - j5305,039 & -50 \end{vmatrix} = 68\,000 - j261\,029,589 - 32\,000$$

$$\Delta = 36\,000 - j261\,029,589$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 311 & -6400 \\ 800 - j5305,039 & \end{vmatrix} = 248\,800 - j1\,649\,867,374 - 0$$

$$\Delta_{IA} = 248\,800 - j1\,649\,867,374$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{248\,800 - j1\,649\,867,374}{36\,000 - j261\,029,589} \implies IA = (6,331 + j0,0799) \text{ A}$$

$$\Delta_{IB} = \begin{vmatrix} 50 + j5,278 & 311 - 50 \\ 0 & \end{vmatrix} = 0 - (-15\,550)$$

$$\Delta_{IB} = 15\,550$$

$$IB = \frac{\Delta_{IB}}{\Delta} = \frac{15\,550}{36\,000 - j261\,029,589} \implies IB = (-0,772 - j0,103) \text{ A}$$

Assim temos:

$$IA = (6,331 + j0,0799) \text{ A}$$

$$IB = (0,008\,06 + j0,0584) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.

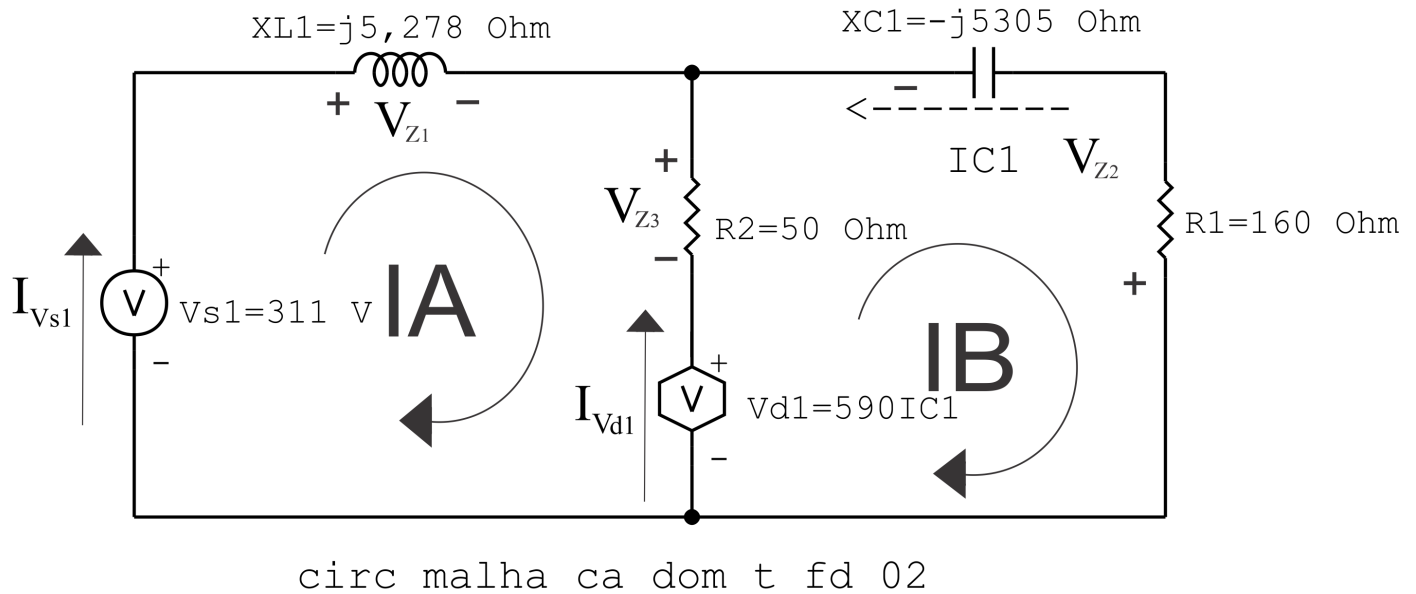


Figura 117: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.

## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z1$ :

$$I_{Z1} = IA \implies I_{Z1} = (6,331 + j0,0799) \text{ A}$$

$$V_{Z1} = Z1 I_{Z1} = (j5,278)(6,331 + j0,0799) \implies V_{Z1} = (-0,421 + j33,418) \text{ V}$$

$$S_{Z1} = \frac{V_{Z1} I_{Z1}^*}{2} = \frac{(-0,421 + j33,418)(6,331 - j0,0799)}{2} = \frac{(-4,440 \times 10^{-16} + j211,626)}{2}$$

$$\implies S_{Z1} = -2,220 \times 10^{-16} + j105,813 \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z2$ :

$$I_{Z2} = -IB \implies I_{Z2} = (-0,008062 - j0,0584) \text{ A}$$

$$V_{Z2} = Z2I_{Z2} = (160 - j5305,04)(-0,008\ 062 - j0,0584) \implies$$

$$V_{Z2} = (-311,421 + j33,418) \text{ V}$$

$$S_{Z2} = \frac{V_{Z2}I_{Z2}^*}{2} = \frac{(-311,421 + j33,418)(-0,008\ 062 + j0,0584)}{2} = \frac{(0,557 - j18,475)}{2}$$

$$\implies S_{Z2} = (0,278 - j9,237) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z3$ :

$$I_{Z3} = (IA - IB) = (6,331 + j0,0799 - (0,00806 + j0,0584)) \implies$$

$$I_{Z3} = (6,323 + j0,0214) \text{ A}$$

$$V_{Z3} = Z3I_{Z3} = (50)(6,323 + j0,0214) \implies V_{Z3} = (316,178 + j1,072) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3}I_{Z3}^*}{2} = \frac{(316,178 + j1,072)(6,323 - j0,0214)}{2} = \frac{(1999,402 + j4,085 \times 10^{-14})}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = 999,701 + j2,042 \times 10^{-14} \text{ VA}$$

### 5.2.4 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 311 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = (6,331 + j0,0799) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1}I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(311)(6,331 - j0,0799)}{-2} = \frac{(1969,138 - j24,854)}{-2}$$

$$\implies S_{V_{s1}} = (-984,569 + j12,427) \text{ VA}$$

### 5.2.5 Na fonte de corrente $V_{d1}$ :

$$V_{d1} = V_{d1} = (-590)IB = (-590)(0,00806 + j0,0584)$$

$$\implies V_{d1}(-4,756 - j34,491) \text{ A}$$

$$I_{V_{d1}} = (IB - IA) = (0,00806 + j0,0584 - (6,331 + j0,0799))$$

$$\implies I_{V_{d1}} = (-6,323 - j0,0214) \text{ V}$$

$$S_{V_{d1}} = \frac{V_{d1} I_{V_{d1}}^*}{-2} = \frac{(-4,756 - j34,491)(-6,323 - j0,0214)}{-2} = \frac{(30,820 + j218,006)}{-2}$$

$$\implies S_{I_{d1}} = (-15,410 - j109,003) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

**6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).**

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{I_{s1}} + S_{V_{d1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3}) = 0$$

$$(-999,979 - j96,575) + (999,979 + j96,575) = 0$$

**6.2** Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## **7 Retorno ao domínio do tempo.**

**7.1** Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

**7.1.1** Na impedância  $Z1$ :

$$v_{Z1}(t) = 33,421 \cos(377t - 90,723^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z1}(t) = 6,332 \cos(377t - 0,723^\circ) \text{A}$$

**7.1.2** Na impedância  $Z2$ :

$$v_{Z2}(t) = 313,209 \cos(377t - 173,875^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z2}(t) = 0,0590 \cos(377t - 97,852^\circ) \text{A}$$

**7.1.3** Na impedância  $Z3$ :

$$v_{Z3}(t) = 316,180 \cos(377t - 0,194^\circ) \text{V}$$

$$i_{Z3}(t) = 6,323 \cos(377t - 0,194^\circ) \text{A}$$

**7.1.4** Na fonte de tensão  $V_{s1}$ :

$$v_{s1}(t) = 311 \cos(377t - 0^\circ) \text{V}$$

$$i_{Vs1}(t) = 6,332 \cos(377t - 0,723^\circ) \text{A}$$

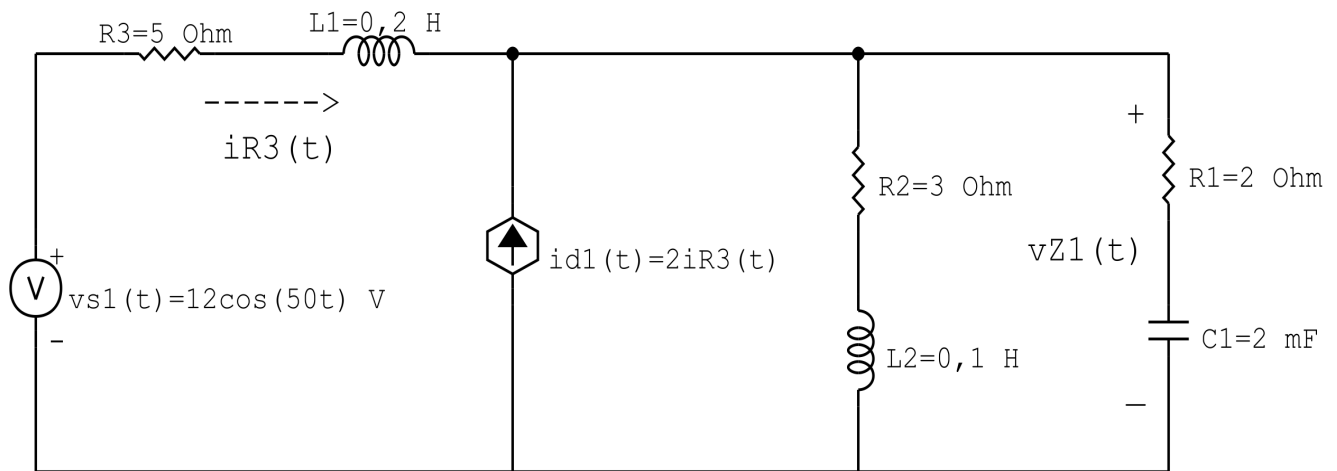
**7.1.5** Na fonte de tensão  $V_{d1}$ :

$$v_{d1}(t) = 34,817 \cos(377t - 97,852^\circ) \text{V}$$

$$i_{vd1}(t) = 6,323 \cos(377t - 0,194^\circ) \text{A}$$



**Questão 7.3 : Determine a tensão e a corrente nos ramos do circuito, no domínio do tempo, utilize análise de malha e transformada fasorial.**



circ nodal ca dom t fd 01

Figura 118: Circuito elétrico 7.3

## Aplicando o Roteiro de Análise de Malha

### 1 Identificar o Circuito

**1.1** Se o circuito apresentar fontes de corrente alternada e estiver no domínio do tempo, aplicar a transformada fasorial para os elementos do circuito.

**Transformações dos elementos reativos:**

$$L1 \implies X_{L1} = j\omega L1 = j50(0,1) \quad X_{L1} = j5 \Omega$$

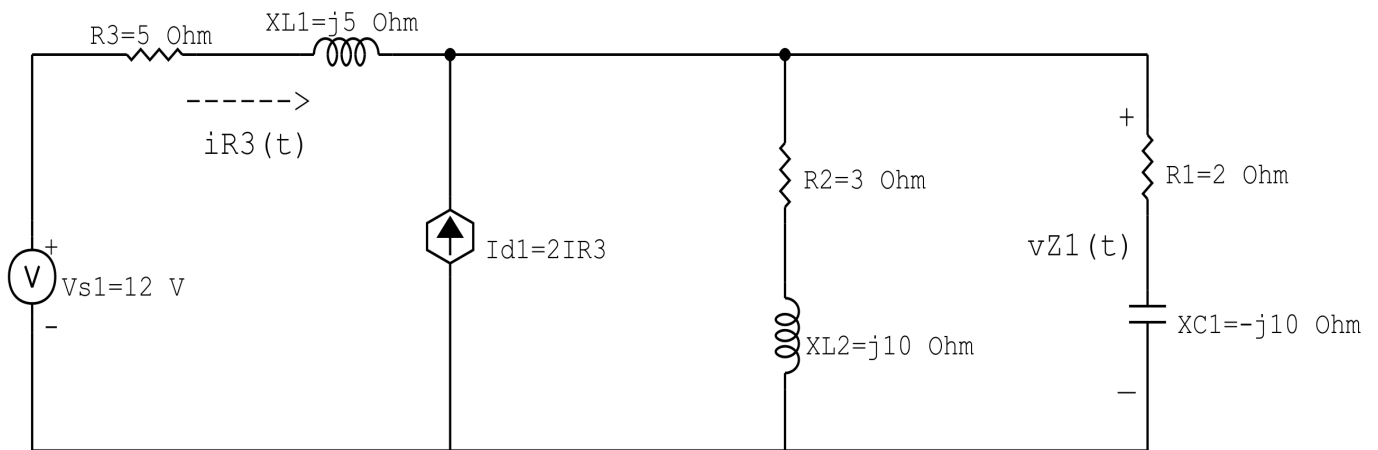
$$L2 \implies X_{L2} = j\omega L2 = j50(0,2) \quad X_{L2} = j10 \Omega$$

$$C1 \implies X_{C1} = \frac{1}{j\omega C1} = \frac{1}{j50(0,002)} \quad X_{C1} = -j10 \Omega$$

**Transformações das fontes:**

$$v_{s1}(t) = 12\cos 50t \implies V_{s1} = 12\text{ V}$$

$$i_{d1}(t) = 2i_{R3}(t) \implies I_{d1} = 2I_{R3}$$



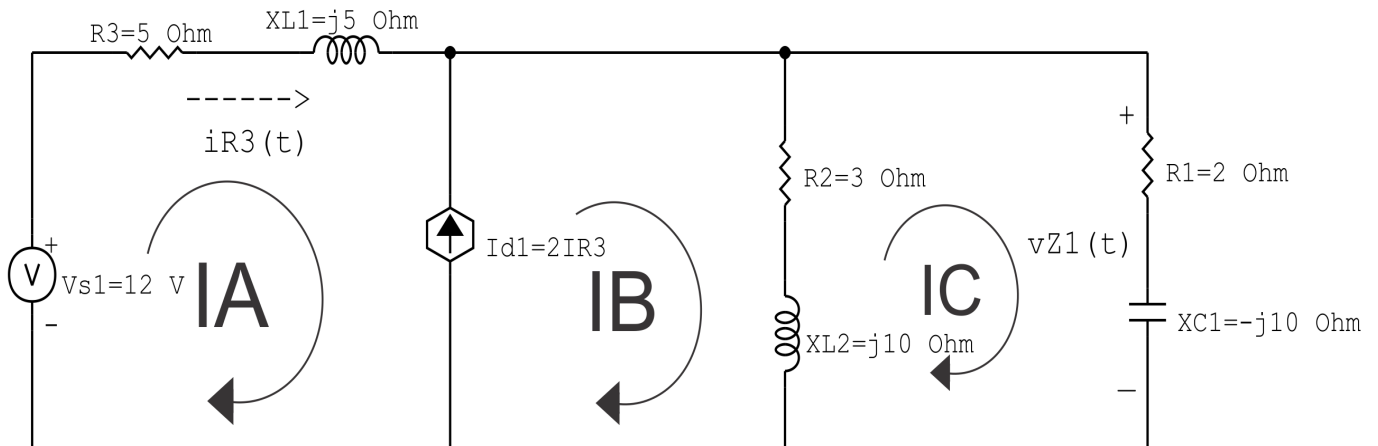
circ nodal ca dom t fd 01

Figura 119: Circuito elétrico 7.3

## 2 Identificar as malhas.

### 2.1 Identificar as malhas.

### 2.2 Definir as correntes fictícias das malhas no sentido horário.



circ nodal ca dom t fd 01

Figura 120: Circuito elétrico com as malhas identificadas

## 3 Obter as Equações Simultâneas

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

### 3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.

### 3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.

### 3.4 Se possuir fontes de corrente:

#### 3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.

##### 3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

#### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

##### 3.4.2.1 Identificar a Supermalha.

##### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

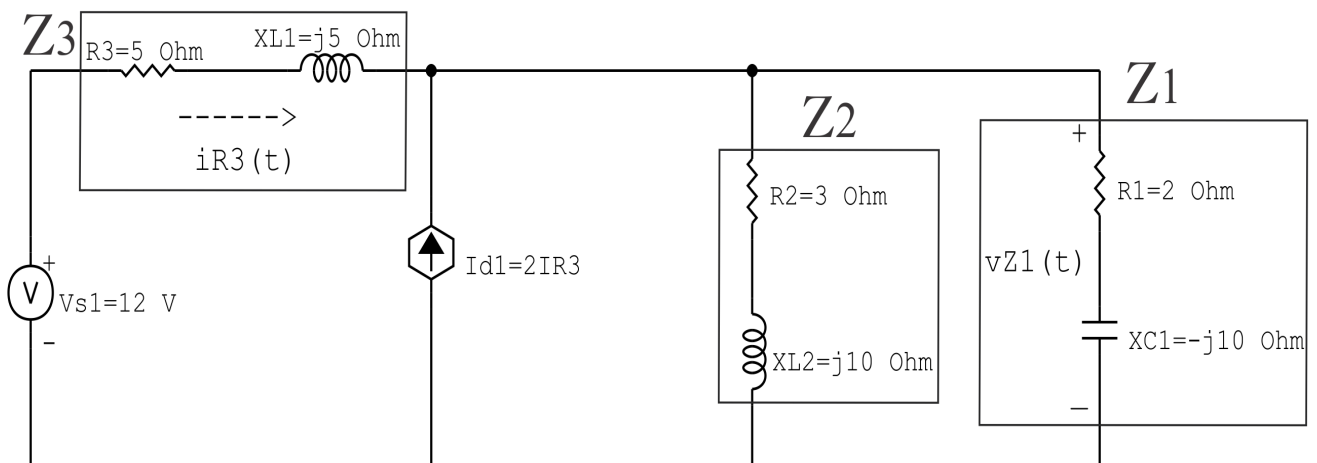
### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

**\*Ao se aplicar a LKT na supermalha, deve se utilizar a corrente fictícia da malha em que o ramo está diretamente envolvido.**

**\*\*Considerar que o terminal de um elemento passivo onde a corrente fictícia da malha estiver entrando, possui potencial mais elevado.**

### 3.1 Definir as impedâncias e admitâncias do circuito.

$$Z1 = (2 - j10) \Omega \quad Z2 = (3 + j5) \Omega \quad Z3 = (50 + j10) \Omega$$



circ nodal ca dom t fd 01

Figura 121: Circuito elétrico com as impedâncias identificadas

**3.2 Se todas as fontes são de tensão e independentes: obter as equações por simples inspeção.**

**3.3 Se possui fontes dependentes: estabelecer seu valor em função das correntes fictícias das malhas.**

Não se aplica.

**3.4 Se possuir fontes de corrente:**

**3.4.1 Se há fonte de corrente nos ramos externos do circuito.**

Não se aplica.

**3.4.1.1 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte. Não se aplica.**

### 3.4.2 Se há fonte de corrente nos ramos internos do circuito.

#### 3.4.2.1 Identificar a região da Supermalha.

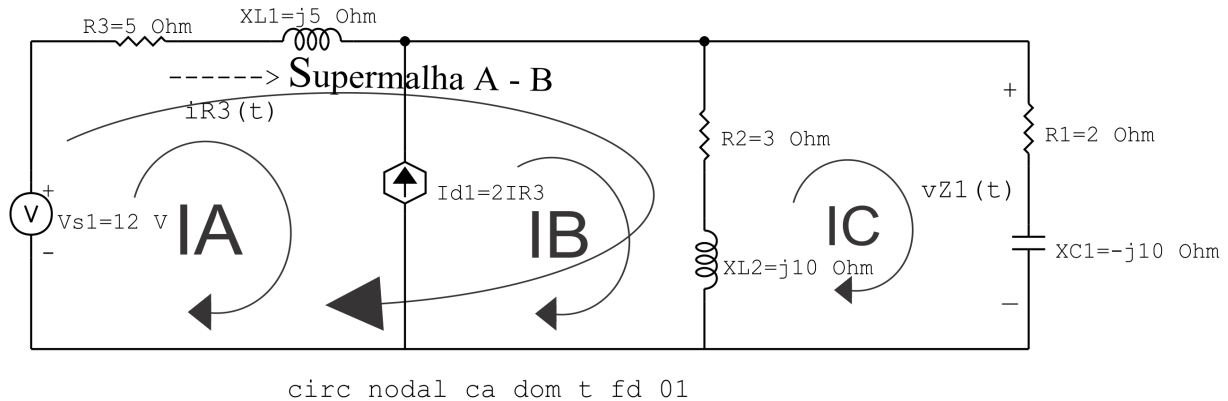


Figura 122: Circuito elétrico com a Supermalha identificada.

#### 3.4.2.2 Estabelecer a LKC em um dos nós por onde flui a corrente desta fonte.

$$-IA + IB = Id1, \text{ e como } Id1 = 2IR3 = 2IA \implies IB = 2IA + IA = 3IA.$$

### 3.5 Estabelecer as equações LKT para as malhas e/ou supermalhas.

#### Equação na Supermalha A-B :

$$-Vs1 + Z3IA + Z2(IB - IC) = 0$$

$$Z3IA + Z2IB - Z2IC = Vs1 \dots\dots\dots \text{Equação 1}$$

#### Equação na Malha C :

$$Z2(IC - IB) + Z1IC = 0$$

$$Z2IC - Z2IB + Z1IC = 0$$

$$-Z2IB + (Z1 + Z2)IC = 0 \dots\dots\dots \text{Equação 2}$$

#### 4 Resolver as equações simultâneas para obter as correntes fictícias das malhas.

Substituindo  $V_{s1}$ ,  $I_{d1}$  e os valores das resistências nas equações acima:

##### Na Equação 1:

$$Z_3 I_A + Z_2 I_B - Z_2 I_C = V_{s1}$$

$$Z_3 I_A + Z_2(3I_A) - Z_2 I_C = V_{s1}$$

$$(3Z_2 + Z_3)I_A - Z_2 I_C = V_{s1}$$

$$(3(3 + j5) + (50 + j10))I_A - (3 + j5)I_C = 12$$

$$(59 + j25)I_A - (3 + j5)I_C = 12$$

##### Na Equação 2:

$$-Z_2 I_B + (Z_1 + Z_2)I_C = 0$$

$$-Z_2(3I_A) + (Z_1 + Z_2)I_C = 0$$

$$-(3(3 + j5))I_A + ((2 - j10) + (3 + j5))I_C = 0$$

$$-(9 + j15)I_A + (5 - j5)I_C = 0$$

Aplicando o **Teorema de Cramer** nas equações abaixo:

$$(59 + j25)I_A - (3 + j5)I_C = 12$$

$$-(9 + j15)I_A + (5 - j5)I_C = 0$$

$$\begin{bmatrix} 59 + j25 & -3 - j5 & -9 - j15 \\ & 5 - j5 & \end{bmatrix} [ IA IC ] = [ 120 ]$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 59 + j25 & -3 - j5 & -9 - j15 \\ & 5 - j5 & \end{vmatrix} = 420 - j170 - (-48 + j90)$$

$$\Delta = 468 - j260$$

$$\Delta_{IA} = \begin{vmatrix} 12 & -3 - j5 \\ & 5 - j5 \end{vmatrix} = 60 - j60 - 0$$

$$\Delta_{IA} = 60 - j60$$

$$IA = \frac{\Delta_{IA}}{\Delta} = \frac{60 - j60}{468 - j260} \implies IA = (0,152 - j0,0435) A$$

$$\Delta_{IC} = \begin{vmatrix} 59 + j25 & 12 - 9 - j15 \\ & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-108 - j180)$$

$$\Delta_{IC} = 108 + j180$$

$$IC = \frac{\Delta_{IC}}{\Delta} = \frac{108 + j180}{468 - j260} \implies IC = (0,0130 + j0,391) A$$

Assim temos:

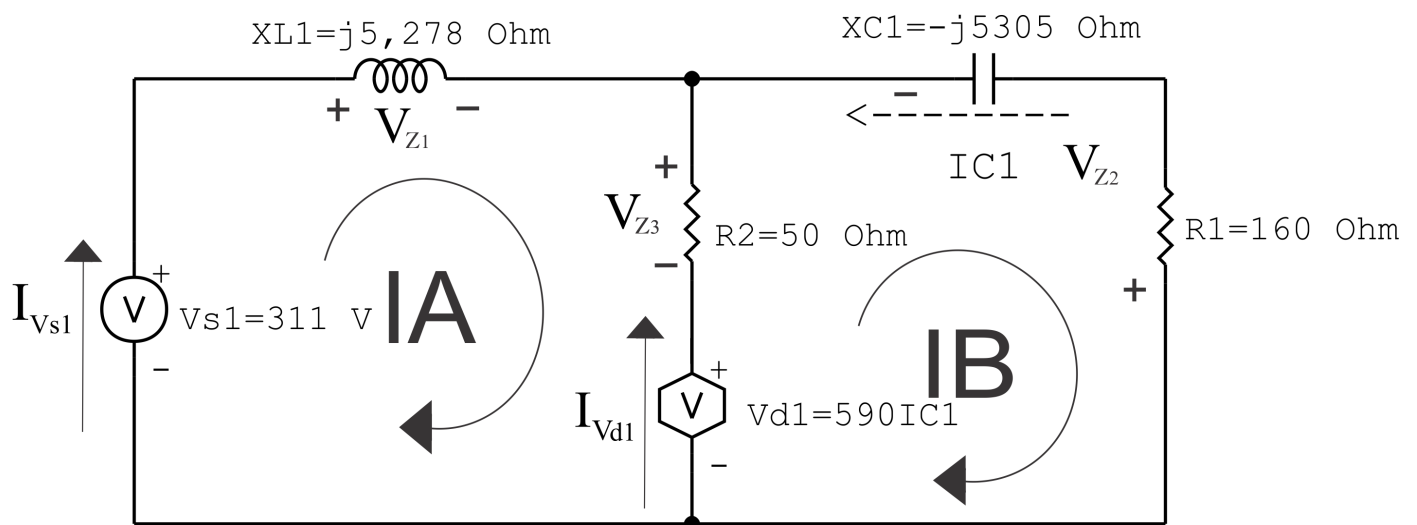
$$IA = (0,152 - j0,0435) A$$

$$IB = 3IA = 3(0,152 - j0,0435) = (0,457 - j0,130) \text{ A}$$

$$IC = (0,0130 + j0,391) \text{ A}$$

## 5 Obter os parâmetros (tensões, correntes e potências), nos ramos desejados.

### 5.1 Estabelecer a convenção dos mesmos, no circuito.



circ malha ca dom t fd 02

Figura 123: Circuito elétrico com as convenções de tensão/corrente nos ramos.



## 5.2 Cálculo das variáveis pretendidas.

### 5.2.1 Na impedância $Z_1$ :

$$I_{Z_1} = IC \implies I_{Z_1} = (0,0130 + j0,391) \text{ A}$$

$$V_{Z_1} = Z_1 I_{Z_1} = (2 - j10)(0,0130 + j0,391) \implies V_{Z_1} = (3,944 + j0,653) \text{ V}$$

$$S_{Z_1} = \frac{V_{Z_1} I_{Z_1}^*}{2} = \frac{(3,944 + j0,653)(0,0130 - j0,391)}{2} = \frac{(0,307 - j1,537)}{2}$$

$$\implies S_{Z_1} = (0,153 - j0,768) \text{ VA}$$

### 5.2.2 Na impedância $Z_2$ :

$$I_{Z_2} = (IB - IC) = (0,457 - j0,130 - (0,0130 + j0,391)) \implies I_{Z_2} = (0,444 - j0,522) \text{ A}$$

$$V_{Z_2} = Z_2 I_{Z_2} = (3 + j5)(0,444 - j0,522) \implies V_{Z_2} = (3,944 + j0,653) \text{ V}$$

$$S_{Z_2} = \frac{V_{Z_2} I_{Z_2}^*}{2} = \frac{(3,944 + j0,653)(0,444 + j0,522)}{2} = \frac{(1,410 + j2,351)}{2}$$

$$\implies S_{Z_2} = (0,705 + j1,175) \text{ VA}$$

### 5.2.3 Na impedância $Z_3$ :

$$I_{Z_3} = IA \implies I_{Z_3} = (0,152 - j0,0435) \text{ A}$$

$$V_{Z_3} = Z_3 I_{Z_3} = (50 + j10)(0,152 - j0,0435) \implies V_{Z_3} = (8,055 - j0,653) \text{ V}$$

$$S_{Z3} = \frac{V_{Z3} I_{Z3}^*}{2} = \frac{(8,055 - j0,653)(0,152 + j0,0435)}{2} = \frac{(1,256 + j0,251)}{2}$$

$$\implies S_{Z3} = (0,628 + j0,125) \text{ VA}$$

#### 5.2.4 Na fonte de tensão $V_{s1}$ :

$$V_{s1} = 12 \text{ V}$$

$$I_{V_{s1}} = IA \implies I_{V_{s1}} = (0,152 - j0,0435) \text{ A}$$

$$S_{V_{s1}} = \frac{V_{s1} I_{V_{s1}}^*}{-2} = \frac{(12)(0,152 + j0,0435)}{-2} = \frac{(1,828 + j0,522)}{-2}$$

$$\implies S_{V_{s1}} = (-0,914 - j0,261) \text{ VA}$$

#### 5.2.5 Na fonte de corrente $I_{d1}$ :

$$I_{d1} = 2IR3 = 2(IA) = 2(0,152 - j0,0435) \implies I_{d1} = (0,304 - j0,0870) \text{ A}$$

$$V_{I_{d1}} = -V_{Z2} = -(3,944 + j0,653) \implies V_{I_{d1}} = (-3,944 - j0,653) \text{ V}$$

$$S_{I_{d1}} = \frac{V_{I_{d1}} I_{d1}^*}{2} = \frac{(-3,944 - j0,653)(0,304 + j0,0870)}{2} = \frac{(-1,145 - j0,542)}{2}$$

$$\implies S_{I_{d1}} = (-0,572 - j0,271) \text{ VA}$$

## 6 Verificação dos resultados

6.1 A prova pode ser obtida através da LKT nas malhas ( $\sum v = 0$ ) e a Lei de conservação de energia ( $\sum S = 0$ ).

$$\sum S_F + \sum S_A = 0$$

$$(S_{V_{s1}} + S_{I_{d1}}) + (S_{Z1} + S_{Z2} + S_{Z3}) = 0$$

$$(-1,487 - j0,532) + (1,487 + j0,532) = 0$$

6.2 Se for o caso realizar as devidas conversões necessárias.

## 7 Retorno ao domínio do tempo.

7.1 Realizar a transformada inversa dos itens solicitados.

7.1.1 Na impedância  $Z1$ :

$$vZ1(t) = 3,998\cos(50t9,400^\circ)V$$

$$iZ1(t) = 0,392\cos(50t88,090^\circ)A$$

7.1.2 Na impedância  $Z2$ :

$$vZ2(t) = 3,998\cos(50t9,400^\circ)V$$

$$iZ2(t) = 0,685\cos(50t-49,635^\circ)A$$

7.1.3 Na impedância  $Z3$ :

$$vZ3(t) = 8,081\cos(50t-4,635^\circ)V$$

$$iZ3(t) = 0,158\cos(50t-15,945^\circ)A$$

7.1.4 Na fonte de tensão  $Vs1$ :

$$vs1(t) = 12\cos(50t)V$$

$$iVs1(t) = 0,158\cos(50t15,945^\circ)A$$

7.1.5 Na fonte de tensão  $\tilde{I}_{d1}$ :

$$\mathbf{id1(t) = 0,316\cos(50t - 15,945^\circ)A}$$

$$\mathbf{vid1(t) = 3,998\cos(50t - 170,599^\circ)V}$$