5.5 Resumo

Esse capítulo explicou como utilizar os poderosos comandos do MATLAB para criar plotagens bidimensionais e tridimensionais eficazes e de bom aspecto. As seguintes diretrizes ajudarão você a criar plotagens que transmitam efetivamente a informação desejada:

- Rotule cada eixo com o nome da quantidade que está sendo plotada *e explicite as unidades!*
- Utilize *tick-marks* regularmente espaçados com intervalos adequados ao longo de cada eixo.
- Se você estiver plotando mais do que uma curva ou conjunto de dados, rotule cada um deles ou utilize uma legenda para distingui-los.
- Se você estiver preparando múltiplas plotagens de um tipo similar ou se os rótulos dos eixos não transmitirem informação suficiente, utilize um título.
- Se você estiver plotando dados medidos, plote cada ponto em um dado conjunto com o mesmo símbolo, tal como um círculo, um quadrado ou uma cruz.
- Se você estiver plotando pontos gerados por meio da avaliação de uma função (e não dados obtidos via medição), *não* utilize um símbolo para plotar os pontos. Em vez disso, conecte os pontos com linhas sólidas.

Termos-chave

Limites dos eixos, 222
Plotagem de contorno, 248
Plotagem de malha de superfície, 247
Plotagem polar, 236
Plotagem sobreposta, 228
Símbolo de dados, 219
Subplotagem, 226

Problemas

Respostas aos problemas marcados com um asterisco são dadas no final do livro.

Seções 5.1, 5.2 e 5.3

1.* A *análise de equilíbrio* determina o volume de produção para o qual o custo de produção total é igual à receita total. No ponto de equilíbrio, não há lucro nem perda. Em geral, os custos da produção consistem em custos fixos e custos variáveis. Os custos fixos incluem salários daqueles não diretamente envolvidos com a produção, custos de manutenção de fábrica, seguros, e assim por diante. Os custos variáveis dependem do volume de produção e incluem custos de material, trabalho e energia. Na análise a seguir, considere que nós produzimos apenas o que podemos vender; assim, a quantidade de produção é igual à quantidade de vendas. Q é a quantidade de produção, em galões por ano.

Considere os seguintes custos para um determinado produto químico:

Custo fixo: \$3 milhões por ano.

Custo variável: 2,5 centavos por galão de produto.

O preço de venda é de 5,5 centavos por galão.

Utilize esses dados para plotar o custo total e a receita *versus* Q, e determine graficamente o ponto de equilíbrio. Rotule toda a plotagem e marque o ponto de equilíbrio. Para qual faixa de Q a produção gera lucro? Para qual valor de Q o lucro é máximo?

2. Considere os seguintes custos para um determinado produto químico:

Custo fixo: \$2,045 milhões/ano.

Custos variáveis:

Custo material: 62 centavos por galão de produto.

Custo de energia: 24 centavos por galão de produto.

Custo de trabalho: 16 centavos por galão de produto.

Considere que nós produzimos apenas o que vendemos. P é o preço de venda em dólares por galão. Suponha que o preço de venda e a quantidade de vendas Q estejam inter-relacionados da seguinte maneira: $Q = 6 \times 10^6 - 1{,}1 \times 10^6 P$. Portanto, se elevarmos o preço, o produto se torna menos competitivo e as vendas caem.

Utilize essa informação para plotar o custo fixo e o custo variável total *versus* Q, e determine graficamente o(s) ponto(s) de equilíbrio. Rotule toda a plotagem e marque o(s) ponto(s) de equilíbrio. Para qual faixa de Q a produção gera lucro? Para qual valor de Q o lucro é máximo?

3.* *a.* Estime as raízes da equação

$$x^3 - 3x^2 + 5x \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{4} - \frac{5\pi}{4}\right) + 3 = 0$$

por meio da sua plotagem.

b. Utilize as estimativas encontradas em *a* para encontrar as raízes de maneira mais precisa com a função `fzero`.

4. Para calcular forças em estruturas, algumas vezes precisamos resolver equações similares à que segue. Utilize a função `fplot` para encontrar as raízes positivas dessa equação:

$$x \tan x = 9$$

5.* Cabos são utilizados para suspender pontes cobertas e outras estruturas. Se um cabo uniforme pesado for suspenso pelas extremidades, ele assumirá a forma de uma curva *catenária* cuja equação é

$$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

em que a é a altura do ponto mais baixo do cabo acima da linha de referência horizontal, x é a coordenada horizontal medida à direita do ponto mais baixo do cabo, e y é a coordenada vertical medida acima da linha de referência.

Seja $a = 10$ m. Plote a curva catenária para $-20 \leq x \leq 30$ m. Qual é a altura de cada extremidade?

6. Utilizando estimativas de quedas de chuva, evaporação e consumo de água, o engenheiro da cidade desenvolveu o seguinte modelo do volume de água no reservatório como uma função do tempo:

$$V(t) = 10^9 + 10^8(1 - e^{-t/100}) - 10^7 t$$

em que V é o volume de água em litros e t é o tempo em dias. Plote $V(t)$ *versus* t. Utilize a plotagem para estimar quantos dias se passarão antes que o volume de água no reservatório seja igual a 50% do seu volume inicial de 10^9 L.

7. Sabe-se que a seguinte série de Leibniz converge para o valor $\pi/4$ quando $n \to \infty$.

$$S(n) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{1}{2k+1}$$

Plote a diferença entre $\pi/4$ e a soma $S(n)$ *versus* n para $0 \leq n \leq 200$.

8. Um determinado navio de pesca está inicialmente localizado em um plano horizontal com coordenadas $x = 0$ e $y = 10$ mi. Ele se move ao longo de uma trajetória durante 10 horas, sendo que $x = t$ e $y = 0{,}5t^2 + 10$, em que t está em horas. Um limite internacional de pesca é descrito pela linha $y = 2x + 6$.

   a. Plote e rotule a trajetória do navio e o limite.

   b. A distância perpendicular entre o ponto (x_1, y_1) e a linha $Ax + By + C = 0$ é dada por

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}$$

em que o sinal é escolhido para fazer $d \geq 0$. Utilize esse resultado para plotar a distância entre o navio e o limite de pesca como uma função do tempo para $0 \leq t \leq 10$ hr.

9. Plote as colunas 2 e 3 da matriz **A** a seguir *versus* a coluna 1. Os dados na coluna 1 são valores de tempo (segundos). Os dados nas colunas 2 e 3 são valores de força (newtons).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -7 & 6 \\ 5 & -4 & 3 \\ 10 & -1 & 9 \\ 15 & 1 & 0 \\ 20 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

10.* Muitas aplicações utilizam a seguinte aproximação de "ângulo pequeno" para o seno com a finalidade de se obter um modelo mais simples que seja fácil de ser entendido e analisado. A aproximação estabelece que sen $x \approx x$, em que x deve estar em radianos. Investigue a precisão dessa aproximação criando três plotagens. Na primeira, plote sen x *versus* x para $0 \leq x \leq 1$. Na segunda, plote o erro da aproximação $\sin x - x$ *versus* x para $0 \leq x \leq 1$. Na terceira, plote o erro relativo $[\sin(x) - x]/\sin(x)$ *versus* x para $0 \leq x \leq 1$. Quão pequeno x deve ser para que o erro da aproximação seja menor do que 5%?

11. Você pode utilizar identidades trigonométricas para simplificar as equações que aparecem em muitas aplicações. Confirme a identidade $\tan(2x) = 2\tan x/(1 - \tan^2 x)$ plotando tanto o lado esquerdo quanto o lado direito da equação *versus* x ao longo da faixa $0 \leq x \leq 2\pi$.

12. A identidade de números complexos $e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x$ é frequentemente utilizada para converter as soluções de equações em um formato que é relativamente mais fácil de ser visualizado. Confirme essa identidade plotando a parte imaginária *versus* a parte real dos lados esquerdo e direito da equação ao longo da faixa $0 \leq x \leq 2\pi$.

13. Utilize uma plotagem ao longo da faixa $0 \leq x \leq 5$ para confirmar que $\operatorname{sen}(ix) = i \operatorname{senh} x$.

14.* A função $y(t) = 1 - e^{-bt}$, em que t é o tempo e $b > 0$, descreve muitos processos, tais como a altura de um líquido em um tanque conforme ele é preenchido e a temperatura de um objeto sendo aquecido. Investigue o efeito do parâmetro b em $y(t)$. Para fazer isso, sobreponha plotagens de y *versus* t para alguns valores de b. Quanto tempo é necessário para que $y(t)$ atinja 98% do seu valor em estado estacionário?

15. As seguintes funções descrevem as oscilações em circuitos elétricos e as vibrações de máquinas e estruturas. Sobreponha as plotagens dessas funções. Como elas são similares, defina qual é a melhor forma de plotá-las e de rotulá-las para evitar confusão.

$$x(t) = 10e^{-0,5t} \operatorname{sen}(3t + 2)$$

$$y(t) = 7^{e-0,4t} \cos(5t - 3)$$

16. Em alguns tipos de vibrações estruturais, uma força periódica atuando na estrutura fará com que a amplitude da vibração cresça e decresça repetidamente com o tempo. Esse fenômeno, chamado de *batimento*, também ocorre em sons musicais. Um deslocamento de estrutura particular é descrito por

$$y(t) = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}[\cos(f_2 t) - \cos(f_1 t)]$$

em que y é o deslocamento em polegadas e t é o tempo em segundos. Plote y *versus* t ao longo da faixa $0 \leq t \leq 20$ para $f_1 = 8$ rad/s e $f_2 = 1$ rad/s. Certifique-se de escolher uma quantidade suficiente de pontos de maneira a obter uma plotagem precisa.

17.* A altura $h(t)$ e a distância horizontal $x(t)$ percorridas por uma bola arremessada com um ângulo A e com velocidade v são dadas por

$$h(t) = vt \operatorname{sen} A - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x(t) = vt \cos A$$

Na superfície da Terra a aceleração devido à gravidade é $g = 9{,}81$ m/s^2.

a. Suponha que a bola é arremessada com uma velocidade $v = 10$ m/s e com um ângulo de 35°. Utilize o MATLAB para calcular quão alto e quão longe a bola irá, e quanto tempo será necessário para que ela se choque contra o chão.

b. Utilize os valores de v e de A dados no item *a* para plotar a *trajetória* da bola; isto é, plote h *versus* x para valores positivos de h.

c. Plote as trajetórias para $v = 10$m/s que correspondem a cinco valores do ângulo A: 20°, 30°, 45°, 60° e 70°.

d. Plote as trajetórias para $A = 45°$ correspondentes a cinco valores da velocidade inicial v: 10, 12, 14, 16 e 18 m/s.

18. A lei dos gases perfeitos relaciona a pressão p, a temperatura T, a massa m e o volume V de um gás. Ela estabelece que

$$pV = mRT$$

A quantidade R é a *constante dos gases*. O valor de R para o ar é 286,7 (N · m)/(kg · K). Suponha que o ar esteja contido num recipiente à temperatura ambiente (20° C = 293 K). Crie uma plotagem que tenha três curvas da pressão do gás em N/m^2 *versus* o volume do recipiente V em m^3 para $20 \leq V \leq 100$. As três curvas correspondem às seguintes massas de ar no recipiente: $m = 1$ kg, $m = 3$ kg e $m = 7$ kg.

19. Oscilações em estruturas mecânicas e circuitos elétricos podem muitas vezes ser descritas pela função

$$y(t) = e^{-t/\tau}\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

em que t é o tempo e ω é a frequência de oscilação em radianos por unidade de tempo. As oscilações apresentam um período de $2\pi/\omega$, e suas amplitudes decaem com o tempo a uma taxa determinada por τ, que é chamada *constante de tempo*. Quanto menor for τ, mais rapidamente as oscilações irão desvanecer.

a. Utilize esses fatos para desenvolver um critério de escolha do espaçamento dos valores de t e do limite superior de t a fim de que seja obtida um plotagem precisa de $y(t)$. (*Dica*: Considere dois casos: $4\tau > 2\pi/\omega$ e $4\tau < 2\pi/\omega$.)

b. Aplique o seu critério e plote $y(t)$ para $\tau = 10$, $\omega = \pi$ e $\phi = 2$.

c. Aplique o seu critério e plote $y(t)$ para $\tau = 0{,}1$, $\omega = 8\pi$ e $\phi = 2$.

20. Quando uma tensão constante foi aplicada a um determinado motor inicialmente em repouso, sua velocidade de rotação s(t) *versus* o tempo t foi medida. Os dados aparecem na seguinte tabela:

Tempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	10
Velocidade (rpm)	1210	1866	2301	2564	2724	2881	2879	2915	3010

Determine se a função a seguir é capaz de descrever os dados. Se for, encontre os valores das constantes b e c.

$$s(t) = b(1 - e^{ct})$$

21. A tabela a seguir mostra a temperatura média para cada ano em uma determinada cidade. Gere gráficos com os dados utilizando gráficos de hastes, barras e degraus.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004
Temperatura (°C)	21	18	19	20	17

22. Uma soma de \$10 000 investida com um rendimento anual de 4% crescerá de acordo com a fórmula

$$y(k) = 10^4(1{,}04)^k$$

em que k é o número de anos ($k = 0, 1, 2, ...$). Plote a quantidade de dinheiro na conta por um período de 10 anos. Resolva esse problema com quatro tipos de plotagens: plotagem xy, gráfico de hastes, gráfico de degraus e gráfico de barras.

23. O volume V e a área da superfície A de uma esfera de raio r são dados por

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad A = 4\pi r^2$$

a. Plote V e A *versus* r em duas subplotagens, para $0{,}1 \leq r \leq 100$ m. Escolha eixos que resultarão em gráficos com linhas retas, tanto para V quanto para A.

b. Plote V e r *versus* A em duas subplotagens, para $1 \leq A \leq 10^4$ m^2. Escolha eixos que resultarão em gráficos com linhas retas tanto para V quanto para r.

24. A quantidade atual A de um valor principal P investido em uma poupança com rendimento igual a r é dada por

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

em que n é igual ao número de vezes por ano em que o rendimento é aplicado sobre o valor atual. Para rendimento contínuo, $A = Pe^{rt}$. Suponha que \$10 000 sejam inicialmente investidos a uma taxa de rendimento anual de 3,5%.

a. Plote A *versus* t no intervalo de tempo $0 \leq t \leq 20$ anos para quatro casos: rendimento contínuo, rendimento anual ($n = 1$), rendimento trimestral ($n = 4$) e rendimento mensal ($n = 12$). Mostre todos os quatro casos na mesma subplotagem e rotule cada curva. Em uma segunda subplotagem, plote a diferença entre a quantidade obtida com o rendimento contínuo e os outros três casos.

b. Refaça a parte *a*, mas plote A *versus* t em plotagens log-log e semilog. Qual plotagem resulta em uma linha reta?

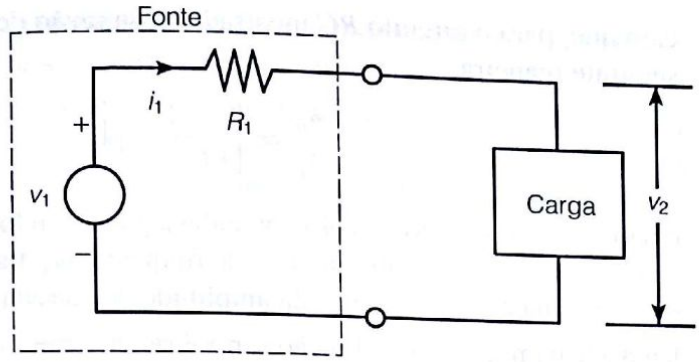

FIGURA P25

25. A Figura P25 é uma representação de um sistema elétrico com uma fonte de alimentação e uma carga. A fonte de alimentação produz a tensão fixa v_1 e fornece a corrente i_1 requerida pela carga, cuja queda de tensão é v_2. A relação tensão-corrente obtida a partir de experimentos para uma carga específica é dada por

$$i_1 = 0{,}16(e^{0{,}12v_2} - 1)$$

Suponha que a resistência da fonte é $R_1 = 30\ \Omega$ e que a tensão da fonte é $v_1 = 15$ V. Para selecionar ou projetar uma fonte de alimentação adequada, precisamos determinar a quantidade de corrente que será exigida da fonte de alimentação quando a carga for acoplada a ela. Encontre também a queda de tensão v_2.

26. O circuito mostrado na Figura P26 consiste em um resistor e um capacitor, por isso é chamado de circuito *RC*. Se aplicarmos uma tensão senoidal v_i, chamada de tensão de entrada, ao circuito *RC*, então a tensão de saída v_o também será senoidal, com a mesma frequência mas com uma amplitude diferente e deslocada no tempo em relação à tensão de entrada. Especificamente, se $v_i = A_i \operatorname{sen} \omega t$, então $v_o = A_o \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$. A resposta em frequência é uma plotagem de A_o/A_i *versus* a frequência ω. Ela é normalmente plotada em eixos logarítmicos. Cursos mais avançados de engenharia expli-

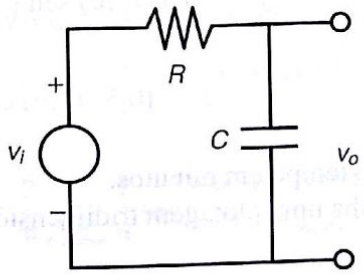

FIGURA P26

cam que, para o circuito RC mostrado, essa razão depende de ω e de RC da seguinte maneira:

$$\frac{A_o}{A_i} = \left|\frac{1}{RCs + 1}\right|$$

em que $s = \omega i$. Para $RC = 0{,}1$ s, obtenha a plotagem log-log de $|A_o/A_i|$ *versus* ω e utilize-a para encontrar a faixa de frequências para a qual a amplitude da saída A_o é menor do que 70% da amplitude de entrada A_i.

27. Uma aproximação para a função sen x é sen $x \approx x - x^3/6$. Plote a função sen x e 20 barras de erro uniformemente espaçadas representando o erro da aproximação.

Seção 5.4

28. As equações paramétricas para uma hélice circular são

$$x = a \cos t$$
$$y = a \operatorname{sen} t$$
$$z = bt$$

em que a é o raio do caminho helicoidal e b é uma constante que determina a "estreiteza" do caminho. Além disso, se $b > 0$, a hélice tem a forma de um parafuso destro; se $b < 0$, a hélice tem a forma de um parafuso canhoto.

Obtenha uma plotagem tridimensional da hélice para os três casos a seguir e compare-os. Utilize $0 \leq t \leq 10\pi$ e $a = 1$.

a. $b = 0{,}1$

b. $b = 0{,}2$

c. $b = -0{,}1$

29. Um robô gira em torno de sua base a uma velocidade de 2 rpm enquanto abaixa o seu braço e estende a sua mão. Ele abaixa o braço a uma velocidade de 120° por minuto e estende a mão a uma velocidade de 5m/min. O braço tem 0,5 m de comprimento. As coordenadas xyz da mão são dadas por

$$x = (0{,}5 + 5t) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \cos(4\pi t)$$

$$y = (0{,}5 + 5t) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \operatorname{sen}(4\pi t)$$

$$z = (0{,}5 + 5t) \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

em que t é o tempo em minutos.

Obtenha uma plotagem tridimensional da trajetória da mão para $0 \leq t \leq$ 0,2 min.

30. Obtenha as plotagens de superfície e de contorno para a função $z = x^2 - 2xy + 4y^2$, mostrando o mínimo em $x = y = 0$.

31. Obtenha as plotagens de contorno e de superfície para a função $z = -x^2 + 2xy + 3y^2$. Essa superfície tem a forma de uma sela. No seu ponto de sela dado por $x = y = 0$, a superfície tem inclinação igual a zero, mas esse ponto não corresponde a um mínimo nem a um máximo. Que tipo de linha de contorno corresponde a um ponto de sela?

32. Obtenha as plotagens de contorno e de superfície para a função $z = (x - y^2)(x - 3y^2)$. Essa superfície possui um ponto singular em $x = y = 0$, em que a superfície tem inclinação igual a zero, mas esse ponto não corresponde a um mínimo nem a um máximo. Que tipo de linha de contorno corresponde a um ponto singular?

33. Uma placa de metal quadrada é aquecida a 80°C no canto correspondente a $x = y = 1$. A distribuição de temperatura na placa é descrita por

$$T = 80e^{-(x-1)^2}e^{-3(y-1)^2}$$

Obtenha as plotagens de superfície e de contorno para a temperatura. Rotule cada eixo. Qual é a temperatura no canto correspondente a $x = y = 0$?

34. A seguinte função descreve oscilações em algumas estruturas mecânicas e em alguns circuitos elétricos:

$$z(t) = e^{-t/\tau}\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

Nessa função, t é o tempo e ω é a frequência de oscilação em radianos por unidade de tempo. As oscilações apresentam um período de $2\pi/\omega$, e suas amplitudes decaem com o tempo a uma taxa determinada por τ, que é chamada *constante de tempo*. Quanto menor for τ, mais rapidamente as oscilações irão desvanecer.

Suponha que $\phi = 0$, $\omega = 2$, e τ pode assumir valores na faixa $0{,}5 \leq \tau \leq 10$ s. Então, a equação anterior assume o seguinte formato:

$$z(t) = e^{-t/\tau}\,\mathrm{sen}(2t)$$

Obtenha as plotagens de superfície e de contorno dessa função para que elas ajudem na visualização do efeito da variação de τ para $0 \leq t \leq 15$ s. Seja t a variável x, e seja τ a variável y.

35. A seguinte equação descreve a distribuição de temperatura em uma placa de metal retangular plana. A temperatura em três lados é mantida constante e igual a T_1, e no quarto lado ela é mantida igual a T_2 (ver Figura P35). A temperatura $T(x, y)$ como uma função das coordendadas xy mostradas é dada por

$$T(x, y) = (T_2 - T_1)w(x, y) + T_1$$

em que

$$w(x,y) = \frac{2}{\pi}\sum_{n\ \text{ímpar}}^{\infty}\frac{2}{n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\frac{\mathrm{senh}(n\pi y/L)}{\mathrm{senh}(n\pi W/L)}$$

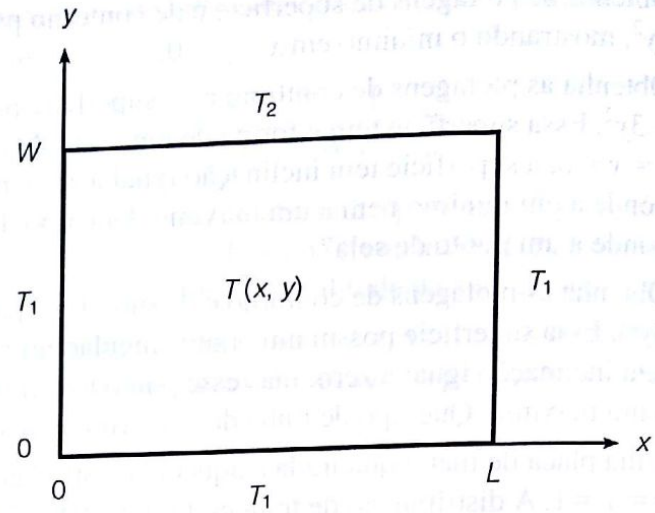

FIGURA P35

Os dados fornecidos para esse problema são $T_1 = 70°F$, $T_2 = 200°F$ e $W = L = 2$ ft.

Utilizando um espaçamento de 0,2 tanto para x quanto para y, gere uma plotagem de malha de superfície e uma plotagem de contorno para distribuição de temperatura.

36. O potencial elétrico V em um ponto, devido a duas partículas carregadas, é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

em que q_1 e q_2 são as cargas das partículas em coulombs (C), r_1 e r_2 são as distâncias entre as cargas e o ponto (em metros), e ϵ_0 é a permissividade do espaço livre, cujo valor é

$$\epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C}^2 / (\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2)$$

Suponha que as cargas são $q_1 = 2 \times 10^{-10}$ C e $q_2 = 4 \times 10^{-10}$ C. Suas respectivas localizações no plano xy são (0,3, 0) e (−0,3, 0) m. Gere uma superfície tridimensional para o potencial elétrico, com V potado no eixo z ao longo das faixas $-0{,}25 \leq x \leq 0{,}25$ e $-0{,}25 \leq y \leq 0{,}25$. Crie a plotagem de duas maneiras: (*a*) utilizando a função `surf`, e (*b*) utilizando a função `meshc`.

37. Referente ao Problema 25 do Capítulo 4. Utilize o arquivo de função criado na solução daquele problema para gerar uma plotagem de malha de superfície e uma plotagem de contorno de x *versus* h e W para $0 \leq W \leq 500$ N e para $0 \leq h \leq 2$ m. Utilize os valores $k_1 = 10^4$ N/m, $k_2 = 1{,}5 \times 10^4$ N/m e $d = 0{,}1$ m.

38. Referente ao Problema 28 do Capítulo 4. Para ver quão sensível é o custo em relação à localização do centro de distribuição, obtenha uma plotagem de superfície e uma plotagem de contorno do custo total como uma função das coordenadas x e y da localização do centro de distribuição. Em quanto o custo aumentaria se o centro fosse localizado a 1 milha em qualquer direção em relação à localização ótima?

39. Referente ao Exemplo 3.2-1. Utilize uma plotagem de superfície e uma plotagem de contorno do comprimento do perímetro L como uma função de d e θ ao longo das faixas $1 \leq d \leq 30$ ft e $0{,}1 \leq \theta \leq 1{,}5$ rad. Há outros vales além daquele correspondente a $d = 7{,}5984$ e $\theta = 1{,}0472$? Há algum ponto de sela?