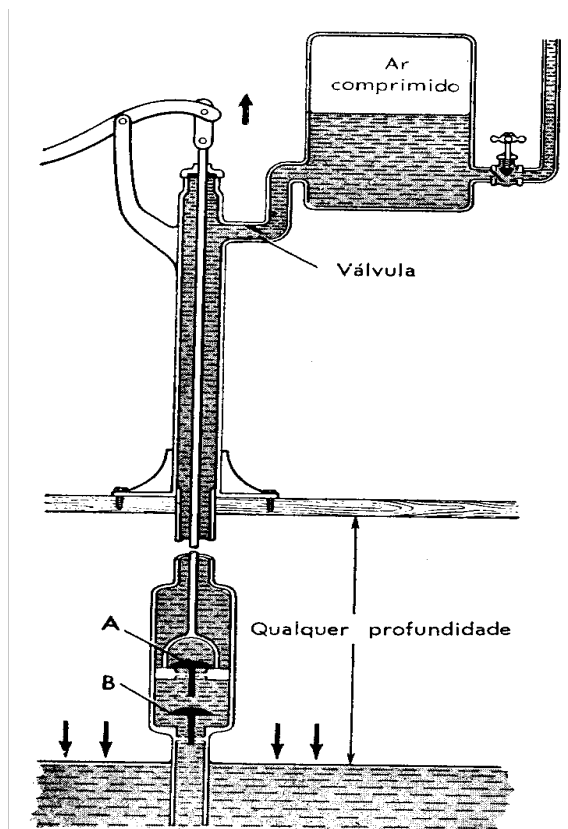


INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

CAMPUS SÃO JOSÉ

ÁREA TÉCNICA DE  
REFRIGERAÇÃO E  
CONDICIONAMENTO DE AR



# ***MECÂNICA DE FLUIDOS (MFL)***

## **Volume I**

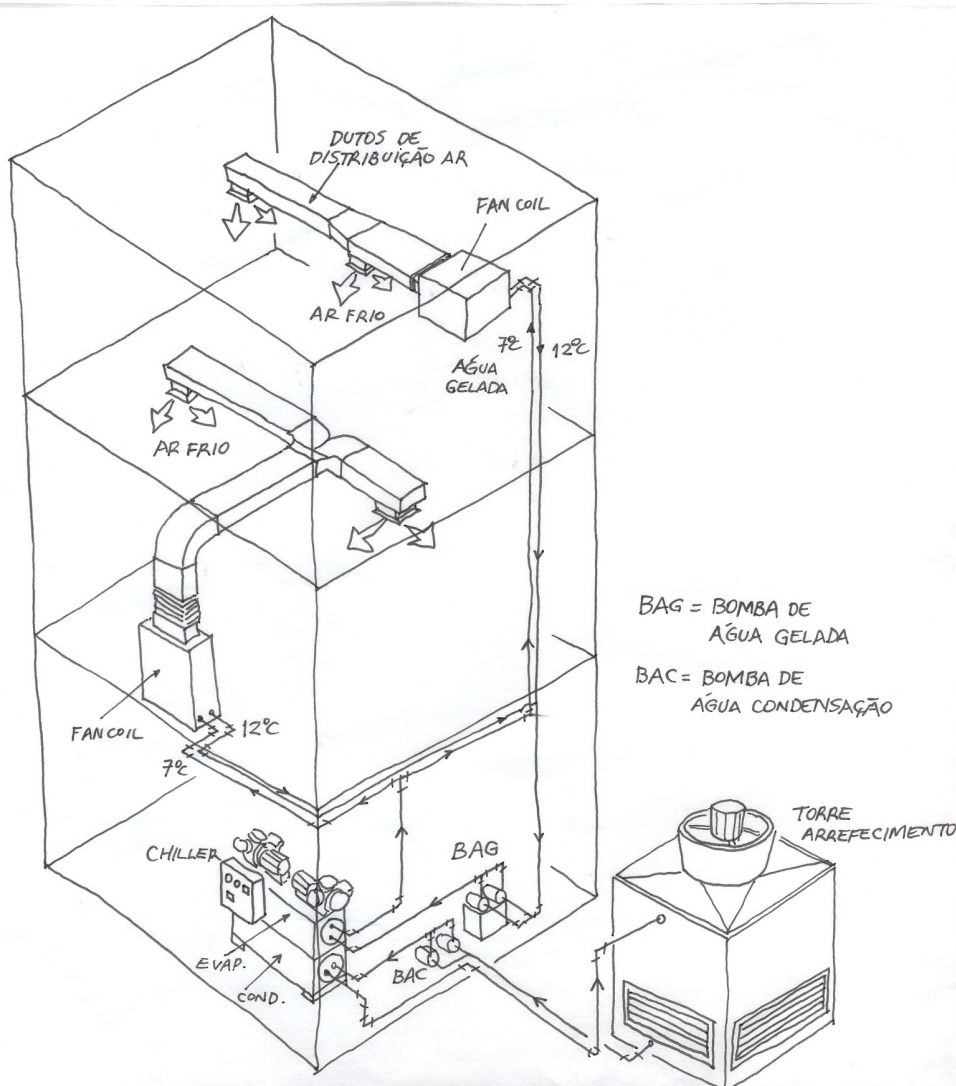
*Prof. Carlos Boabaid Neto, M. Eng.*

2011

## INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS FLUIDOS

A Mecânica dos Fluidos é a área que estuda os fenômenos físicos relacionados ao movimento dos fluidos. Na área de Refrigeração e Ar Condicionado esse conhecimento é fundamental, já que todos os sistemas de distribuição de ar através de redes de dutos, sistemas de condensação a água, tubulações de fluidos refrigerantes para sistemas industriais, e sistemas de distribuição de água gelada, operam de acordo com os princípios da física do movimento dos fluidos.

Na figura a seguir estão ilustradas as principais aplicações da mecânica dos fluidos: pode-se ver dutos de insuflamento, que conduzem o ar condicionado desde os “fan-coils” até o ambiente, distribuindo-o de acordo com os critérios de ventilação e conforto térmico; um sistema de água de condensação, que transporta a água que resfria o fluido refrigerante que atravessa o condensador do “chiller”, conduzindo-o até a torre de resfriamento, onde é resfriado; um sistema de água gelada, que transporta a água resfriada pelo “chiller” até os “fan-coils”. A determinação do diâmetro das linhas de água gelada, de água de condensação, das dimensões dos dutos e as potências das bombas serão objetos de nosso estudo.



**Figura 1** – Sistema de condicionamento de ar por água gelada

O presente Volume I tem como objetivo apresentar conceitos básicos da mecânica de fluidos. Serão revisados conceitos básicos da termodinâmica. Em seguida, será apresentado (de forma resumida), o estudo da Estática dos Fluidos, ou seja, do fluido em repouso.

No Volume II, apresentar-se-á o estudo da dinâmica dos fluidos, com ênfase à equação da conservação da energia em escoamentos, a famosa Equação de Bernoulli. Através desta equação e das informações básicas para determinação da perda de carga em escoamentos, serão apresentados métodos de dimensionamento de dutos. Por fim, no Volume III, apresentar-se-á os princípios básicos da ventilação, ou seja, da tecnologia que envolve a movimentação, distribuição e purificação do ar, com ênfase ao problema do condicionamento de ar.

Mais informações podem ser encontradas em catálogos, páginas de Internet, livros e no portal “Wiki” do Campus São José ([www.sj.ifsc.edu.br/wiki](http://www.sj.ifsc.edu.br/wiki)).

## 1. Sistema de Unidades

Neste texto, será utilizado o Sistema Internacional de Unidades (SI), que define as unidades utilizadas legalmente no nosso país. As quatro dimensões básicas do Sistema Internacional são: comprimento (metro), massa (quilograma), tempo (segundo) e temperatura (kelvin). A partir destas definições básicas, são derivadas todas as demais unidades físicas. Na mecânica dos fluidos, são bastante utilizadas as unidades indicadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Unidades derivadas do SI para algumas grandezas

Grandeza física	Nome	Símbolo	Definição da unidade	Expressão em unidade de base do SI
Força	newton	N	kg.m/s <sup>2</sup>	m.kg/s <sup>2</sup>
Pressão	pascal	Pa	N/m <sup>2</sup>	kg/m.s <sup>2</sup>
Energia	joule	J	N.m	m <sup>2</sup> .kg/s <sup>2</sup>
Potência	Watt	W	J/s	m <sup>2</sup> .kg/s <sup>3</sup>

Como é sabido, no campo da refrigeração e condicionamento de ar, ainda é muito comum o uso de unidades do sistema Inglês, bem como outras unidades, aceitas pelo SI. O importante, neste caso, é conhecer os fatores de conversão entre as unidades, que são apresentados na Tabela 1, nos Anexos.

## 2. Densidade e massa específica ( $\rho$ )

Densidade é um conceito que envolve a distribuição de uma certa quantidade, pela região que ocupa no espaço. Então, pode-se, por exemplo, falar de densidade populacional, que representa o número total de habitantes de um determinado local, dividido pela área do local.

Nas ciências físicas, é muito utilizado o conceito de **densidade de massa**, que é definida como a massa de um objeto dividida pelo volume que este objeto ocupa no espaço:

$$d = \frac{m}{V} \quad [\text{kg/m}^3]$$

A densidade é também chamada de massa específica, pois ela nos diz a quantidade de massa que existe numa unidade de volume.

Quando um corpo é composto de um material homogêneo, a densidade do corpo caracteriza também a massa específica ( $\rho$ ) do material de que é feito o corpo. Ou, em outras palavras, a massa específica de um material ou substância é caracterizada pela razão entre sua massa e seu volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{kg/m}^3]$$

Assim, se a densidade do gelo é  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , significa que em cada  $1 \text{ cm}^3$  de gelo existem  $0,92$  gramas de gelo. Observe que  $1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

Um material pode ter um grande volume e apresentar pouca massa, como é o caso dos isolantes térmicos. Já há substâncias que, em um pequeno volume, concentram elevada massa: estas substâncias têm então uma densidade elevada. A Tabela 2 traz a densidade de alguns materiais.

Tabela 2 - Valores de densidade de alguns materiais (temperatura ambiente)

Material	Densidade	
	[g/cm <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]
platina	21,5	21 500
ouro	19,3	19 300
mercúrio	13,6	13 600
chumbo	11,3	11 300
aço	7,60	7 600
alumínio	2,70	2 700
água pura	1,00	1 000
água do mar	1,03	1 030
gelo	0,92	920
óleo	0,80	800
gasolina	0,70	700
ar	0,0012	1,2
vapor d'água	0,00075	0,75

Um fato importante é que a densidade de um objeto não depende do seu tamanho, já a massa depende: quanto maior o objeto, maior é a sua massa. Mas a densidade é a mesma, não importam as dimensões do objeto, mas de que tipo de material ele é formado. Por exemplo, a densidade da água é a mesma, não importa se é uma gota ou uma garrafa.

A densidade não é uma propriedade imutável. Como é sabido, os materiais sofrem alterações de suas dimensões, em função de alterações de temperatura, pressão, entre outros parâmetros. Ou seja, o volume ocupado por um material pode variar e, conseqüentemente, sua massa específica também varia.

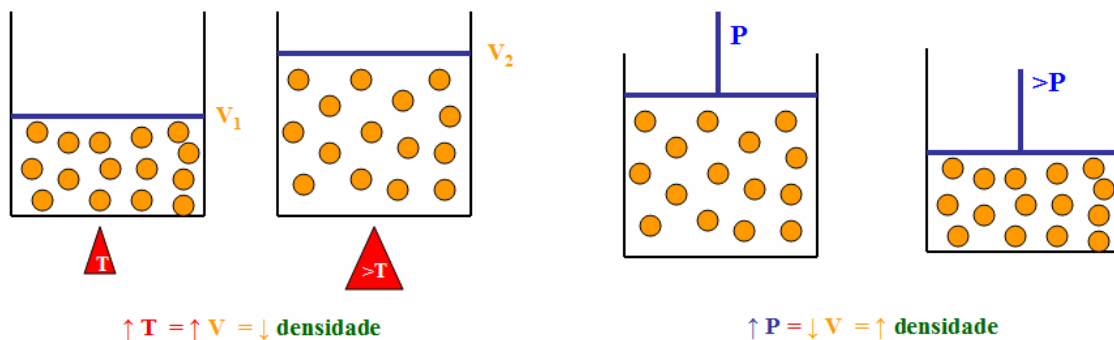


Figura 2 – Alterações da densidade

Este fato tem algumas conseqüências práticas interessantes. Por exemplo, quando diferentes massas de fluido, com diferentes temperaturas, entram em contato, haverá a tendência da porção de

fluido mais fria (que é mais densa) ser puxada para baixo, empurrando para cima a porção de fluido mais quente (que é menos densa). Ou seja, o fluido mais denso é mais “pesado” e o fluido mais quente, mais “leve”. Este fenômeno é amplamente observado na tecnologia de refrigeração e condicionamento de ar, onde os processos sempre envolvem o aquecimento ou o resfriamento de fluidos (Figura 3). No interior de um refrigerador, quando o ar é resfriado ao entrar em contato com o evaporador, fica mais denso e, assim, desce. Ao entrar em contato com os alimentos, absorve calor destes e, desta forma, fica menos denso, e torna a subir.

A massa específica da água em função da temperatura é calculada pela seguinte equação:

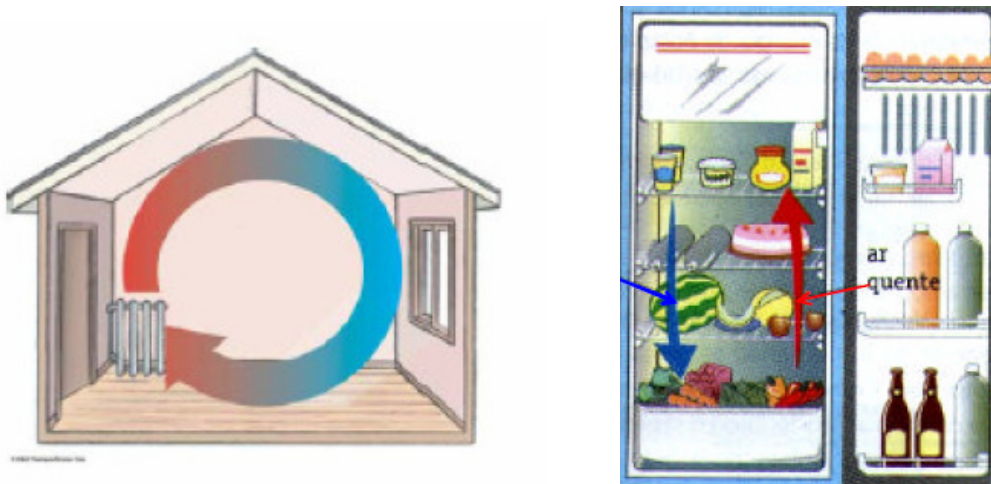
$$\rho_{\text{água}} = 1000 - \frac{(T - 4)^2}{180} \quad [\text{kg/m}^3]$$

A massa específica do ar em função da temperatura é dada pela seguinte equação:

$$\rho_{\text{água}} = \frac{101325}{(T + 273) \cdot 287} \quad [\text{kg/m}^3]$$

Uma outra propriedade bastante utilizada nas ciências mecânicas é o volume específico. O volume específico de um material é definido pela relação entre seu volume e sua massa. Desta forma, o volume específico é o inverso da massa específica:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad [\text{m}^3/\text{kg}]$$



**Figura 3** – Movimentos de fluido devido a alterações de densidade

Nos Anexos, é apresentada uma tabela com a variação da massa específica do ar e da água com a temperatura.

### 3. Pressão

A pressão de uma força aplicada a uma superfície (ou simplesmente pressão), é igual à intensidade da força aplicada, dividida pela área da superfície onde essa força é aplicada. Ou seja:

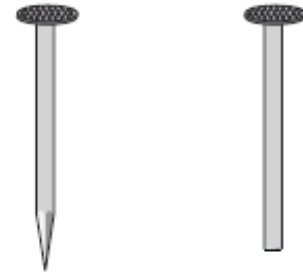
$$\text{Press\~{a}o} = \frac{\text{For\~{c}a}}{\text{\~{A}rea}}$$

$$P = \frac{F}{A}$$

[N/m<sup>2</sup>] ou [Pa]

Observe que a unidade de press\~{a}o, o pascal (Pa), vem da sua pr\~{o}pria defini\~{c}\~{a}o, ou seja, for\~{c}a (expressa em N) dividida pela \~{a}rea (expressa em m<sup>2</sup>).

O conceito de for\~{c}a \~{e} relativamente f\~{a}cil de entender, por\~{e}m, o conceito de press\~{a}o \~{e} um pouco mais complexo. Considere a seguinte situa\~{c}\~{a}o: dois pregos, sendo um deles de ponta bem afiada, e outro com a extremidade reta, como na Figura 4. Se voc\~{e} tentar martelar os dois pregos contra a parede, ou em uma t\~{a}bua de madeira, observar\~{a} que o prego pontudo entrar\~{a} na parede com mais facilidade. Por que isso acontece? Qual \~{e} a diferen\~{c}a entre as duas situa\~{c}\~{o}es? Em ambas as situa\~{c}\~{o}es, a for\~{c}a que fazemos com o martelo \~{e} transmitida pelo prego \~{a} parede. Vamos supor que essa for\~{c}a seja igual nas duas situa\~{c}\~{o}es. A \~{u}nica diferen\~{c}a \~{e} o tamanho da superf\~{i}cie de contato, isto \~{e}, da regi\~{a}o do prego que encosta na parede.



Prego "tipo A"

Prego "tipo B"

**Figura 4** – Pregos com diferentes pontas

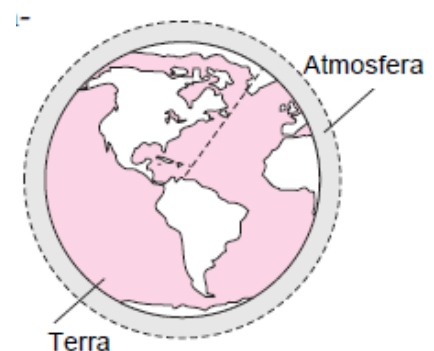
Em outras palavras, **a \~{a}rea onde a for\~{c}a \~{e} aplicada \~{e} diferente nas duas situa\~{c}\~{o}es**. Ent\~{a}o, o efeito desejado (que o prego entre na parede) ser\~{a} melhor quanto menor for a \~{a}rea de contato entre o prego e a parede, isto \~{e}, quanto mais pontudo for o prego. O prego pontudo entra na parede com mais facilidade porque **a press\~{a}o que ele exerce sobre a parede \~{e} maior**. Assim, quanto menor for a \~{a}rea de aplica\~{c}\~{a}o da for\~{c}a, mais facilmente o prego entrar\~{a} na parede, pois maior ser\~{a} a press\~{a}o que ela exercer\~{a} sobre a parede.

Por causa da press\~{a}o, \~{e} dif\~{i}cil caminhar na areia com sapatos de salto fino. \~{E} muito mais f\~{a}cil andar com os p\~{e}s descal\~{c}os. Devido ao nosso peso, nossos p\~{e}s exercem press\~{a}o sobre a areia. Quando andamos descal\~{c}os, a superf\~{i}cie de contato, onde a for\~{c}a \~{e} aplicada (\~{a}rea dos p\~{e}s), \~{e} maior do que quando andamos com os sapatos, de forma que a press\~{a}o ser\~{a} menor e afundaremos menos, o que facilita a caminhada.

Pela mesma raz\~{a}o, podemos nos deitar numa cama de pregos. Quando nos deitamos, o peso do corpo se distribui por uma \~{a}rea grande e, dessa forma, a press\~{a}o de cada prego \~{e} pequena, e n\~{a}o nos fere. Se, por outro lado, fic\~{a}ssemos em p\~{e} sobre a cama, com certeza ir\~{i}amos nos machucar, pois agora o nosso peso estaria distribu\~{i}do por uma \~{a}rea bem menor (dos p\~{e}s) e, assim, a press\~{a}o seria bem maior.

### Press\~{a}o atmosf\~{e}rica

Sabe-se que todos os objetos se atraem, e os que est\~{a}o pr\~{o}ximos \~{a} Terra s\~{a}o atra\~{i}dos para sua superf\~{i}cie. Envolvendo a Terra existe uma camada formada por gases. Essa camada recebe o nome de atmosfera (Figura 5). A atmosfera cont\~{e}m, entre outros gases, oxig\~{e}nio, que \~{e} essencial \~{a} vida. Os gases s\~{a}o formados por conjuntos de \~{a}tomos, chamados de mol\~{e}culas. Essas mol\~{e}culas possuem massa e s\~{a}o atra\~{i}das para a Terra, mantendo-se, assim, ao seu redor. Existem muitas dessas mol\~{e}culas envolvendo a

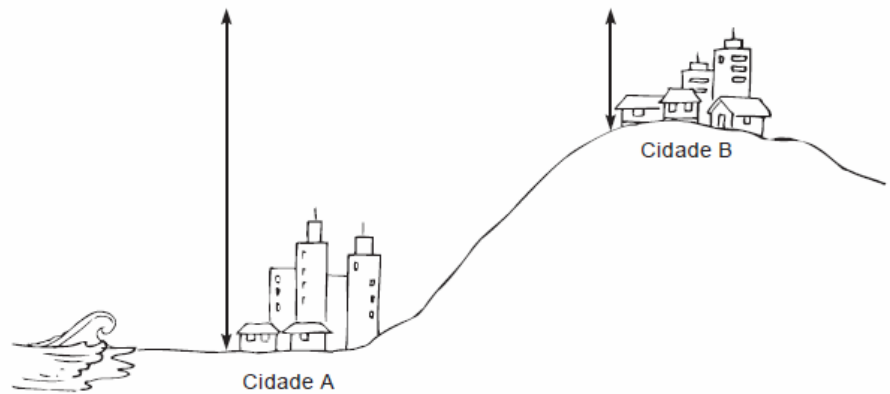


**Figura 5** – Atmosfera da Terra

Terra e sendo atraídas na sua direção. Cada uma delas é extremamente leve, pois sua massa é muito pequena, mas, como existem muitas delas, o peso de todas juntas é considerável.

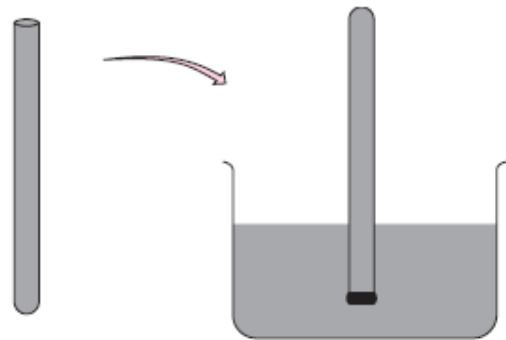
Desta forma, o ar irá exercer pressão sobre toda a superfície da Terra. **Pressão atmosférica é a pressão que a atmosfera exerce sobre a superfície da Terra.**

Observe: se a pressão depende diretamente da força, nesse caso, o peso do ar e, esse, depende da quantidade de moléculas que existe lá para cima, então, quanto menor for a espessura da atmosfera, menor será sua pressão e vice-versa. Portanto, a pressão atmosférica diminui com a altitude, isto é, com a altura do local, em relação ao nível do mar.



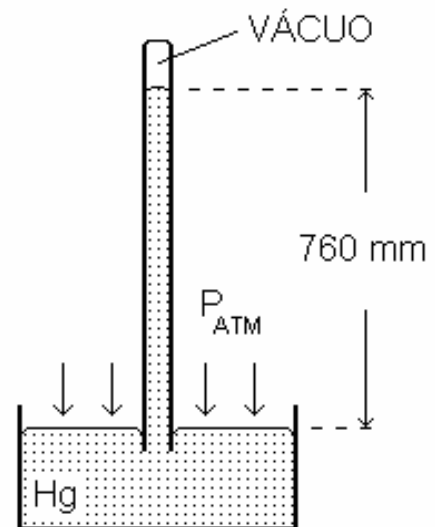
**Figura 6** – A coluna de ar é maior na cidade A, portanto a pressão também é maior

Até o século XVII, pouco se sabia sobre a pressão atmosférica. O físico italiano Evangelista **Torricelli**, por volta de 1630, realizou uma experiência que comprovou a existência da pressão atmosférica e, além disso, determinou o seu valor. Torricelli teve uma ótima idéia: primeiro apanhou um recipiente cheio de mercúrio (aquele líquido prateado usado nos termômetros). Depois, pegou um tubo fechado de um lado e o encheu com mercúrio (Figura 7). Em seguida, tapou a outra extremidade e mergulhou o tubo no recipiente (com a parte tapada virada para baixo).



**Figura 7**

Ao destapar o tubo, ele observou que a coluna de mercúrio desceu até atingir uma certa altura: 76 cm (Figura 8). Torricelli então concluiu que **a pressão exercida pela coluna de mercúrio é igual à pressão atmosférica, pois ela é capaz de equilibrar a coluna.** É importante notar que, dentro do tubo, fica uma região sem ar: o vácuo. Se fosse feito um buraco no topo do tubo, o ar entraria e a coluna desceria, até atingir o mesmo nível do mercúrio no recipiente, pois seria pressionada pela atmosfera.



**Figura 8**

Então, Torricelli concluiu que: **a pressão atmosférica ( $p_{atm}$ ) equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura.**

$$P_{\text{atm}} = 76 \text{ cmHg}$$

Note que “centímetros de mercúrio” (cmHg) é uma unidade de pressão. Foi criada uma outra unidade de pressão chamada atmosfera (atm) que equivale à pressão atmosférica. Então:

$$P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg}$$

Uma tabela completa de fatores de conversão entre diferentes unidades de pressão é apresentada em anexo. A Tabela 3 traz o valor da pressão atmosférica de acordo com a altitude. O nível do mar corresponde à altitude 0 m: aí, a pressão atmosférica é máxima.

Tabela 3 - Pressão atmosférica em função da altitude

Altitude (m)	$P_{\text{atm}}$ (cmHg)
0	76
500	72
1.000	67
2.000	60
3.000	53
4.000	47
5.000	41
6.000	36
7.000	31
8.000	27
9.000	24
10.000	21

#### 4. Estática de Fluidos

A Estática é o ramo da ciência mecânica que estuda os corpos em repouso. Assim, nesta seção serão estudados os fenômenos relacionados aos fluidos sem movimento. Vamos nos concentrar no estudo de três princípios: de Stevin, Pascal e de Arquimedes.

##### Princípio de Stevin

Stevin demonstrou que a pressão que atua em um ponto do fluido situado a uma dada profundidade é dada pela equação a seguir:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

onde  $p_0$  é a pressão atmosférica,  $h$  é a profundidade,  $\rho$  é a massa específica do fluido, e  $g$  o valor da aceleração da gravidade ( $9,81 \text{ m/s}^2$  ao nível do mar).

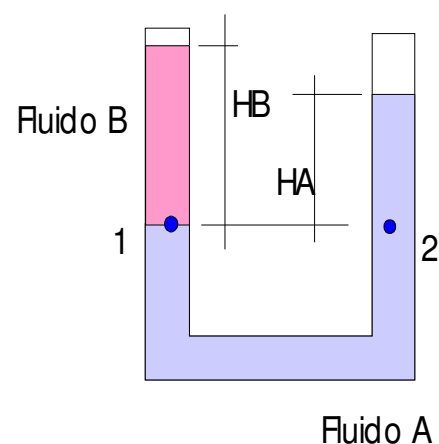


Figura 9 - Ilustração do princípio de Stevin



Stevin também mostrou que para um mesmo fluido as pressões em um mesmo nível de profundidade são iguais (Figura 9). Ou seja, a pressão do ponto 1 é igual a pressão do ponto 2. Portanto, pode-se escrever:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_o + \rho_B g H_B = p_o + \rho_A g H_A$$

Simplificando os termos iguais em ambos os lados da igualdade:

$$\rho_B \cdot H_B = \rho_A H_A$$

Duas conseqüências importantes do princípio de Stevin são mostrados nas Figuras 10 e 11. Na Figura 10, é demonstrado o fato de que a pressão em um fluido varia com a profundidade, mas é a mesma em todas as direções, para uma mesma profundidade. Na Figura 11, é demonstrando o fato de que a pressão é independente da forma e do tamanho do recipiente que contém o fluido. A diferença de pressão entre os níveis 1 e 2 é sempre:

$$p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot h$$

sendo  $\rho$  é a massa específica do fluido dentro dos reservatórios.

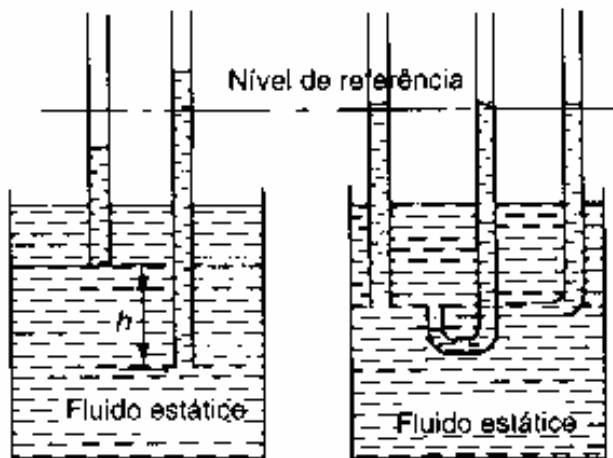


Figura 10 – Pressão em um fluido

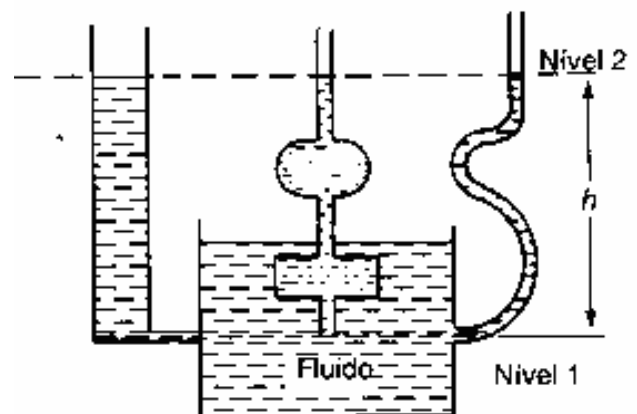


Figura 11 - Pressão em um fluido

A Figura 11 demonstra também uma conseqüência interessante do princípio de Stevin, que é o conceito de **vasos comunicantes**. Esse sistema é formado por dois ou mais recipientes (ou vasos) que se comunicam pela base, como mostra a Figura 12. Nesta figura, observe que, como o café está em equilíbrio e sujeito apenas à pressão atmosférica, a altura nos dois vasos é a mesma. Assim, é possível saber qual a quantidade de café existente no interior da máquina, sem precisar olhar lá dentro.

O interessante é que não importa a forma que os recipientes tenham: quando eles estiverem sujeitos à mesma pressão, a coluna de líquido em qualquer dos recipientes estará na mesma altura.

Um exemplo muito simples de um sistema desse tipo é a mangueira transparente, com água dentro, que os pedreiros usam nas construções para nivelar, por exemplo, duas paredes ou uma fileira de azulejos (Figura 13).

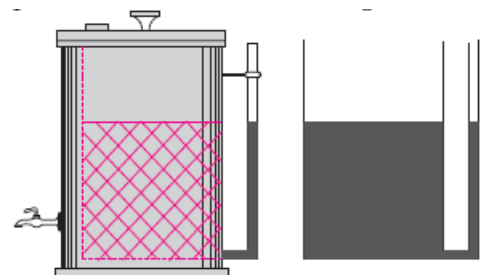


Figura 12 – Recipiente de café

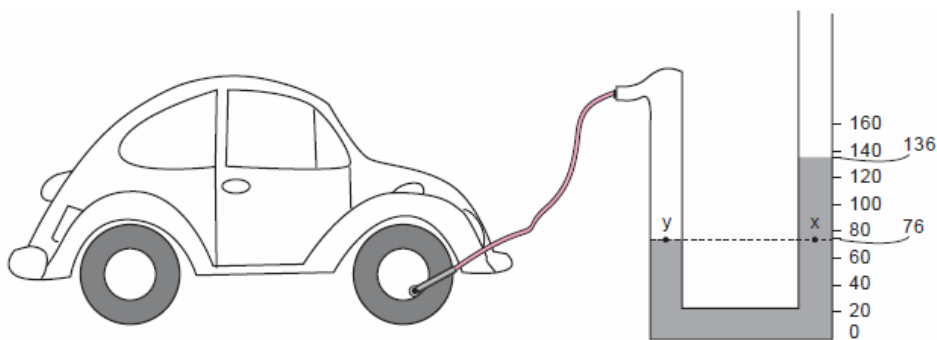
É também devido a essa propriedade que, para se obter uma forte pressão nos chuveiros, as caixas d'água devem ficar mais altas em relação ao ponto de saída da água (Figura 14). A pressão da água no chuveiro será tanto maior quanto mais alta estiver a caixa d'água, pois a pressão nesse ponto é igual à pressão atmosférica mais a pressão da coluna de água, que, como sabemos, depende da altura da coluna de água acima daquele ponto.

Outra importante aplicação prática do princípio de Stevin são os manômetros (instrumento utilizado para medir a pressão de um gás). Um tipo muito simples de manômetro é formado por um tubo em forma de U (Figura 15), que contém um líquido no seu interior e uma escala para que se possa medir a diferença de altura entre as colunas e, assim, conhecer a pressão.

$$p_1 = p_2 + \rho gh$$

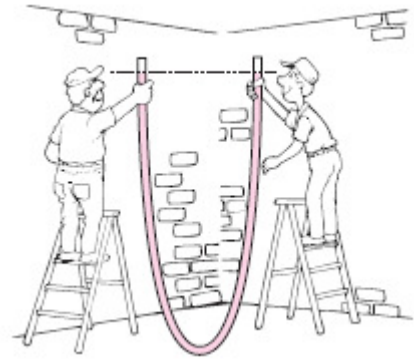
Observe a Figura 16. Quando a mangueira é ligada ao pneu, a coluna de líquido do manômetro se desloca: no ramo esquerdo, o líquido é empurrado para baixo e, conseqüentemente, sobe no ramo da direita. Por que isso acontece? Porque a pressão no interior do pneu é maior do que a pressão atmosférica, e por isso empurra o líquido até atingir o equilíbrio. Pelo princípio de Stevin, dois pontos de um líquido, situados numa mesma profundidade, têm a mesma pressão, portanto a pressão no ponto indicado pela letra y é igual à pressão indicada no ponto indicado pela letra x. A pressão no ponto y corresponde à pressão do gás no interior do pneu ( $p_{\text{pneu}}$ ), e esta corresponde à pressão no ponto x. Assim:

$$P_y = P_{\text{pneu}} = P_x$$

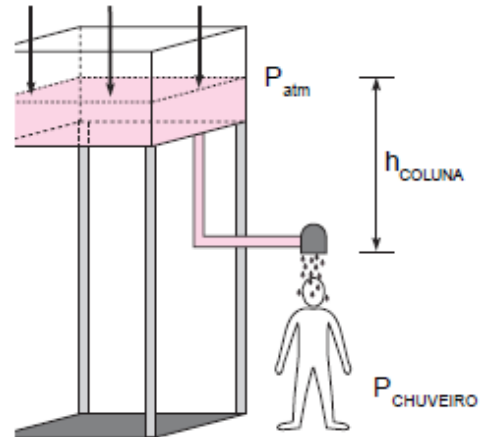


**Figura 16** - Medição de pressão com manômetro em U

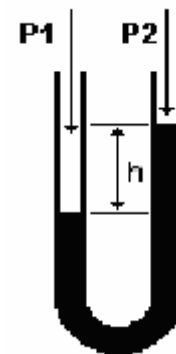
A pressão no ponto x é a pressão atmosférica mais a pressão da coluna de líquido acima daquele ponto.



**Figura 13** – Nível de pedreiro



**Figura 14** - Chuveiro



**Figura 15** - Manômetro em U

$$P_x = P_{atm} + P_{coluna}$$

Então, basta verificar usando a escala do manômetro a altura da coluna de líquido e, conhecendo-se a densidade do líquido, calcular a pressão da coluna.

$$p_x = p_{atm} + \rho gh$$

Observe que, se a massa específica (densidade) for dada em  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ , e a altura da coluna de líquido em  $[\text{m}]$ , usando-se o valor da aceleração da gravidade de  $9,81 \text{ m/s}^2$ , o produto destas variáveis resultará em  $[\text{Pa}]$ :

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \left( \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \times \text{m} \times \frac{1}{\text{m}^3} = \text{N} \times \frac{1}{\text{m}^2} = \text{Pa}$$

Muitas vezes, não se leva em consideração o valor da pressão atmosférica, medindo-se apenas a pressão relativa à coluna de líquido. Esta medida de pressão é chamada de **pressão manométrica**, ou seja,

$$P_{x,\text{man}} = \rho gh$$

Observe que, neste caso, tem-se um valor de pressão medido em relação à pressão atmosférica, por isso a pressão manométrica é uma **pressão relativa**.

Na Figura 16, a coluna à direita subiu porque a pressão no pneu era superior à pressão atmosférica. Caso a pressão do pneu fosse inferior à atmosférica, ocorreria o inverso, como indicado na Figura 17. Neste caso, para que a equação do manômetro funcione, o valor da altura da coluna de líquido deverá ser negativo.

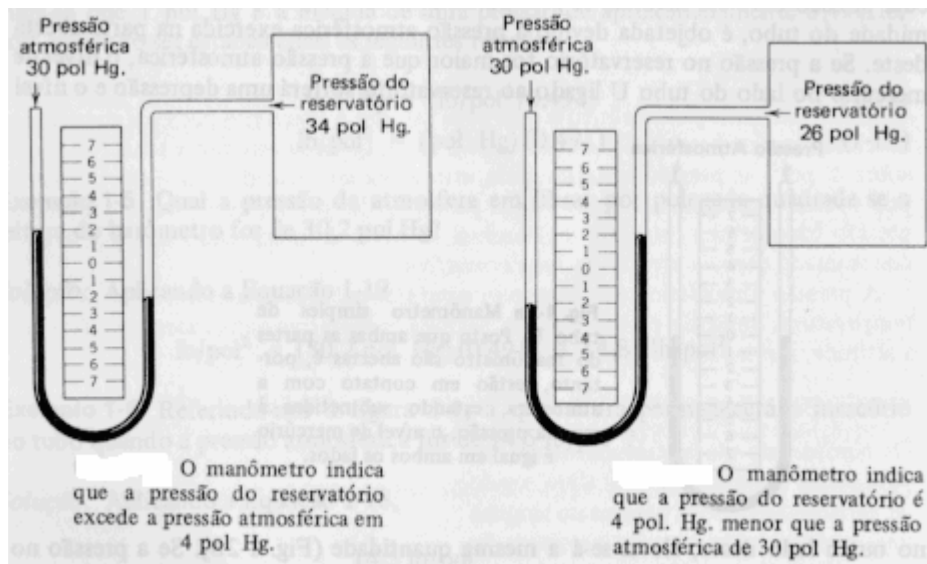


Figura 17 - Medição de pressão com manômetro em U

## Medidas de pressão

Como se pode constatar pelas equações anteriores, a pressão atmosférica é um valor crucial para a medição da pressão. Pode-se estabelecer, então, diferentes “tipos” de medidas de pressão, conforme exposto na Figura 18.

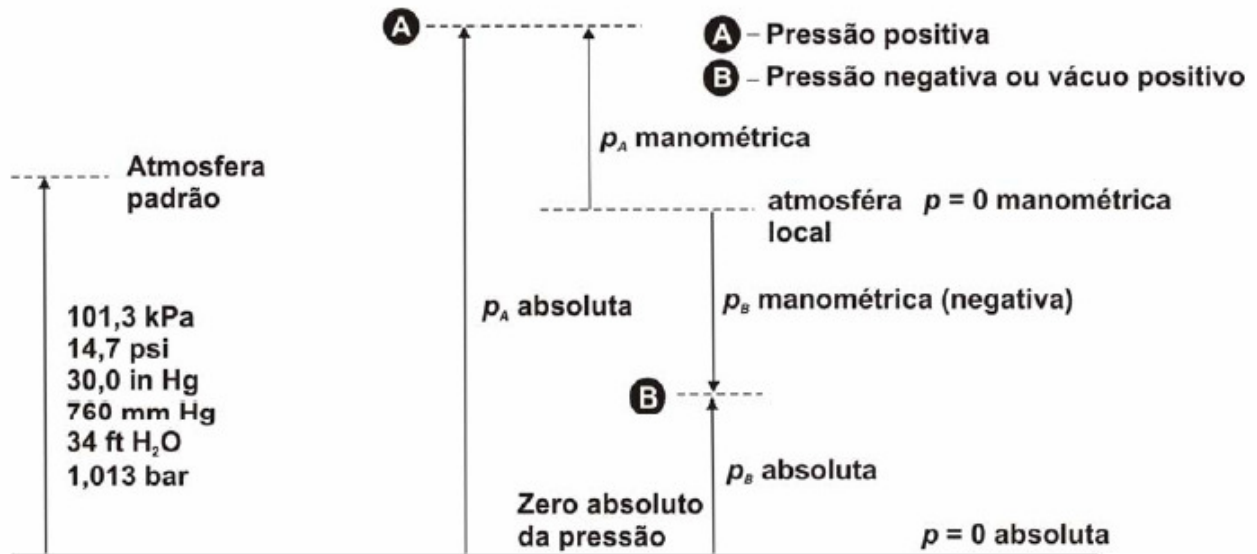


Figura 18 - Níveis de pressão

A **pressão absoluta** é o valor de pressão total, ou seja, cuja referência é o zero absoluto. A pressão atmosférica é medida pelo **barômetro** (como mostrado na Figura 8).

A pressão medida pelo manômetro, ou **pressão manométrica**, é portanto a diferença entre a pressão absoluta, e a pressão atmosférica, ou seja,

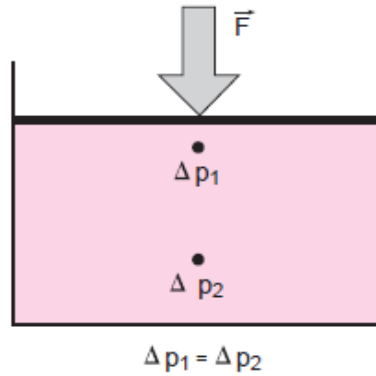
$$P_{\text{abs}} = P_{\text{man}} + P_{\text{atm}}$$

Quando a pressão a ser medida é superior à pressão atmosférica, o valor da pressão manométrica é considerado positivo. Mas se a pressão a ser medida é inferior à pressão atmosférica, o valor da pressão manométrica é considerado negativo, e também chamado de vácuo.

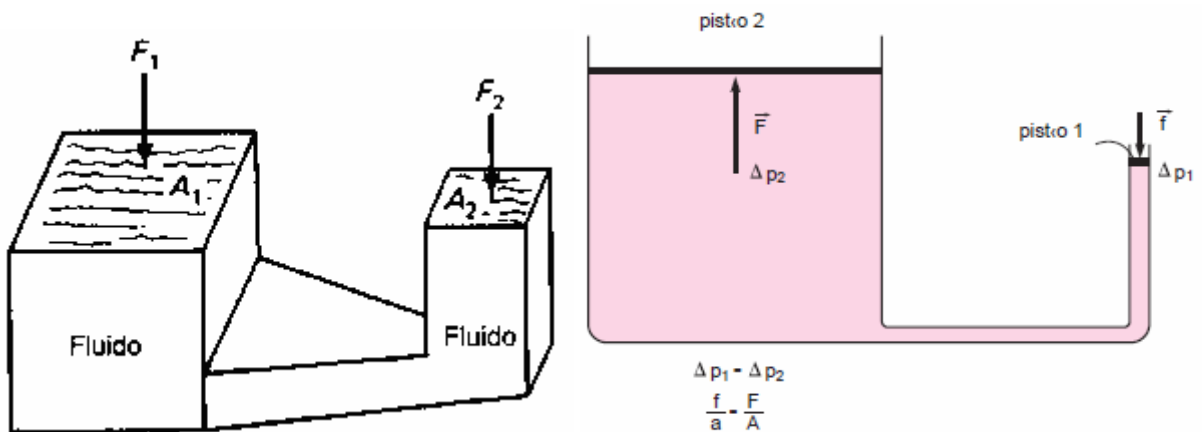
## Princípio de Pascal

O cientista francês Blaise Pascal, em 1653, descobriu, por meio de experiências, que quando, por alguma razão, alteramos a pressão em um ponto de um líquido, essa variação de pressão é transmitida para todos os outros pontos do líquido (Figura 19). Essa propriedade dos líquidos é hoje conhecida como o princípio de Pascal.

Este princípio é utilizado como multiplicadores de força em máquinas, como, por exemplo, em elevadores hidráulicos. O elevador hidráulico é, basicamente, um sistema de vasos comunicantes. É formado por dois recipientes cilíndricos comunicantes, contendo um líquido, normalmente óleo. Em geral, esses recipientes são fechados com um pistão. Uma característica muito importante desse sistema é que a área da superfície de um dos pistões é bem maior que a do outro, como mostra a Figura 20.



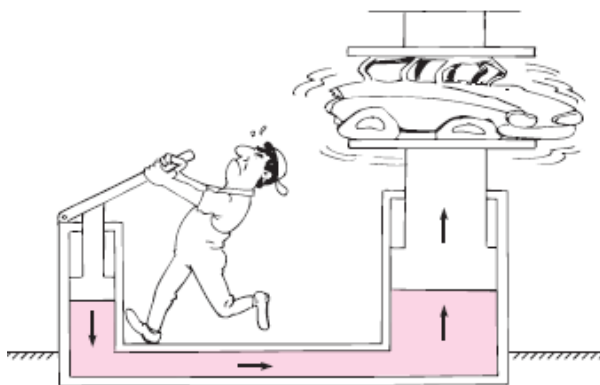
**Figura 19** - Ilustração do princípio de Pascal.



**Figura 20** - Esquema do elevador hidráulico

$$\text{Como } \Delta p_1 = \Delta p_2 \Rightarrow F_1 \times A_2 = F_2 \times A_1 \Rightarrow F_1 = F_2 \times \frac{A_1}{A_2}$$

ou seja, como  $A_1 > A_2$ , a força  $F_1$  será maior do que a força aplicada  $F_2$ . A força exercida no pistão menor é multiplicada por um fator que depende da relação entre as áreas dos pistões ( $A_1/A_2$ ). Por isso, este equipamento é chamado multiplicador de forças. O princípio do elevador hidráulico é o mesmo utilizado em prensas hidráulicas (Figura 21) e nos sistemas de freios hidráulicos dos automóveis (Figura 22).



**Figura 21** - Prensa hidráulica

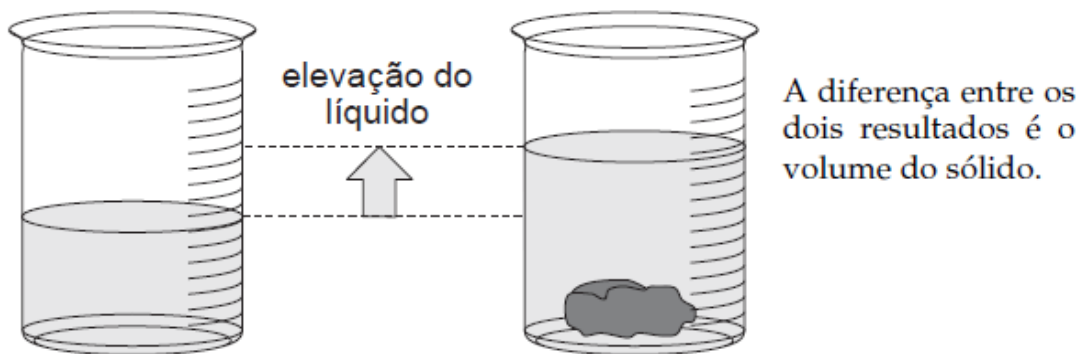


**Figura 22** - Freio hidráulico

## Princípio de Arquimedes

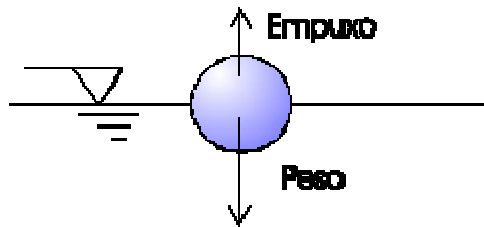
A preocupação com o cálculo de volumes é bastante antiga. Há milhares de anos a civilização egípcia já conhecia alguns processos para esse cálculo. Os habitantes da Grécia Antiga aprimoraram esses processos e desenvolveram outros. Destaca-se o trabalho do matemático e físico Arquimedes, que viveu no século III a.C. Desenvolvendo raciocínios bastante criativos, Arquimedes mostrou como calcular o volume de diversas figuras geométricas.

Conta-se que, enquanto tomava banho, constatou que a água subia quando ele mergulhava. Essa quantidade de água que subia era seu volume. A Figura 23 demonstra como obter o volume de um sólido qualquer, como uma pedra, uma fruta, um legume, etc., usando o **princípio de Arquimedes**.



**Figura 23** – Princípio de Arquimedes

Arquimedes também formulou o princípio do **empuxo**. Segundo ele, quando um corpo imerso em um fluido desloca uma dada quantidade de fluido, isso provoca uma força para cima chamada de empuxo (E).



**Figura 24** - Ilustração do Princípio do Empuxo

O empuxo pode ser calculado conforme a equação a seguir:

$$E = \rho_f \times g \times V_i$$

Observe que a densidade nesta equação é do fluido e não do corpo imerso.

Na Figura 24, observe que, para o corpo estar em equilíbrio, o empuxo deverá ser igual a seu peso. Desta forma, pode-se escrever:

$$E = \rho_{\text{fluido}} \times g \times V_{\text{imerso}} = P = m \times g = \rho_{\text{corpo}} \times V_{\text{corpo}} \times g$$

$$\rho_{\text{fluido}} \times V_{\text{imerso}} = \rho_{\text{corpo}} \times V_{\text{corpo}}$$

$$V_{\text{imerso}} = \frac{\rho_{\text{corpo}}}{\rho_{\text{fluido}}} \times V_{\text{corpo}}$$

Então, se o peso do corpo for maior do que o empuxo gerado, o corpo deverá afundar. Ao contrário, se o peso do corpo for pequeno, o corpo flutuará. Isto significa que, se a densidade do corpo for superior à densidade da água (densidade relativa do corpo > 1), o corpo afundará. E se a densidade do corpo for inferior à da água, o corpo flutuará.

Desta forma, fica fácil deduzir que, por exemplo, como a densidade do gelo é cerca de 10% menor que a densidade da água do mar (confira a Tabela 2), então o volume imerso do iceberg é aproximadamente 90% do volume de um iceberg, ou seja, o que se vê de um iceberg é apenas 10% de seu volume.

As embarcações conseguem flutuar porque o formato de seu casco desloca uma grande quantidade de água, gerando assim um elevado empuxo.

---

## EXERCÍCIOS

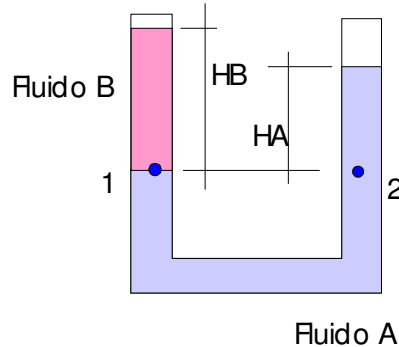
- ( 1 ) Uma garrafa de fluido refrigerante é pesada em uma balança, que indicou 14,5 kg. Sabendo-se que a massa do botijão vazio é de 2,85 kg, e seu volume interno é de 10 litros, determine:
- a massa de fluido refrigerante existente dentro da garrafa;
  - a massa específica do fluido refrigerante;
- ( 2 ) Um objeto feito de ouro maciço tem 500 g de massa, e 25 cm<sup>3</sup> de volume. Determinar:
- a densidade do objeto, e a massa específica do ouro, em [g/cm<sup>3</sup>] e [kg/m<sup>3</sup>];
  - o peso específico de uma substância é definido como sendo o peso desta substância, dividido por seu volume; sendo assim, qual o peso específico do ouro?
- ( 3 ) Um corpo, feito de material homogêneo, tem massa de 200 g e volume de 400 cm<sup>3</sup>. Determine a densidade do material
- ( 4 ) Não se conhece o material de que é feito um determinado objeto. Entretanto, pode-se medir sua massa e seu volume. A massa é de 220 g, e o volume resultou em 20 cm<sup>3</sup>. Baseado nas informações da Tabela 2, qual é o material predominante do objeto?
- ( 5 ) Imagine um planeta cuja  $p_{\text{atm}}$  é aproximadamente 10 vezes menor do que na Terra. Se a experiência de Torricelli fosse realizada nesse planeta, qual seria a altura da coluna de mercúrio?
- ( 6 ) O ponto mais alto do Brasil é o Pico da Neblina, com cerca de 3.000 m. Qual é o valor aproximado da pressão atmosférica no seu topo? (Consulte a tabela no texto.) Dê a resposta em:
- cmHg
  - atm
  - Pa
- ( 7 ) As dimensões de um tijolo são aproximadamente 5 cm x 10 cm x 20 cm, e a sua massa 1.500 g.
- calcule o seu volume, seu peso e sua densidade;
  - calcule a pressão que ele exerce sobre uma mesa, quando está apoiado em cada uma de suas três faces.
- ( 8 ) A densidade da água do mar é aproximadamente 1,03 g/cm<sup>3</sup> = 1,03 x 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>.
- calcule a pressão no fundo do mar, para as profundidades indicadas e complete a tabela abaixo; não se esqueça de incluir a pressão atmosférica nos seus cálculos; atenção às unidades; dê o seu resultado em N/m<sup>2</sup> e atm.
  - construa um gráfico da pressão (p), em função da profundidade (h);

Profundidade (m)	p (N/m <sup>2</sup> )	p (atm)
0		
20		
40		
60		
80		
100		

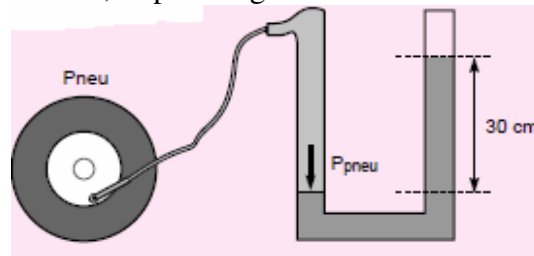


( 9 ) Qual a pressão em um ponto a 35m de profundidade na água, em um local cuja pressão atmosférica é de 100 kPa?

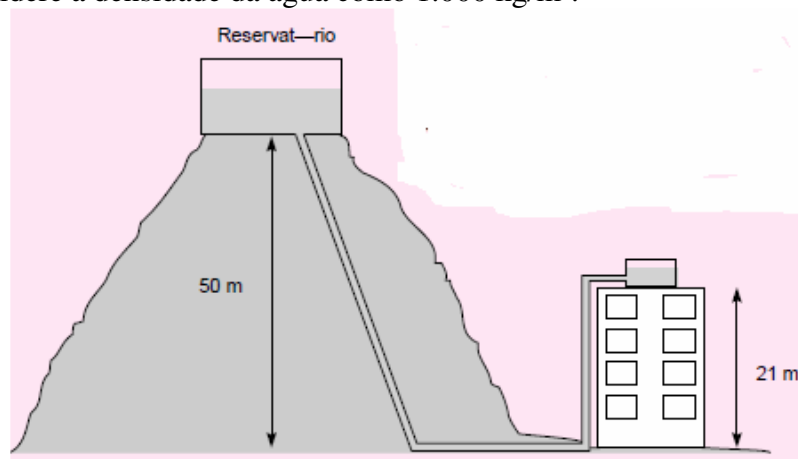
( 10 ) Seja um tubo em “U” com dois líquidos A e B imiscíveis e de densidades diferentes. Considerando que  $H_B=70\text{cm}$  e  $H_A=40\text{cm}$ , e que a densidade do fluido B é de  $900\text{ kg/m}^3$ , qual é a densidade do fluido A ?



( 11 ) Ao calibrar um pneu, observou-se a indicação da figura abaixo. Qual era o valor da pressão no pneu? Dê o resultado em atm, lb/pol<sup>2</sup> e kgf/cm<sup>2</sup>. O fluido do manômetro é o mercúrio.

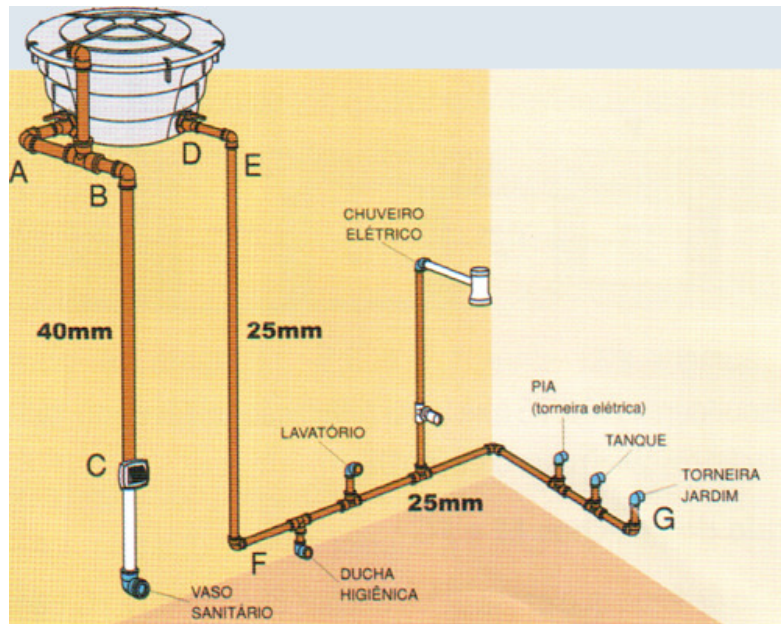


( 12 ) O reservatório de água de uma cidade fica sobre uma colina, conforme se vê na figura abaixo. A altura da água dentro da caixa é 5 m. Calcule a pressão com que a água chega à caixa de um edifício. Considere a densidade da água como  $1.000\text{ kg/m}^3$ .

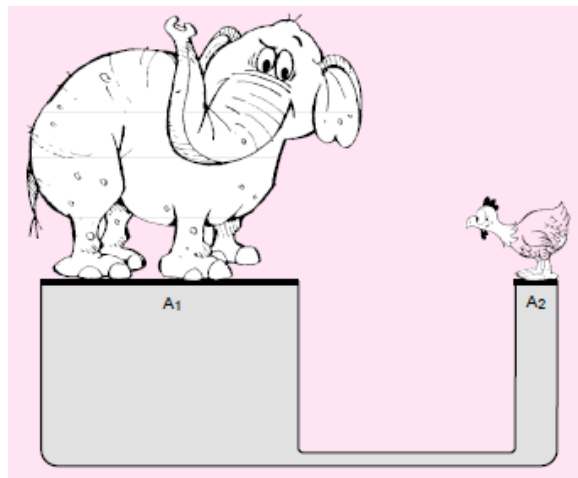


( 13 ) A figura abaixo representa o lay-out aproximado de uma instalação hidráulica residencial. O piso da laje superior, onde está apoiado o reservatório, encontra-se 3,5 m acima do nível do solo. A água alcança 65 cm de altura dentro do reservatório. Determinar:

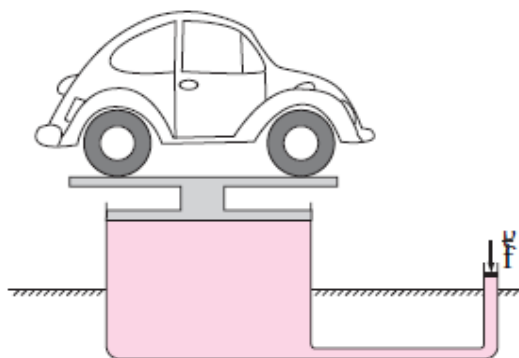
- a pressão disponível na válvula de descarga (ponto C), que está situada 1,20 m acima do nível do solo;
- a pressão disponível no chuveiro, que está situada 2,20 m acima do nível do solo;



- ( 14 ) Um elefante e uma galinha estão equilibrados sobre um elevador hidráulico, conforme mostra a figura.
- (a) sendo o peso do elefante 16.000 N e o da galinha 20 N, calcule qual deve ser a relação entre as áreas das superfícies sobre a qual eles estão, isto é, quanto vale  $A_1/A_2$ ?
- (b) suponha que a área onde está apoiada a galinha ( $A_2$ ) seja 10 cm<sup>2</sup>. Qual deverá ser a área onde está o elefante ( $A_1$ )?



- ( 15 ) Os êmbolos de uma prensa hidráulica são formados por dois cilindros com raios de 15cm e 200cm. Para equilibrar um corpo de 8000kg colocado no êmbolo maior é preciso aplicar no êmbolo menor uma força de quantos newtons?
- ( 16 ) Seja o peso do carro 800 kgf, a área do pistão maior 2.000 cm<sup>2</sup> e a do menor, 25 cm<sup>2</sup>. Qual a força necessária no outro pistão?



- ( 17 ) Uma esfera flutua em equilíbrio na água, de modo que o volume imerso é 25% de seu volume total. Qual a relação entre as densidades da água e da esfera?
- ( 18 ) Um cubo de um certo material isolante, com 5 cm de lado, é colocado na água, e observa-se que há um deslocamento de 12 cm<sup>3</sup> de água. Qual a densidade do material isolante?
- ( 19 ) (a) No experimento de Arquimedes, suponha que ele colocou na água uma massa de ouro igual à da coroa, recolhendo 30 cm<sup>3</sup> de água. Qual era a massa da coroa? (considere a densidade do ouro igual a 20 g/cm<sup>3</sup>).
- (b) sabendo que a densidade da prata é de 10 g/cm<sup>3</sup>, qual teria sido o volume de água recolhido quando Arquimedes mergulhou uma massa de prata igual à massa da coroa?
- (c) supondo que a massa da coroa fosse constituída por 70% de ouro e 30% de prata, qual teria sido o volume recolhido por Arquimedes quando ele mergulhou a coroa na água?
-

## ANEXOS

**TABELA 1 - CONVERSÃO DE UNIDADES DE MEDIDA**

GRANDEZA	PARA CONVERTER	SÍMBOLO	MULTIPLICAR POR	SÍMBOLO	PARA OBTER
	PARA OBTER		→		←
COMPRIMENTO	Metros	m	3,281	ft	Pés
	Polegadas	"	25,4	mm	Milímetros
	Quilômetros	Km	0,6214	mile	Milhas
ÁREA	Alqueire Do Norte	-	27,255	m <sup>2</sup>	Metros Quadrados
	Alqueire Mineiro	-	48.400	m <sup>2</sup>	Metros Quadrados
	Alqueire Paulista	-	24.200	m <sup>2</sup>	Metros Quadrados
	Ares	a	100	m <sup>2</sup>	Metros Quadrados
	Hectares	ha	10.000	m <sup>2</sup>	Metros Quadrados
	Quilômetros Quadrados	Km <sup>2</sup>	0,3861	miles <sup>2</sup>	Milhas Quadradas
	Quilômetros Quadrados	Km <sup>2</sup>	100	Ha	Hectares
	Quadra Quadrada	-	17.424	m <sup>2</sup>	Metros quadrados
VOLUME	Quadra	-	132	m	Metros
	Litros	L	0,264	Us/gal	Galões Americanos
	Litros	L	0,0353	ft/cu	Pés Cúbicos
	Metros Cúbicos	m <sup>3</sup>	264,17	Us/gal	Galões Americanos
	Metros Cúbicos	M <sup>3</sup>	35,31	ft/cu	Pés Cúbicos
VAZÃO	Metros Cúbicos	M <sup>3</sup>	1000	L	Litros
	Litros Por Segundo	L/s	3.600	L/h	Litros por Hora
	Litros Por Minuto	L/min.	0,0353	ft/cu/min.	Pés Cúbicos por Minuto
	Litros Por Hora	L/h	0,00059	ft/cu/min.	Pés Cúbicos por Minuto
	Litros Por Segundo	L/s	15,85	gal/min.	Galões por Minuto
	Litros Por Minuto	L/min.	0,264	gal/min.	Galões por Minuto
	Metros Cúbicos P/Hora	M <sup>3</sup> /h	0,59	ft/cu/min.	Pés Cúbicos por Minuto
	Metros Cúbicos P/Hora	M <sup>3</sup> /h	4,403	gal/min.	Galões por Minuto
PRESSÃO	Metros Cúbicos P/Hora	M <sup>3</sup> /h	1.000	L/h	Litros/hora
	Atmosferas	atm.	1,033	Kg/cm <sup>2</sup>	Quilogramas p/centimetro Quadrado
	Metros De Coluna D'agua	mca	3,284	ft	Pés
	Metros De Coluna D'agua	mca	0,1	Kg/cm <sup>2</sup>	Quilogramas p/centimetro Quadrado
	Libras Por Polegada Quadrada	Lb/Pol. <sup>2</sup> (PSI)	0,703	mca	Metros de Coluna D'água
	Quilogramas Por Centimetro Quadrado	Kg/cm <sup>2</sup>	14,22	Lb/Pol <sup>2</sup> (PSI)	Libra por polegada Quadrada
	Quilogramas Por Centimetro Quadrado	Kg/cm <sup>2</sup>	10	mca	Metros de Coluna D'água
	Bar	Bar	10,197	mca	Metros de Coluna D'água
	Mega Pascal	MPa	10	bar	Bar
	Mega Pascal	MPa	101,9716	mca	Metros de Coluna D'água
Mega Pascal	MPa	10,1971	Kg/cm <sup>2</sup>	Quilogramas p/centimetro Quadrado	
PESO	Libras	Lb	0,4536	Kg	Quilogramas
	Quilogramas	Kg	2,2045	Lb	Libras
VELOCIDADE	Metros Por Segundo	M/s	3,281	ft/sec.	Pés por Segundo
	Metros Por Segundo	M/s	3,6	Kg/h	Kilometros por hora
	Metros Por Minuto	M/min.	0,03728	mile/h	Milhas por hora
	Quilômetros Por Hora	Km/h	0,91134	ft/sec.	Pés por Segundo
	Quilômetros Por Hora	Km/h	0,27778	m/s	Metros por Segundo
POTÊNCIA	Cavalos Vapor	CV	0,7355	KW	Kilowatts
	Cavalos Vapor	CV	0,9863	HP	Horse Power
	Cavalos Vapor	CV	735,5	W	Watts
	Quilowatt	KW	1.000	W	Watts
	Megawatts	MW	100.000	W	Watts
	Kilowatts	KW	1,341	HP	Horse Power
	Kilowatt Hora	KW/h	3412,98	BTU	BTU
TEMPERATURA	Graus Celsius + 32	°C	1,8	°F	Graus Farenheit
	Graus Celsius + 273	°C	1,0	°K	Graus Kelvin

**TABELA DE CONVERSÃO DE UNIDADES:  
PRESSÃO**

	atm	PSI(lbf/in <sup>2</sup> )	Kgf/cm <sup>2</sup>	Bar	mmHg(Torricelli)	mH <sub>2</sub> O	in. Hg	Pascal(Pa)
atm	1	14,6959	1,033	1,01325	760	10,33	29,92	101325
PSI(lbf/in <sup>2</sup> )	0,0680	1	0,07031	0,06895	51,71	0,70307	2,04	6894,8
Kgf/cm <sup>2</sup>	0,96778	14,2234	1	0,98	735,514	10	28,9572	98066,5
Bar	0,9869	14,51	1,02	1	750,061	10,195	29,53	10000
mmHg	0,001315789	0,01933677	0,00135951	0,001333224	1	0,01360	0,03937	133,3224
mH <sub>2</sub> O	0,09678	1,42234	0,10	0,0980872	73,5514	1	2,89572	9803,1176
in. Hg	0,03342	0,49119	0,03453	33900	25,4	0,34534	1	3386,5
Pascal(Pa)	0,000009869	0,0001450377	0,00001019716	0,00001	0,007500617	0,000102	0,0002952	1

**Exemplo: 1 bar = 14,51 lb/in<sup>2</sup> (PSI); 1 MPa = 10,0 bar**

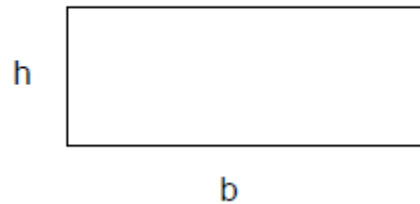
Varição da massa específica ( $\rho$ ) do ar e da água com a temperatura

Temperatura [°C]	massa específica		volume específico	
	ar [kg/m <sup>3</sup> ]	água [kg/m <sup>3</sup> ]	ar [m <sup>3</sup> /kg]	água [l/kg]
4	1,275	1.000,0	0,78459	1,00000
6	1,265	999,98	0,79026	1,00002
8	1,256	999,91	0,79592	1,00009
10	1,248	999,80	0,80159	1,00020
12	1,239	999,64	0,80725	1,00036
14	1,230	999,44	0,81292	1,00056
16	1,222	999,20	0,81858	1,00080
18	1,213	998,91	0,82425	1,00109
20	1,205	998,58	0,82991	1,00142
22	1,197	998,20	0,83558	1,00180
24	1,189	997,78	0,84124	1,00223
26	1,181	997,31	0,84691	1,00270
28	1,173	996,80	0,85257	1,00321
30	1,165	996,24	0,85824	1,00377
32	1,158	995,64	0,86390	1,00437
34	1,150	995,00	0,86957	1,00503
36	1,143	994,31	0,87523	1,00572
38	1,135	993,58	0,88090	1,00646
40	1,128	992,80	0,88656	1,00725
42	1,121	991,98	0,89223	1,00809
44	1,114	991,11	0,89789	1,00897
46	1,107	990,20	0,90356	1,00990
48	1,100	989,24	0,90922	1,01087
50	1,093	988,24	0,91489	1,01190

## PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Legenda: P - perímetros A – áreas V - volume

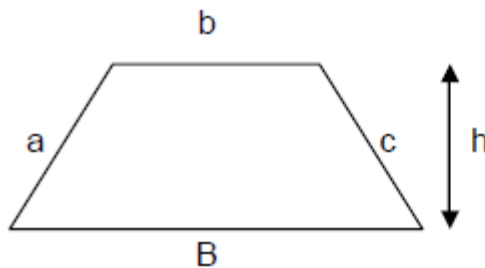
### • Retângulo



$$P = 2h + 2b$$

$$A = b \cdot h$$

### • Trapézio



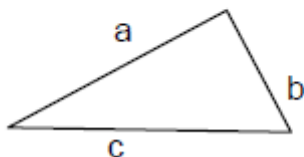
$$P = a + b + c + B$$

$$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$

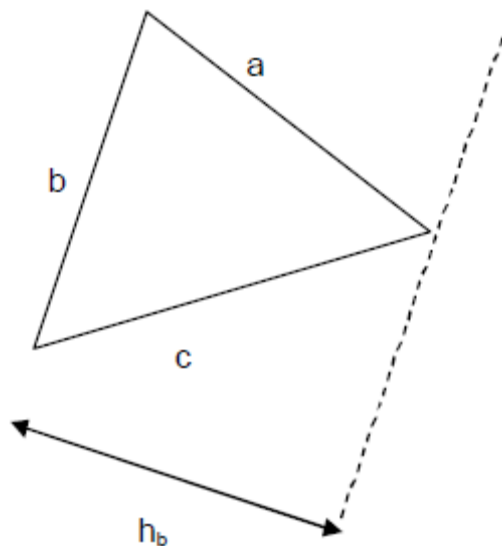
### • Triângulo

$P = a + b + c$  (perímetro)

$p = (a + b + c)/2$  (semiperímetro)



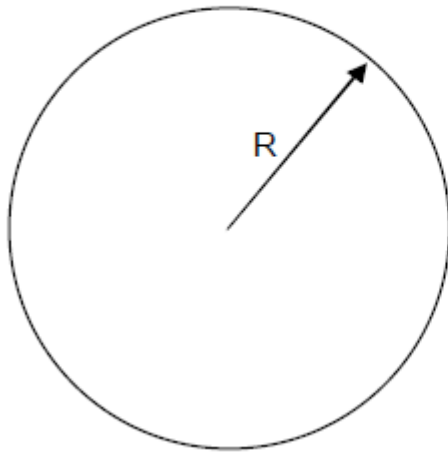
$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$



$$P = a + b + c$$

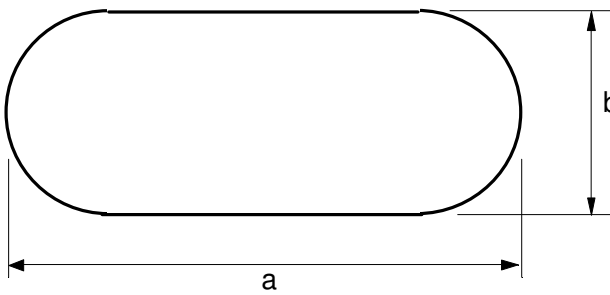
$$A = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

- **Circunferência**



$$P = 2\pi R$$
$$A = \pi R^2$$

- **Caso especial: dutos de seção oval**



$$P = \pi b + 2(a - b)$$
$$A = \left(\frac{\pi b^2}{4}\right) + b(a - b)$$

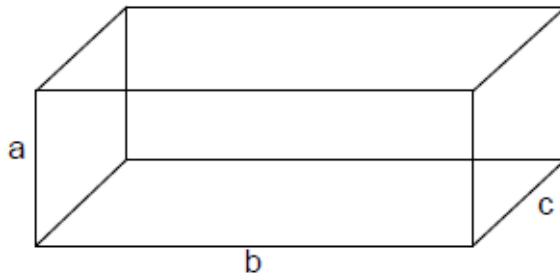


## VOLUME DE SÓLIDOS

Legenda:  $A_{\text{total}}$  – área superficial total do sólido

$V$  – volume do sólido

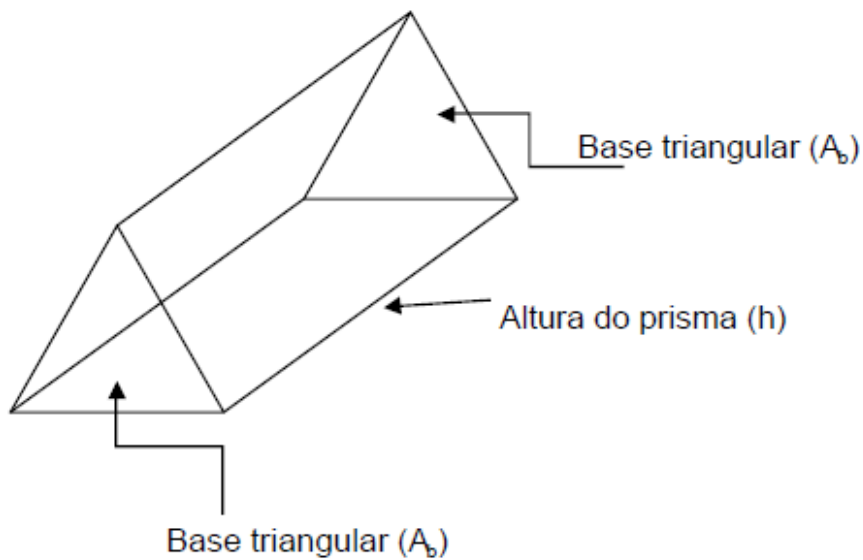
- **Paralelepípedo**



$$V = a.b.c$$

$$A_{\text{total}} = 2(a.b + b.c + a.c)$$

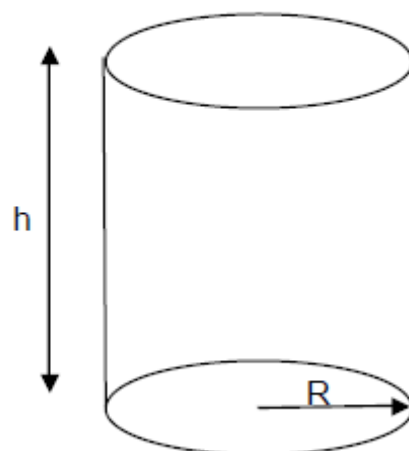
- **Prisma de base triangular**



$$V = A_b.h$$

$$A_{\text{total}} = 2A_b + A_{\text{lateral}}$$

- **Cilindro**



$$V = A_{\text{base}}.h = \pi.R^2.h$$

$$A_{\text{lateral}} = 2.\pi.R.h$$

$$A_{\text{total}} = 2.A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

- **Caso especial: dutos de seção oval**



$$A_{\text{total}} = P \cdot L$$

$$V = A \cdot L$$

onde: L - comprimento total do duto  
A, P – calculados como na seção anterior