



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA  
CAMPUS DE SÃO JOSÉ  
CURSO TÉCNICO INTEGRADO EM TELECOMUNICAÇÕES

---

# Análise de Circuitos I I

---

## UNIDADE I

Análise de Circuitos  
em  
Corrente Alternada

Regime Permanente

MARCOS MOECKE & ALEXANDRE MOREIRA

---

# ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE ALTERNADA

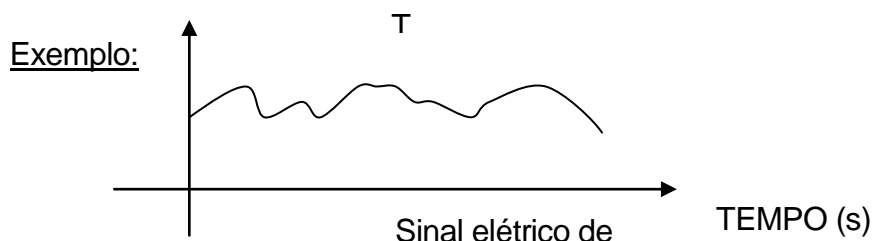
## 1.1. A CORRENTE ALTERNADA

### 1.1.1 CONCEITOS INICIAIS

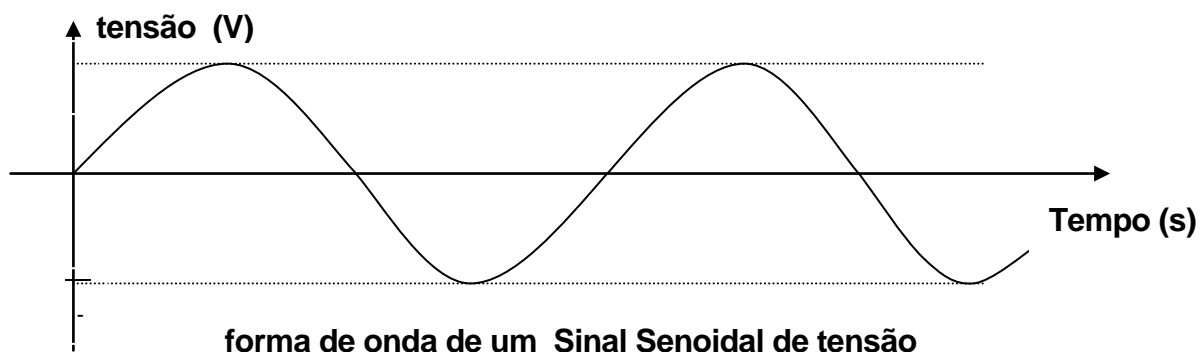
#### a) O Sinal Senoidal

##### Conceito de sinal elétrico senoidal

Inicialmente, considere **sinal elétrico** como sendo uma expressão genérica de uma tensão ou de uma Corrente elétrica. Ou seja, qualquer tensão ou corrente pode ser considerada como sendo um sinal elétrico.



Assim, tem-se um **sinal elétrico tipo senoidal** (ou **sinal senoidal**) quando o seu valor varia, no tempo, de modo **periódico e alternado**, com comportamento representado por uma **forma de onda senoidal**, conforme exemplo a seguir.

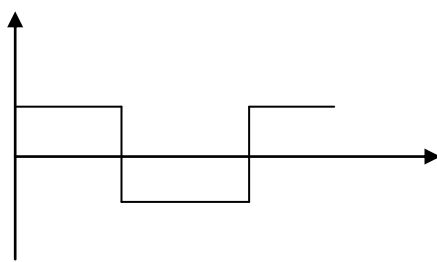


**Note que:**

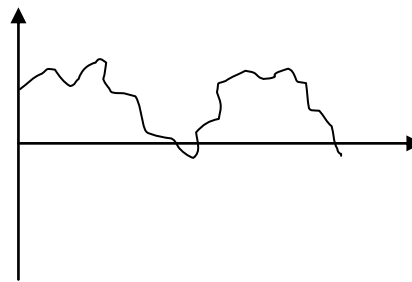
**Sinal periódico:** É aquele sinal onde um conjunto de valores se repete, em intervalos iguais de tempo chamados período.

**Sinal alternado:** É aquele sinal periódico de média nula, onde ocorrem conjuntos iguais de valores positivos e negativos ( com amplitudes simétricas), num intervalo de um período.

**Forma de Onda:** É uma representação gráfica de um sinal elétrico.

**Outros exemplos de formas de onda:**

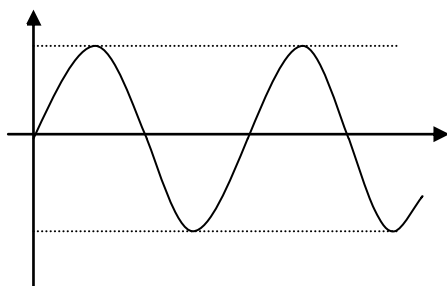
FORMA DE ONDA  
QUADRADA  
( PERÍODICA )



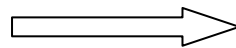
FORMA DE ONDA  
QUALQUER  
( NÃO PERÍODICA )

**A forma de onda senoidal:**

A forma de onda é do tipo senoidal quando está associada à função seno, ou seja:



( forma de onda senoidal )



$$y = A \cdot \text{sen } x$$

(função seno)

**1.1.2 O Gerador de Corrente Alternada**

O gerador de corrente alternada funciona com base na indução eletromagnética. Para entender o seu funcionamento considere a seqüência de figuras abaixo, onde uma espira gira dentro de um campo magnético, gerando uma corrente induzida e alternada.

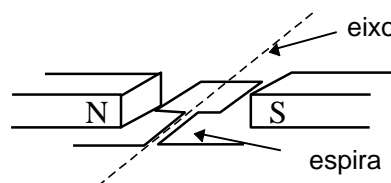
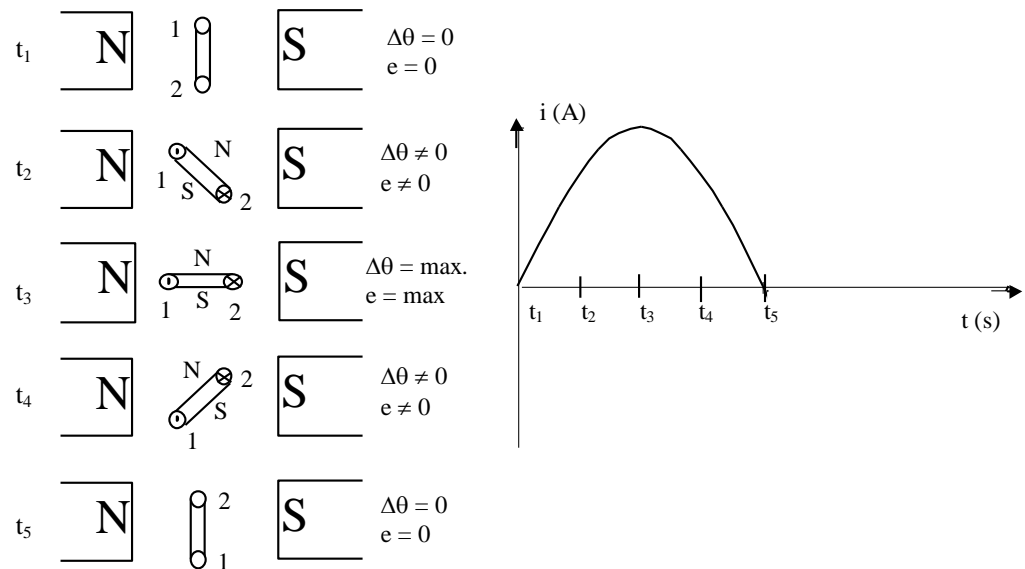
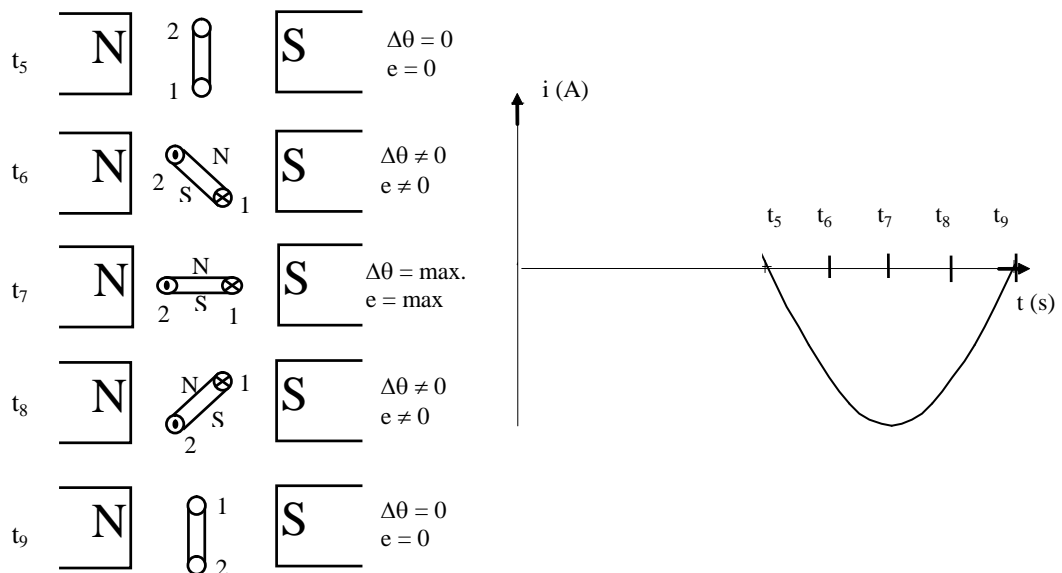


Figura 1 - Gerador de corrente alternada.



**Figura 2 - Primeira meia volta da espira.**



**Figura 3 - Segunda meia volta da espira.**

### 1.1.3 Características da Corrente Alternada

A corrente alternada resultante do processo de indução magnética, no gerador visto acima, tem a forma senoidal, isto é, a corrente varia no tempo periodicamente tanto em intensidade como em sentido segundo a função matemática  $\text{seno}(X)$ .

Se os terminais da espira estiverem abertos, uma diferença de potencial aparecerá nos mesmos. Isto é, uma tensão que varia periodicamente, em intensidade e polaridade.

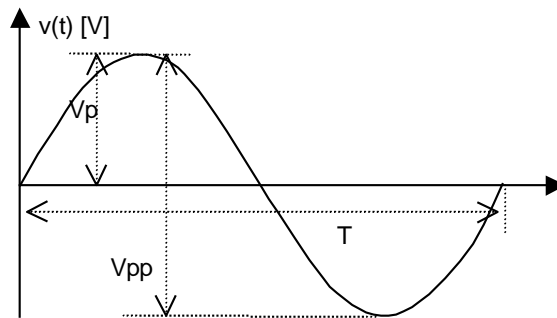


Figura 4 – Forma de onda da tensão produzida pelo gerador.

a) **A expressão matemática de um sinal senoidal**

Todo sinal elétrico senoidal pode ter seu comportamento descrito de modo gráfico, através de uma forma de onda senoidal, ou analítico, através de uma função matemática senoidal.

Assim, adota-se para a representação dos sinais de tensão e corrente alternada senoidal, as seguintes expressões gerais:

$$v = V_M \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$$

$$v = V_p \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$$

$$i = I_M \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

$$i = I_p \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

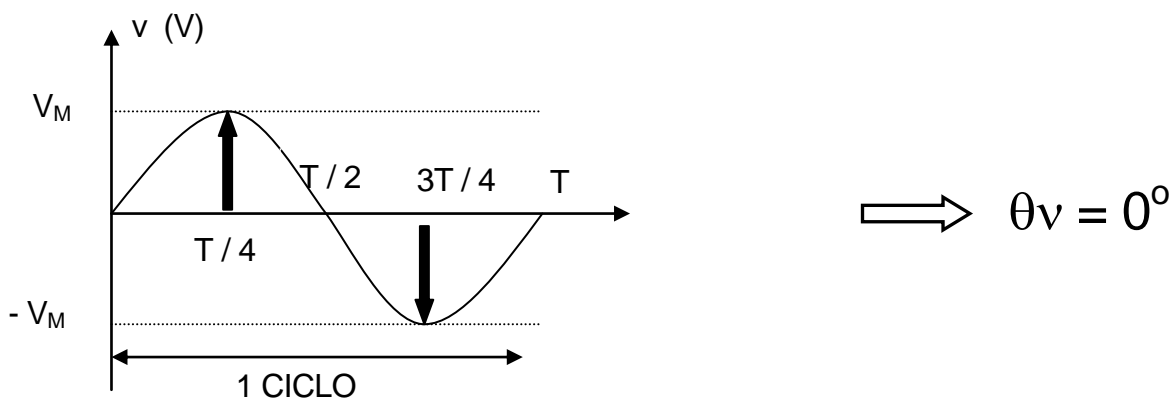
Onde:

- \* “v” e “i” são variáveis dependentes;
- \* “t”, “ $(\omega t + \theta_v)$ ” e “ $(\omega t + \theta_i)$ ” são variáveis independentes;
- \*  $V_M$  (ou  $V_p$ ),  $I_M$  (ou  $I_p$ ),  $\theta_i$ ,  $\theta_v$  são parâmetros associados à cada sinal considerado, cujos conceitos e determinações matemáticas serão abordados na seqüência.

b) **Os parâmetros do sinal senoidal (Puro)**

Considere “Parâmetro” como sendo valor característico de um sinal elétrico.

Observe um sinal de tensão genérico:  $v = V_M \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$  (V) e sua correspondente representação gráfica:



Onde: **Ciclo** é uma evolução completa do sinal.

**Define-se:**

- I. **Amplitude, ou valor de pico ou valor máximo da tensão ou da corrente ( A , V<sub>p</sub> , V<sub>M</sub>).**  
*É o valor extremo alcançado pelo sinal*
- II. **Valor de pico a pico da tensão ou corrente (V<sub>pp</sub> ou I<sub>pp</sub>)**  
*V<sub>pp</sub> = 2V<sub>p</sub>;*
- III. **Período: T (s)**  
*É tempo necessário para transcorrer um ciclo completo da função periódica;*
- IV. **Frequência: f (Hz)**  
*É o número de ciclos realizados, em uma unidade de tempo, obtido por:*

$$f = \frac{1}{T} \text{ ( Hz )} \quad \text{onde 1 Hz = 1 ciclo / segundo}$$

A unidade de medida do período no Sistema Internacional (SI) é o segundo e a unidade da frequência é o Hertz (1 Hz = 1 ciclos/segundo).

- V. **Velocidade Angular ou Frequência Angular:  $\omega$  (rad/s)**

*É a rapidez do sinal. Ou seja, é a velocidade com que o sinal realiza um ciclo de variação, o que equivaleria realizar, num círculo, um arco de "2 $\pi$ " radianos ( ou 360° ).*

$$\text{Como velocidade = espaço/tempo} \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\pi / T \text{ (rad/s)} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f \text{ (rad/s)}$$

**Note que, quanto maior a frequência "f", ( Hz), maior será o valor de " $\omega$ ".**

A frequência e frequência angular são parâmetros que fornecem a mesma informação. Os dois indicam com que "velocidade" a função se repete, porém a frequência nos fornece essa informação em Hz (ciclos/segundo), enquanto que a frequência angular nos fornece em rad/s (radianos/segundo).

A relação entre  $\omega$  com  $T$  e  $f$  pode ser obtida a partir do funcionamento do gerador de corrente alternada explicado anteriormente. Como a corrente produzida pelo gerador completa um período quando a espira realiza um ciclo completo, isto quer dizer que ela percorre 2  $\pi$  radianos (360°), e por regra de três obtemos:

Tempo		Radianos
T	$\leftrightarrow$	2 $\pi$
1	$\leftrightarrow$	$\omega$

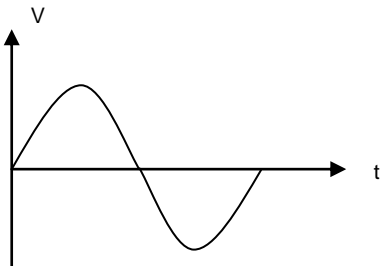
portanto:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  e  $\omega = 2\pi f$

## VI. Ângulo de Fase: $\theta$ (expresso em grau)

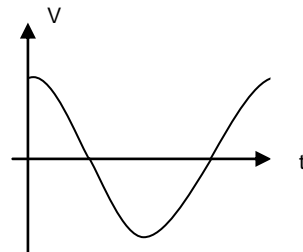
Posição relativa do sinal, em relação ao sistema de eixos de referência, ou em relação a um outro sinal.

Seu valor pode ser:

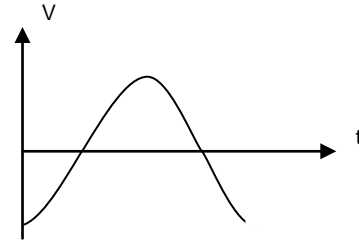
- $\theta > 0^\circ$  (positivo) - sinal adiantado
- $\theta = 0^\circ$  - sinal em fase
- $\theta < 0^\circ$  (negativo) - sinal atrasado



$\theta = 0^\circ$   
(em fase)



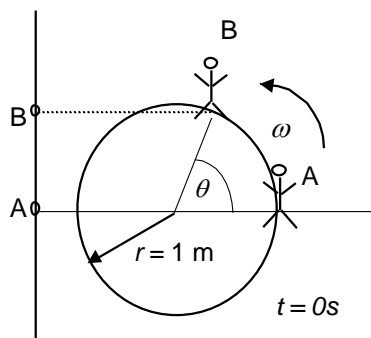
$\theta = 90^\circ$   
(adiantado)



$\theta = -90^\circ$   
(atrasado)

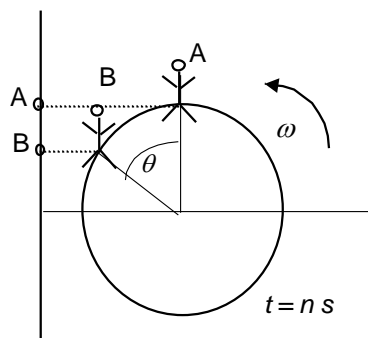
## VII. Defasagem: $\emptyset$

A defasagem angular é a medida em radianos ou graus que indica quanto uma função senoidal está adiantada ou atrasada (defasada) em relação à outra, ou seja, é a diferença de fase entre dois sinais (**A e B**).



$$\emptyset_{AB} = \theta_A - \theta_B$$

ou



$$\emptyset_{BA} = \theta_B - \theta_A$$

### Por exemplo:

Se  $v_A = 10 \sin(200t + 30^\circ)$  (V) e  $v_B = 100 \sin(200t + 50^\circ)$  (V)

então, a defasagem entre "A" e "B" é:  $\emptyset_{AB} = \theta_A - \theta_B = 30^\circ - 50^\circ = -20^\circ$   
 $\emptyset_{AB} = -20^\circ$

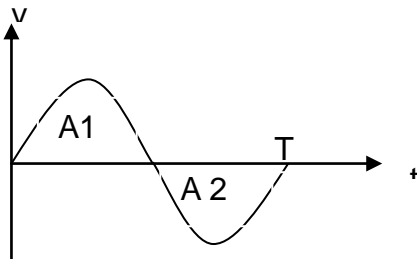
(O que quer dizer que "A" está **atrasado** de "B" de  $20^\circ$ )

**VIII. Valor Médio:  $V_m$  ou  $I_m$** 

É a média dos valores do sinal, considerado o intervalo de tempo de um período.

Essa média corresponde à área abaixo da curva do sinal, dividida pelo seu período.

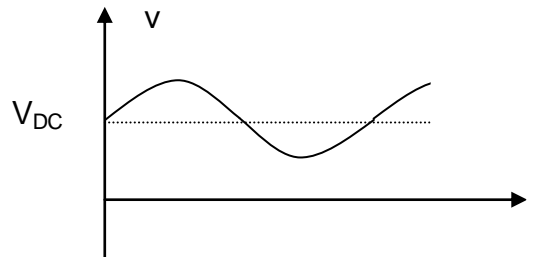
Existem 2 situações práticas a serem consideradas:

**1- sinal "AC" puro**

$$v = V_M \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$$

$$V_m = A1 + (-A2) / T = \text{zero}$$

O valor médio é nulo.

**2 – sinal "AC + DC"**

$$\begin{aligned} v &= V_{ac} + V_{dc} \\ V_m &= V_m(ac) + V_m(dc) \\ V_m &= 0 + V_{dc} = V_{dc} \end{aligned}$$

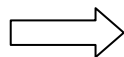
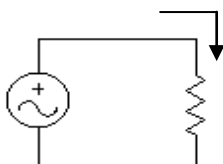
O valor médio é a própria componente DC do sinal.

**IX. Valor Eficaz ( ou valor RMS ):  $V_{ef}$  ou  $I_{ef}$** 

É o valor contínuo que produz o mesmo efeito que o alternado, ou seja, produz a mesma potência média na carga.

Ou seja, em corrente alternada, os valores eficazes dos sinais senoidais de tensão e corrente determinam a potência média no elemento considerado, como será visto a seguir.

Considere o circuito em AC:



Onde:

$$\begin{aligned} v &= V_M \text{sen}(\omega t + \theta_v) \\ i &= I_M \text{sen}(\omega t + \theta_i) \end{aligned}$$

Partindo-se da definição de potência ( $p = v \cdot i$ ), pode-se demonstrar que a potência média na carga é calculada por:  $P = V_M \cdot I_M / 2$

Adotando-se a definição de valor eficaz, para sinais senoidais,

$$V_{ef} = V_M / \sqrt{2} \quad \text{e} \quad I_{ef} = I_M / \sqrt{2}$$

na expressão da potência média, após as simplificações, tem-se:

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef}$$

Ou, simplesmente:  $P = V \cdot I$  (potência média)

**Conclusão:**

Utilizando-se de valores eficazes, calcula-se o valor da potência média, em corrente alternada, da mesma forma que se calcula potência em corrente contínua, ou seja:  $P = V \cdot I$



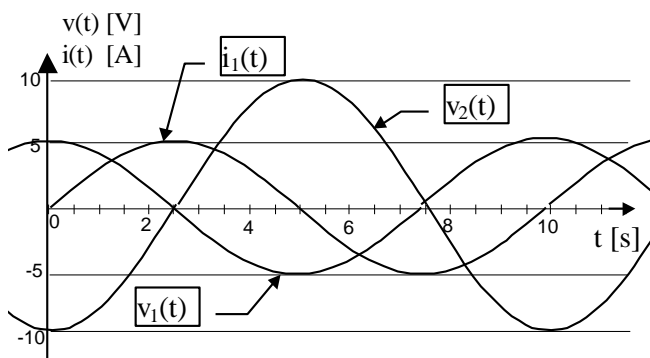
**1.1.4 Exercícios:**

- 1) Para cada uma das funções abaixo esboce os gráficos de  $v(t) \times t$  e  $v(t) \times \omega t$  ou  $i(t) \times t$  e  $i(t) \times \omega t$ . Determine também os valores de  $V_p$  ou  $I_p$ ,  $f$ ,  $\omega$  e  $T$ .

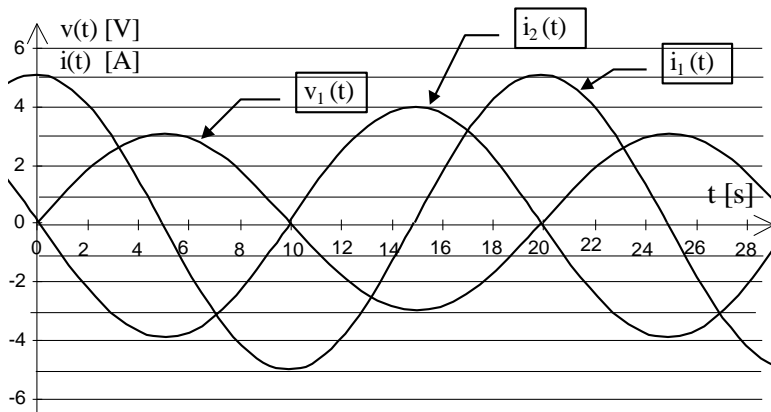
- $v(t) = 50 \text{ sen}(100t)$  (V)
- $i(t) = 25 \text{ sen}(300t)$  (mA)
- $v(t) = 2,0 \text{ sen}(5000t)$  (V)
- $i(t) = 0,4 \text{ sen}(250t)$  (A)
- $v(t) = 230 \text{ sen}(60t)$  (mV)

- 2) Escreva a função matemática de cada um das curvas de tensão ou corrente dos gráficos abaixo e identifique os seguintes parâmetros: período (T), frequência (f), frequência angular ( $\omega$ ); valor de pico ( $V_p$  ou  $I_p$ ); e a defasagem.

a)



b)



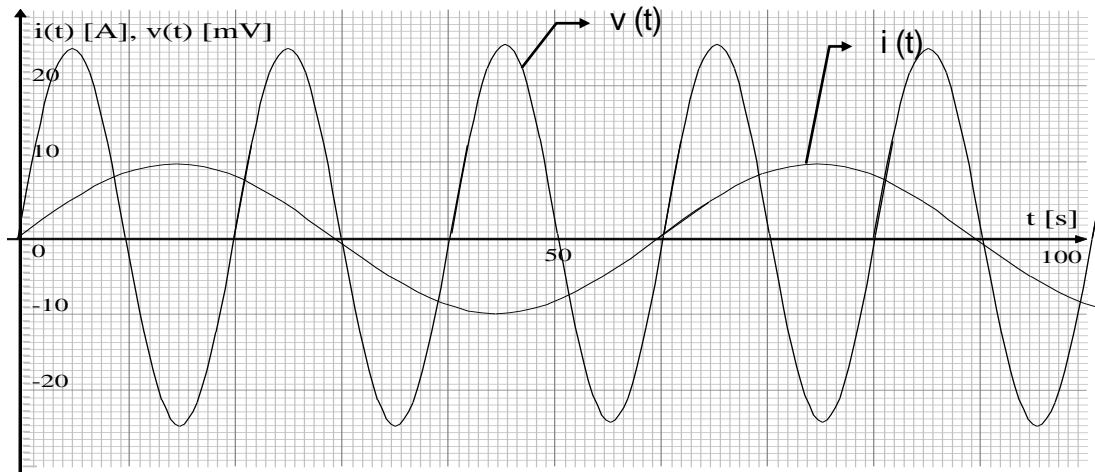
- 3) Dadas as funções abaixo esboce, num mesmo eixo, as curvas de  $v(t)$  ou  $i(t)$  em função do tempo.

- $v_1(t) = 5,0 \text{ sen}(100t + 30^\circ)$ ;  $i_2(t) = 3,0 \text{ sen}(100t - 180^\circ)$ ;  $v_3(t) = 4,5 \text{ sen}(100t)$
- $v_1(t) = 5,0 \text{ sen}(500t)$ ;  $i_2(t) = 3,0 \text{ sen}(500t + 90^\circ)$ ;  $v_3(t) = 4,5 \text{ sen}(500t - 45^\circ)$

- 4) Determine o valor de  $v(t)$  ou  $i(t)$  no tempo  $t$  para as seguintes funções:

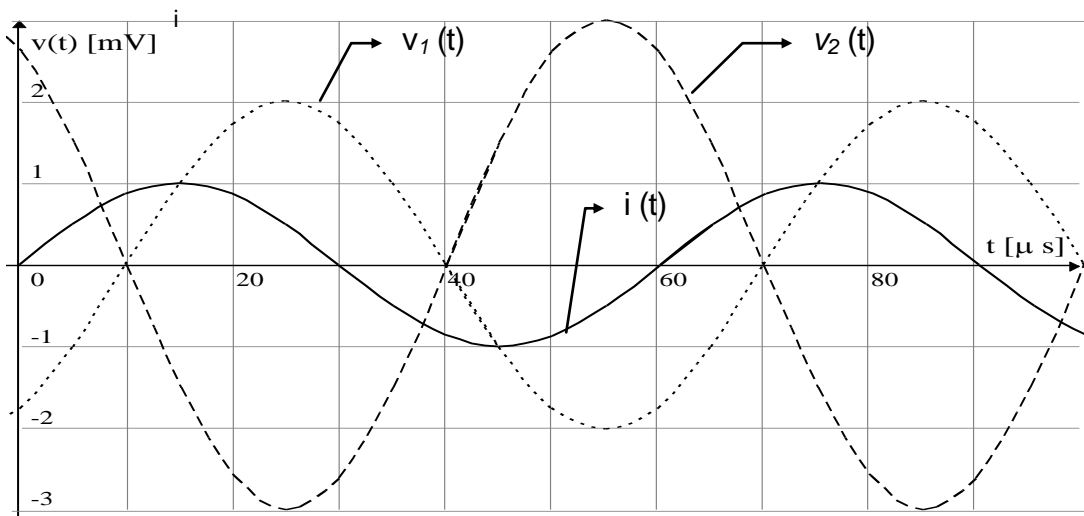
- $v(t) = 2,0 \text{ sen}(300t)$ ,  $t = 10 \text{ ms}$
- $v(t) = 3,0 \text{ sen}(100t - 45^\circ)$ ,  $t = 10 \text{ ms}$
- $i(t) = 2,0 \text{ sen}(300t + 90^\circ)$ ,  $t = 10 \text{ ms}$
- $i(t) = 10,0 \text{ sen}(100t - 30^\circ)$ ,  $t = 5 \text{ ms}$
- $v(t) = 1,5 \text{ sen}(200t + 80^\circ)$ ,  $t = 16 \text{ ms}$

- 5) Dados os gráficos abaixo, encontre os valores de pico, frequência em herz, frequência angular e período dos sinais mostrados. (mostre os cálculos realizados)



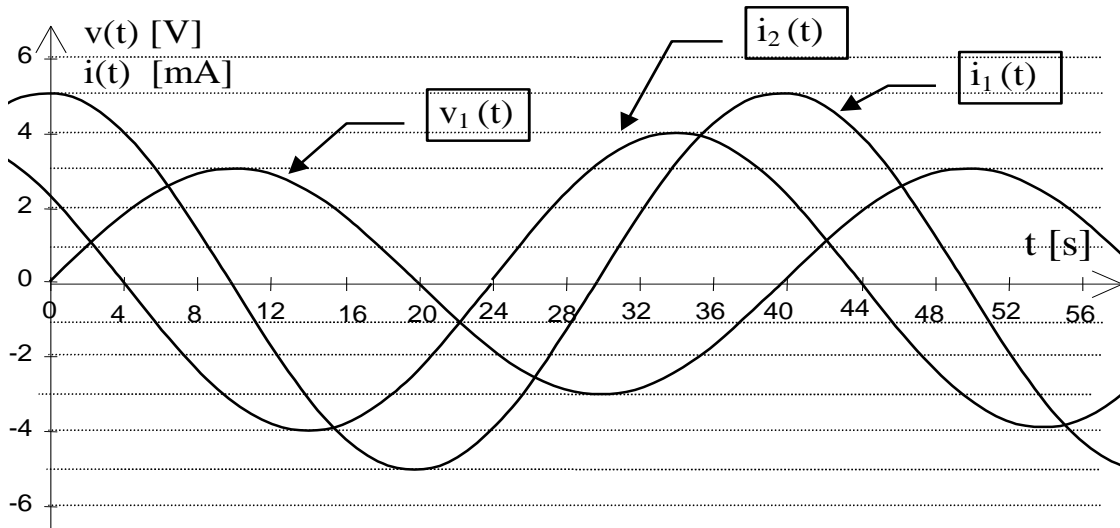
- 6) Dados os gráficos abaixo:

- Escreva as equações matemáticas dos sinais mostrados.
- Determine se o sinal  $v_1(t)$  está em fase, adiantado ou atrasado em relação ao sinal  $v_2(t)$ . Calcule o ângulo de defasagem entre os sinais.
- Determine a impedância ( $Z$ ) em relação a  $v_1(t)$  e  $i(t)$ . Diga quais são os componentes (R, L, C) de  $Z$ .



7) Para o gráfico abaixo responda:

- Escreva a função matemática da curva de tensão  $v_1(t)$  do gráfico abaixo.
- Identifique os seguintes parâmetros: período ( $T$ ), frequência ( $f$ ), frequência angular ( $\omega$ ); valor de pico de  $i_1(t)$
- Defasagem entre  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$ .
- Determine a impedância  $Z$  entre  $v_1(t)$  e  $i_1(t)$



8) Esboce o gráfico  $x(t) \times t$  para as seguintes funções:

$$v(t) = 7.5 \text{ sen}(40t - 45^\circ) \text{ mV}$$

$$i(t) = 5 \text{ sen}(20t + 60^\circ) \text{ mA}$$

