

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

PAULA CRISTINA GRANDO

**Software para aprimoramento do ensino de linhas de transmissão,  
baseado em Carta de Smith**

São José - SC

junho/2017



# **SOFTWARE PARA APRIMORAMENTO DO ENSINO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO, BASEADO EM CARTA DE SMITH**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia de Telecomunicações do campus São José do Instituto Federal de Santa Catarina para a obtenção do diploma de Engenheiro de Telecomunicações.

Orientador: Evanaska Maria Barbosa Nogueira

Coorientador: Clayrton Monteiro Henrique

São José - SC

junho/2017

Paula Cristina Grando

Software para aprimoramento do ensino de linhas de transmissão, baseado em Carta de Smith/  
Paula Cristina Grando. – São José - SC, junho/2017-  
39 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Evanaska Maria Barbosa Nogueira

Monografia (Graduação) – Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC  
Campus São José  
Engenharia de Telecomunicações, junho/2017.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. 2. Palavra-chave3. I. Orientador. II. Instituto Federal de Santa Catarina. III. Campus São José. IV. Título

PAULA CRISTINA GRANDO

**SOFTWARE PARA APRIMORAMENTO DO ENSINO DE LINHAS DE  
TRANSMISSÃO, BASEADO EM CARTA DE SMITH**

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheiro de Telecomunicações, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, e aprovado na sua forma final pela comissão avaliadora abaixo indicada.

São José - SC, 15 de outubro de 2015:

---

**Evanaska Maria Barbosa Nogueira, Dr.**  
Orientador  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Professor, Dr. Saul Silva Caetano**  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Professor, Clayrton Monteiro Henrique**  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Professor Diego da Silva de Medeiros**  
Instituto Federal de Santa Catarina



*Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,  
quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas.*





# RESUMO

Carta de Smith é uma calculadora gráfica que além de resolver de forma gráfica cálculos complexos, auxilia no ensino de linhas de transmissão. Por essas características, ela é amplamente usada no meio acadêmico. Para facilitar a utilização dessa ferramenta, este trabalho visa desenvolver um software para automatizar o processo de utilização da carta facilitando o seu uso. Para a execução desta pesquisa decidiu-se dividir a criação do software em três etapas, sendo a primeira composta pela modelagem da carta e pela localização dos elementos da linha de transmissão na mesma. Após concluído a primeira etapa, será codificado formas distintas de efetuar o casamento de impedância, ambas as etapas serão alcançadas através do uso do software *Matlab*. Após concluída toda a codificação das funcionalidades da carta ela será integrada a uma aplicação web, que por sua vez será codificada na linguagem *C#*.

**Palavras-chave:** Carta de Smith. Impedância. Eletromagnetismo Aplicado. Linhas de Transmissão.



# ABSTRACT

Smith's Letter is a graphing calculator that assists in teaching the characteristics of Transmission lines. The development of this software, will automate the process of using the card, thus facilitating its use. For the execution of this research the technique chosen was to split the creation of the software steps. Initially the implementation or adaptation of an algorithm will be made to model the letter, then the handling of the letter will be coded, both steps will be achieved through the use of matlab. After doing these steps, a survey will be done (choosing) which letter features are most commonly used in teaching Smith's Letter, and will then select which features will be added to the software. Completed this first phase, the matlab application will be integrated into the web application, which in turn will be encoded in C#.

**Keywords:** Chart Smith. Impedance. Applied Electromagnetism. Transmission lines.



# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo de linha de transmissão . . . . .	27
Figura 2 – Parâmetros distribuídos de um segmento de uma linha de transmissão . . . . .	28
Figura 3 – Linha de transmissão terminada com uma carga . . . . .	29
Figura 4 – Círculos correspondentes a parte real . . . . .	31
Figura 5 – Porção de círculos correspondente a parte imaginária . . . . .	32
Figura 6 – Base da Carta de Smith . . . . .	33
Figura 7 – Polaridade da Parte Imaginária . . . . .	33
Figura 8 – Carta de Smith . . . . .	34



# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Disciplinas que utilizam Carta de Smith no mundo . . . . .	24
Tabela 2 – Disciplinas que utilizam Carta de Smith no Brasil . . . . .	25
Tabela 3 – Cronograma . . . . .	38





# LISTA DE CÓDIGOS



# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS



# LISTA DE SÍMBOLOS

$\Gamma$	Coeficiente de reflexão
$\Gamma_L$	Coeficiente de reflexão na Carga
$\lambda$	Comprimento de onda
$Z_{in}$	Impedância de entrada
$Z_0$	Impedância da linha
$Z_L$	Impedância da carga
$l$	Comprimento da linha de transmissão
$Re$	Parte real da impedância
$Im$	Parte imaginária da impedância
$r$	Parte real da impância
$\theta$	Ângulo do coeficiente de reflexão na carga
$C$	Tipo de linguagem de programação
$C++$	Tipo de linguagem de programação
$C\#$	Tipo de linguagem de programação
$R'$	Resistência por unidade de comprimento
$L'$	Indutância por unidade de comprimento
$G'$	Condutância por unidade de comprimento
$C'$	Capacitância por unidade de comprimento
$V_0^+$	Tensão positiva
$I_0^+$	Corrente positiva



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>23</b>
1.1	Objetivos	23
1.2	Motivação	24
1.3	Organização do texto	24
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>27</b>
2.1	<b>Linhas de transmissão</b>	<b>27</b>
2.1.1	Parâmetros das linhas de transmissão	27
2.1.2	Modelagem da Linha de Transmissão	27
2.1.3	Impedância característica	28
2.1.4	Impedância de entrada	28
2.1.5	Coeficiente de reflexão	29
2.1.5.1	Coeficiente de reflexão na carga	29
2.2	<b>Carta de Smith</b>	<b>29</b>
2.2.1	Construção da Carta	30
2.2.2	Utilizando a carta	32
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>37</b>
3.1	<b>Proposta</b>	<b>37</b>
3.1.1	Casamento de impedância	37
3.2	<b>Cronograma</b>	<b>37</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>39</b>





# 1 INTRODUÇÃO

Apesar do crescimento das redes sem fios, as redes cabeadas continuam sendo amplamente utilizadas, seja na conexão de um computador à Internet, para conectar uma antena a algum equipamento ou até mesmo para fazer a conexão entre componentes eletrônicos em uma placa de circuito impresso. Todos esses tipos de circuito apresentam linhas de transmissão que por sua vez, possuem uma impedância característica. Para que um sistema consiga enviar toda a energia necessária por seus condutores é estritamente necessário que ocorra o perfeito casamento da impedância da linha com a carga e com a fonte. Um exemplo de linha de transmissão com uma alta impedância, são as linhas utilizadas em circuitos impressos, devido ao seu processo de confecção, elas possuem resistência e perdas elevadas (WENTWORTH, 2009). Tendo em vista sua importância para os sistemas atuais, diversas universidades possuem a disciplina de linha de transmissão em sua grade curricular, e grande parte destas fazem o uso da Carta de Smith como ferramenta para explicar o comportamento dos elementos de circuito de microondas.

A Carta de Smith é um gráfico de impedâncias normalizadas que permite calcular o casamento de impedância, além de aprimorar a compreensão do comportamento dos elementos do circuitos, uma vez que ela permite analisar o coeficiente de reflexão e o VSWR (*Voltage Standing Wave Ratio*). Ela foi utilizada pela primeira vez na década de 30 para combinar a impedância de uma antena com a linha de transmissão. Desde então, ela passou a ser utilizada extensivamente como uma calculadora analógica, principalmente na área de microondas.

Apesar de hoje os computadores serem totalmente capazes de lidar com a complexidade dos cálculos envolvendo linhas de transmissão, a Carta de Smith continua sendo amplamente utilizada nos cursos de engenharia ao redor do mundo. Ela encontra-se na ementa disciplinar de 3 das 5 melhores universidades do mundo da área de engenharias. Fato que se faz ainda mais presente nas ementas aplicadas nas universidades brasileiras, sendo aplicada em todas as 5 melhores universidades da área de engenharia. Os cursos que mais fazem o uso de Carta de Smith são: Engenharia Elétrica, Engenharia eletrônica, Engenharia de Telecomunicações, Engenharia de Computação. Em algumas universidades, elas podem ser encontradas até mesmo no curso de Física. Nas Tabela 1 e Tabela 2, é possível observar essas relações.

Além de ser amplamente utilizada dentro das universidades, ela é uma ferramenta extremamente útil para o ensino dos aspectos das linhas de transmissão para máquinas (BADII; OLOOMI, 1998).

Este trabalho visa contribuir para melhorias do ensino de linhas de transmissões através da criação de um software para automatizar a localização e os cálculos feitos através da carta auxiliando a utilização da carta física, além de buscar facilitar a compreensão do comportamento das linhas de transmissão.

Dentre as linguagens de programação utilizadas comumente, optou-se por fazer o uso da linguagem C Sharpe (C#) por ela permitir a criação de aplicações web e propor uma maior interatividade com o usuário, além de integrar a linguagens como C, C++ e javascript.

## 1.1 Objetivos

Neste trabalho propõe-se desenvolver um software para auxiliar no ensino de linhas de transmissão, esta será uma ferramenta web de funcionamento simples e intuitiva que permitirá que alunos de engenharias possam manuseá-la de diversas maneiras a fim de compreenderem o comportamento das linhas de

Tabela 1 – Disciplinas que utilizam Carta de Smith no mundo

Instituição	Ranking <sup>1</sup>	Cursos que utilizam carta de smith como ferramenta	Disciplina
National University of Singapore	2	Electrical & Computer Engineering	EE2011-ENGINEERING ELECTROMAGNETICS EE4104 - MICROWAVE CIRCUITS & DEVICES EE2032 - Signals & Communications Design Lab PC322 - Microwave Theory and Technology
Massachusetts Institute of Technology	3	Electrical Engineering	6.776 - High Speed Communication Circuits and Systems 6.013 - Microwave Communications and Radar
University of California– Berkeley	5	Electrical Engineering and Computer Sciences	EE142 - Integrated Circuits for Communications EECS117 - Introductory Electromagnetics

<sup>1</sup> Posição no ranking global com base nos cursos de engenharia

transmissão. Para alcançar este objetivo principal, será necessário alcançar outros objetivos intermediários.

1. Implementar ou adaptar algoritmo para confecção e manuseio de Carta de Smith através do uso do programa *Matlab*;
2. Selecionar quais aplicações da carta são mais usuais para codificá-las em *C#*;
3. Integrar a aplicação web com o *Matlab*.

## 1.2 Motivação

Inicialmente foi realizado um estudo sobre a importância da Carta de Smith no meio acadêmico, para avaliar se há necessidade de implementar o algoritmo para a confecção e o manuseio da carta. Devido a sua ampla utilização no meio acadêmico serão levantadas as necessidades mais recorrentes no uso da Carta de Smith para que essas sejam implementadas. Concluída a primeira etapa, será importante desenvolver o sistema em *C#*, realizando a integração dele com o algoritmo desenvolvido na primeira etapa. A terceira e última etapa, será analisar qual será a melhor forma de apresentar a aplicação completa ao público alvo.

## 1.3 Organização do texto

O texto está organizado da seguinte forma: No Capítulo 2 é apresentado o embasamento teórico necessário para o desenvolvimento e compreensão deste projeto. No Capítulo 3 é apresentado um cronograma de atividades que será seguido criteriosamente para a realização deste projeto.

Tabela 2 – Disciplinas que utilizam Carta de Smith no Brasil

<b>Instituição</b>	<b>Ranking <sup>1</sup></b>	<b>Cursos que utilizam carta de smith como ferramenta</b>	<b>Disciplina</b>
Universidade de São Paulo (USP)	201	Engenharia Elétrica e de Computação	SEL0310 - Ondas Eletromagnéticas
		Engenharia de Energia e Automação Elétricas	PEA2303 - Engenharia Eletromagnética
		Engenharia de Sistemas Eletrônicos	PSI3483 - Ondas Eletromagnéticas em Meios Guiados
		Engenharia Telecomunicações e Controle	PTC2314 - Ondas e Linhas
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)	299	Engenharia Elétrica e Computação	EE754 - Ondas Guiadas
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)	531	Engenharia Elétrica	EEL7411 - Tópicos Especiais em Telecomunicações IV (Circuitos para comunicação)
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)	364	Engenharia Elétrica	Teoria Eletromagnética II
		Engenharia Eletrônica	CPE770 - Circuitos de Radio-frequência
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	368	Física	FIP20630 - Tópicos em Física da Matéria Condensada: Deposição de Filmes Finos por Pulverização Catódica

<sup>2</sup> Posição no ranking global com base nos cursos de engenharia



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo aborda alguns conceitos fundamentais que são utilizados no desenvolvimento do software descrito nesta pesquisa. Primeiramente será abordado o conceito de linhas de transmissão e suas características, seguido de um breve histórico do surgimento da Carta de Smith e suas funcionalidades. Após o estudo destes conceitos, é necessário conhecer um pouco da linguagem C# e da biblioteca *TLA Toolbox*, que será utilizada para o desenvolvimento da modelagem e manuseio da carta em *Matlab*.

### 2.1 Linhas de transmissão

Uma maneira para transmitir uma informação de um ponto a outro reduzindo as perdas de percurso é através do uso de estruturas, conhecidas como linhas de transmissão, elas guiam a energia da fonte até a carga. O cabo coaxial e par trançado são exemplos típicos de estruturas usadas com essa finalidade (SADIKU, 2006). Este tópico abordará os conceitos básicos necessários sobre linhas de transmissão para futuramente entender a montagem e a utilização da Carta de Smith.

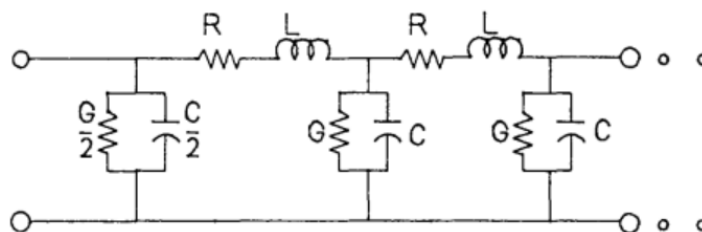
#### 2.1.1 Parâmetros das linhas de transmissão

Normalmente são utilizados termos dos parâmetros da linha para descrever as linhas de transmissão. Estes parâmetros são resistência por unidade de comprimento ( $R'$ ), indutância por unidade de comprimento ( $L'$ ), condutância por unidade de comprimento ( $G'$ ) e capacitância por unidade de comprimento ( $C'$ ). Estes parâmetros são distribuídos de maneira uniforme ao longo de toda a linha (SADIKU, 2006).

#### 2.1.2 Modelagem da Linha de Transmissão

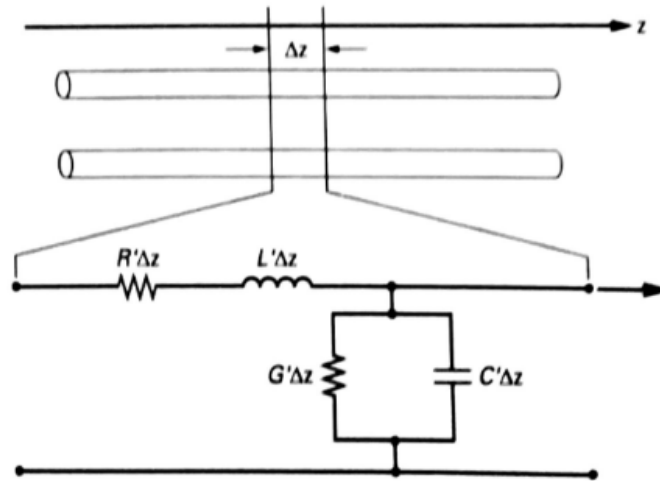
Qualquer linha de transmissão pode ser modelada com base nos parâmetros das linhas. Segundo Nelms et al. (1989), uma linha de transmissão pode ser modelada como uma cascata de circuitos. Cada circuito é constituído por uma resistência e indutância em série com uma condutância e capacitância, estas em paralelo, conforme mostrado na Figura 1. Uma linha de transmissão é dita sem perdas quando os condutores são perfeitos e o dielétrico que os separa é sem perdas. Para isso ocorrer ela tem que ser formada por valores de capacitância e indutância. Considerando uma linha com perdas, esta é composta por uma resistência, uma indutância, uma condutância e capacitância, resultando na atenuação no sinal de informação.

Figura 1 – Modelo de linha de transmissão



A linha de transmissão também pode ser representada por unidade de comprimento. Deste modo, os elementos distribuídos são representados em função da unidade de comprimento, como pode ser visto na Figura 2. Para se obter o valor puro dos elementos distribuídos é necessário multiplicá-los pelo segmento diferencial ( $\Delta z$ ).

Figura 2 – Parâmetros distribuídos de um segmento de uma linha de transmissão



Fonte: WENTWORTH (2009)

### 2.1.3 Impedância característica

A impedância característica é a razão entre a tensão positiva e a corrente positiva em qualquer ponto de uma linha de transmissão infinita, como podemos observar na Equação 2.1. Ela recebe este nome devido a dependência apenas dos parâmetros da linha, de modo que a resistência da carga ligada à extremidade da linha se torne insignificante (WENTWORTH, 2009).

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad (2.1)$$

Todo material apresenta impedância, seja ela em maior ou menor grau. Materiais condutores apresentam baixa impedância, ou seja, são facilmente atravessados por corrente elétrica, enquanto materiais isolantes (não condutores) apresentam uma alta impedância, dificultando a passagem da corrente elétrica.

### 2.1.4 Impedância de entrada

É a razão entre a tensão e a corrente total, em qualquer ponto de uma linha de transmissão (WENTWORTH, 2009). Ela pode ser expressa pela Equação 2.2:

$$Z_{in} = \frac{V_s(z = -l)}{I_s(z = -l)} = \frac{V_0^+ e^{+\gamma l} + V_0^- e^{-\gamma l}}{V_0^+ e^{+\gamma l} - V_0^- e^{-\gamma l}} Z_0 \quad (2.2)$$

Essa equação pode ser manipulada aplicando a identidade de Euler e as definições para as funções hiperbólicas  $\sinh$ ,  $\cosh$ ,  $\tanh$ , de modo a obter equações para linhas de transmissão com perdas

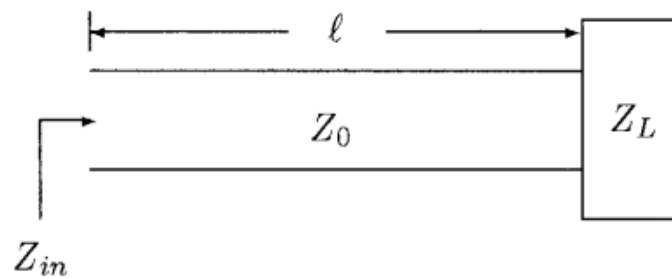
(Equação 2.3) e sem perdas (Equação 2.4) (WENTWORTH, 2009).

$$Z_{in} = Z_0 \left( \frac{Z_L + Z_0 \operatorname{tgh}(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \operatorname{tgh}(\gamma l)} \right) \quad (2.3)$$

$$Z_{in} = Z_0 \left( \frac{Z_L + j Z_0 \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_0 + j Z_L \operatorname{tg}(\beta l)} \right) \quad (2.4)$$

Apesar das equações serem definidas na extremidade da linha considerando o tamanho total da linha ( $l$ ) a partir da visão do gerador, essa equação pode ser utilizada para definir  $Z_{in}$  em qualquer ponto da linha de transmissão. Na Figura 3 mostra a visão a partir do gerador.

Figura 3 – Linha de transmissão terminada com uma carga



Fonte: Badii e Oloomi (1998)

### 2.1.5 Coeficiente de reflexão

O coeficiente de reflexão é definido como a relação entre a onda refletida e a onda incidente em um determinado ponto da linha de transmissão, como se pode observar na Equação 2.5 (SADIKU, 2006).

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} e^{2\gamma z} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{2\gamma z} \quad (2.5)$$

#### 2.1.5.1 Coeficiente de reflexão na carga

O coeficiente de reflexão na carga é semelhante ao coeficiente de reflexão geral quando calculado do ponto de vista da carga. Ele pode ser definido como a fração entre diferença entre a impedância da linha e da impedância da carga, sob a soma de ambas. Como representado na Equação 2.6.

$$\Gamma_L = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.6)$$

Quando a impedância de linha é igual a impedância da carga ( $Z_0 = Z_L$ ), dizemos que ocorre o casamento de impedância, uma vez que a carga possui a mesma impedância da linha de transmissão. Quando o coeficiente de reflexão for igual a zero, quer dizer que toda a energia incidente foi absorvida. Se o coeficiente for igual a um (1), a tensão incidente e refletida estão em fase, caso ele seja igual a menos um ( $-1$ ) a tensão incidente e a refletida estão defasadas em  $180^\circ$  (WENTWORTH, 2009).

## 2.2 Carta de Smith

A carta de Smith é uma ferramenta gráfica que traduz de forma simples o comportamento de linhas de transmissão e elementos de circuitos microondas. Ela foi desenvolvida por Phillip Hagar Smith,

para solucionar problemas relacionados à linhas de transmissão que até o momento só podiam ser resolvidos através de cálculos matemáticos exaustivos. A idéia de criar uma ferramenta mais fácil para trabalhar com linhas de transmissão surgiu quando Smith trabalhava no Departamento de Pesquisa de Rádio da *Bell Telephone Laboratories*, e participou da criação de um sistema de antenas, que tinha como finalidade, facilitar a comunicação com a Europa e a América do Sul através de ondas curtas (SOCIETY, 2017).

Na época a única referência para solucionar problemas eram os cálculos desenvolvidos por J.A. Fleming's. A fim de simplificar o trabalho com linhas de transmissão, Smith dedicou-se incansavelmente a criar um gráfico capaz de resolver qualquer problemas relacionado a linhas de transmissão. Com base na equação de Fleming, ele desenvolveu sua primeira solução gráfica na forma de um gráfico retangular. A primeira versão do gráfico possuía limitações, que foram solucionadas por Smith em 1936, a nova versão do gráfico era baseada em coordenadas polares, na qual todos os valores dos componentes de impedância poderiam ser acomodados. Apesar da segunda versão apresentar resultados satisfatórios, Phillip acreditava que poderia melhorar a solução encontrada através de um sistema de círculos ortogonais. Com isso em mente, ele juntou-se com colegas de trabalho, EB Ferrell e JW McRae, e desenvolveram uma forma que possibilitou acomodar todos os dados de zero a infinito em um único gráfico (SOCIETY, 2017).

Em 1937, o primeiro projeto foi construído com base na carta, porém apenas em 1939, Phillip H. Smith conseguiu publicar o seu trabalho na revista *Electronics*. Em 1944, Smith publicou um segundo artigo relatando a possibilidade de utilizar o gráfico com coordenadas de impedância ou admitância (SOCIETY, 2017). Desde sua criação, a carta de smith tem sido amplamente utilizada como uma calculadora analógica e encontrou aplicações nos campos de engenharia de microondas e comunicações (BADII; OLOOMI, 1998). Embora vivamos em uma era digital, e os computadores já serem capaz de resolver inúmeros cálculos complexos de forma rápida e assertiva, o gráfico desenvolvido por Smith continua sendo utilizado no meio da engenharia, pois se mostrou uma excelente ferramenta didática para demonstrar e ensinar o comportamento de linhas de transmissão (BADII; OLOOMI, 1998).

### 2.2.1 Construção da Carta

O gráfico de Smith é um sistema de coordenadas para os coeficientes de reflexão de tensão sobre quais impedâncias normalizadas ( $z = r + jx$ ) são plotadas. Segundo Sadiku (2006), o sistema de coordenadas é constituído por dois conjuntos de círculos, um conjunto refere-se a parte real, e outra a parte imaginária. Para chegar nestes conjuntos de círculos, é necessário fazer a normalização da impedância da carga em função da impedância característica, conforme a Equação 2.8.

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} \quad (2.7)$$

$$\Gamma_L = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} \quad (2.8)$$

Substituindo a carga em conjunto com um comprimento arbitrário de uma linha de transmissão por uma impedância de entrada temos a Equação 2.9.

$$\Gamma = \Gamma_L e^{j2\beta z} = \frac{z - 1}{z + 1} \quad (2.9)$$

Ao expandir  $\Gamma$  em parcelas reais e imaginárias temos:

$$\Gamma = \Gamma_{Re} + j\Gamma_{Im} \quad (2.10)$$



$$z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = r + jx = \frac{1 + \Gamma_{Re} + j\Gamma_{Im}}{1 - \Gamma_{Re} - j\Gamma_{Im}} \quad (2.11)$$

$$r = \frac{1 - \Gamma_{Re}^2 - \Gamma_{Im}^2}{(1 - \Gamma_{Re}^2) + \Gamma_{Im}^2} \quad (2.12)$$

$$jx = \frac{j2\Gamma_{Im}}{(1 - \Gamma_{Re}^2) + \Gamma_{Im}^2} \quad (2.13)$$

Ao igualar os valores de  $r$  e  $jx$ , a equação geral do círculo com o raio  $a$  e centrado em  $x = m$  e  $y = n$  é representado na Equação 2.14.

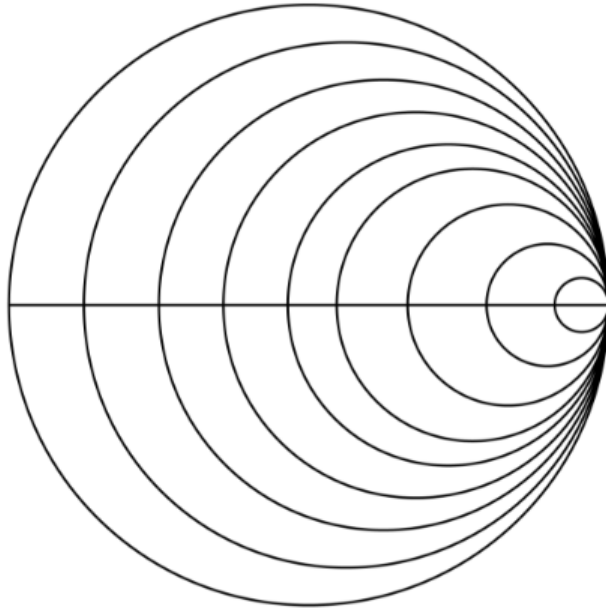
$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = a^2 \quad (2.14)$$

Temos finalmente o conjunto de círculos que refere-se a parte real e pode ser descrito pela Equação 2.15.

$$\left(\Gamma_{Re} - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_{Im}^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad (2.15)$$

que nada mais é que uma circunferência centrada em  $(\frac{r}{1+r}, 0)$  e com raio  $\frac{1}{1+r}$ , como pode-se observar na Figura 4. A área abrangida por este círculo representa todos os pontos possíveis para  $\Gamma$ , os quais devem ter uma magnitude menor ou igual a um (1) (WENTWORTH, 2009).

Figura 4 – Círculos correspondentes a parte real



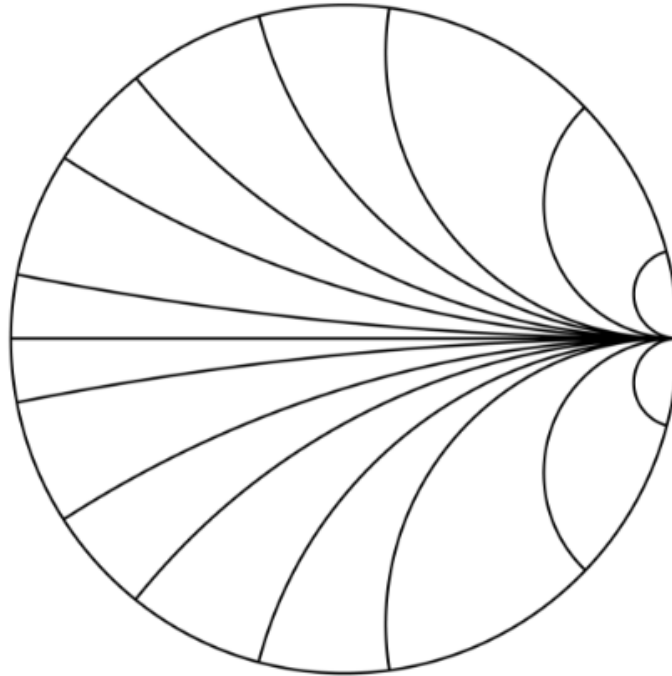
Fonte: Gamblin (2015)

Enquanto o conjunto referente a parte imaginária pode ser descrita pela Equação 2.16.

$$(\Gamma_{Re} - 1)^2 + \left(\Gamma_{Im} - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (2.16)$$

As circunferências centradas em  $(1, \frac{1}{x})$  e com raio  $(\frac{1}{x})$  podem ser observadas na Figura 5. Neles podem ser traçados qualquer outro valor na faixa entre 0 e infinito (WENTWORTH, 2009).

Figura 5 – Porção de círculos correspondente a parte imaginária



Fonte: Gamblin (2015)

Ao unificar ambos os círculos descritos acima temos a base da Carta de Smith completa, como podemos observar na Figura 6.

O gráfico de Smith ainda pode ser dividido em dois, com base na polaridade da parte imaginária da impedância. A parte superior da carta refere-se a parte positiva, enquanto a parte inferior refere-se a parte negativa. Pode-se observar essa divisão na Figura 7.

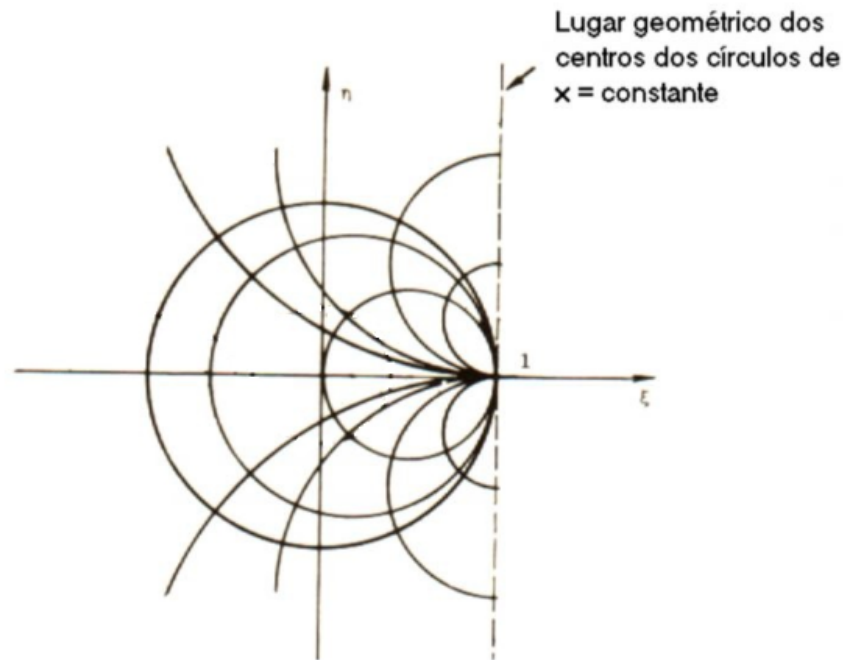
Ao adicionar todas as escalas necessárias para a utilização da carta, temos finalmente a Carta de Smith, como podemos ver na Figura 8.

### 2.2.2 Utilizando a carta

A Carta de Smith permite encontrar como as impedâncias são transformadas ao longo de uma linha de transmissão. Além de relacionar a impedância com o coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ ), a razão de tensão de onda estacionária (VSWR) e as posições onde ocorrem os máximos e os mínimos de  $r$  (parte real da impedância normalizada). Porém suas principais funções são determinar os pontos de casamento de impedância e dimensionar o elemento reativo que permite o casamento de impedância (BADII; OLOOMI, 1998).

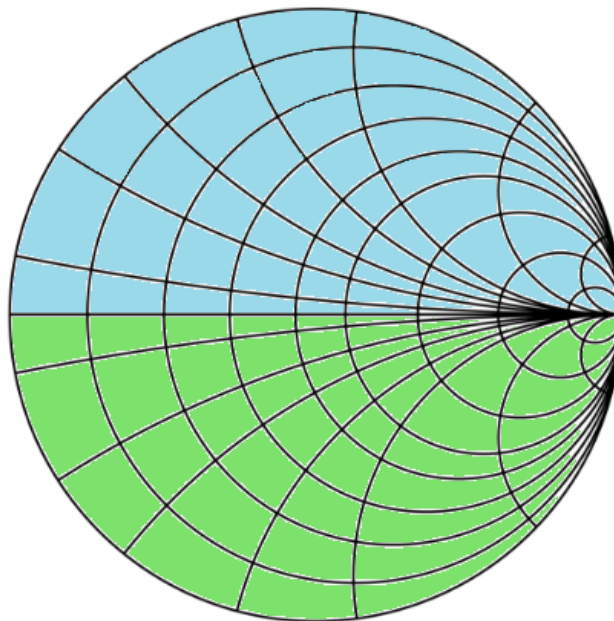
Apesar de possibilitar a resolução de diversos problemas relacionados à linhas de transmissão, a carta é mais útil para resolver problemas assumindo uma linha de transmissão sem perdas, apesar de ser possível modelar linhas de transmissão com perdas, não é tão prático fazê-la com base na carta (WENTWORTH, 2009).

Figura 6 – Base da Carta de Smith



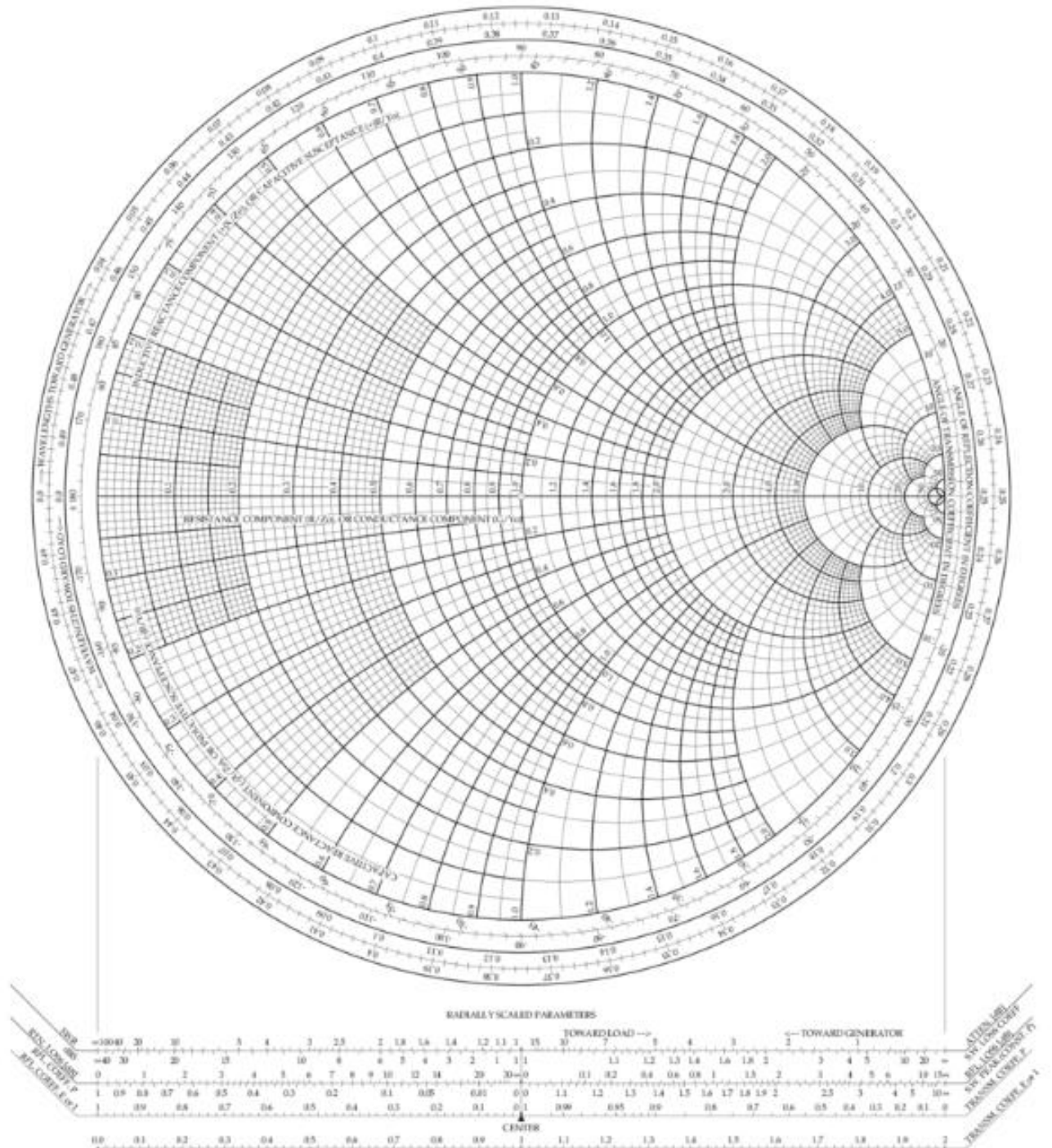
Fonte: Sadiku (2006)

Figura 7 – Polaridade da Parte Imaginária



Fonte: Gamblin (2015)

Figura 8 – Carta de Smith



Fonte: Smith (1937)

O gráfico de Smith pode ser pensado como dois gráficos distintos. Primeiro traça-se a impedância normalizada em qualquer ponto ao longo de uma linha de transmissão. A parte real da impedância é marcada na circunferência centrada em  $(\frac{r}{1+r}, 0)$  e com raio  $1+r$ , e a parte imaginária de impedância deve ser marcada na circunferência centrada em  $(1, \frac{1}{x})$  e com raio  $(\frac{1}{x})$ .

Traçada a impedância é necessário traçar o coeficiente de reflexão para qualquer ponto ao longo da linha. O coeficiente de reflexão é formado por uma magnitude ( $|\Gamma|$ ) e um ângulo  $\theta_r$  igual ao ângulo do coeficiente de reflexão na carga mais  $2\beta z$ . O valor de  $|\Gamma|$  é a distância do ponto da carta até a impedância normalizada, para evitar cálculos, Smith adicionou à carta uma escala de magnitude do coeficiente de reflexão, que é fornecida logo abaixo do gráfico principal, como pode ser observados na Figura 8. O coeficiente de reflexão  $\Gamma$  é indicado na escala de ângulo de coeficiente de reflexão que é apresentada na parte externa do círculo  $|\Gamma| = 1$  na carta (WENTWORTH, 2009).

Ao localizar o valor da impedância normalizada na carta é importante traçar um círculo de  $|\Gamma|$  constante. Para isso mantém-se o coeficiente de magnitude constante enquanto o ângulo do coeficiente de reflexão varia, deste modo gera-se um círculo centrado no eixo do gráfico. Ao mover-se sobre o círculo traçado é semelhante ao se deslocar sobre uma linha de transmissão. Todavia pode-se se movimentar na carta em dois sentidos, horário e anti-horário. Girar no sentido horário é movimentar-se na linha de transmissão na direção do gerador, enquanto no sentido anti-horário significa movimentar-se na linha na direção da carga (WENTWORTH, 2009). O círculo centrado no eixo do gráfico é referente ao círculo de coeficiente de reflexão constante e o seu raio representa o módulo do coeficiente. Uma volta completa em torno deste círculo é equivalente a mover um comprimento elétrico de  $\lambda/2$  na linha de transmissão. A razão de tensão da onda estacionária (VSWR) pode ser determinada lendo-se o valor de máximo de  $r$  em  $\theta_R = 0^\circ$  que cruza o eixo  $\Gamma_L$  constante, ou seja, o valor máximo em que o círculo da impedância normalizada cruza o eixo real. O valor mínimo de  $r$  ocorre a uma distância de  $\lambda/4$  a partir desse ponto, ou seja  $180^\circ$  a partir do valor máximo (WENTWORTH, 2009).



## 3 METODOLOGIA

Esta seção tem por objetivo descrever a metodologia utilizada para desenvolver um software para o aprimoramento do ensino de linhas de transmissão.

### 3.1 Proposta

A proposta deste trabalho é primeiramente modelar a carta e localizar os principais elementos de uma linha de transmissão, sendo eles:

- Impedância Normalizada
- Coeficiente de Reflexão
- Ângulo do coeficiente de Reflexão
- Razão de tensão de onda estacionária (VSWR)
- Valores em que estão presentes os pontos de máximos e mínimos de tensão

Após localizar os principais elementos, será codificado formas para permitir diferentes tipos de casamento de impedância.

#### 3.1.1 Casamento de impedância

Será possível efetuar 5 (cinco) diferentes tipos de casamentos de impedância, ficando ao critério do usuário escolher qual ele usará

- Casamento toco (*stub*) em paralelo em curto
- Casamento toco (*stub*) em paralelo em aberto
- Casamento misto com toco (*stub*)
- Casamento por elemento concentrado  $L$
- Casamento por elemento concentrado  $\pi$

Todas as funcionalidades descritas acima serão codificadas em (*Matlab*), e após esta etapa concluída, será feito a integração com *C#* para melhorar a interação com os usuários, deixando o software final mais intuitivo.

### 3.2 Cronograma

Para auxiliar o acompanhamento deste projeto, foi estipulado um cronograma das atividades necessárias para finalizá-lo dentro do prazo. Este cronograma ajuda a visualizar o processo como um todo, auxiliando no controle do tempo para a execução de cada etapa.





## REFERÊNCIAS

- BADII, V.; OLOOMI, H. M. Transmission line application matlab toolbox based on the graphical design methods of the smith chart. *Computer Applications in Engineering Education*, Wiley Online Library, v. 6, n. 1, p. 23–30, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 23, 29, 30 e 32.
- GAMBLIN, T. *Mathematical Construction and Properties of the Smith Chart*. 2015. Disponível em: <<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/mathematical-construction-and-properties-of-the-smith-chart/>>. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 33.
- NELMS, R. et al. Using a personal computer to teach power system transients. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 4, n. 3, p. 1293–1294, 1989. Citado na página 27.
- SADIKU, M. *Elementos de Eletromagnetismo*. Bookman, 2006. ISBN 9788536302751. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=qUCCGQAACAAJ>>. Citado 4 vezes nas páginas 27, 29, 30 e 33.
- SMITH, P. H. *The Smith Chart*. 1937. Citado na página 34.
- SOCIETY, S. C. A. R. *P.H.Smith and the Smith Chart*. 2017. Disponível em: <<http://smithchart.org/phsmith.shtml>>. Citado na página 30.
- WENTWORTH, S. *eletromagnetismo aplicado, abordagem antecipada das linhas de transmissão*. [S.l.]: Bookman, 2009. Citado 6 vezes nas páginas 23, 28, 29, 31, 32 e 35.