

# ELETRICIDADE EM CORRENTE ALTERNADA

## 1.1. Expressão Matemática do Sinal Senoidal

Todo sinal elétrico senoidal pode ter seu comportamento descrito de modo gráfico ou analítico através de uma função matemática senoidal, periódica e variante com o tempo. Adota-se para a representação dos sinais de tensão e de corrente alternada senoidal as seguintes expressões gerais:

$$v(\omega t) = V_{máx} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$$

Onde:  $V_{máx}$  e  $I_{máx}$  - valores máximo, de pico ou amplitude

$\omega$  - frequência angular elétrica

$\theta$  - ângulo de fase

$$i(\omega t) = I_{máx} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

Na Figura 3 estão apresentados graficamente os principais parâmetros do sinal senoidal e, na sequência, suas definições.

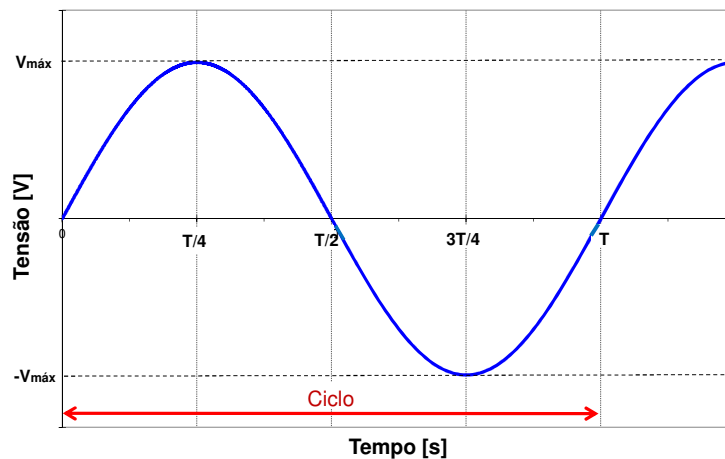


Figura 3 – Parâmetros do sinal senoidal.

- Valor máximo, de pico ou amplitude -  $V_{máx}$ ,  $V_p$  ou  $A$ : é o valor extremo alcançado pelo sinal.
- Período -  $T$  [s]: é o tempo decorrido na realização de um ciclo completo.
- Frequência -  $f$  [Hz]: é o número de ciclos realizados, na unidade de tempo, obtido por:

$$f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]}$$

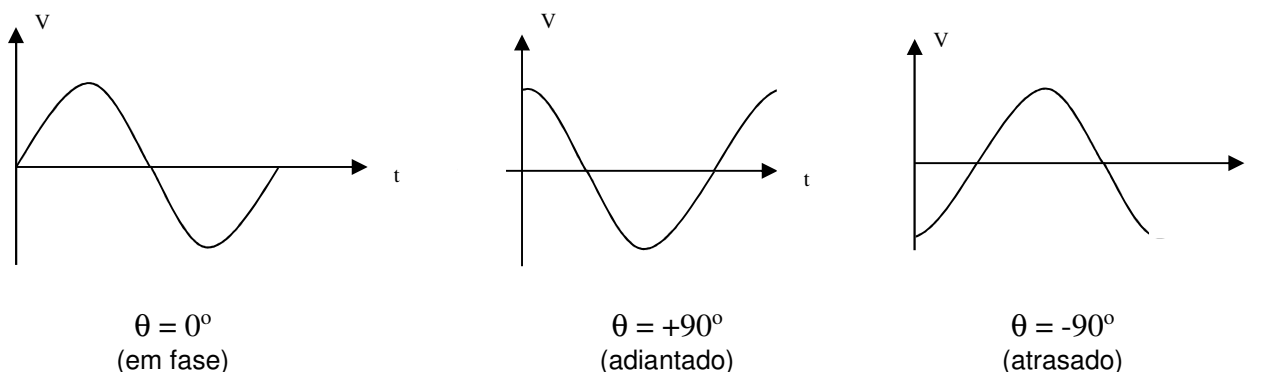
Onde: 1 Hz = 1 ciclo / segundo

- Frequência angular elétrica -  $\omega$  [rad/s]: É a rapidez de variação do sinal. Ou seja, é a velocidade com que o sinal realiza um ciclo de variação, o que equivale realizar, num círculo, um arco de  $2\pi$  radianos ou  $360^\circ$ .

- Ângulo de fase -  $\theta$  [°] : É a posição relativa, expressa em grau, do sinal em relação a uma referência ou a outro sinal

Seu valor pode ser:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta > 0^\circ \text{ (positivo) - sinal adiantado} \\ \theta = 0^\circ \text{ - sinal em fase} \\ \theta < 0^\circ \text{ (negativo) - sinal atrasado} \end{array} \right.$$



- Defasagem: É a diferença de fase entre dois sinais (**A e B**). Ou seja, é a medida do adiantamento, ou do atraso, de um sinal (**A**) em relação a outro sinal de referência (**B**)

$$\theta_{AB} = \theta_A - \theta_B \quad \text{ou} \quad \theta_{BA} = \theta_B - \theta_A$$

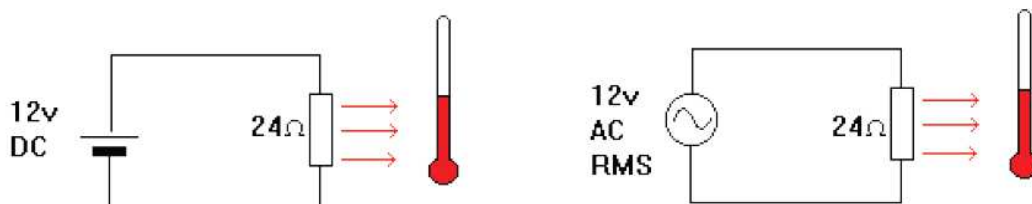
Por exemplo:

Se  $v_A = 10 \cdot \text{sen}(200t + 30^\circ)$  [V] e  $v_B = 100 \cdot \text{sen}(200t + 50^\circ)$  [V]

Então a defasagem entre "A" e "B" é:  $\theta_{AB} = \theta_A - \theta_B = 30^\circ - 50^\circ = -20^\circ$

Note que o sinal menos significa dizer que "A" está atrasado de "B" de  $20^\circ$

- Valor eficaz: Como a forma de onda senoidal é pulsante sua energia não é transmitida de forma constante como acontece em corrente contínua. Para tensões variantes no tempo se pode obter um "valor efetivo" equivalente ao valor médio de uma fonte CC que demandaria a mesma potência elétrica.



O Valor Eficaz ( ou RMS - *root mean square* ) de uma onda senoidal pode ser demonstrado que o valor eficaz equivale a:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

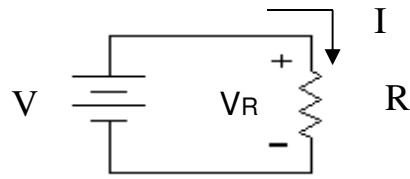
Pela equação anterior note que o valor eficaz não depende da frequência nem do ângulo de fase, somente da amplitude do sinal.

Assim, por exemplo, na rede elétrica local 220 V é uma tensão eficaz, referente à tensão alternada senoidal em 60 Hz de valor de pico de 311,13 V

## 1.2. Resposta senoidal do resistor

Em corrente contínua vimos que, no resistor, a tensão e a corrente se relacionam na forma:

$$I = \frac{V}{R} \text{ ou } V = R \cdot I$$



Em corrente alternada senoidal a relação é dada por:

Partindo-se de:

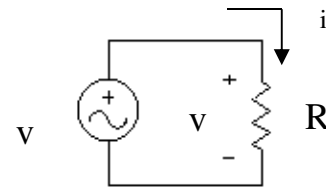
$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

Substituindo  $v(t)$  tem-se:

$$i(t) = \frac{V_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)}{R}$$

Ou:

$$i(t) = \frac{I_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)}{R}$$

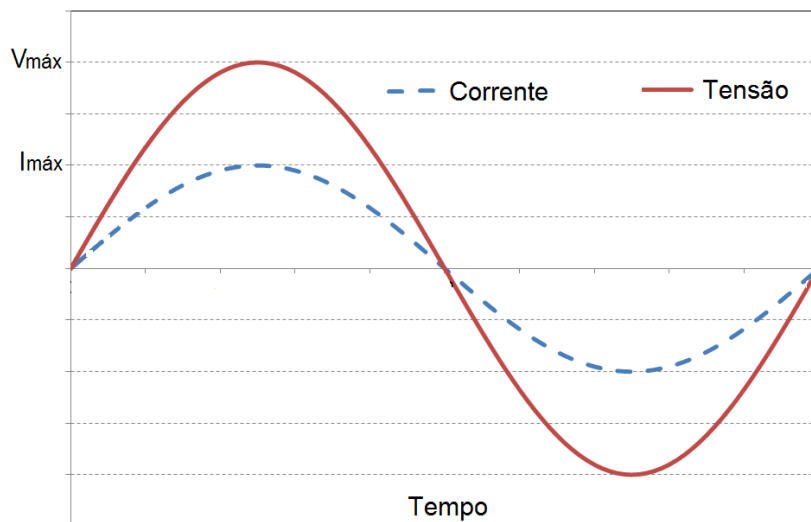


$$v(\omega t) = V_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$$

Com no resistor a tensão e corrente estão em fase:

$$I_{m\acute{a}x} = \frac{V_{m\acute{a}x}}{R} \text{ ou } i(t) = I_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

Graficamente:



Considerando seus respectivos valores eficazes a relação fica:

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R}$$

Em corrente alternada, como a tensão e a corrente se relaciona que em CC, ao se adotar valores eficazes as equações da potência elétrica são as mesmas.

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \text{ ou } P = R \cdot I_{ef}^2 \text{ ou } P = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

No tempo tem-se a seguinte equação:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_p \cdot I_p \cdot \text{sen}^2(\omega t)$$

A potência dissipada no resistor será sempre positiva, como pode ser observado no gráfico a seguir:

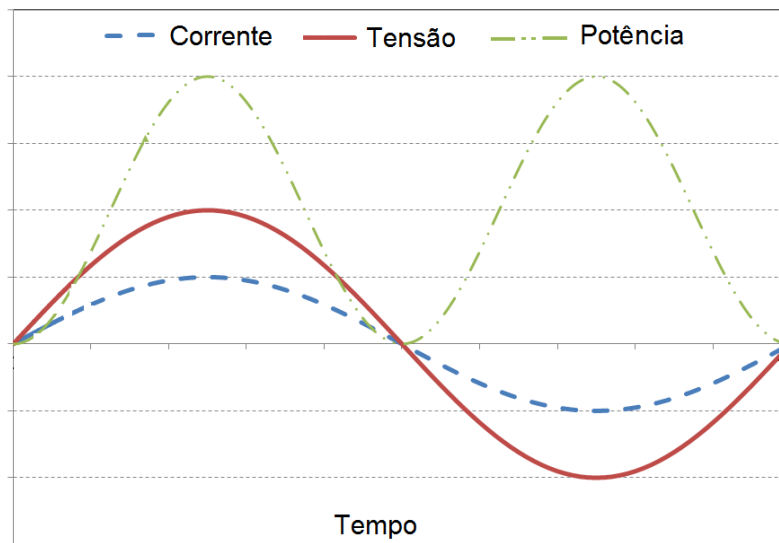


Figura 4 – Tensão, corrente e potência em um resistor.

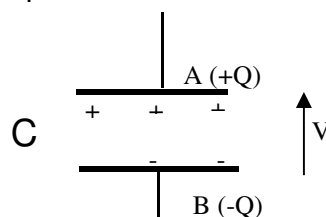
### 1.3. Elementos armazenadores de energia

Alguns elementos de circuitos elétricos podem armazenar energia em forma de campo elétrico ou magnético

#### 1.3.1. Capacitância

O capacitor é um elemento de circuito que possui a característica de conservar energia através do campo elétrico estabelecido entre suas placas, tendendo manter constante a tensão entre os seus terminais.

O capacitor é representado pela letra C e tem como unidade o Farad [F].



Em circuitos CC o capacitor funciona como um circuito aberto. Porém, em CA o capacitor exerce oposição à variação de tensão, fenômeno denominado reatância capacitiva, designada por  $X_c$ , medida em ohm [ $\Omega$ ] e expressa por:

$$X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \quad [\Omega]$$

Para uma fonte senoidal a tensão no capacitor é expressa por:

$$V_c(t) = V_p \cdot \text{sen}(\omega t)$$

A corrente no capacitor será:

$$i_c(t) = C \cdot \frac{dV_c(t)}{dt} = C \cdot \omega \cdot V_p \cdot \cos(\omega t) = C \cdot \omega \cdot V_p \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

O capacitor atrasa a tensão em relação à corrente, conforme pode ser visto pela ilustração abaixo:

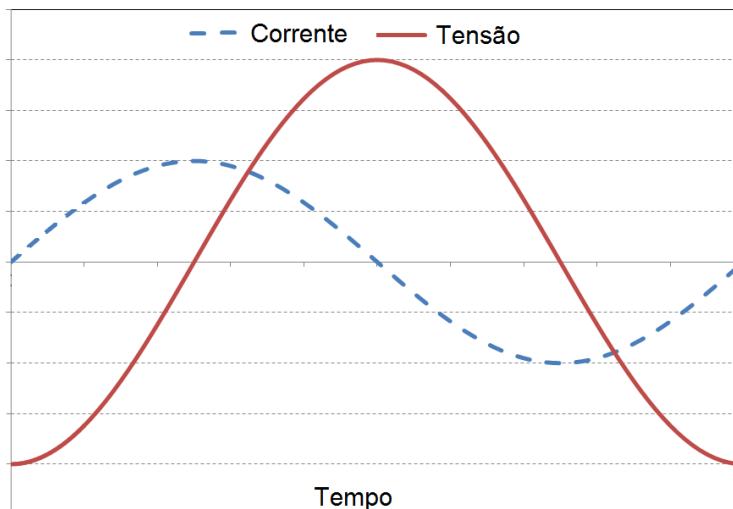


Figura 5 – Tensão e corrente em um capacitor.

Em um circuito puramente capacitivo não há dissipação de potência ativa. Como se pode observar na figura a seguir, em um período da rede elétrica, o valor médio da potência no capacitor é nulo. O capacitor armazena energia no primeiro semi-ciclo da rede devolvendo esta mesma energia no segundo.

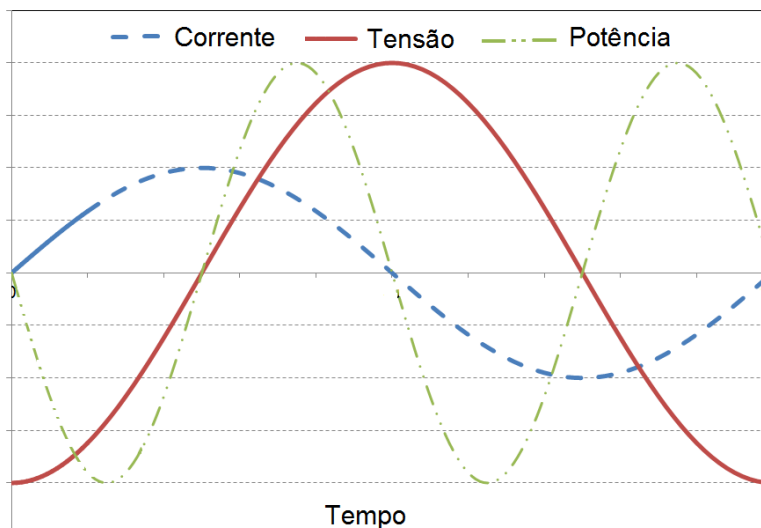


Figura 6 – Tensão, corrente e potência em um capacitor

### 1.3.2. Indutância

O indutor é um elemento de circuito que possui a característica de conservar energia através do campo magnético entre sua bobina, tendendo manter constante a corrente entre os seus terminais. O indutor é representado pela letra L e tem como unidade o Henry [H]



Em circuitos CC o indutor funciona como um circuito fechado (fio condutor). Porém, em CA o capacitor exerce oposição à variação de corrente, fenômeno denominado reatância indutiva, designada por  $X_L$ , medida em ohm  $[\Omega]$  e expressa por:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad [\Omega]$$

Para uma fonte senoidal a corrente no indutor é expressa por:

$$i_L(t) = I_p \cdot \text{sen}(wt)$$

A tensão no indutor será:

$$v_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = L \cdot \omega \cdot I_p \cdot \cos(\omega t) = L \cdot \omega \cdot I_p \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

O indutor atrasa a corrente em relação à tensão, conforme pode ser visto pela ilustração abaixo:

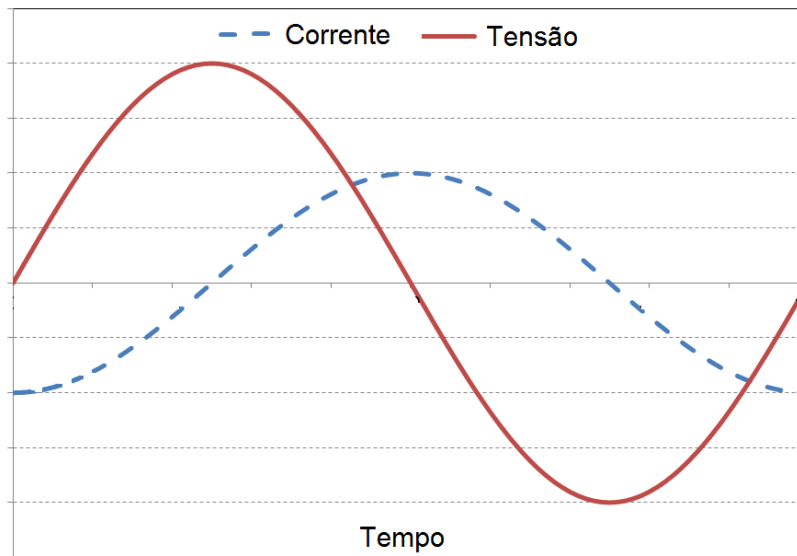


Figura 7 – Tensão e corrente em um indutor.

Assim como num circuito puramente capacitivo, no indutivo não há dissipação de potência ativa. Como se pode observar na figura a seguir, em um período da rede elétrica, o valor médio da potência no indutor é nulo. O indutor armazena energia no primeiro semi-ciclo da rede devolvendo esta mesma energia no segundo.

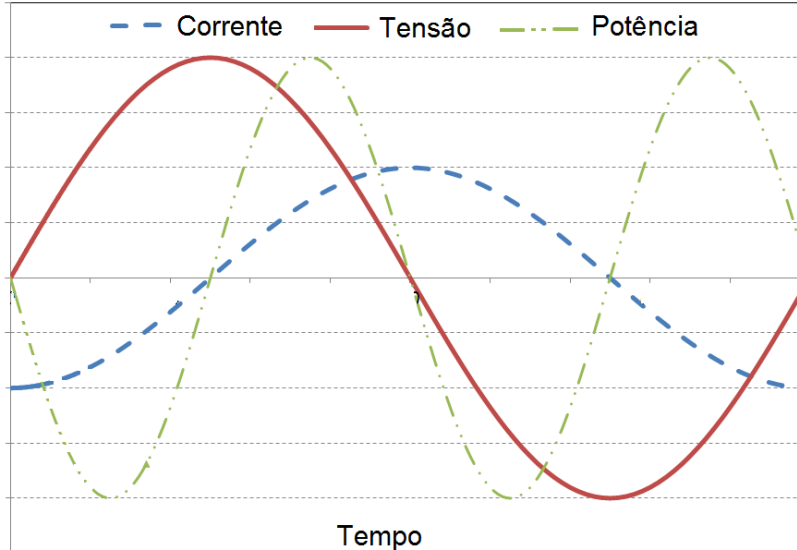


Figura 8 – Tensão, corrente e potência em um indutor.

### 1.3.3. Impedância

Os circuitos de corrente alternada raramente são apenas resistivos, indutivos ou capacitivos. Na maioria das vezes, os mesmos apresentam as duas reatâncias, ou uma delas, combinada com a resistência.

A resistência total do circuito, neste caso, passa a ser denominada de impedância, designada por  $Z$  e medida em ohm  $[\Omega]$ . Neste caso a Lei de Ohm passa a ser expressa por:

$$V = Z \cdot I$$

## 1.4. Tipos de potência

Em virtude da possibilidade da associação dos elementos resistor, capacitor e indutor a potência elétrica em um circuito pode ser de três tipos:

- Potência ativa: a potência dissipada por resistores, expressa em watt (W).

$$P = R \cdot I^2 \quad [W]$$

- Potência reativa: potência que retorna dos indutores e capacitores, expressa em volt ampere reativo (VAr). A equação é similar, trocando somente a resistência pela reatância (capacitiva ou indutiva).

$$Q = X \cdot I^2 \quad [VAr]$$

A potência reativa pode ser positiva, proveniente dos circuitos indutivos ( $X > 0$ ), ou negativa, proveniente dos circuitos capacitivos ( $X < 0$ ). Logo, a combinação de indutores e capacitores permite que um absorva a potência reativa do outro.

- Potência aparente: a potência ativa e reativa combinada, expressa em Volt Ampère (VA). O módulo da potência aparente é a multiplicação dos módulos da tensão e corrente:

$$S = V \cdot I \quad [VA]$$

As três potências se relacionam pela seguinte expressão:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

E pelo triângulo:

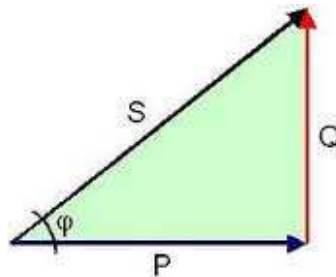


Figura 9 – Triângulo de potências.

O ângulo da potência aparente será o mesmo ângulo da impedância. As potências ativa e reativa podem ser calculadas a partir deste ângulo:

$$P = S \cdot \cos\varphi = V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$Q = S \cdot \sin\varphi = V \cdot I \cdot \sin\varphi$$

Em um arranjo de várias cargas, quando a reatância  $X_L$  for maior do que  $X_C$  o circuito é indutivo. Neste caso, a corrente total é atrasada em relação à tensão de entrada e tem-se o triângulo de potências resultante apresentado abaixo.

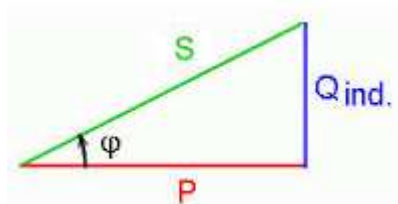


Figura 10 – Triângulo de potências de um circuito indutivo.

Por outro lado, quando a reatância  $X_L$  for menor do que  $X_C$  o circuito é capacitivo, sendo a corrente total é adiantada em relação à tensão de entrada e tem-se o triângulo de potências resultante apresentado abaixo.

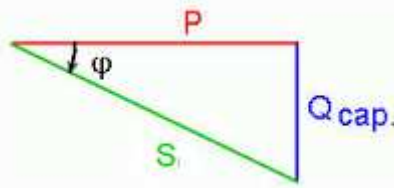


Figura 11 – Triângulo de potências de um circuito capacitivo.

A potência reativa resultante pode ser calculada pela fórmula:

$$Q = Q_L - Q_C$$

### 1.5. Fator de Potência

Fator de potência é a fração da potência aparente que realiza trabalho. É uma grandeza adimensional, que atinge o valor de no máximo a unidade.

A potência reativa faz circular corrente pelo circuito sem que haja consumo, aquecendo os alimentadores e sobrecarregando os circuitos.

O fator de potência é o cosseno do ângulo do triângulo de potências, ou o ângulo de defasagem entre as formas de onda da tensão e da corrente:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Percebe-se que um fator de potência baixo é sinal de um alto reativo, ou seja, a energia não está sendo devidamente aproveitada. Um fator de potência unitário significa que o circuito é resistivo, ou seja, toda a potência está sendo dissipada. Um fator de potência indutivo é dito atrasado, enquanto o capacitivo é adiantado.

Nos grandes consumidores o fator de potência é uma medida importante, pois ele é tarifado se atingir valores inferiores a 0,92.

## EXERCÍCIOS

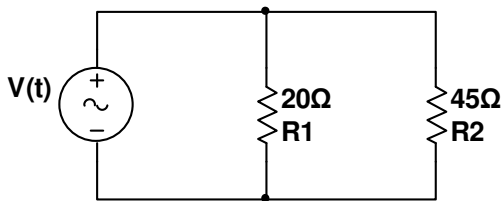
1. Um forno elétrico consome 7,5 A de uma fonte de alimentação CC de 120 V. Qual o valor máximo de uma tensão alternada capaz de produzir o mesmo efeito térmico na resistência deste forno? Calcule a potência deste forno em CA.

2. Para os circuitos abaixo determine:

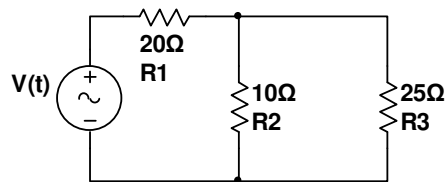
- A tensão de pico e eficaz da fonte;
- A frequência do sinal;
- A corrente eficaz total do circuito;
- A potência total do circuito;
- As correntes eficazes e de pico nos resistores.



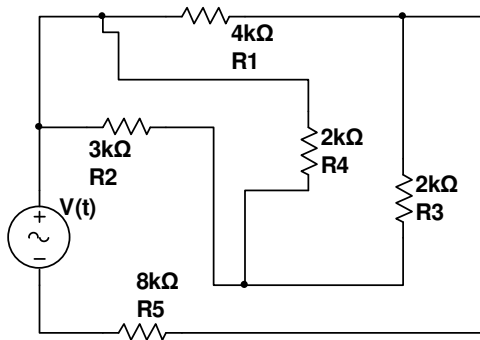
2.1)  $v(t) = 50 \cdot \text{Sen}(314,16t)$  [V]



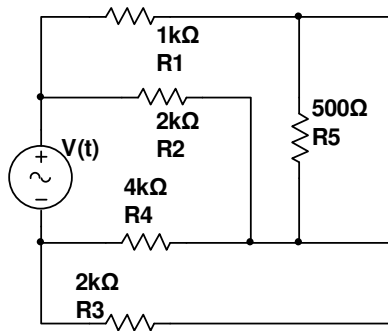
2.2)  $v(t) = 100 \cdot \text{Sen}(377t)$  [V]



2.3)  $v(t) = 70,71 \cdot \text{Sen}(314,16t)$  [V]

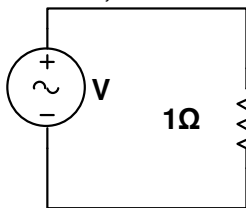


2.4)  $v(t) = 70,71 \cdot \text{Sen}(314,16t)$  [V]

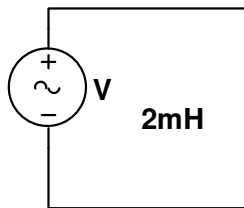


3. Para uma fonte de tensão expressa por  $V(t) = 311,13 \cdot \text{Sen}(377t)$  [V] aplicada nos circuitos a seguir determine:

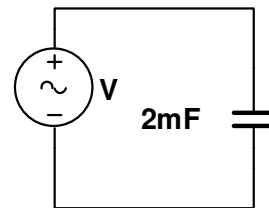
- O valor da impedância;
- A corrente eficaz do circuito;
- As potências ativa, reativa e aparente.



3.1



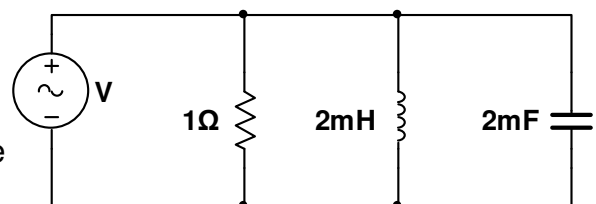
3.2



3.3

4. Para uma fonte de tensão expressa por  $V(t) = 311,13 \cdot \text{Sen}(377t)$  [V] aplicada no circuito abaixo determine:

- O valor das impedâncias  $X_c$  e  $X_L$ ;
- As correntes eficazes nos elementos R,  $X_c$  e  $X_L$ ;
- As potências ativa, reativa e aparente em cada elemento do circuito;
- A corrente e as potências ativa, reativa e aparente vista pela fonte;



5. Seja uma carga sob tensão de 220 V e com potência ativa de 10 kW. Calcule a potência aparente e a corrente quando seu fator de potência for igual a 0,5 e a 1.

6. Em uma rede de 220 V um reator de uma luminária fluorescente tem fator de potência de 0,92, onde circula uma corrente de 0,72 A. Para este reator calcule as potências ativa e aparente.

7. Um circuito RC série ligado a rede de 220 V/60 Hz dissipa 1.200 W, com fator de potência de 0,8. Determine: a potência aparente do circuito, a corrente do circuito, a potência reativa do circuito, o valor da resistência e da capacitância.

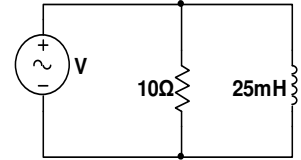
8. Um circuito constituído de um computador e seu monitor ligados em uma rede de 220V/60Hz dissipa 560 W, com fator de potência de 0,85. Determine para este circuito:

- A potência aparente;
- A corrente;
- A potência reativa

Se esta carga fosse modelada como um circuito RC paralelo qual seriam os seus valores de resistência e de capacitância?

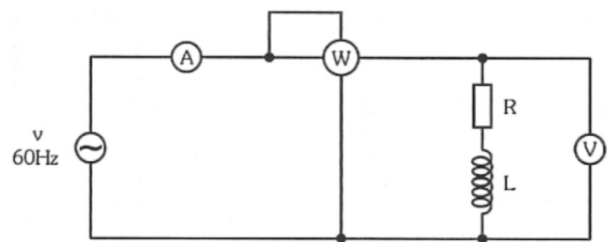
9. O circuito ao lado está ligado à uma rede de 220 V/60 Hz. Determine:

- As potências aparente, ativa e reativa do circuito;
- A corrente eficaz da fonte.



10. Um forno de indução de 15 kVA e fator de potência de 0,85 opera 24 horas por dia ao longo de todo o ano. Considerando uma tarifa de R\$ 0,35 por kWh calcule o custo da energia deste forno ao mês (considere 30 dias).

11. No circuito ao lado a leitura dos instrumentos é  $V=220\text{ V}$ ,  $I=55\text{ A}$  e  $P=10\text{ kW}$ . Calcular a potência aparente e o fator de potência do circuito.



12. Uma carga RL ligada em paralelo possui as seguintes características vista pela fonte:  $V = 220\text{ V}$ ,  $f=60\text{ Hz}$ ,  $S = 300\text{ VA}$  e fator de potência de 0,8 indutivo. Calcular o valor da capacitância necessária para tornar o fator de potência unitário.

13. Uma carga RL ligada em paralelo possui as seguintes características vista pela fonte:  $V=115\text{ V}$ ,  $f=60\text{ Hz}$ ,  $P=3\text{ kW}$  e fator de potência de 0,8 indutivo. Calcular o valor da capacitância necessária para tornar o fator de potência do circuito 0,92 indutivo.

#### GABARITO

- 1- 169,71 V – 900 W
- 2- 2.1) 50 V; 35,35 V; 50 Hz; Fonte(2,55 A; 90,28 W); R1(1,77 A; 2,5 A); R2(0,79 A; 1,11 A)  
 2.2) 100 V; 70,71 V; 60 Hz; Fonte(2,60 A; 184,21 W); R1(2,60 A; 3,68 A); R2(1,86 A; 2,63 A); R3(0,74 A; 1,05 A)  
 2.3) 70,71 V; 50 V; 50 Hz; Fonte(5,11 mA; 255,68 mW); R1(2,27 mA; 3,21 mA); R2(1,14 mA; 1,61 mA); R3(2,84 mA; 4,02 mA);  
 R4(1,70 mA; 2,41 mA); R5(5,11 mA; 7,23 mA)  
 2.4) 70,71 V; 50 V; 50 Hz; Fonte(25 mA; 1,25 W); R1(16,67 mA; 23,57 mA); R2(8,33 mA; 11,78 mA); R3(16,67 mA; 23,57 mA);  
 R4(8,33 mA; 11,78 mA); R5(0,0)
- 3) 3.1)  $Z = 1\ \Omega$ ,  $I_{ef} = 220\text{ A}$ ,  $P = 48,4\text{ kW}$ ,  $Q = 0\text{ VAr}$ ,  $S = 48,4\text{ kVA}$ ;  
 3.2)  $Z = 0,75\ \Omega$ ,  $I_{ef} = 291,78\text{ A}$ ,  $P = 0\text{ W}$ ,  $Q = 64,53\text{ kVAr}$ ,  $S = 64,53\text{ kVA}$ ;  
 3.3)  $Z = 1,33\ \Omega$ ,  $I_{ef} = 165,88\text{ A}$ ,  $P = 0\text{ W}$ ,  $Q = 36,49\text{ kVAr}$ ,  $S = 36,49\text{ kVA}$
- 4)  $X_c = 1,33\ \Omega$ ,  $X_L = 0,75\ \Omega$ ,  $I_R = 220\text{ A}$ ,  $I_{Xc} = 165,88\text{ A}$ ,  $I_{XL} = 291,78\text{ A}$ ,  $P_R = 48,4\text{ kW}$ ,  $Q_R = 0\text{ Var}$ ,  $S_R = 48,4\text{ kVA}$ ,  
 $P_{Xc} = 0\text{ W}$ ,  $Q_{Xc} = 36,49\text{ kVAr}$ ,  $S_{Xc} = 36,49\text{ kVA}$ ,  $P_{XL} = 0\text{ W}$ ,  $Q_{XL} = 64,53\text{ kVAr}$ ,  $S_{XL} = 64,53\text{ kVA}$   
 $P_t = 48,4\text{ kW}$ ,  $Q_t = 28,04\text{ kVAr}$ ,  $S_t = 28,04\text{ kVAr}$ ,  $I_t = 254,25\text{ A}$
- 5)  $S = 20\text{ kVA}$ ,  $I = 90,91\text{ A}$ ,  $S = 10\text{ kVA}$ ,  $I = 45,45\text{ A}$ .
- 6)  $P = 145,73\text{ W}$ ,  $S = 158,4\text{ VA}$ .
- 7)  $S = 1.500\text{ VA}$ ,  $I = 6,82\text{ A}$ ,  $Q = 900\text{ VAr}$ ,  $R = 25,80\ \Omega$ ,  $C = 137\ \mu\text{F}$
- 8)  $S = 658,82\text{ VA}$ ,  $I = 2,99\text{ A}$ ,  $Q = 347,06\text{ VAr}$ ,  $R = 86,43\ \Omega$ ,  $C = 19,02\ \mu\text{F}$
- 9)  $S = 7.056,76\text{ VA}$ ,  $P = 4.840\text{ W}$ ,  $Q = 5.135,40\text{ VAr}$ ,  $I = 32,08\text{ A}$
- 10) R\$ 3.213,00
- 11)  $S = 12.100\text{ VA}$ ,  $FP = 0,83$
- 12)  $C = 9,86\ \mu\text{F}$
- 13)  $C = 194,96\ \mu\text{F}$