

Tabela 1: Tabela curta de transformadas de Fourier em tempo discreto

Número	$x[n]$	$X(\Omega)$	
1	$\delta[n-k]$	$e^{-jk\Omega}$	k inteira
2	$\gamma^n u[n]$	$\frac{e^{j\Omega}}{e^{j\Omega} - \gamma}$	$ \gamma < 1$
3	$-\gamma^n u[-(n+1)]$	$\frac{e^{j\Omega}}{e^{j\Omega} - \gamma}$	$ \gamma > 1$
4	γ^n	$\frac{1 - \gamma^2}{1 - 2\gamma \cos(\Omega) + \gamma^2}$	$ \gamma < 1$
5	$n \gamma^n u[n]$	$\frac{\gamma e^{j\Omega}}{(e^{j\Omega} - \gamma)^2}$	$ \gamma < 1$
6	$\gamma^n \cos(\Omega_0 n + \theta) u[n]$	$\frac{e^{j\Omega} [e^{j\Omega} \cos(\theta) - \gamma \cos(\Omega_0 - \theta)]}{e^{j2\Omega} - (2\gamma \cos(\Omega_0)) e^{j\Omega} + \gamma^2}$	$ \gamma < 1$
7	$u[n] - u[n-M]$	$\frac{\text{sen}\left(\frac{M\Omega}{2}\right) e^{-j\Omega \frac{(M-1)}{2}}}{\text{sen}\left(\frac{\Omega}{2}\right)}$	
8	$\frac{\Omega_c}{\pi} \text{sinc}(\Omega_c n)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{ret}\left(\frac{\Omega - 2\pi k}{2\Omega_c}\right)$	$\Omega_c \leq \pi$
9	$\frac{\Omega_c}{2\pi} \text{sinc}^2\left(\frac{\Omega_c n}{2}\right)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta\left(\frac{\Omega - 2\pi k}{2\Omega_c}\right)$	$\Omega_c \leq \pi$
10	$u[n]$	$\frac{e^{j\Omega}}{e^{j\Omega} - 1} + \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k)$	
11	1 para todo n	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k)$	
12	$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)$	
13	$\cos(\Omega_0 n)$	$\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k)$	
14	$\text{sen}(\Omega_0 n)$	$j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k) - \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)$	
15	$(\cos(\Omega_0 n)) u[n]$	$\frac{e^{j2\Omega} - e^{j\Omega} \cos(\Omega_0)}{e^{j2\Omega} - 2e^{j\Omega} \cos(\Omega_0) + 1} + \frac{\pi}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k - \Omega_0) - \delta(\Omega - 2\pi k + \Omega_0)$	
16	$(\text{sen}(\Omega_0 n)) u[n]$	$\frac{e^{j\Omega} \text{sen}(\Omega_0)}{e^{j2\Omega} - 2e^{j\Omega} \cos(\Omega_0) + 1} + \frac{\pi}{2j} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k - \Omega_0) - \delta(\Omega - 2\pi k + \Omega_0)$	

Identidades trigonométricas de Euler:

TFTD pela definição:

$$Y(\Omega) = X(\Omega) \cdot H(\Omega)$$

- $e^{j\Omega} = \cos(\Omega) + j\text{sen}(\Omega)$
- $e^{-j\Omega} = \cos(\Omega) - j\text{sen}(\Omega)$
- $\cos(\Omega) = \frac{e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}}{2}$
- $\text{sen}(\Omega) = \frac{e^{j\Omega} - e^{-j\Omega}}{2j}$
- $e^{j\Omega} + e^{-j\Omega} = 2 \cos(\Omega)$
- $e^{j\Omega} - e^{-j\Omega} = 2j \text{sen}(\Omega)$

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}$$

TFTD inversa pela definição:

$$X(\Omega + 2\pi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} e^{-j2\pi n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega$$

TFTD em um sistema LDIT:

Propriedade do peneiramento:

$$H(\Omega) = \frac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

Tabela 2: Propriedades da TFTD

Operação	$x[n]$	$X(\Omega)$
Linearidade	$a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n]$	$a_1 X_1(\Omega) + a_2 X_2(\Omega)$
Conjugação	$x^*[n]$	$X^*(-\Omega)$
Multiplicação escala	$ax[n]$	$aX(\Omega)$
Multiplicação por	$nx[n]$	$j \frac{dX(\Omega)}{d\Omega}$
Reversão no tempo	$x[-n]$	$X(-\Omega)$
Deslocamento no tempo	$x[n-k]$	$X(\Omega) e^{-jk\Omega}$, k inteiro
Deslocamento na frequência	$x[n] e^{j\Omega_c n}$	$X(\Omega - \Omega_c)$
Convolução no tempo	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) X_2(\Omega)$
Convolução na frequência	$x_1[n] x_2[n]$	$\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X_1[u] X_2[\Omega - u] du$
Teorema de Parseval	$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] ^2$	$E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X[\Omega] ^2 d\Omega$

Se $|razão| < 1$,

$X(\Omega) = \frac{\text{primeiro termo}}{1 - \text{termo genérico}}$, sendo a soma dos termos de uma progressão geométrica.

Ex. 1: $y^n u[n]$

$$X(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} y^n e^{-j\Omega n} = \sum_{n=0}^{\infty} (ye^{-j\Omega})^n = \frac{(ye^{-j\Omega})^0}{1 - ye^{-j\Omega}} = \frac{1}{1 - ye^{-j\Omega}}$$

Ex. 2: $y^n u[n-1]$

$$X(\Omega) = \sum_{n=1}^{\infty} y^n e^{-j\Omega n} = \sum_{n=1}^{\infty} (ye^{-j\Omega})^n = \frac{(ye^{-j\Omega})^1}{1 - ye^{-j\Omega}} = \frac{ye^{-j\Omega}}{1 - ye^{-j\Omega}}$$

Ex. 3: $y^n u[n+1]$

$$X(\Omega) = \sum_{n=-1}^{\infty} y^n e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-1}^{\infty} (ye^{-j\Omega})^n = \frac{(ye^{-j\Omega})^{-1}}{1 - ye^{-j\Omega}} = \frac{y^{-1} e^{-j\Omega(-1)}}{1 - ye^{-j\Omega}} = \frac{y^{-1} e^{j\Omega}}{1 - ye^{-j\Omega}}$$